SOLUÇÕES ANALÍTICAS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR CONJUGADA ESTACIONÁRIA EM DUTOS

Djane Rodrigues Cerqueira

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA NUCLEAR.

Aprovada por:

_____
Prof. Su Jian, D.Sc.

_____
Prof. Eduardo Gomes Dutra do Carmo, D.Sc.

_____
Prof. Atila Pantaleão Silva Freire, Ph.D.

_____
Prof. Marcelo José Colaço, D.Sc..

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
AGOSTO DE 2006

CERQUEIRA, DJANE RODRIGUES
Soluções Analíticas de Transferência de Calor Conjugada Estacionária em Dutos [Rio de Janeiro] 2006
XIX, 155 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Nuclear, 2006)
Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE
1. Transferência de Calor 2. Soluções Analíticas
I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

À minha família,
pilar da minha existência.

Agradecimentos

Ao professor Su Jian, orientador desta dissertação, por todo o seu esforço e a sua dedicação para que o melhor sempre fosse alcançado.

Aos professores e funcionários do Programa de Engenharia Nuclear da COPPE/UFRJ, pela dedicação e contribuição à minha formação.

Aos amigos e a todos que de uma forma ou de outra, contribuiram para o sucesso deste trabalho.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

SOLUÇÕES ANALÍTICAS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR CONJUGADA ESTACIONÁRIA EM DUTOS

Djane Rodrigus Cerqueira

Agosto/2006

Orientador: Su Jian

Programa: Engenharia Nuclear

Neste trabalho, são apresentadas soluções analíticas aproximadas da transferência de calor conjugada de convecção laminar e turbulenta em dutos circulares o canais de placas planas com condução axial nas paredes do duto e condição de contorno convectiva externa. A abordagem de parâmetros concentrados baseada na aproximação de Hermite de dois pontos para integrais foi aplicada para reduzir a equação de condução de calor no sólido à uma equação diferencial ordinária de segunda ordem para a temperatura média do sólido na direção radial. A equação de energia no fluido foi resolvida através da técnica da transformada integral generalizada (GITT). O problema de autovalor de Sturm-Liouville para a equação de energia do fluido foi resolvida pelo método de contagem de sinal. O sistema truncado de N equações diferenciais ordinárias para os potenciais transformados da temperatura do fluido e a equação diferencial ordinária de segunda ordem para a temperatura média do sólido formam um sistema homogêneo de $N+2$ equações diferencias ordinárias de primeira ordem que são resolvidas analiticamente. Os efeitos da razão entre as condutividades térmicas do fluido e do sólido, o número de Peclet, a espessura da parede e o número de Bi no número de Nusselt, a temperatura média do fluido e do sólido e a temperatura interfacial sólido-cluido foram investigadas.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

ANALYTICAL SOLUTIONS OF STEADY-STATE CONJUGATE HEAT TRANSFER IN DUCTS

Djane Rodrigues Cerqueira

August/2006

Advisor: Su Jian

Department: Nuclear Engineering

In this work, we present approximate analytical solutions of steady-state conjugate heat transfer of laminar and turbulent forced convection in circular pipes and parallel-plate channels with wall axial heat conduction and external convective boundary conditions. Improved lumped-differential approach based on two points Hermite approximation for integrals was applied to reduce the heat conduction equation in the solid into a second-order ordinary differential equation for the radially averaged solid temperature. The energy equation in the fluid was solved by applying the generalized integral transform technique (GITT). The Sturm-Liouville eigenproblem for the fluid energy equation was solved by the sign-count method. The truncated system of N ordinary differential equations for transformed potentials of the fluid temperature and the second-order ordinary differential equation for radially averaged solid temperature form a homogeneous system of $N+2$ ordinary differential equations that is solved analytically. The effects of the fluid-solid thermal conductivity ratio, the Peclet number, the wall thickness, and the Biot number on the Nusselt number, the average fluid and solid temperatures, and the fluid-solid interface temperature have been investigated.

Sumário

Resumo **v**

Abstract **vi**

Índice **vii**

Índice de Figuras **x**

Lista de Símbolos **xvii**

Nomenclatura **xix**

1 Introdução **1**

2 Revisão Bibliográfica **4**

2.1 Transferência de Calor Conjugada Estacionária 5

2.1.1 Perfil de velocidade laminar 5

2.1.2 Perfil de velocidade turbulento 9

2.2 Transferência de Calor Conjugada Não Estacionária 9

2.3 Modelos de Parâmetros Concentrados 11

2.4 A Técnica de Transformada Integral Generalizada 12

2.5 Escoamento Turbulento em Dutos 14

2.5.1 Correlações para o perfil de velocidade 14

2.5.2 Correlações para o fator de atrito 15

2.5.3 Correlações para o número de Prandtl turbulento 17

3 As Formulações Matemáticas **19**

3.1 O Problema Físico 19

3.2 A Formulação Matemática Dimensional 19

3.3 A Formulação Matemática Adimensional 21

3.4 Os Perfis de Escoamentos Laminares 23

3.4.1 Em tubo circular 23

3.4.2 Em canal de placas planas 23

3.5 Convecção Forçada Turbulenta 24

3.5.1 Escoamento turbulento em tubo circular 24

3.5.2 Escoamento turbulento em canal de placas planas 25

3.5.3 O número de Prandtl turbulento 25

4 Solução **27**

4.1 O Modelo de Parâmetros Concentrados para a Condução de Calor na Parede do Duto Circular 27

4.1.1 Formulação íntegro-diferencial para a condução na parede . . . 27

4.1.2 Aproximação de Hermite para integrais 28

4.1.3 Formulação aperfeiçoada 28

4.1.4 Formulação Aproximada da Transferência de Calor Conjugada 30

4.2 Modelo De Parâmetros Concentrados para a Condução de Calor na Parede do Canal de Placas-Planas 31

4.2.1 Formulação integro-diferencial 31

4.2.2 Formulação aperfeiçoada 32

4.3 A Solução pela Técnica Da Transformada Integral Generalizada . . . 33

4.4 Quantidades de Interesse 38

5 Resultados **40**

5.1 Placas Planas 40

5.1.1 Escoamento Laminar 40

5.1.2 Escoamento Turbulento 73

5.2 Duto circular 94

5.2.1 Escoamento Laminar 94

5.2.2 Escoamento Turbulento 126

6 Conclusões e Sugestões **147**

6.1 Conclusões 147

6.2 Sugestões para Trabalhos Futuros 148

Referências Bibliográficas **150**

Lista de Figuras

3.1 Ilustração do problema físico 20

3.2 Ilustração do sistema de coordenadas adimensionais 23

5.1 Cu-Ar - Distribuição das temperaturas de interesse ao longo do comprimento do canal (Bi=1;e=0.02) 44

5.2 Cu-Ar - Distribuição das temperaturas de interesse ao longo do comprimento do canal (Bi=1;e=1.00) 45

5.3 Cu-Ar - Distribuição do número de Nusselt ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de espessura da parede(Bi=1) 46

5.4 Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1) 47

5.5 Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1) 48

5.6 Cu-Ar - Distribuição da temperatura média da parede do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1) 49

5.7 Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1) 50

5.8 Al-Ar - Distribuição das temperaturas de interesse ao longo do comprimento do canal (Bi=1; e=0.02) 51

5.9 Al-Ar - Distribuição das temperaturas de interesse ao longo do comprimento do canal (Bi=1; e=1.00) 52

5.10 Al-Ar - Distribuição do número de Nusselt ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de espessura da parede(Bi=1) 53
5.11 Al-Ar - Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1) 54
5.12 Al-Ar - Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1) 55
5.13 Al-Ar - Distribuição da temperatura média da parede do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1) 56
5.14 Al-Ar - Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1) 57
5.15 Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores Pe 58
5.16 Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores Pe 59
5.17 Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do sólido ao longo do comprimento do canal para diferentes valores Pe 60
5.18 Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferentes valores Pe 61
5.19 Cu-Ar - Distribuição do número de Nusselt ao longo do comprimento do canal para diferentes valores Pe 62
5.20 Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Kfs 63
5.21 Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Kfs 64
5.22 Distribuição da temperatura média do sólido ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Kfs 65
5.23 Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Kfs 66

5.24 Distribuição da temperatura do número de Nusselt ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Kfs 67
5.25 Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi 68
5.26 Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi 69
5.27 Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi 70
5.28 Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi 71
5.29 Cu-Ar - Distribuição do número de Nusselt ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi 72
5.30 Cu-Ar - Distribuição das temperaturas de interesse ao longo do comprimento do canal (Bi=1; e=0.02) 75
5.31 Cu-Ar - Distribuição das temperaturas de interesse ao longo do comprimento do canal (Bi=1; e=1.00) 76
5.32 Cu-Ar - Distribuição do número de Nusselt ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de espessura da parede(Bi=1) 77
5.33 Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1) 78
5.34 Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1) 79
5.35 Cu-Ar - Distribuição da temperatura média da parede do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1) 80
5.36 Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1) 81
5.37 Cu-Ar - Distribuição das temperaturas de interesse ao longo do comprimento do canal (Bi=1; e=0.02) 82

5.38 Al-Ar - Distribuição das temperaturas de interesse ao longo do comprimento do canal (Bi=1; e=1.00) 83
5.39 Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Pe - Pr=0.72 84
5.40 Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Pe - Pr=1.0 85
5.41 Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Pe - Pr=0.72 86
5.42 Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Pe - Pr=1.0 87
5.43 Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Pe - Pr=1.0 88
5.44 Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi 89
5.45 Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi 90
5.46 Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi 91
5.47 Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi 92
5.48 Cu-Ar - Distribuição do número de Nusselt ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi 93
5.49 Cu-Ar - Distribuição das temperaturas de interesse ao longo do comprimento do canal (Bi=1; e=0.02) 98
5.50 Cu-Ar - Distribuição das temperaturas de interesse ao longo do comprimento do canal (Bi=1; e=1.00) 99
5.51 Cu-Ar - Distribuição do número de Nusselt ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de espessura da parede(Bi=1) 100
5.52 Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1) 101

5.53 Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1) 102
5.54 Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1)103
5.55 Al-Ar - Distribuição das temperaturas de interesse ao longo do comprimento do canal (Bi=1;e=0.02) 104
5.56 Al-Ar - Distribuição das temperaturas de interesse ao longo do comprimento do canal (Bi=1;e=1.00) 105
5.57 Al-Ar - Distribuição do número de Nusselt ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de espessura da parede(Bi=1 106
5.58 Al-Ar - Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1) 107
5.59 Al-Ar - Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1) 108
5.60 Al-Ar - Distribuição da temperatura média da parede do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1) 109
5.61 Al-Ar - Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1)110
5.62 Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores Pe 111
5.63 Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores Pe 112
5.64 Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do sólido ao longo do comprimento do canal para diferentes valores Pe 113
5.65 Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferentes valores Pe 114

5.66 Cu-Ar - Distribuição do número de Nusselt ao longo do comprimento do canal para diferentes valores Pe 115
5.67 Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Kfs 116
5.68 Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Kfs 117
5.69 Distribuição da temperatura média do sólido ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Kfs 118
5.70 Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Kfs 119
5.71 Distribuição da temperatura do número de Nusselt ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Kfs 120
5.72 Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi 121
5.73 Al-Ar - Distribuição da temperatura média do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi 122
5.74 Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi 123
5.75 Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi 124
5.76 Cu-Ar - Distribuição do número de Nusselt ao longo do comprimento do canal (para diferentes valores de Bi 125
5.77 Cu-Ar - Distribuição das temperaturas de interesse ao longo do comprimento do canal (Bi=1; e=0.02) 129
5.78 Cu-Ar - Distribuição das temperaturas de interesse ao longo do comprimento do canal (Bi=1; e=1.00) 130
5.79 Cu-Ar - Distribuição do número de Nusselt ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de espessura da parede(Bi=1) 131
5.80 Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1) 132

5.81 Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1) 133
5.82 Cu-Ar - Distribuição da temperatura média da parede do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1) 134
5.83 Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1)135
5.84 Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Pe - Pr=0.72136
5.85 Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Pe - Pr=1.0 137
5.86 Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Pe - Pr=0.72138
5.87 Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Pe - Pr=1.0 139
5.88 Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Re com $Pr = 0.72$. 140
5.89 Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Re com $Pr = 1.0$ . . 141
5.90 Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi 142
5.91 Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi 143
5.92 Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi 144
5.93 Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi 145
5.94 Cu-Ar - Distribuição do número de Nusselt ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi 146

Lista de Símbolos

Bi_2	número de Biot
D	diâmetro hidráulico
f	fator de atrito
h_2	coeficiente de transferência de calor entre a superfície externa do duto e o fluido ambiente
K	condutividade térmica
L	comprimento do duto adimensional
L^*	comprimento do duto
N	norma
p	=0 para coordenada cartesiana, =1 para coordenada cilíndrica
Pe	número de Peclet
r	coordenada radial
Re	número de Reynolds
r_1	raio interno do duto
r_2	raio externo do duto
T	temperatura
T_a	temperatura do fluido ambiente

T_f	temperatura do fluido
$\bar{u}$	velocidade média do fluido
$u(r)$	perfil de velocidade
$W(\eta)$	perfil de velocidade adimensional
x	coordenada axial
Y	vetor formado pelas temperaturas transformadas unidas com as temperaturas médias do sólido
α	difusividade térmica
α_t	difusividade térmica turbulenta
η	coordenada radial adimensional
κ	razão entre a condutividade do fluido e do sólido
μ	autovalores
ψ	autofunções
θ	temperatura adimensional
$\bar{\theta}$	temperatura transformada
ξ	coordenada axial adimensional

Subscrito

av	média
f	grandeza relacionada com a região fluida
s	grandeza relacionada com a região sólida
i	ídice iterativo

Capítulo 1

Introdução

O conhecimento da transferência de calor convectiva é de importância em diversas situações físicas, tais como no acionamento e no desligamento de turbinas a gás, em trocadores de calor recuperativos e regenerativos e em passagens de resfriamento de reatores nucleares de potência. Tais problemas de convecção forçada em dutos são normalmente analisados resolvendo-se o problema clássico de Graetz onde impõe-se uma condição de contorno de temperatura prescrita, fluxo de calor prescrito ou uma combinação dos dois no contorno do fluido, ou seja, na parede interna da tubulação. Entretanto, para aplicações práticas, a condição de contorno é imposta na face externa do duto e a distribuição de temperatura na interface sólido/fluido é desconhecida a princípio mas depende fortemente do mecanismo acoplado de transferência de calor no fluido e da condução no sólido. Neste caso, as equações de energia no sólido e no fluido são resolvidas conjuntamente e acopladas por condições de contorno de fluxo e temperatura contínuos na interface. Este problema é frequentemente chamado de problema conjugado.

O problema de transferência de calor conjugada de escoamentos laminares e turbulentos em dutos tem sido estudado por métodos analíticos, métodos numéricos e métodos híbridos. O problema acoplado de condução-convecção é governado por pelo menos quatro parâmetros: o número de Peclet, a razão de aspecto, o número de Biot e a razão entre as condutividades da parede e do fluido. Duas abordagens foram utilizadas para tratar a condução axial: a análise da condução de calor bidimensional e a análise unidimensional de paredes finas através da formulação de parâmetros

concentrados que promove uma média da distribuição de temperatura na parede do duto.

A formulação de parâmetros concentrados, embora se espere que seja adequada em uma faixa de parâmetros que não promovam gradientes significativos de temperatura através da parede, foi apenas brevemente comparada com soluções numéricas que consideram os efeitos bidimensionais. Guedes et al. (1991) apresentou a solução analítica desta classe de problemas, através da extensão de idéias da técnica da transformada integral (GITT), com a finalidade de permitir a aplicação de uma maior variedade de condições de contorno que resultam da técnica de parâmetros concentrados aplicada na parede do duto.

Este trabalho tem como objetivo estender as idéias de Guedes et al. (1991), Guedes e Ozisik (1992), Elmôr-Filho (1996), analisando a aplicação do novo método de parâmetros concentrados proposto por Su e Castro (2003) tanto para dutos circulares quanto para canais de placas planas paralelas com escoamento laminar e turbulento. É tratado o problema conjugado em regime permanente para escoamentos laminar e turbulento em dutos circulares e entre placas planas parelelas. É apresentado um aprimoramento na técnica simples de parâmetros concentrados para a condução na parede em problemas de condução-convecção conjugados, levando em conta os efeitos dos gradientes de temperatura na parede do duto. A equação de condução de calor no sólido é integrada na direção radial e as integrais do fluxo de calor e da temperatura dos contornos são aproximadas pela formulação de Hermite para dois pontos. A equação resultante é incorporada na condição interfacial, que se torna uma condição de contorno mais geral para a equação de energia no fluido.

O segundo capítulo deste trabalho, traz a revisão bibliográfica para o problema de transferência de calor conjugado, apresentando as contribuições mais relevantes para a solução deste problema tanto para placas planas como para dutos circulares com escoamentos laminares e turbulentos.

O terceiro capítulo mostra formulação matemática geral para placas planas paralelas e dutos circulares para o problema de transferência de calor nas paredes do duto e no fluido inclundo a admensionalização.

Em seguida, é apresentada a formulação de parâmetros concentrados para a

condução radial e por fim, é aplicada a técnica de transormada integral generalizada para o fluido.

No quinto capítulo, serão apresentados resultados numéricos para os parâmetros de interesese prático, de acordo com os apresentados na literatura.

Por fim, as conclusões do trabalho serão apresentados no último capítulo da tese, assim como sugestões para futuros trabalhos.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

Neste capítulo, é feita uma revisão dos trabalhos mais significativos até hoje desenvolvidos na área de transferência de calor conjugada.

Estes trabalhos podem ser divididos em dois grandes grupos: transferência de calor conjugada estacionária e transferência de calor conjugada transiente. Estes grupos, por sua vez, podem se subdividir cada um em três grupos classificados quanto ao regime de escoamento: perfil de velocidade constante (*slug flow*), perfil de velocidade laminar e perfil de velocidade turbulento. Pode-se ainda fazer a classificação dos trabalhos quanto a geometria. Existem trabalhos que tratam da transferência de calor conjugada em dutos de placas planas paralelas e o outro tratam da transferência de calor conjugada em dutos circulares. Ainda quanto a condição de contorno aplicada, temos trabalhos desenvolvidos com a condição de contorno de primeiro tipo, onde é aplicada uma temperatura constante na superfície externa da parede do duto; condição de contorno de segundo tipo, onde é aplicado um fluxo de calor constante na superfície externa da parede do duto e desenvolvidos com condição de contorno de terceiro tipo, que aplica a condição convectiva na superfície externa da parede do duto.

A grande maioria dos trabalhos trata da transferência de calor em regime permanente com escoamento laminar, tanto em dutos de placas planas paralelas quanto em dutos circulares, com condição de contorno do segundo tipo. São poucos os trabalhos desenvolvidos com o perfil de velocidade constante e o perfil de velocidade turbulento assim como são muito poucos os trabalhos existentes desenvolvidos com

a condição de contorno convectiva.

Apesar do presente trabalho não estudar a transferência de calor conjugada em regime transiente, é feita a revisão bibliográfica deste grupo, para melhor posicionamento da dissertação. O perfil de velocidade constante também não é desenvolvido, devido a simplicidade da sua implementação, diante da proposta apresentada.

2.1 Transferência de Calor Conjugada Estacionária

2.1.1 Perfil de velocidade laminar

O problema de transferência de calor conjugado laminar foi amplamente estudado por diversos métodos.

Davis e Gill (1970) estudaram a transferência de calor com condução axial na parede em um canal de placas planas parelelas com escoamento de Poiseuille-Couette, partindo de uma aproximação por série de potências para a distribuição de temperatura interfacial. Foi analizada a influência da condução na parede nesta distribuição de temperatura e no número de Nusselt local, e colcluiu-se que os parâmetros que determinam a importância da condução axial são: a razão entre a espessura e o comprimento da parede, o número de Peclet do fluido, o parâmetro de conjugação formado pelo comprimento do duto, a razão entre as condutividades térmicas da parede e do fluido e pela espessura da parede.

Luikov et al. (1971) apresentou dois métodos de solução gerais para a transferência de calor conjugada interna e externa com escoamento de Poiseuille. Para os escoamentos internos, é utilizado o escomento de Poiseuille em dutos circulares e de placas planas paralelas. Para o caso de escoamento externo, é considerado escoamento de um gás sobre uma placa plana. Luikov (1974) sugeriu soluções aproximadas para o número de Nusselt local através da solução do problema conjugado em escoamento laminar sobre placa plana. Ambos os trabalhos apresentam contribuições de importância mais teórica do que prática, sem apresentarem resultados numéricos.

Seguindo a proposta de Davis e Gill (1970), Mori et al. (1974) e Mori et al. (1975) analisam a influência da condução de calor na parede na convecção laminar

em dutos circulares e placas planas paralelas respectivamente utilizando a mesma aproximação para a temperatura interfacial. Foram considerados neste trabalho os casos de fluxo de calor ou temperatura uniformes na superfície externa do duto. Os autores desenvolveram uma solução analítica aproximada, mostrando os efeitos da razão entre a condutividade da parede e do fluido e da espessura da perede. Estes trabalhos são de contribuição relevante por mostrarem que a influência da espessura do duto aumenta com a diminuição das razão entre as condutividades, ou seja, os efeitos da condução na parede podem ser negligenciados em dutos de paredes finas onde a condutividade da parede é muito maior do que a condutividade do fluido. Adicionalmente, conclui-se que, para valores extremos da espessura do duto e da razão entre as condutividades, uma parede espessa pode ser tratada como uma parede fina.

O problema conjugado de Graetz foi resolvido por Papoutsakis e Ramikrishna (1981a) e Papoutsakis e Ramikrishna (1981b) apresentando o formalismo geral e o problema sólido-fluido no primeiro e os problemas fluido-fluido no segundo. Foi aplicado o operador matricial diferencial e a técnica de decomposição no primeiro e o segundo foi uma extensão do primeiro com o processo de ortonormalização de Gram-Schmidt.

Wijeysundera (1986) resolveu pela técnica de superposição de Duhamel e transformada de Laplace o problema de convecção laminar em dutos de paredes finas com condução axial na parede e convecção externa. Posteriormente, foi proposta por Arici (2001) uma solução analítico-numérica para o mesmo problema, tendo sido a solução do problema de calor no sólido obtida numericamente e o problema de calor no fluido obtida analiticamente.

Mori et al. (1986) introduziu um novo método que combina soluções analíticas com numericas para analisar a convecção forçada de um fluido aquecido escoando em um canal de placas planas paralelas submetido a convecção natural externa. Os resultados foram comparados com resultados experimentais e confirmaram a eficácia do novo métido.

O problema bidimensional conjugado em um canal placas planas foi resolvido analiticamente por Pozzi e Lupo (1989). Os autores consideraram condição de con-

torno de primeiro tipo aplicada na superfície extena do duto. Foi negligenciada a condução de calor axial no duto.

Guedes et al. (1991) obtiveram analiticamente a solução do problema transferência de calor conjugada em um escoamento laminar de um fluido Newtoniano em um duto circular em refime permanente. Somente a condução longitudinal na parede do canal foi levada em consideração, usando o conceito de paredes finas. O problema de calor no fluido foi resolvido através de uma extensão das idéias da técnica da transformada integral generalizada a fim de abranger um tipo mais geral de condição de contorno que advém da aplicação da técnica de parâmetros concentrados na parede. Elmôr-Filho (1996) estendeu as idéias de Guedes et al. (1991), relacionando a temperatura da interface sólido-fluido e a temperatura média do sóldo através da expansão de Taylor, obtendo um método de parâmetros concentrados melhorado para a condução de calor radial no sólido. Su e Castro (2003) propuseram uma nova abordagem para tratar o gradiente radial de temperatura no sólido, criando um outro método de parâmetros concentrados melhorado, porém, este trabalho foi de contribuição apenas teórica, não tendo sido apresentados resultados numéricos.

Alguns autores resolveram numericamente o problema conjugado de convecção laminar interna. Barozzi e Pagliarini (1985) combinou o método de elementos finitos na parede do duto considerado como sendo de parede espessa e o princípio da superposição de Duhamel na interface sólido-liquido. O método foi aplicado para considerar os efeitos da condução na transferência de calor de um escoamento laminar plenamente desenvolvido escoando em um duto submetido a um fluxo de calor uniforme. Campo e Schuler (1988) resolveram o mesmo problema que Barozzi e Pagliarini (1985) usando a abordagem de volume de controle, proposta primeiramente por Patankar (1980).

Faghri e Sparrow (1980) resolveram numericamente por um método elíptico de diferenças finitas o problema em um duto de paredes adiabáticas na primeira metade do comprimento e com paredes aquecidas na outra metade. Foram desprezados os gradientes radiais de temperatura, por ter considerado um duto de paredes finas. Os autores mostraram que a condução axial na parede pode levar uma quantidade

considerável de calor para para a porção não aquecida do duto que representa uma região de pré-aquecimento tanto da parede quanto do fluido. Mostrou-se também que os efeitos da condução axial no duto são muito mais relevantes do que no fluido. Este problema foi reconsiderado posteriormente (Pagliarini, 1988) com a formulação bidimensional resolvida pelo métido de elementos finitos a fim de se mostrar os efeitos da espessura da parede na transferência de calor conjugada. Mostrou-se que a presença da parede causa uma redistribuição considerável da transferência de calor.

Alzaharnah et al. (2001) estudaram as tensão térmico em dutos de paredes espessas sujeitos a escoamentos laminares com um fluxo de calor constante aplicado na superfície externa do duto pela abordagem de volumes de controle.

Jilani (2002) resolveu por diferenças finitas o problema conjugado de convecção forçada laminar sobre um cilindro com geração de calor. Foi levada em consideração a condução de calor radial no cilindro, formando um problema bidimensional tanto no sólido quanto no fluido.

Recentemente, Yapici e Albayrak (2004) e Yapici et al. (2005) optaram por utilizar programas comerciais para estudar numericamente o problema conjugado e analisar as tensões térmicas em dutos aquecidos.

Luna et al. (2002) estudaram por um método analítico-numérico a convecção em um escoamento laminar num duto circular de um fluido não-Newtoniano, regido pela lei de potência, sem condução axial no fluido. Um fluxo de calor uniforme foi aplicado no contorno externo do duto. Os autores mostraram que, neste caso, a transferência de calor é controlada por quatro parâmetros: o parâmetro de conjugação, o índice da lei de potência do fluido e as razões de aspecto.

Maranzana et al. (2004) propuseram uma nova modelagem para a transferência de calor conjugada entre placas planas separadas por um escoamento laminar. Os autores utilizaram o método de Quadrupole, que é um método quasi-analítico, baseado na técnica da transformada integral. O problema no fluido é resolvido analiticamente e, no sólido, é aplicada uma matriz de transferência que conecta a temperatura e a densidade de fluxo entre as duas placas do canal. A técnica é válida para escoamentos plenamente desenvolvidos hidrodinamicamente e para equações lineares de transferência de calor (parâmetros termofísicos constantes).

2.1.2 Perfil de velocidade turbulento

Foram muito poucos os trabalhos relevantes encontrados na literatura que envolvem a transferência de calor conjugada turbulenta em regime permanente.

O primeiro trabalho significativo de convecção conjugada turbulenta foi desenvolvido por Sakakibara e Endoh (1977). Os autores estudaram analiticamente os efeitos da condução da parede na convecção turbulenta em dutos de placas planas paralelas através do teorema de Duhamel juntamente com a representação polinomial da temperatura interfacial. Este trabalho foi posteriormente ampliado para dutos circulares por Lin e Chow (1984). Os autores compararam o trabalho feito com outros para escoamento laminar existentes na literatura, e concluíram que a influência da condução de calor na parede é maior em escoamentos laminares que em escoamentos turbulentos. Concluiram também que os efeitos da condução na parede são mais significativos para baixos números de Prandtl.

Guedes e Ozisik (1992) extenderam o trabalho de Guedes et al. (1991) estudando a convecção turbulenta conjugada com condição de contorno convectiva num duto de placas planas paralelas. Os autores desconsideraram os gradientes de temperatura transversais e resolveram o problema analititicamente pela técnica da transformada integral generalizada, estendendo as ideias de (Cotta e Ozisik, 1986, 1987, Guedes et al., 1991, Ozisik et al., 1989, Ozisik e Murray, 1974) para lidar com o tipo mas geral de condição de contorno, advinda do procedimento de concentração de parâmetros.

Lin e Jang (2002) usaram métodos numéricos para investigar a transferência de calor conjugada e realizar a análise tridimensional de trocadores de calor com geradores de vortex, usados para intensificar a troca de calor.

2.2 Transferência de Calor Conjugada Não Estacionária

Apesar deste item não ser estudado no presente trabalho, foi feita uma pequena revisão deste tema, sendo os trabalhos mais importantes de convecção conjugada

interna transiente apresentados abaixo.

Al-Nimir e El-Shaarawi (1992) apresentam uma solução analítica, usando a transformada de Laplace combinada com a separação de variáveis, da transferência de calor conjugada transiente entre placas planas e em dutos circulares com escoamento de perfil constante, levando em consideração a condução axial tanto na fase líquida quanto nas paredes do duto. Os transientes considerados neste trabalho são induzidos por mudanças na temperatura de entrada do fluido no canal. Após a obtenção das distribuição de temperatura no sólido e no fluido, são avaliados o número de Nusselt na superfície interna do duto e a temperatura média do fluido.

Yan (1995) estudou numericamente o problema da convecção turbulenta transitente em canais submetidos à convecção do ambiente e seus resultados mostraram que a condução da parede tem participação importante na transferência de calor e que, para sistemas com maiores espessuras do canal adimensional o tempo para ser atingido o regime estacionário é mais longo.

Um estudo teórico e numérico foi feito por Mansouri e Fourcher (1995) sobre a convecção laminar em canais de placas paralelas submetidas a uma temperatura de entrada com variações senoidais. A resposta térmica das placas é acoplada ao fluido via condições conjugadas de interface e, externamente, as placas são submetidas à convecção natural.

Fourcher e Mansouri (1997) estudou o problema de Graetz em um canal de placas planas paralelas submetido a convecção externa e com uma variação senoidal da temperatura de entrada. Os autores desenvolveram uma solução aproximada utilizando o método de Galerkin que foi comparado com uma solução por diferenças finitas. Neste trabalho foi negligenciada a condução axial no sólido. Posteriormente, os mesmos autores estudaram teoricamente o mesmo problema (Fourcher e Mansouri, 1998) e investigaram os efeitos da condução de calor transversal e a capacitância de calor fluido-sólido nas respostas do comportamento periódico.

Sucec (2002) analisou o problema transiente de transferência de calor para um fluido escoando entre placas planas paralelas com uma geração axial com a posição axial do duto através do método de diferenças finitas juntamente com outros dois métodos. Resultados foram encontrados para a temperatura da parede, o fluxo de

calor e a temperatura média do fluido como função da posição e do tempo. A precisão e as limitações do método foram identificadas.

Bilir (2002) resolveu por diferenças finitas o problema de convecção laminar transiente em um tubo inicialmente em equilíbio térmico que é então submetido a uma mudança degrau na temperatura externa. Foi feita a análise bidimensional tanto no fluido quanto no sólido e os autores concluiram que a inércia térmica do sistema depende mais fortemente das condições do escoamento do que das características da parede, para a condição de contorno especificada. Os mesmo autores (Bilir e Ates, 2003) analisaram posteriormente um problema similar mas com a condição convectiva aplicada na superfície externa do duto, sendo o salto de temperatura aplicado na temperatura do ambiente.

Sueco et al. (2004) simulou o mesmo peoblema de Bilir (2002) pelo método de simulação em redes com o softwate PSPICE.

Mansouri et al. (2004) examinaram experimentalmente a resposta térmica da convecção forçada turbulenta da água escoando entre placas planas paralelas, sujeita a uma temperatura de entrada periódica. Os resultados experimentais foram comparados com a abordagem quasi-estacionária e os autores mostraram que para baixas frequências de entrada, a abordagem quasi-estacionária é capaz de prever o comportamento térmico, mas para frequencias mais altas, o modelo se torna inadequado.

2.3 Modelos de Parâmetros Concentrados

A utilização de modelos empregando a análise com parâmetros concentrados clássica (*Classical Lumped System Analysis - CLSA*), tem sido prática usual de engenharia no tratamento de problemas de análise térmica, em especial na análise termo-hidráulica de reatores nucleares. Essa técnica permite a simplificação da equação de condução de calor com a eliminação de sua dependência espacial em problemas transientes ou a redução do grau da equação para regime permanente através da integração da variável espacial. É formulado então um problema de equações diferenciais parciais em relação à temperatura média, obtida através desta

técnica.

A modelagem CLSA, no entanto, é uma aproximação razoável apenas para sistemas que envolvam gradientes de temperatura moderados em todo o domínio espacial de solução, uma vez que a técnica assume que os potenciais nos contornos podem ser bem aproximados pelo potencial médio. Uma regra prática com relação a aplicabilidade da CLSA, é de utilizá-la apenas para sistemas com número de Biot menor que 0,1. Contudo, existem diversas situações físicas onde o número de Biot não se encontra nesta faixa. Pode-se citar como exemplo o cálculo da condução de calor em varetas combustíveis nucleares de reatores tipo PWR (*Pressurized Water Reactor*), onde o número de Biot se situa na faixa de 3 a 10, sendo portanto muito alto para que se possa obter bons resultados com a CLSA.

Baseando-se na aproximação de Hermite para integrais (Mennig et al., 1983), Cotta e Mikhailov (1997) propuseram uma formulação de parâmetros concentrados melhorada (*Improved Lumped System Analysis - ILSA*), que define temperaturas médias e fluxos de calor em função da variável dependente e de suas derivadas nos contornos. Diversos trabalhos foram publicados utilizando a ILSA na solução de problemas de condução e convecção (Aparecido e Cotta, 1989, Corrêa e Cotta, 1998, Jr. et al., 2004, Pontedeiro et al., 2004, Regis et al., 2000, Scofano-Neto e Cotta, 1993, Su, 2001, 2004, Su e Cotta, 2001).

2.4 A Técnica de Transformada Integral Generalizada

A Técnica de Transformação Integral Clássica (CITT) consiste na transformação de equações diferenciais parciais lineares (EDP) em um sistema de equações algébricas (EA) ou em um sistema de equações diferenciais ordinárias (EDO). O sistema resultante é então resolvido analiticamente e uma fórmula de inversão é usada para obter-se a solução do problema original (Cotta, 1993, 1998, Cotta e Mikhailov, 1997).

Ao longo das últimas duas décadas o potencial de CITT foi consideravelmente expandido, através da solução numérica dos problemas resultantes (EA ou sistema

de EDO). Esta é uma importante extensão do problema tendo em vista que desta forma passa a ser possível o tratamento de EDPs não-lineares. Assim, CITT passou a ter uma estrutura híbrida numérico-analítica, oferecendo um controle automático de erro e uma performance computacional razoavelmente eficiente para uma grande variedade de problemas não transformáveis, incluindo as formulações não lineares de interesse em escoamentos e transferência de calor, passando a ser referenciada como Técnica de Transformação Integral Generalizada (GITT). Como exemplos podem ser citados problemas de fronteira móvel, geometrias irregulares não transformáveis, formulações de camada limite e equações de Navier-Stokes(Cotta, 1993, 1998).

Os passos básicos na aplicação de G.I.T.T. são:

1. Escolher um problema auxiliar conveniente (um caso particular do problema clássico de Sturm-Liouville);

2. Desenvolver um par transformada integral apropriado;

3. Transformar o sistema original de Equações Diferenciais Parciais em um sistema acoplado de Equações Diferenciais Ordinárias ;

4. Numericamente resolver o sistema de Equações Diferenciais Ordinárias através de qualquer subrotina, e.g, IMSL; e

5. Construir o potencial original através da fórmula de inversão

A Técnica de Transformação Integral Generalizada por ter sido tema de diversas teses e livros, exigiria um espaço considerável para se obter uma revisão de toda a literatura desta poderosa ferramenta de computação em ciência e engenharia, nos desviando assim do tema aqui proposto. Embora as referências citadas acima não representem toda a informação disponível sobre a técnica, podem ser de grande valia para se iniciar no assunto.

2.5 Escoamento Turbulento em Dutos

2.5.1 Correlações para o perfil de velocidade

Perfis de velocidade em escoamento turbulento em dutos ou em camada limite sobre uma placa plana são normalmente escritas em termos das variáveis internas, u^+ e y^+, definidas como

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau} \tag{2.1}$$

$$y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu} \tag{2.2}$$

A velocidade de atrito u_τ é definida como

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \tag{2.3}$$

onde τ_w é a tensão cisalhante na parede, ρ é a densidade do fluido e ν a velocidade cinemática do fluido.

Várias expressões foram desenvolvidas para o perfil de velocidade de escoamento turbulento plenamente desenvolvido em um tubo circular liso. Algumas fórmulas são listadas na Tabela 2.1 (Bhatti e Shah, 1987).

Recentemente, Churchill (2001) apresentou uma nova formulação para a convecção turbulento em dutos. A velocidade adimensional é obtida por um integral

$$u^+ = \int_0^{y^+} \left(1 - \frac{y^+}{a^+}\right) [1 - \overline{u'v'}^{++}] dy + \tag{2.4}$$

onde onde $a^+ = R u_\tau / \nu$ e R é o raio interno do tubo circular e

$$\overline{u'v'}^{++} = -\frac{\rho \overline{u'v'}}{\tau} \tag{2.5}$$

A nova variável adimensional $\overline{u'v'}^{++}$ é dada por uma correlação proposta por Churchill (2001), baseada nos dados experimentais de Zagarola (1981)

onde τ é a tensão cisalhante total

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} - \rho \overline{u'v'} \tag{2.6}$$

Tabela 2.1: Fórmulas para o Perfil de Velocidade de Escoamento Turbulento Plenamente Desenvolvido em um Tubo Circular Liso

Autores	Fórmulas para $u^+(y^+)$	Faixa de validade
Prandtl (1910),	$u^+ = y^+$	$0 \leq y^+ \leq 11.5$
Taylor (1916)	$u^+ = 2.5 \ln y^+ + 5.5$	$y^+ > 11.5$
von Kármán (1939)	$u^+ = y^+$	$0 \leq y^+ \leq 5$
	$u^+ = 5 \ln y^+ - 3.05$	$5 \leq y^+ \leq 30$
	$u^+ = 2.5 \ln y^+ + 5.5$	$y^+ > 30$
Reichardt (1951)	$u^+ = 2.5 \ln(1 + 0.4y^+)$	todos y^+
	$+7.8[1 - \exp(-y^+/11) - (y^+/11)\exp(-0.33y^+)]$	
Van-Driest (1956)	$u^+ = \int_0^{y^+} \frac{2dy^+}{1+\{1+0.64(y^+)^2[1-\exp(-y^+/26)]^2\}^{1/2}}$	todos y^+
Rannie (1956)	$u^+ = 14.53 \tanh(y^+/14.53)$	$0 \leq y^+ \leq 27.5$
	$u^+ = 2.5 \ln y^+ + 5.5$	$y^+ > 27.5$

$$\overline{u'v'}^{++} = \left(\left[0.7 \left(\frac{y^+}{10} \right)^4 \right]^{-8/7} + \left| \exp\left\{ \frac{-1}{0.436y^+} \right\} - \frac{1}{0.436a^+} \left(1 + \frac{6.95y^+}{a^+} \right) \right|^{-8/7} \right)^{-7/8} \tag{2.7}$$

Uma correlação para u^+ foi desenvolvida usando a formulação apresentada acima, na seguinte forma

$$u^+ = 6.13 + \frac{1}{0.436} \ln y^+ + 6.824 \left(\frac{y^+}{a^+} \right)^2 - 5.314 \left(\frac{y^+}{a^+} \right)^3 \tag{2.8}$$

2.5.2 Correlações para o fator de atrito

Para determinar o perfil de velocidade dimensional $u(y)$ a partir de uma correlação para a velocidade adimensional $u^+(y^+)$, é necessário determinar a velocidade de atrito, u_τ, pois

$$u = u_\tau u^+ \tag{2.9}$$

A velocidade de atrito u_τ é normalmente determinada através do fator de atrito

de Darcy f, ou de Fanning f'. O fator de atrito de Darcy é definido como

$$f = \left(-\frac{dp}{dx}\right)\frac{D}{\frac{1}{2}\rho\bar{u}^2} \tag{2.10}$$

enquanto o fator de atrito de Fanning é definido como

$$f' = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho\bar{u}^2} \tag{2.11}$$

No escoamento turbulento plenamente desenvolvido em um tubo circular, temos

$$\tau_w = \left(-\frac{dp}{dx}\right)\frac{D}{4} \tag{2.12}$$

Logo,

$$f = 4f' \tag{2.13}$$

Da definição da velocidade do atrito, Eq.(2.3), temos

$$\tau_w = \rho u_\tau^2 \tag{2.14}$$

Da definição do fator de atrito de Fanning, , Eq.(2.11), temos

$$\tau_w = f'\frac{1}{2}\rho\bar{u}^2 \tag{2.15}$$

Igualando as Eqs. (2.14) e (2.15), temos logo

$$\frac{u_\tau}{\bar{u}} = \sqrt{\frac{f'}{2}} = \sqrt{\frac{f}{8}} \tag{2.16}$$

Algumas correlações para o fator de atrito do escoamento turbulento plenamente desenvolvido em um tubo circular liso são listadas na Tabela 2.2 (Bhatti e Shah, 1987).

A seguinte equação foi proposta por Churchill (2001) para o fator de atrito de Darcy do escoamento turbulento plenamente desenvolvido em um tubo circular liso

$$\left(\frac{8}{f}\right)^{1/2} = 3.30 - \frac{227}{a^+} + \left(\frac{50}{a^+}\right)^2 + \frac{1}{0.436}\ln a^+ \tag{2.17}$$

Tabela 2.2: Correlações para o Fator de Atrito de Fanning de Escoamento Turbulento Plenamente Desenvolvido em um Tubo Circular Liso

Autores	Fórmulas para $u^+(y^+)$	Faixa de Re
Blasius (1913)	$f' = 0.0791 Re^{-0.25}$	4×10^3 a 10^5
Prandtl (1954)	$f' = 0.046 Re^{-0.2}$	3×10^4 a 10^6
Nikuradse (1932)	$f' = 0.0008 + 0.0553 Re^{-0.237}$	10^5 a 10^7
Prandtl (1944), von Kármán (1934), Nikuradse (1932)	$1/\sqrt{f'} = 1.7372 \ln(Re\sqrt{f}) - 0.3946$	4×10^3 a 10^7
Bhatti e Shah (1987)	$f' = 0.0366 Re^{-0.1818}$	4×10^4 a 10^7

2.5.3 Correlações para o número de Prandtl turbulento

O número de Prandtl turbulento é definito como a razão entre a viscosidade cinemática turbulenta ν_t e a difusividade térmica turbulenta α_t

$$Pr_t = \frac{\nu_t}{\alpha_t} \tag{2.18}$$

Se a hipótese da analogia de Reynolds é assumida, temos

$$\nu_t = \alpha_t \tag{2.19}$$

Isto é,

$$Pr_t = 1 \tag{2.20}$$

Este modelo de Pr_t unitário é frequentemente usado na solução de problemas de transferência de calor convectiva turbulenta, inclusive em simulações computacionais. É importante lembrar que este modelo somente é válido aproximadamente para escoaementos de camada limite e pode causar erros significantes se for aplicado para outros escoamentos.

Um outro modelo tão simples como o anterior é o seguinte

$$Pr_t = 0.85 \tag{2.21}$$

Este modelo baseia-se na existência de uma região logrítmica sobreposta para os perfis de velocidade e de temperatura

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ A \tag{2.22}$$

$$T^+ = \frac{1}{\kappa_t} \ln y^+ B \tag{2.23}$$

O número de Prandtl de turbulento é determinada por

$$Pr_t = \frac{\kappa_t}{\kappa} = \frac{2.075}{2.44} \approx 0.85 \tag{2.24}$$

Este modelo não é válido para os escoamentos de fluidos com pequenos números de Prandtl como metais líquidos, pois a região logrítmica do perfil de temperatura desaparece.

Uma correlação simples para o número de Prandlt turbulento é proposto por Jischa e Rieke (1979)

$$Pr_t = 0.85 + \frac{0.015}{Pr} \tag{2.25}$$

Weigand et al. (1997) propuseram uma extensão do modelo de Kays e Crawford (1993), na seguinte forma

$$Pr_t = \frac{1}{\frac{1}{2Pr_{t\infty}} + CPe_t(\frac{1}{Pr_{t\infty}})^{1/2} - (CPe_t)^2 \left[1 - \exp\left(-\frac{1}{CPe_t\sqrt{Pr_{t\infty}}}\right)\right]} \tag{2.26}$$

onde $Pe_t = Pr\epsilon/\nu$ e C=0.3

e o $Pr_{t\infty}$ é modelado como:

$$Pr_{t\infty} = 0.85 + \frac{D_1}{PrRe^{0.888}} \tag{2.27}$$

onde $D_1 = 100$.

Este último modelo será adotado no presente trabalho.

Capítulo 3

As Formulações Matemáticas

3.1 O Problema Físico

Considera-se um problema de convecção forçada permanente, laminar ou turbulento, na região de entrada térmica de um duto circular ou de um canal de placas planas paralelas com suas extremidades isoladas, como ilustrado na Figura 3.1. É suposto o escoamento de um fluido Newtoniano hidrodinamicamente desenvolvido e com propriedades termofísicas constantes. São aplicadas ainda as hipóteses de temperatura de entrada do fluido uniforme, igual a T_0, de que o duto está submetido à convecção externa natural, com o ambiente a uma temperatura constante, T_a e de que não existe geração de calor no sistema considerado. Os efeitos de dissipação viscosa, convecção natural e condução axial no fluido são desconsiderados. A condução axial na parede do duto é considerada, caracterizando o chamado problema conjugado de transferência de calor.

3.2 A Formulação Matemática Dimensional

A formulação matemática para o problema em questão é apresentada a seguir, já com a aplicação das hipóteses apresentadas na equação de energia. Trata-se de uma formulação geral, aplicável a todas as combinações de geometria e escoamento propostas anteriormente.

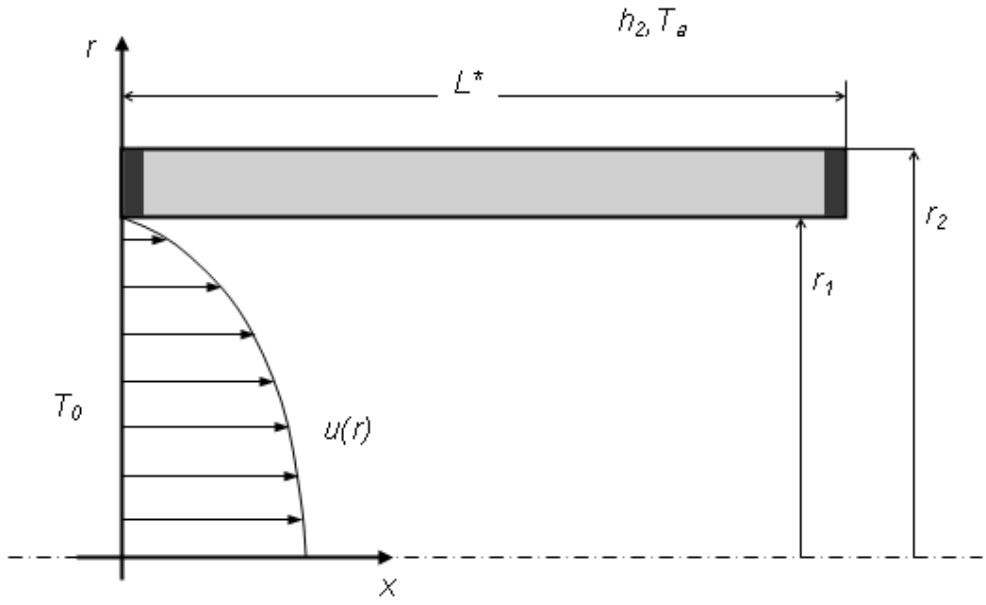

Figura 3.1: Ilustração do problema físico

Região Sólida

$$\frac{\partial^2 T_s(x,r)}{\partial x^2} + \frac{1}{r^p}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^p \frac{\partial T_s(x,r)}{\partial r}\right) = 0, \qquad r_1 < r < r_2, \qquad 0 < x < L^* \tag{3.1}$$

com as seguintes condições de contorno

$$\frac{\partial T_s(0,r)}{\partial x} = 0, \qquad r_1 < r < r_2, \tag{3.2}$$

$$\frac{\partial T_s(L^*,r)}{\partial x} = 0, \qquad r_1 < r < r_2, \tag{3.3}$$

$$-k_s \frac{\partial T_s(x,r_2)}{\partial r} = h_2(T_s(x,r_2) - T_a), \qquad r = r_2, \quad 0 < x < L^* \tag{3.4}$$

onde $p = 0$ para o canal de placas planas paralelas e $p = 1$ para o duto circular respectivamente, x e r são as coordenadas longitudinal e radial respectivamente. Para o duto circular, r_1 e r_2 são os raios interno e externo do duto respectivamente; para o duto de placas planas, r_1 e r_2 são as distâncias das faces interna e externa do duto, medidas a partir da linha de simetria entre as placas. T_s é a temperatura do sólido, k_s a condutividade térmica do sólido, h_2 o coeficiente de transferência de

calor entre a superfície externa do duto e o fluido ambiente (em $r = r_2$) e T_a é a temperatura constante do fluido ambiente.

Região Fluida

$$u(r)\frac{\partial T_f(x,r)}{\partial x} = \frac{1}{r^p}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^p(\alpha+\alpha_t)\frac{\partial T_f(x,r)}{\partial r}\right) \quad 0 < x < L^*, \quad 0 < r < r_1 \tag{3.5}$$

com as condições de entrada e de contorno

$$T_f(0,r) = T_0, \qquad 0 < r < r_1 \tag{3.6}$$

$$\frac{\partial T_f(x,0)}{\partial r} = 0, \qquad r = 0, \qquad 0 < x < L^* \tag{3.7}$$

onde T_f é a temperatura do fluito, α a difusividade térmica do fluido, α_t a difusividade turbulenta e $u(r)$ o perfil de velocidade.

As condições de continuidade aplicadas na interface sólido-fluido são apresentadas abaixo:

$$T_f(x,r_1) = T_s(x,r_1) \qquad 0 < x < L^* \tag{3.8}$$

$$k_f\frac{\partial T_f(x,r_1)}{\partial r} = k_s\frac{\partial T_s(x,r_1)}{\partial r} \qquad 0 < x < L^* \tag{3.9}$$

3.3 A Formulação Matemática Adimensional

Definem-se os seguintes parâmetros adimensionais:

$$\eta = \frac{r}{r_1} \quad \delta = \frac{r_2}{r_1} \quad \kappa = \frac{k_f}{k_s} \quad \xi = \frac{x}{r_1}\frac{1}{Pe} \quad Pe = \frac{\bar{u}D}{\alpha}$$

$$L = \frac{L^*}{r_1}\frac{1}{Pe} \quad Bi_2 = \frac{h_2 r_1}{k_f} \quad \theta(\xi,\eta) = \frac{T(x,r) - T_a}{T_0 - T_a} \tag{3.10}$$

$$U(\eta) = \frac{u(r)}{\bar{u}} \quad W(\eta) = \frac{\eta^p U(\eta)}{2^{2-p}}$$

$$\varepsilon(\eta) = \eta^p\left(1 + \frac{\alpha_t}{\alpha}\right)$$

onde $D = 2r_1$ é o diâmetro hidráulico do duto circular e $D = 4r_1$ é o diâmetro hidráulico do canal de placas planas. Deve-se notar que o número de Biot da convecção externa é definido utilizando-se a condutividade do fluido k_f, e r_1, o raio interna do duto circular ou a meia largura do canal de placas planas.

O problema é então formulado na forma adimensional, como se segue

Região Sólida

$$\frac{\partial^2\theta_s(\xi,\eta)}{\partial\xi^2} + \frac{Pe^2}{\eta^p}\frac{\partial}{\partial\eta}\left(\eta^p\frac{\partial\theta_s(\xi,\eta)}{\partial\eta}\right) = 0, \qquad 1 < \eta < \delta, \qquad 0 < \xi < L \tag{3.11}$$

com as condições de contorno

$$\frac{\partial\theta_s(0,\eta)}{\partial\xi} = 0, \qquad 1 \leq \eta \leq \delta \tag{3.12}$$

$$\frac{\partial\theta_s(L,\eta)}{\partial\xi} = 0, \qquad 1 \leq \eta \leq \delta \tag{3.13}$$

$$-\frac{\partial\theta_s(\xi,\delta)}{\partial\eta} = \kappa Bi_2\theta_s(\xi,\delta), \qquad R = \delta, \quad 0 < \xi < L \tag{3.14}$$

Região Fluida

$$W(\eta)\frac{\partial\theta_f(\xi,\eta)}{\partial\xi} = \frac{\partial}{\partial\eta}\left(\varepsilon(\eta)\frac{\partial\theta_f(\xi,\eta)}{\partial\eta}\right) \quad 0 < \xi < L, \quad 0 < \eta < 1 \tag{3.15}$$

com as condições de entrada e de contorno

$$\theta_f(0,\eta) = 1, \qquad 0 \leq \eta \leq 1 \tag{3.16}$$

$$\frac{\partial\theta_f(\xi,0)}{\partial\eta} = 0, \qquad \eta = 0, \qquad 0 < \xi < L \tag{3.17}$$

e as condições de continuidade aplicadas na interface sólido-fluido

$$\theta_f(\xi,1) = \theta_s(\xi,1) \qquad 0 < \xi < L \tag{3.18}$$

$$\kappa\frac{\partial\theta_f(\xi,1)}{\partial\eta} = \frac{\partial\theta_s(\xi,1)}{\partial\eta} \qquad 0 < \xi < L \tag{3.19}$$

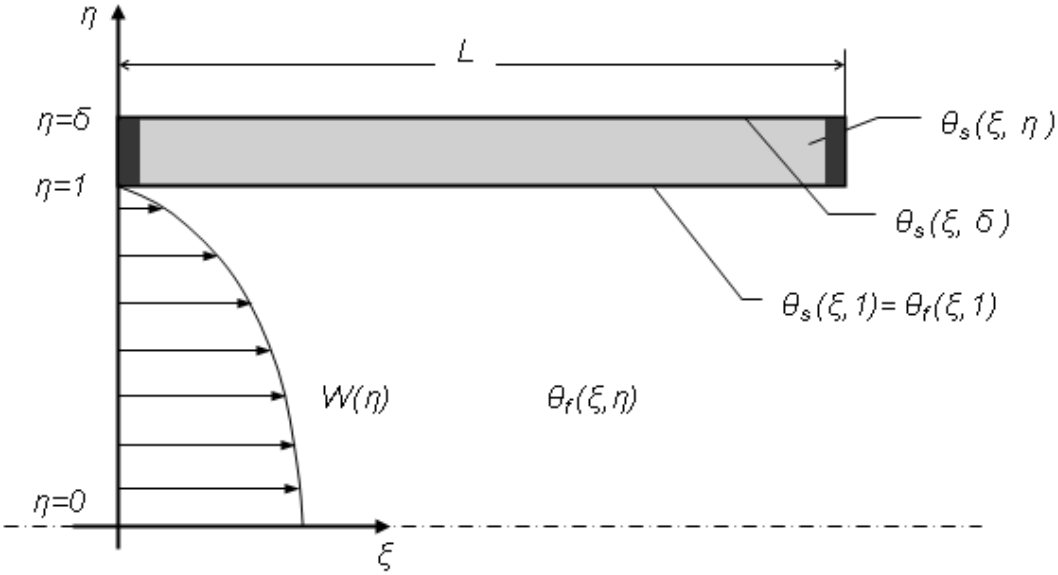

Figura 3.2: Ilustração do sistema de coordenadas adimensionais

3.4 Os Perfis de Escoamentos Laminares

3.4.1 Em tubo circular

O perfil de escoamento laminar plenamente desenvolvido em dutos circulares é dado por

$$u(r) = 2\bar{u}\left[1 - \left(\frac{r}{r_1}\right)^2\right] \tag{3.20}$$

onde r_1 é o raio interno do duto. Na forma adimensional:

$$W(\eta) = \frac{\eta}{2}\left(1 - \eta^2\right) \tag{3.21}$$

3.4.2 Em canal de placas planas

O perfil de escoamento laminar plenamente desenvolvido em canais de placas planas paralelas é dado por

$$u(r) = \frac{3}{2}\bar{u}\left[1 - \left(\frac{r}{r_1}\right)^2\right] \tag{3.22}$$

onde r_1 é a meia-largua do duto de placa plana. Na forma adimensional:

$$W(\eta) = \frac{3}{8}\left(1 - \eta^2\right) \tag{3.23}$$

3.5 Convecção Forçada Turbulenta

3.5.1 Escoamento turbulento em tubo circular

Churchill (2001) apresentou a seguinte expressão para a distribuição da velocidade média turbulenta, baseada nos dados experimentais de Zaragola (1996)

$$u^+ = 6.13 + \frac{1}{0.436}\ln y^+ + 6.824\left(\frac{y^+}{a^+}\right)^2 - 5.314\left(\frac{y^+}{a^+}\right)^3 \tag{3.24}$$

onde $u^+ = u/u_\tau$, $y^+ = yu_\tau/\nu$, $a^+ = r_1 u_\tau/\nu$. A velocidade de atrito é definido por $u_\tau = (\tau_w/\rho)^{1/2}$.

A velocidade de atrito adimensional é relacionada com o fator de atrito de Darcy através da seguinte expressão

$$\frac{u_\tau}{\bar{u}} = \left(\frac{f}{8}\right)^{1/2} \tag{3.25}$$

Para tubo circular, temos para o raio interno em variáveis internas a^+

$$a^+ = \frac{r_1 u_\tau}{\nu} = \frac{1}{2}\frac{2r_1\bar{u}}{\nu}\frac{u_\tau}{\bar{u}} = \frac{Re}{2}\left(\frac{f}{8}\right)^{1/2} \tag{3.26}$$

O fator de atrito de Darcy f é calculado através da seguinte equação, também dada por Churchill (2001)

$$\left(\frac{8}{f}\right)^{1/2} = 3.30 - \frac{227}{a^+} + \left(\frac{50}{a^+}\right)^2 + \frac{1}{0.436}\ln a^+ \tag{3.27}$$

A viscosidade cinemática turbulenta ν_t é dada por (Churchill, 2001)

$$\frac{\nu_t}{\nu} = \frac{\overline{u'v'}^{++}}{1 - \overline{u'v'}^{++}} \tag{3.28}$$

$$\overline{u'v'}^{++} = \left(\left[0.7 \left(\frac{y^+}{10} \right)^4 \right]^{-8/7} + \left| \exp\left\{ \frac{-1}{0.436 y^+} \right\} - \frac{1}{0.436 a^+} \left(1 + \frac{6.95 y^+}{a^+} \right) \right|^{-8/7} \right)^{-7/8} \tag{3.29}$$

3.5.2 Escoamento turbulento em canal de placas planas

O processo de cálculo do perfil de velocidade turbulento em canais de placas planas paralelas é similar ao de dutos circulares, mudando apenas os parâmetros apresentados a seguir.

$$u^+ = 6.13 + \frac{1}{0.436} \ln y^+ + 6.824 \left(\frac{y^+}{b^+} \right)^2 - 5.314 \left(\frac{y^+}{b^+} \right)^3 \tag{3.30}$$

$$b^+ = \frac{r_1 u_\tau}{\nu} = \frac{1}{4} \frac{4 r_1 \bar{u}}{\nu} \frac{u_\tau}{\bar{u}} = \frac{Re}{4} \left(\frac{f}{8} \right)^{1/2} \tag{3.31}$$

O fator de atrito de Darcy f é calculado através da seguinte equação

$$\left(\frac{8}{f} \right)^{1/2} = 4.615 - \frac{155}{b^+} + \frac{1}{0.436} \ln b^+ \tag{3.32}$$

3.5.3 O número de Prandtl turbulento

A difusividade turbulenta é obtida através do número de Prantdl turbulento

$$Pr_t = \frac{\nu_t}{\alpha_t} \tag{3.33}$$

Portanto, temos

$$\frac{\alpha_t}{\alpha} = \frac{\nu_t}{\alpha Pr_t} = \frac{\nu_t}{\nu Pr_t} \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\nu_t}{\nu} \frac{Pr}{Pr_t} \tag{3.34}$$

É utilizado o modelo de número de Prandtl turbulento de Kays e Crowford extendido, proposto por B. Weygand e Crowford (1997)

$$Pr_t = \frac{1}{\frac{1}{2Pr_{t\infty}} + CPe_t (\frac{1}{Pr_{t\infty}})^{1/2} - (CPe_t)^2 \left[1 - \exp\left(-\frac{1}{CPe_t \sqrt{Pr_{t\infty}}} \right) \right]} \tag{3.35}$$

onde $Pe_t = Pr\epsilon/\nu$ e C=0.3

e o $Pr_{t\infty}$ é modelado como:

$$Pr_{t\infty} = 0.85 + \frac{D_1}{PrRe^{0.888}} \tag{3.36}$$

onde $D_1 = 100$.

Capítulo 4

Solução

4.1 O Modelo de Parâmetros Concentrados para a Condução de Calor na Parede do Duto Circular

4.1.1 Formulação íntegro-diferencial para a condução na parede

Neste trabalho, a fim de simplificar o problema proposto, o gradiente de temperatura transversal será levado em consideração de maneira aproximada, utilizando um modelo aperfeiçoado de parâmetros concentrados, tendo como base o trabalho de Guedes et al. (1991), Elmôr-Filho (1996) e Su e Castro (2003). A seguir, será apresentada a metodologia.

A temperatura média da parede é definida como

$$\theta_{s,av}(\xi) = \frac{\int_1^\delta \eta\theta_s(\xi,\eta)d\eta}{\int_1^\delta \eta d\eta} \tag{4.1}$$

logo

$$\theta_{s,av}(\xi) = \frac{2}{\delta^2 - 1}\int_1^\delta \eta\theta_s(\xi,\eta)d\eta \tag{4.2}$$

Multiplicando (3.11) por η, integrando em η de 1 a δ e usando (4.1) e (4.2), obtem-se:

$$\frac{d^2\theta_{s,av}(\xi)}{d\xi^2} + \frac{2Pe^2}{\delta^2 - 1}\left[\delta\frac{\partial\theta_s(\xi,\delta)}{\partial\eta} - \frac{\partial\theta_s(\xi,1)}{\partial\eta}\right] = 0 \tag{4.3}$$

Usando a condição de contorno (3.14) e as condições interfaciais (3.18) e (3.19) em (4.3), obtem-se:

$$\frac{d^2\theta_{s,av}(\xi)}{d\xi^2} + \frac{2Pe^2}{\delta^2 - 1}\left[-\delta\kappa Bi_2\theta_s(\xi,\delta) - \kappa\frac{\partial\theta_f(\xi,1)}{\partial\eta}\right] = 0 \tag{4.4}$$

4.1.2 Aproximação de Hermite para integrais

Na análise clássica de parâmetros concentrados, as temperaturas dos contornos são assumidas como sendo iguais a temperatura média, ou seja $\theta_{s,av}(\xi) \cong \theta_s(\xi,\delta) \cong \theta_s(\xi,1)$. Porém, esta abordagem é limitada a baixos números de Biot. A idéia básica da abordagem de parâmetros concentrados é fornecer relações razoavelmente precisas entre os fluxos nos contornos e as temperaturas médias. Elmôr-Filho (1996) aproximou a integragal da temperatura média pela integração de uma expansão em série de Taylor. Neste trabalho, é aplicada a regra do trapézio na integral da temperatura média e do fluxo de calor.

A equação geral para aproximação de Hermite $H_{\alpha,\beta}$ é dada por

$$\int_a^b y(x)dx = \sum_{\nu=0}^{\alpha} C_\nu \alpha,\beta h^{\alpha+1} y(\nu)(a) + \sum_{\nu=0}^{\alpha} C_\nu \beta,\alpha h^{\alpha+1} y(\nu)(b) + O(h^{\alpha+\beta+3}) \tag{4.5}$$

onde $h = b - a$ e

$$C_\nu(\alpha,\beta) = \frac{(\alpha+1)!(\alpha+\beta+1-\nu)!}{(\nu+1)!(\alpha-\nu)!(\alpha+\beta+2)!} \tag{4.6}$$

Usaremos $H_{0,0}$ que equivale a regra simples do trapézio

$$\int_a^b y(x)dx \cong \frac{h}{2}(y(a) + y(b)) \tag{4.7}$$

onde $h = b - a$.

4.1.3 Formulação aperfeiçoada

Aplicando esta aproximação na definição de $\theta_{s,av}$ e no fluxo de calor $\partial\theta_s/\partial\eta$, respectivamente, vem que

$$\theta_{s,av}(\xi) = \frac{2}{\delta^2 - 1}\int_1^{\delta} \eta\theta_s(\xi,\eta)d\eta \cong \frac{\delta - 1}{\delta^2 - 1}\left(\theta_s(\xi,1) + \delta\theta_s(\xi,\delta)\right) \tag{4.8}$$

$$\int_1^{\delta} \frac{\partial\theta_s}{\partial\eta}d\eta = \theta_s(\xi,\delta) - \theta_s(\xi,1) \cong \frac{(\delta - 1)}{2}\left(\frac{\partial\theta_s(\xi,1)}{\partial\eta} + \frac{\partial\theta_s(\xi,\delta)}{\partial\eta}\right) \tag{4.9}$$

As condições de contorno e interfaciais, Eqs.(3.14, 3.18, 3.19), respectivamente, são substituidas na Eq.(4.8, 4.9), produzindo

$$\theta_{s,av}(\xi) = \frac{1}{\delta + 1}\left(\theta_f(\xi,1) + \delta\theta_s(\xi,\delta)\right) \tag{4.10}$$

$$\theta_s(\xi,\delta) - \theta_f(\xi,1) = \frac{\delta - 1}{2}\left(\kappa\frac{\partial\theta_f(\xi,1)}{\partial\eta} - \kappa Bi_2\theta_s(\xi,\delta)\right) \tag{4.11}$$

A temperatura da parede da superfície externa, $\theta_s(\xi,\delta)$ é obtida da Eq.(4.10)

$$\theta_s(\xi,\delta) = \frac{(\delta + 1)\theta_{s,av}(\xi) - \theta_f(\xi,1)}{\delta} \tag{4.12}$$

que é substituida na Eq.(4.11) para gerar

$$\theta_f(\xi,1) = C_1\theta_{s,av}(\xi) - K_w\frac{\partial\theta_f(\xi,1)}{\partial\eta} \tag{4.13}$$

onde

$$K_w = \frac{\kappa\delta(\delta - 1)}{22 + \delta + (\delta - 1)\kappa Bi_2} \quad C_1 = \frac{(\delta + 1)(2 + (\delta - 1)\kappa Bi_2)}{2 + 2\delta + (\delta - 1)\kappa Bi_2} \tag{4.14}$$

Das Eqs. (4.12 e 4.13), nós temos que

$$\begin{aligned} \delta\theta_s(\xi,\delta) &= (\delta + 1)\theta_{s,av}(\xi) - \theta_f(\xi,1) \\ &= (\delta + 1)\theta_{s,av}(\xi) - C_1\theta_{s,av}(\xi) + K_w\frac{\partial\theta_f(\xi,1)}{\partial\eta} \\ &= (\delta + 1 - C_1)\theta_{s,av}(\xi) + K_w\frac{\partial\theta_f(\xi,1)}{\partial\eta} \end{aligned} \tag{4.15}$$

Eq.(4.15) é substituida na Eq.(4.4), nos levando a

$$\frac{d^2\theta_{s,av}(\xi)}{d\xi^2} - \frac{2Pe^2}{\delta^2-1}\left[\kappa Bi_2(\delta+1-C_1)\theta_{s,av}(\xi) + (\kappa Bi_2 K_w + \kappa)\frac{\partial\theta_f(\xi,1)}{\partial\eta}\right] = 0 \tag{4.16}$$

que é rearranjada na forma

$$\beta\frac{d^2\theta_{s,av}(\xi)}{d\xi^2} - Bi^*\theta_{s,av}(\xi) = \frac{\partial\theta_f(\xi,1)}{\partial\eta} \tag{4.17}$$

onde

$$\beta = \frac{(\delta^2-1)}{2Pe^2}\frac{1}{\kappa(1+Bi_2K_w)} = \frac{(\delta-1)}{2Pe^2}\frac{2+2\delta+\kappa Bi_2(\delta-1)}{2+\kappa Bi_2(\delta-1)} \tag{4.18}$$

$$Bi^* = Bi_2\frac{\delta+1-C_2}{1+Bi_2K_w} = Bi_2\frac{2}{2+\kappa Bi_2(\delta-1)} \tag{4.19}$$

4.1.4 Formulação Aproximada da Transferência de Calor Conjugada

Temos agora uma nova formulação para o problema de calor no fluido com uma condição de contorno geral aplicada na interface sólido-fluido que engloba os efeitos da parede. A nova formulação para dutos circulares fica na seguinte forma:

$$W(\eta)\frac{\partial\theta_f(\xi,\eta)}{\partial\xi} = \frac{\partial}{\partial\eta}\left(\varepsilon(\eta)\frac{\partial\theta_f(\xi,\eta)}{\partial\eta}\right) \quad 0<\xi<L, \quad 0<\eta<1 \tag{4.20}$$

$$\theta_f(0,\eta) = 1, \qquad 0\le\eta\le 1 \tag{4.21}$$

$$\frac{\partial\theta_f(\xi,0)}{\partial\eta} = 0, \qquad \eta=0, \qquad 0<\xi<L \tag{4.22}$$

$$\frac{\partial\theta_s(0,\eta)}{\partial\xi} = 0, \qquad 1\le\eta\le\delta \tag{4.23}$$

$$\frac{\partial\theta_s(L,\eta)}{\partial\xi} = 0, \qquad 1\le\eta\le\delta \tag{4.24}$$

$$\beta \frac{d^2\theta_{s,av}(\xi)}{d\xi^2} - Bi^*\theta_{s,av}(\xi) = \frac{\partial \theta_f(\xi,1)}{\partial \eta} \tag{4.25}$$

onde β é o parâmetro de conjugação, que traz consigo informações sobre a espessura da parede e seu material, e informações sobre o fluido e regime de escoamento através das váriáveis: δ, Pe e κ que são a espessura da parede, o número de Peclet e a razão entre as condutividades térmicas respectivamente.

Deve-se notar que, quando os efeitos da conjugação tornam-se desprezíveis, ou seja, quando $\beta \to 0$, retoma-se o problema clássico de Graetz com a condição de contorno convectiva.

4.2 Modelo De Parâmetros Concentrados para a Condução de Calor na Parede do Canal de Placas-Planas

4.2.1 Formulação integro-diferencial

A mesma simplificação utilizada para o caso de dutos circulares é aplicada para o canal de placas planas paralelas. A temperatura média da parede é definida como

$$\theta_{s,av}(\xi) = \frac{1}{\delta - 1}\int_1^{\delta} \theta_s(\xi,\eta)d\eta \tag{4.26}$$

Multiplicando (3.15) por η, integrando em η de 1 a δ e usando (4.26), obtem-se:

$$\frac{d^2\theta_{s,av}(\xi)}{d\xi^2} + \frac{Pe^2}{\delta - 1}\left[\frac{\partial \theta_s(\xi,\delta)}{\partial \eta} - \frac{\partial \theta_s(\xi,1)}{\partial \eta}\right] = 0 \tag{4.27}$$

As equações de contorno e interface, Eqs.(3.18) e (3.19) respectivamente, são substituidas na Eq.(4.27), nos levando a

$$\frac{d^2\theta_{s,av}(\xi)}{d\xi^2} + \frac{Pe^2}{\delta - 1}\left[-\kappa Bi_2\theta_s(\xi,\delta) - \kappa\frac{\partial \theta_f(\xi,1)}{\partial \eta}\right] = 0 \tag{4.28}$$

4.2.2 Formulação aperfeiçoada

Como na seção anterior para o duto circular, é aplicada a regra do trapézio nas integrais da temperatura média e para o fluxo de calor. Aplicando esta aproximação na definição de $\theta_{s,av}$ e no fluxo de calor $\partial\theta_s/\partial\eta$, respectivamente, vem que

$$\theta_{s,av}(\xi) = \frac{1}{\delta - 1}\int_1^{\delta} \theta_s(\xi,\eta)d\eta \cong \frac{1}{2}\left(\theta_s(\xi,1) + \theta_s(\xi,\delta)\right) \tag{4.29}$$

$$\int_1^{\delta} \frac{\partial\theta_s(\xi,\eta)}{\partial\eta}d\eta = \theta_s(\xi,\delta) - \theta_s(\xi,1) \cong \frac{(\delta-1)}{2}\left(\frac{\partial\theta_s(\xi,1)}{\partial\eta} + \frac{\partial\theta_s(\xi,\delta)}{\partial\eta}\right) \tag{4.30}$$

As condições de contorno e interface, Eqs.(3.14, 3.18, 3.19) respectivamente, são substituidas na Eq.(4.29, 4.30) produzindo

$$\theta_{s,av}(\xi) = \frac{1}{2}\left(\theta_f(\xi,1) + \theta_s(\xi,\delta)\right) \tag{4.31}$$

$$\theta_s(\xi,\delta) - \theta_f(\xi,1) = \frac{\delta-1}{2}\left(\kappa\frac{\partial\theta_f(\xi,1)}{\partial\eta} - \kappa Bi_2\theta_s(\xi,\delta)\right) \tag{4.32}$$

A temperatura da parede na superfície externa, $\theta_s(\xi,\delta)$ é obtida a partir da Eq.(4.31)

$$\theta_s(\xi,\delta) = 2\theta_{s,av}(\xi) - \theta_f(\xi,1) \tag{4.33}$$

que é substituida na Eq.(4.32) e assim obtemos

$$\theta_f(\xi,1) = C_1\theta_{s,av}(\xi) - K_w\frac{\partial\theta_f(\xi,1)}{\partial\eta} \tag{4.34}$$

onde

$$K_w = \frac{\kappa(\delta-1)}{4+(\delta-1)\kappa Bi_2} \quad C_1 = \frac{4+2(\delta-1)\kappa Bi_2}{4+(\delta-1)\kappa Bi_2} \tag{4.35}$$

Das Eqs. (4.33 e 4.34), temos que

$$\theta_s(\xi,\delta) = (2-C_1)\theta_{s,av}(\xi) + K_w\frac{\partial\theta_f(\xi,1)}{\partial\eta} \tag{4.36}$$

A Eq.(4.36) é substituida na Eq.(4.28) fornecendo

$$\frac{d^2\theta_{s,av}(\xi)}{d\xi^2} - \frac{Pe^2}{\delta - 1}\left[Bi_2\kappa\left((2 - C_1)\theta_{s,av}(\xi) + K_w\frac{\partial\theta_f(\xi,1)}{\partial\eta}\right) + \kappa\frac{\partial\theta_f(\xi,1)}{\partial\xi}\right] = 0 \tag{4.37}$$

que é rearranjada na forma

$$\beta\frac{d^2\theta_{s,av}(\xi)}{d\xi^2} - Bi^*\theta_{s,av}(\xi) = \frac{\partial\theta_f(\xi,1)}{\partial\eta} \tag{4.38}$$

onde

$$\beta = \frac{(\delta - 1)}{Pe^2}\frac{1}{\kappa(1 + Bi_2K_w} = \frac{(\delta - 1)}{\kappa Pe^2}\frac{4 + \kappa Bi_2(\delta - 1)}{4 + 2\kappa Bi_2(\delta - 1)} = \frac{(\delta - 1)}{\kappa Pe^2}\frac{1}{C_1} \tag{4.39}$$

$$Bi^* = \frac{Bi_2(2 - C_1)}{1 + Bi_2K_w} = Bi_2\frac{2}{2 + \kappa Bi_2(\delta - 1)} \tag{4.40}$$

Temos agora uma nova formulação para o problema de calor no fluido com uma condição de contorno geral aplicada na interface sólido-fluido que engloba os efeitos da parede. A nova formulação para canais de placas planas paralelas fica idêntica à apresentada para dutos circulares.

4.3 A Solução pela Técnica Da Transformada Integral Generalizada

O problema de transferência de calor no fluido será resolvido utilizando-se a técnica da transformada integral generalizada, uma vez que a técnica da transformada integral clássica não acomoda o problema tratado neste trabalho, no qual a condição de contorno para o problema de temperatura no fluido, Eq. (4.25) ou Eq. (4.38), não está entre os tipos usuais que ocorrem em problemas convectivo-difusivos tratados na literatura.

Um problema de autovalor auxiliar apropriado é escolhido:

$$\frac{d}{d\eta}\left(\varepsilon(\eta)\frac{d\psi_i(\eta)}{d\eta}\right) + \mu_i^2W(\eta)\psi_i(\eta) = 0 \tag{4.41}$$

$$\frac{d\psi_i(\eta)}{d\eta} = 0, \qquad \eta = 0 \tag{4.42}$$

$$\psi_i(\eta) = 0, \qquad \eta = 1 \tag{4.43}$$

que permite a definição do seguinte par transformada-inversa para $\theta_f(\xi, \eta)$:

Transformada

$$\bar{\theta}_{f,i}(\xi) = \int_0^1 W(\eta) \frac{\psi_i(\eta)}{N_i^{1/2}} \theta_f(\xi, \eta) d\eta \tag{4.44}$$

Inversa

$$\theta_f(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\psi_i(\eta)}{N_i^{1/2}} \bar{\theta}_{f,i}(\xi) \tag{4.45}$$

onde a norma N_i é definida por

$$N_i = \int_0^1 W(\eta) \psi_i^2(\eta) d\eta \tag{4.46}$$

A solução do problema acima definido pelas equações (4.41–4.43), conhecido como problema de Sturm-Liouville para os autovalores λ_i, autofunções $\psi_i(R)$ e normas N_i, é obtida com precisão através do método de contagem de sinal.

A Eq.(4.20) é operada com $\int_0^1 \psi_i(\eta)/N_i^{1/2} d\eta$ para fornecer a transformação integral do problema. Após utilizar a definição da Eq.(4.44) e integrar por partes, obtemos

$$\frac{d\bar{\theta}_{f,i}(\xi)}{d\xi} + \mu_i^2 \bar{\theta}_{f,i}(\xi) = -\frac{1}{N_i^{1/2}} \frac{d\psi_i(1)}{d\eta} \left[C_1 \theta_{s,av}(\xi) - K_W \frac{\partial \theta_f(\xi, 1)}{\partial \xi} \right] \tag{4.47}$$

Integra-se então a Eq.(4.20) na seção transversal do duto e a inversão (4.45) é chamada novamente, para fornecer

$$\frac{\partial \theta_f(\xi, 1)}{\partial \eta} = \sum_{j=1}^{\infty} \bar{f}_j \frac{d\bar{\theta}_{f,j}(\xi)}{d\xi}, \tag{4.48}$$

onde

$$f_i = \frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 W(\eta) \psi_i(\eta) d\eta \tag{4.49}$$

Usando Eq.(4.48) na Eq.(4.47) e na (4.25), obtemos

$$\frac{d\bar{\theta}_{f,i}(\xi)}{d\xi} + \mu_i^2\bar{\theta}_{f,i}(\xi) = -\frac{1}{N_i^{1/2}}\frac{d\psi_i(1)}{d\eta}(C_1\theta_{s,av}(\xi) - K_w\sum_{j=1}^{\infty}\bar{f}_j\frac{d\bar{\theta}_{f,j}(\xi)}{d\xi}), \tag{4.50}$$

e

$$\beta\frac{d^2\theta_{s,av}(\xi)}{d\xi^2} = Bi\theta_{s,av}(\xi) + \sum_{j=1}^{\infty}\bar{f}_j\frac{d\bar{\theta}_{f,j}(\xi)}{d\xi} \tag{4.51}$$

As Eqs.(4.50) e (4.51) devem ser resolvidas simultaneamente, com as condições de entrada transformadas para a temperatura do fluido e as condições de contorno para a temperatura média do sólido

$$\bar{\theta}_{f,i}(0) = \bar{f}_i, \quad i = 1, 2, ... \tag{4.52}$$

$$\frac{d\theta_{s,av}(0)}{d\xi} = 0, \tag{4.53}$$

$$\frac{d\theta_{s,av}(L)}{d\xi} = 0. \tag{4.54}$$

O sistema infinito de equações de primeira ordem, Eq.(4.50), é agora truncado em uma ordem suficientemente grande, N, como

$$\sum_{j=1}^{N}(\delta_{ij} - K_w\bar{f}_j\frac{d\psi_i(1)}{d\eta})\frac{d\bar{\theta}_{f,j}(\xi)}{d\xi} + \mu_i^2\bar{\theta}_{f,i}(\xi) = -\frac{C_1}{N_i^{1/2}}\frac{d\psi_i(1)}{d\eta}\theta_{s,av}(\xi), \tag{4.55}$$

ou

$$\sum_{j=1}^{N}a_{ij}\frac{d\bar{\theta}_{fj}(\xi)}{d\xi} + \mu_i^2\bar{\theta}_{f,i}(\xi) = -\frac{C_1}{N_i^{1/2}}\frac{d\psi_i(1)}{d\eta}\theta_{s,av}(\xi). \tag{4.56}$$

Na forma matricial, temos

$$\mathbf{A}\mathbf{y}' + \mathbf{D}\mathbf{y} = \mathbf{g}\theta_{s,av}(\xi), \tag{4.57}$$

onde

$$a_{ij} = \delta_{ij} - K_w\frac{d\psi_i(1)}{d\eta}\bar{f}_j, \tag{4.58}$$

$$d_{ij} = \delta_{ij}\mu_i^2, \tag{4.59}$$

$$g_i = -\frac{C_1}{N_i^{1/2}}\frac{d\psi_i(1)}{d\eta}, \tag{4.60}$$

$$\mathbf{y} = \{\bar{\theta}_{f,1}, \bar{\theta}_{f,2}, ..., \bar{\theta}_{f,N}\}. \tag{4.61}$$

O sistema (4.57) é então operado com a inversa da matriz $\mathbf{A}$, gerando

$$\mathbf{y}' + \mathbf{E}\mathbf{y} = \mathbf{h}\theta_{s,av}(\xi), \tag{4.62}$$

ou

$$\frac{d\bar{\theta}_{f,j}(\xi)}{d\xi} + \sum_{j=1}^{N} e_{ij}\bar{\theta}_{f,j}(\xi) = h_i\theta_{s,av}(\xi), \tag{4.63}$$

onde

$$\mathbf{E} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{D} \quad \text{e} \quad \mathbf{h} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{g}.$$

A Eq.(4.63) é diretamente substituida na Eq.(4.51), resultando-se em

$$\beta\frac{d^2\theta_{s,av}(\xi)}{d\xi^2} = \big(Bi + \sum_{j=1}^{N} \bar{f}_j h_j\big)\theta_{s,av}(\xi) - \sum_{j=1}^{N}\big(\sum_{k=1}^{N} \bar{f}_k e_{kj}\big)\bar{\theta}_{f,j}(\xi). \tag{4.64}$$

Reescreve-se agora a Eq.(4.64) em duas equações de primeira ordem, que são então unidas com a Eq.(4.63) para formar um sistema de $N+2$ equações. Apresentando na forma matricial, temos

$$\mathbf{Y}'(\xi) = \mathbf{B}\mathbf{Y}(\xi), \tag{4.65}$$

onde

$$\mathbf{Y} = \{\bar{\theta}_{f,1}, \bar{\theta}_{f,2}, ..., \bar{\theta}_{f,N}, \theta_{s,av}, \theta'_{s,av}\}^T. \tag{4.66}$$

reescrevendo

$$\begin{bmatrix} \bar{\theta}_1{}' \\ \bar{\theta}_2{}' \\ . \\ . \\ . \\ . \\ . \\ \bar{\theta}_N{}' \\ \theta'_{sav} \\ \theta''_{sav} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -E_{11} & . & . & . & h_1 & 0 \\ . & . & . & . & h_2 & 0 \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & -E_{NN} & h_N & 0 \\ 0 & . & . & 0 & 0 & 1 \\ \alpha_1 & . & . & \alpha_N & \gamma & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\theta}_1 \\ \bar{\theta}_2 \\ . \\ . \\ . \\ . \\ . \\ \bar{\bar{\theta}}_N \\ \theta_{sav} \\ \theta'_{sav} \end{bmatrix}$$

onde

$$\alpha_j = -\frac{1}{\beta}\sum_{k=1}^{N} f_j E_{jk}$$

$$\gamma = \frac{1}{\beta}\sum_{j=1}^{N} f_j h_j$$

A Eq.(4.65) é prontamente resolvida, uma vez que a matriz de autovalores e autovetores $\mathbf{B}$ tenha sido obtuda, de acorto com a solução do problema algébrico

$$(\mathbf{B} - \lambda\mathbf{I})\xi = 0, \tag{4.67}$$

onde λ_i's são os autovalores e $\mathbf{v}_i$s são os autovetores da matriz $\mathbf{B}$. A solução vetorial da Eq.(4.65) é contruida através da expressão:

$$\mathbf{Y}(\xi) = \sum_{i=1}^{N+2} c_i \mathbf{v}_i e^{\lambda_i \xi}, \tag{4.68}$$

onde as constantes c_i são computadas restringindo-se a solução (4.68) para satisfazer as condições de entrada e de contorno:

$$\sum_{j=1}^{N+2} C_j \xi_i^{(j)} = \bar{f}_i \qquad\qquad i = 1, 2, ..., N \tag{4.69}$$

$$\sum_{j=1}^{N+2} C_j \lambda_j \xi_{N+1}^{(j)} = 0 \tag{4.70}$$

$$\sum_{j=1}^{N+2} C_j \lambda_j \xi_{N+1}^{(j)} e^{\lambda_i L} = 0 \tag{4.71}$$

Os problemas (4.67, 4.69–4.71) são manipuados automaticamente e com precisão por subrotinas bem estabelecidas para problemas matriciais de autovalor e sistemas algébricos lineares. Estas subrotinas estão disponíveis em pacotes científicos tais como a biblioteca IMSL. A formula para inversão (4.45) é então evocada para fornecer o campo de temperatura original no fluido.

4.4 Quantidades de Interesse

Obtido o vetor de solução $\mathbf{Y}(\xi)$, as quantidades de interesse podem ser calculadas.

A temperatura méda na parede, $\theta_{s,av}$ pode ser obtida diretamente,

$$\theta_{s,av}(\xi) = Y_{N+1}(\xi) \tag{4.72}$$

A temperatura média do fluido é obtida através da seguinte definição

$$\theta_{f,av}(\xi) = \frac{\int_0^1 W(\eta)\theta_f(\xi,\eta)d\eta}{\int_0^1 W(\eta)d\eta} = C_a \int_0^1 W(\eta)\theta_f(\xi,\eta)d\eta \tag{4.73}$$

onde

$$C_a = \frac{1}{\int_0^1 W(\eta)d\eta} \tag{4.74}$$

Usando a fórmula da inversa, Eq.(4.45), na Eq.(4.73), temos

$$\theta_{f,av}(\xi) = C_a \int_0^1 W(\eta) \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\psi_i(\eta)}{N_i^{1/2}} \bar{\theta}_{f,i}(\xi)d\eta \tag{4.75}$$

que pode ser reescrita como

$$\theta_{f,av}(\xi) = C_a \sum_{i=1}^{\infty} f_i \bar{\theta}_{f,i}(\xi) \tag{4.76}$$

$$f_i = \int_0^1 W(\eta) \frac{\psi_i(\eta)}{N_i^{1/2}} d\eta \tag{4.77}$$

O fluxo térmico adimensional na interface fluido-sólido é calculado usando a Eq. (4.48)

$$\frac{\partial \theta_f(\xi,1)}{\partial \eta} = \sum_{j=1}^{\infty} \bar{f}_j \frac{d\bar{\theta}_{f,j}(\xi)}{d\xi} \tag{4.78}$$

A temperatura do fluido e do sólido na interface é calculado usando-se a Eq. (4.13) ou Eq. (4.34)

$$\theta_f(\xi,1) = \theta_s(\xi,1) = C_1\theta_{s,av}(\xi) - K_w \frac{\partial \theta_f(\xi,1)}{\partial \eta} \tag{4.79}$$

com os coeficientes C_1 e K_w para as geometrias do tubo circular e do canal de placas paralelas respectivamente.

A temperatura do sólido na superfície externa do duto é calculado usando se a Eq. (4.12)

$$\theta_s(\xi,\delta) = \frac{(\delta+1)\theta_{s,av}(\xi) - \theta_f(\xi,1)}{\delta} \tag{4.80}$$

para o duto circular e a Eq. (4.33)

$$\theta_s(\xi,\delta) = 2\theta_{s,av}(\xi) - \theta_f(\xi,1) \tag{4.81}$$

para o canal de placas paralelas.

Finalmente, o número de Nússelt é calculado como

$$Nu(\xi) = \frac{2\frac{\partial\theta_f(\xi,1)}{\partial\eta}}{\theta_s(\xi,1) - \theta_{f,av}(\xi)} \tag{4.82}$$

para o duto circular e a Eq. (4.33)

$$Nu(\xi) = \frac{4\frac{\partial\theta_f(\xi,1)}{\partial\eta}}{\theta_s(\xi,1) - \theta_{f,av}(\xi)} \tag{4.83}$$

para o canal de placas paralelas.

Capítulo 5

Resultados

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos a partir da formulação apresentada a fim de se investigar os efeitos da espessura da parede e do número de Biot sólido-fluido na transferência de calor.

A solução analítica, Eq.(4.68) é prontamente construida após ser obtida a solução do probrelam de autovalor de Sturm-Liouville Eqs.(4.41–4.43) através do método de contagem de sinal. Os autovalores e autovetores da matriz $\mathbf{B}$ foram obtidos usando subrotinas do IMSL. A ordem de truncamento foi fixada em $N = 80$ para garantir a convergência na região de entrada térmica.

Foram obtidos resultados para a temperatura média do fluido (θ_{av}), a temperatura da parede na interface interna do canal (θ_{s1}), a temperatura da parede na interface externa do canal (θ_{s2}), a temperatura média na parede (θ_s)e o número de Nusselt local (Nu) para canais de cobre e alumínio

5.1 Placas Planas

5.1.1 Escoamento Laminar

Influência da Espessura da Parede

As figuras (5.1 - 5.14) mostram a distribuição das temperaturas calculadas (θ_{s1}), (θ_{s2}), (θ_{av}) e (θ_s) ao longo do comprimento do canal, para as combinações: Tubulação de cobre com escoamento de ar(Cu/Ar) e duto de alumínio com escoa-

mento de ar (Al/Ar), para uma dada espessura da parede. O número de Peclet foi fixado em 1000.

Intuitivamente, esperava-se que a diferença entre as temperaturas da interface interna e externa do duto aumentesse com o aumento da espessura (delta), ou seja, as curvas para θ_{s1} e θ_{s2} devem se distanciar com o aumento da espessura. Podemos observar nas figuras 5.1, 5.2 que este comportamento foi representado com eficiência pelo modelo para a combinação (Cu/Ar) assim como nas figuras 5.8 e 5.9 para o par (Al/Ar). Nítidamente, as curvas de (θ_{s1}) e (θ_{s2}) se afastam com o aumento da espessura δ, mostrando o aumento da diferença entre as temperaturas.

Os gráficos para a distribuição do número de Nusselt (5.3 e 5.10) lucal ao longo do canal mostra que um aumento na espessura da parede implica na diminuição do número de Nusselt para uma mesma abscissa considerada

As figuras (5.3 a 5.7 e 5.11 a 5.14) mostram o comportamento das temperaturas de interesse separadamente ao longo do comprimento do canal. Pode-se observar que, com o aumento da espessura, há um achatamento na distribuição de todas as temperaturac calculadas na região de entrada térmica do canal.

Podemos observar nas figuras (5.7) e (5.14) que para uma dada abscissa, o aumento da espessura provoca uma diminuição da temperatura média do fluido.

Influência do Número de Peclet

As figuras (5.15) a (5.19) mostram a influência do número de Peclet nas temperaturas de interesse e no número de Nusselt local ao longo do comprimento do canal. Podemos observar nas figuras (5.15 - 5.18) que a temperatura média do fluido não sofreu grande influência do número de Peclet, tendo se alterado pouco com a variação do mesmo. No gráfico (5.19) que mostra a distribuição do número de Nusselt local, nota-se que o que a diminuição do número de Peclet provoca uma diminuição discreta do número do Nusselt, em uma faixa da região de entrada térmica do canal.

Com relação às temperaturas de interesse ($\Theta_{s1}, \Theta_{s2} e \Theta_s$), podemos observar que a diminuição do número de Peclet provoca o achatamento dos perfis de temperatura na região de entrada térmica do canal.

Influência da Condutividade Térmica

Para analisar a influência da condutividade térmica sólido-fluido na distribuição das temperaturas em questão e no número de Nusselt, foram testados os pares:

(Cu/Ar) Escoamento de ar em um duto de cobre ($K_{fs} = 6.8X10^{-5}$)

(Al/Ar) Escoamento de ar em um duto de alumínio ($K_{fs} = 2.0X10^{-4}$)

(Cu/Água) Escoamento de água em um duto de cobre ($K_{fs} = 1.5X10^{-3}$)

(Al/Água) Escoamento de água em um duto de cobre ($K_{fs} = 2.9X10^{-3}$)

Nas figuras 5.20 a 5.24 vê-se o comportamento das temperaturas de interesse e do número de nusselt para vários K_fs. Observa-se que a variação da condutividade quase não provoca alteração na temperatura média do fluido (θ_{av}). Nas demais temperaturas ($\theta_{s1}, \theta_{s2} e \theta_s$) o resultado é um achatamento no perfil com a diminuição da condutividade.

Nota-se no gráfico (5.22) para a distrivuição de Θ_s ao longo do canal que o par (Al/Água) tem um comportamento discretamente diferente dos outros pares logo na entrada do canal. A temperatura primeiro sore um pequeno aumento para depois voltar ao comportamento normal, similar às outras distribuições. Este fato ocorre, provavelmente, devido à alguma instabilidade do modelo.

A distribuição do número de Nusselt apresenta um comportamento no qual um aumento da condutividade (K_{fs}) representa um aumento do número de Nusselt.

Influência do Número de Biot

As figuras 5.25 a 5.29 mostram o comportamento das temperaturas de interesse e no número de Nusselt com a variação do número de Biot. À medida em que se diminui-se a resistência térmica do meio exterior através do aumento do número de Biot, observamos que as temperaturas do sólido ($\theta_s, \theta_{s1} e \theta_{s2}$) diminuem acentuadamente. Este resultado é o esperado pois, diminuindo-se a resistência térmica do meio exterior ocorre um aumento do fluxo de convecção para o mesmo e mais calor é perdido para o ambiente.

Na figura (5.28) pode-se ver o efeito da variação do número de Biot na temperatura média do fluido. Para valores mais elevados do número de Biot, observa-se

uma perda maior de calor do fluido para o ambiente representada pela variação mais acentuada da temperatura média do fluido.

Pode-se observar ainda na figura (5.28) que o aumento do número de Biot provoca um deslocamento da curva do número de Nusselt para baixo.

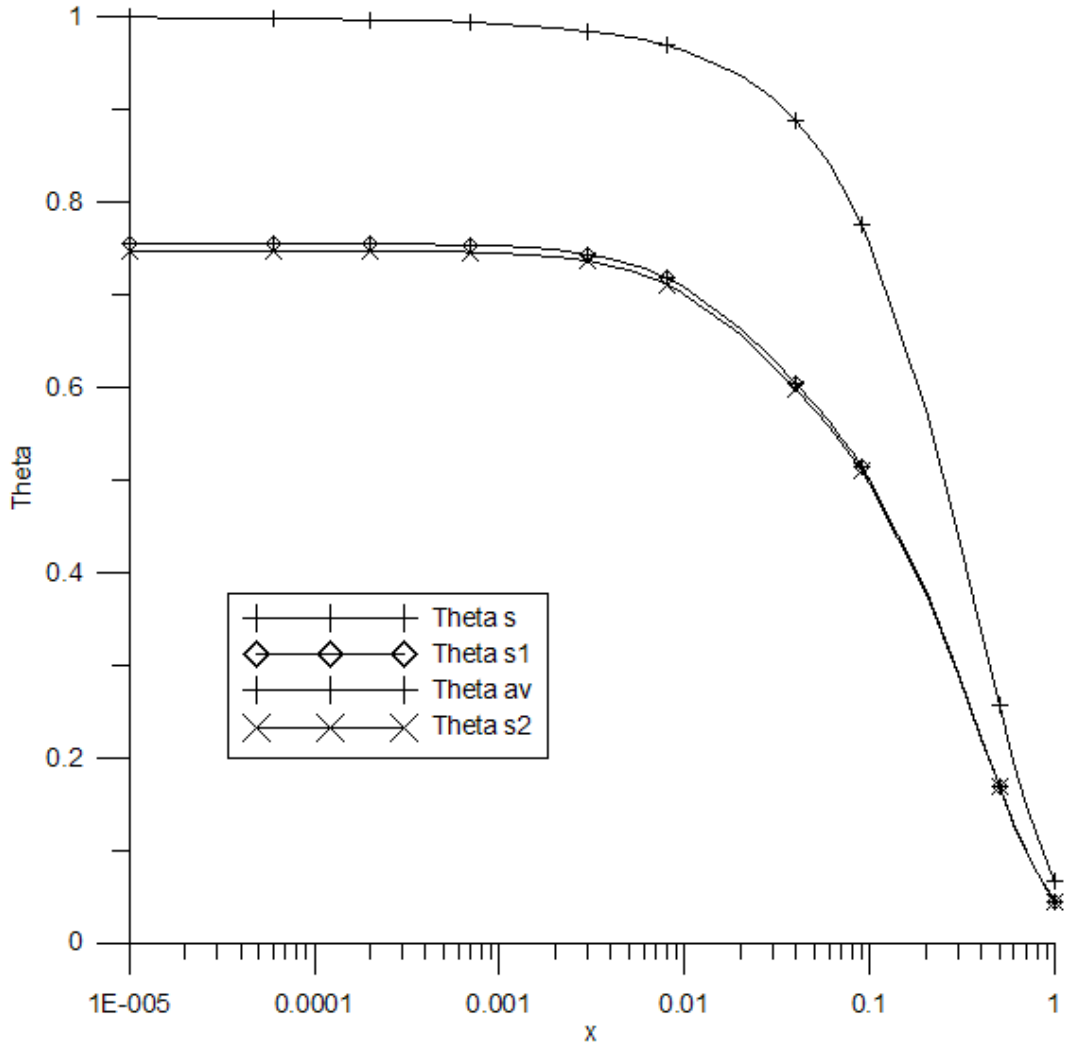

Figura 5.1: Cu-Ar - Distribuição das temperaturas de interesse ao longo do comprimento do canal (Bi=1;e=0.02)

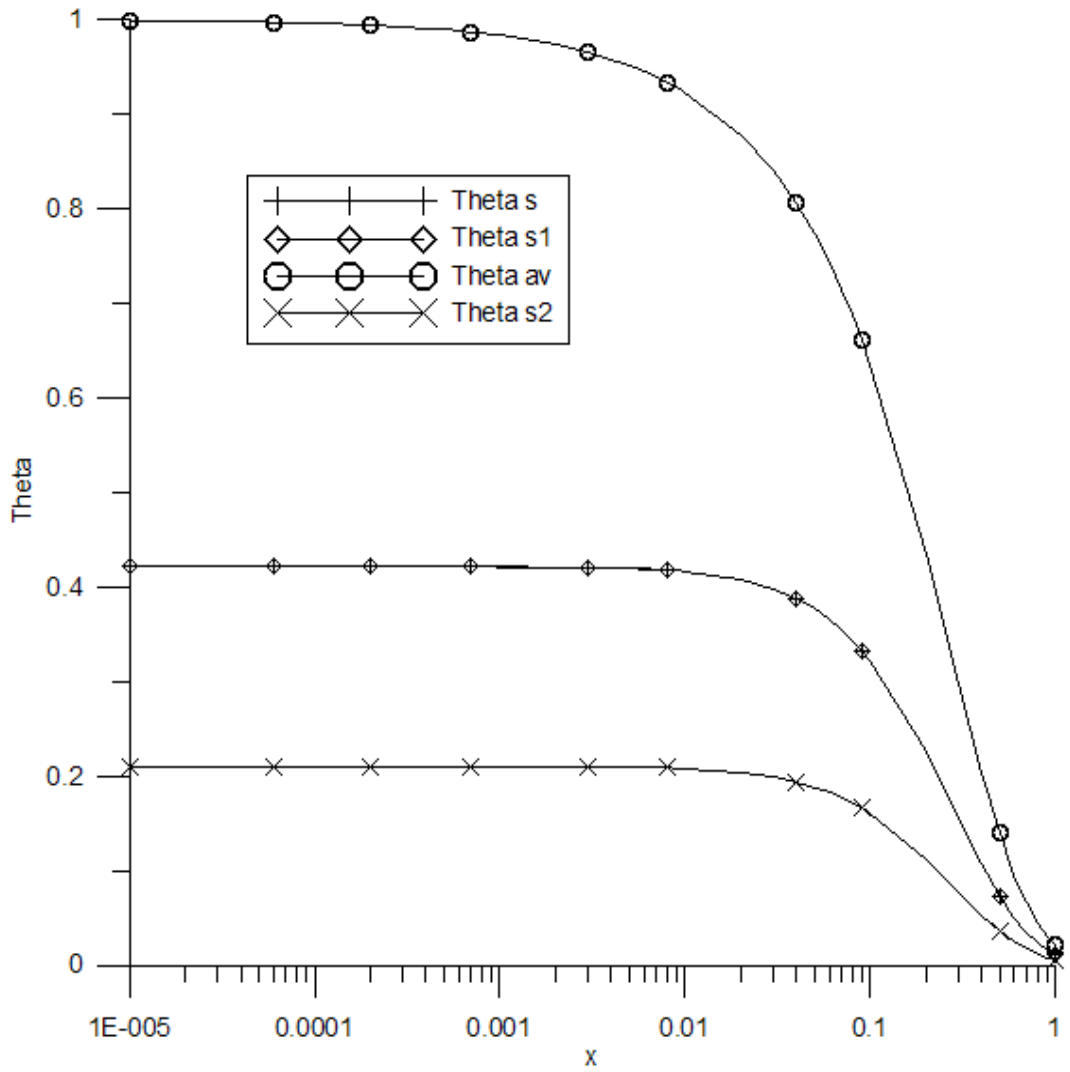

Figura 5.2: Cu-Ar - Distribuição das temperaturas de interesse ao longo do comprimento do canal (Bi=1;e=1.00)

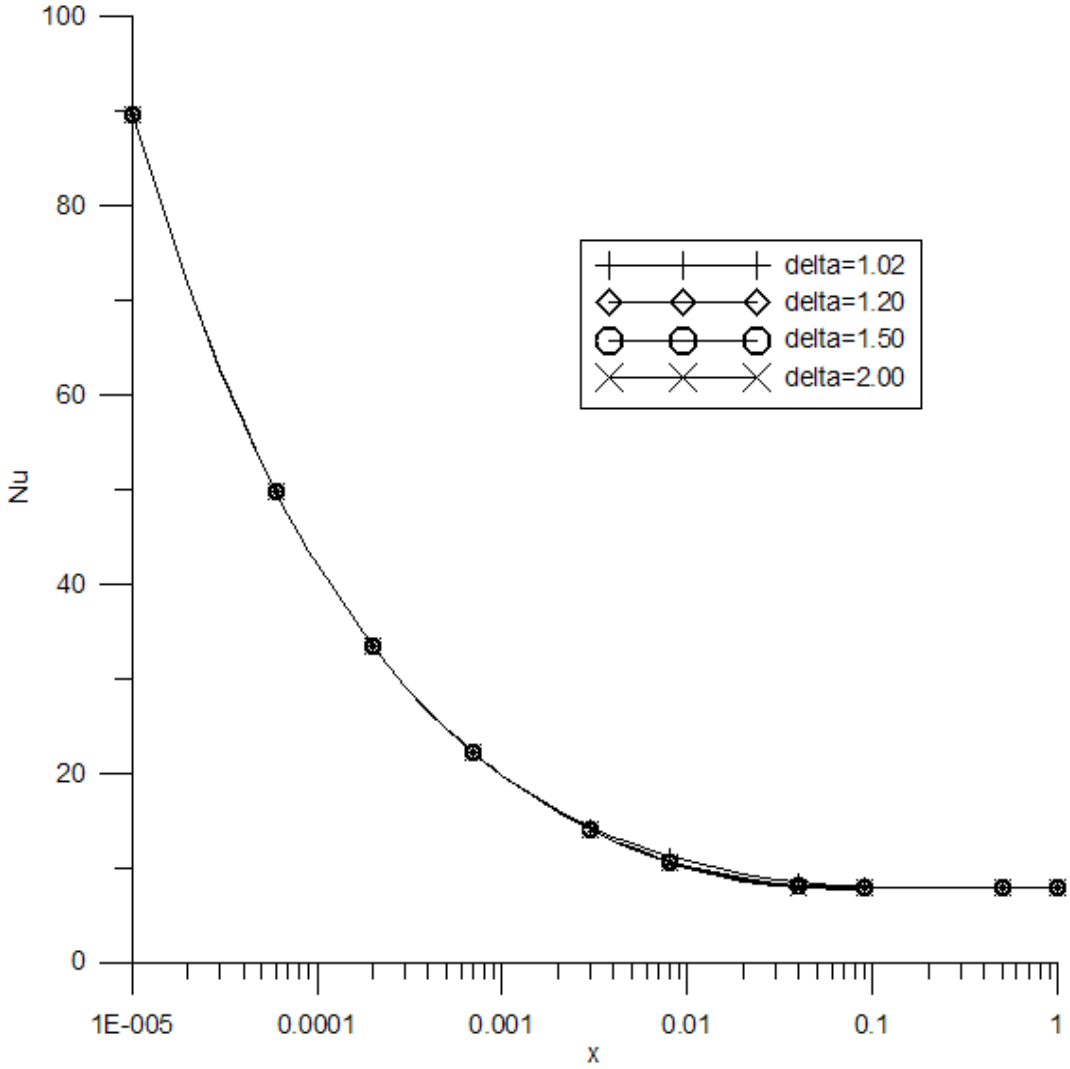

Figura 5.3: Cu-Ar - Distribuição do número de Nusselt ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de espessura da parede(Bi=1)

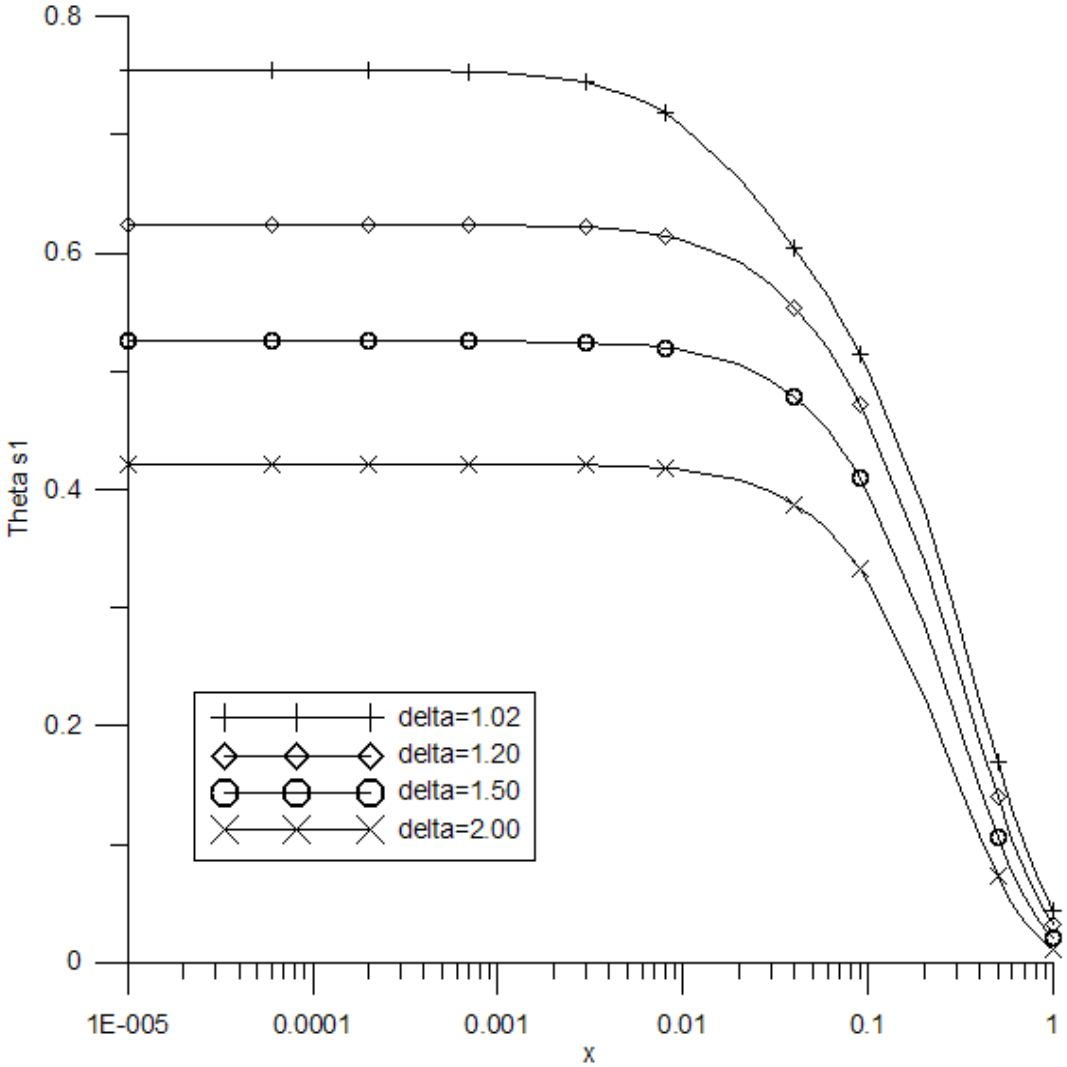

Figura 5.4: Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1)

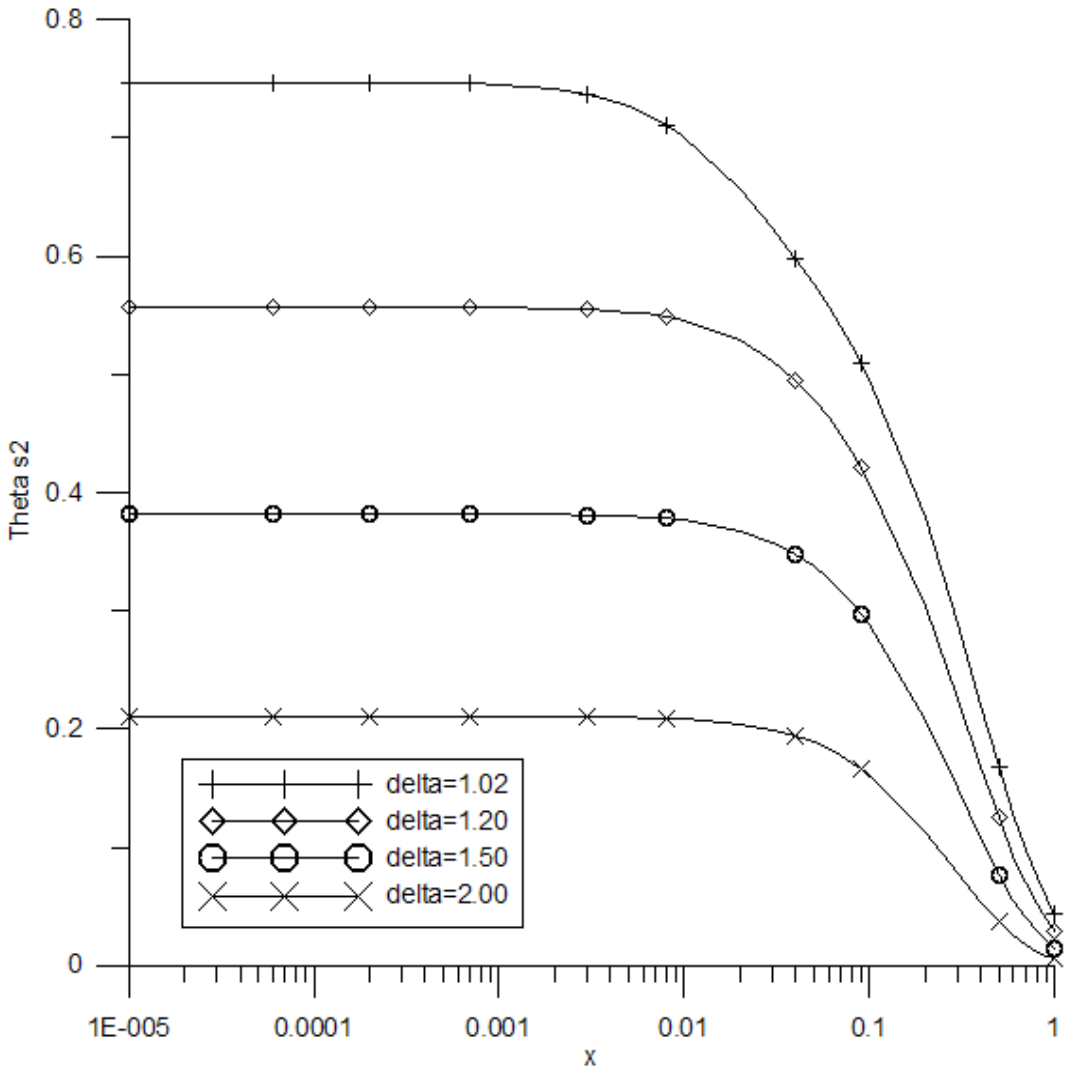

Figura 5.5: Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1)

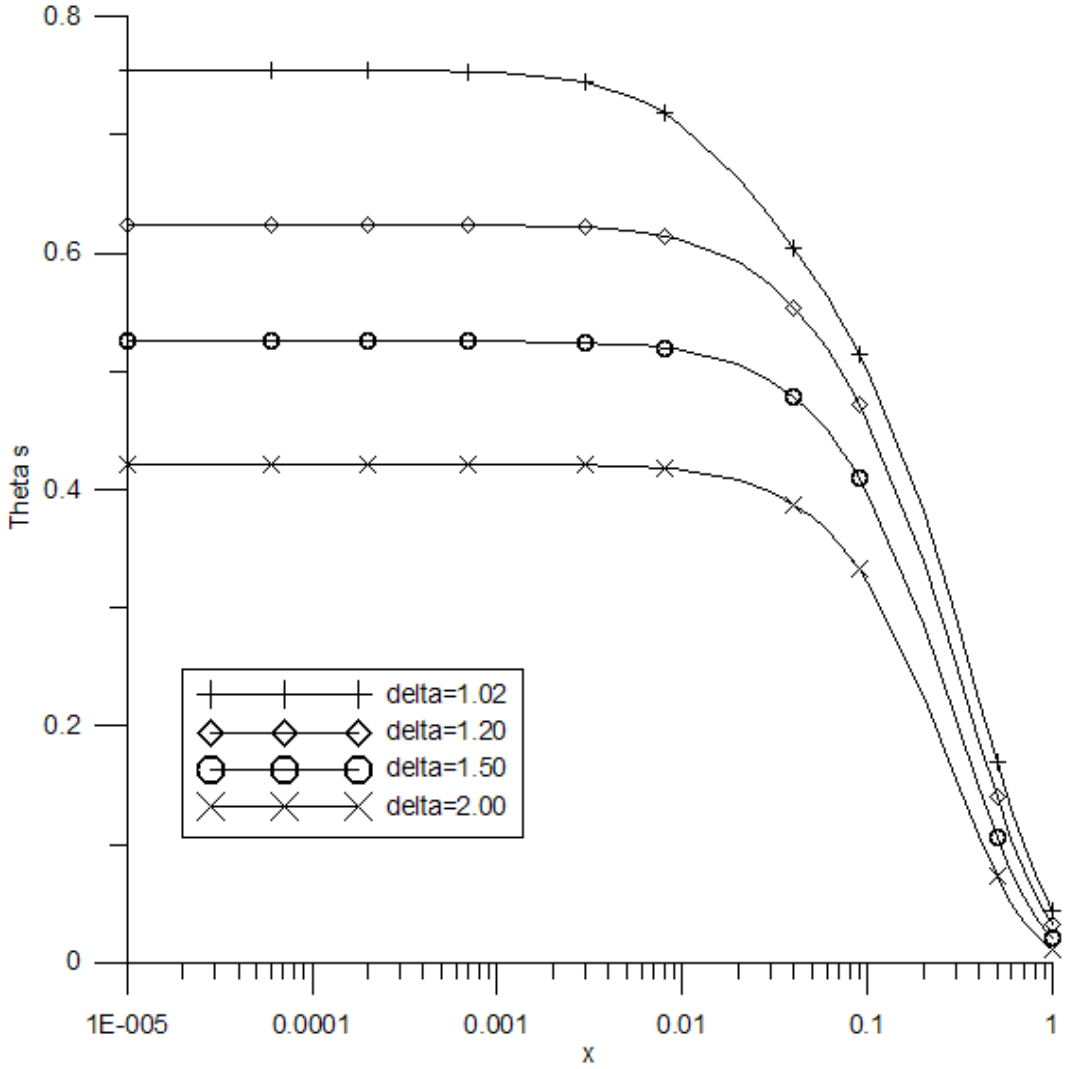

Figura 5.6: Cu-Ar - Distribuição da temperatura média da parede do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1)

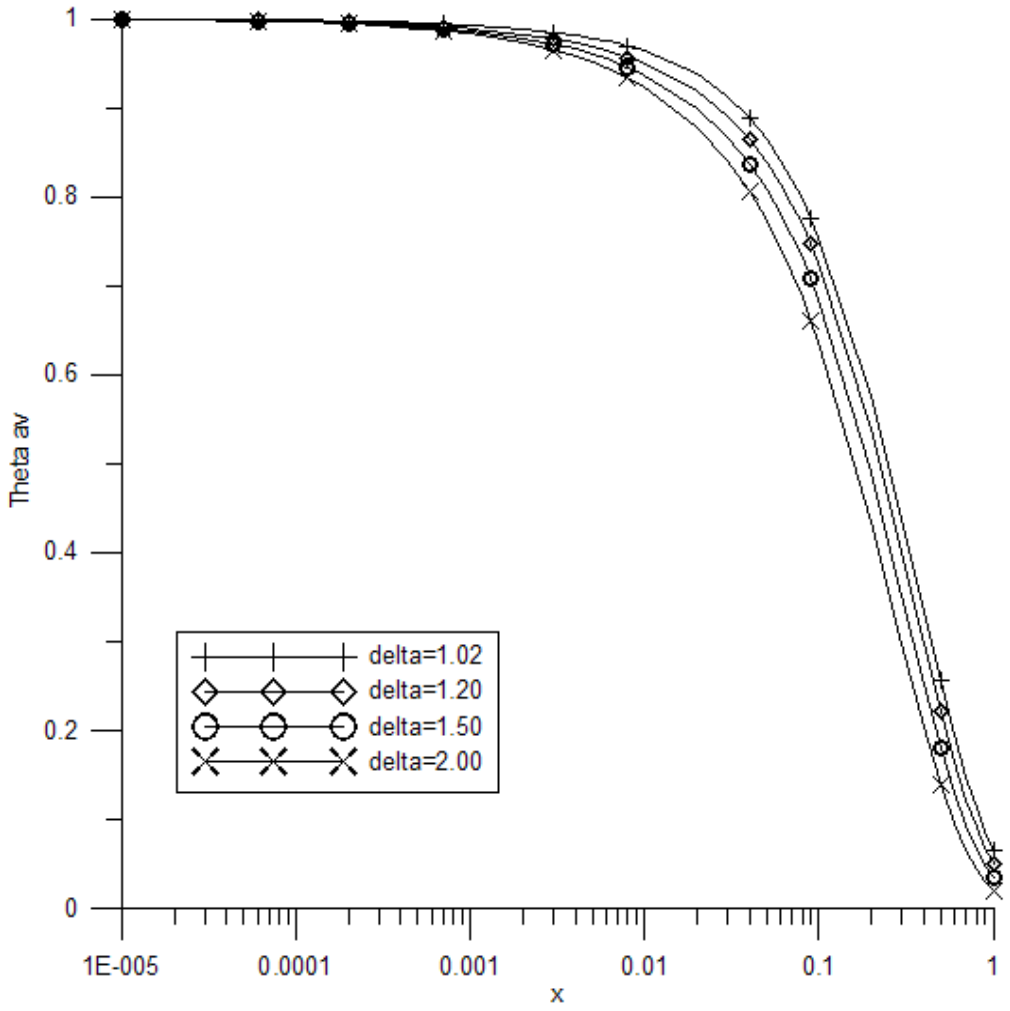

Figura 5.7: Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1)

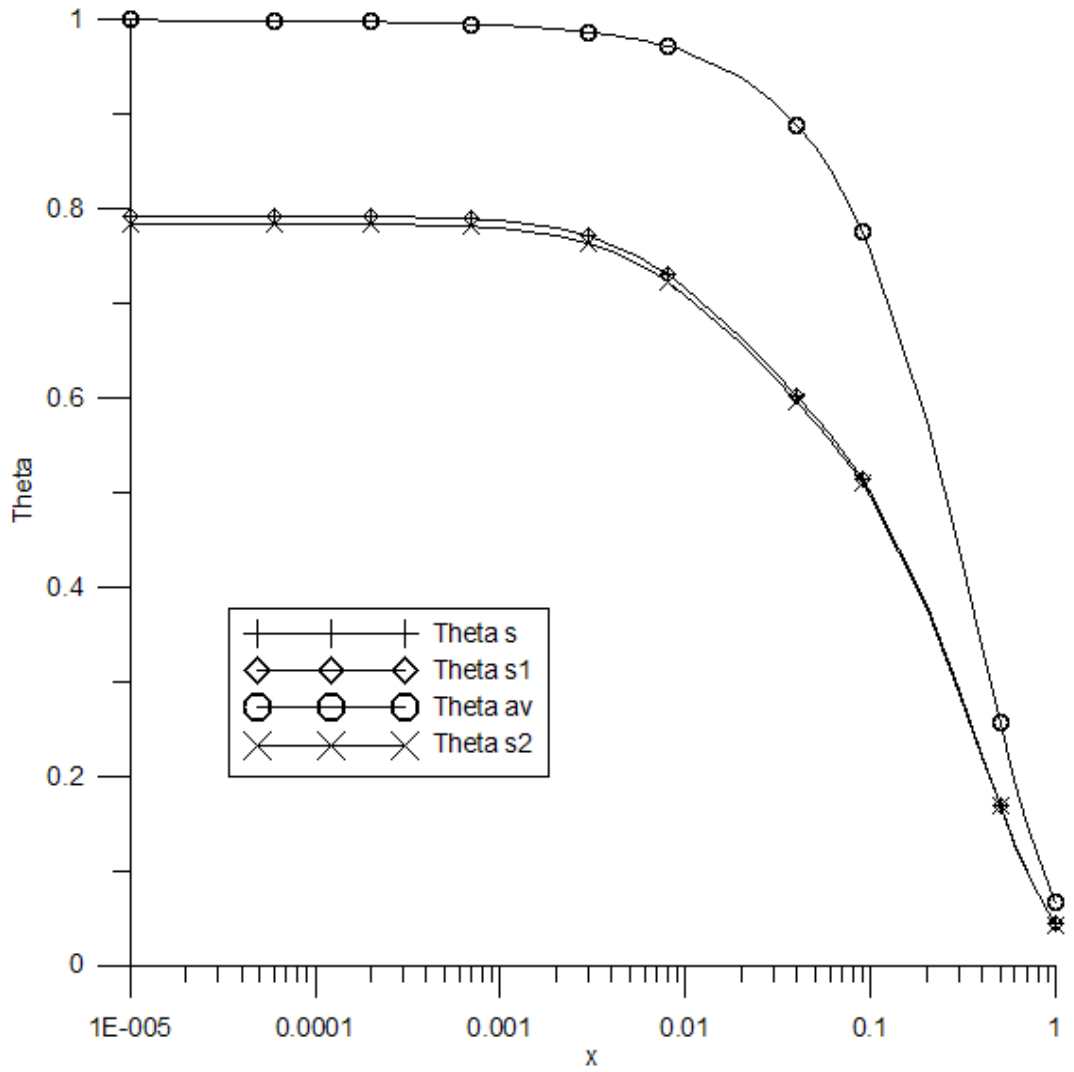

Figura 5.8: Al-Ar - Distribuição das temperaturas de interesse ao longo do comprimento do canal (Bi=1; e=0.02)

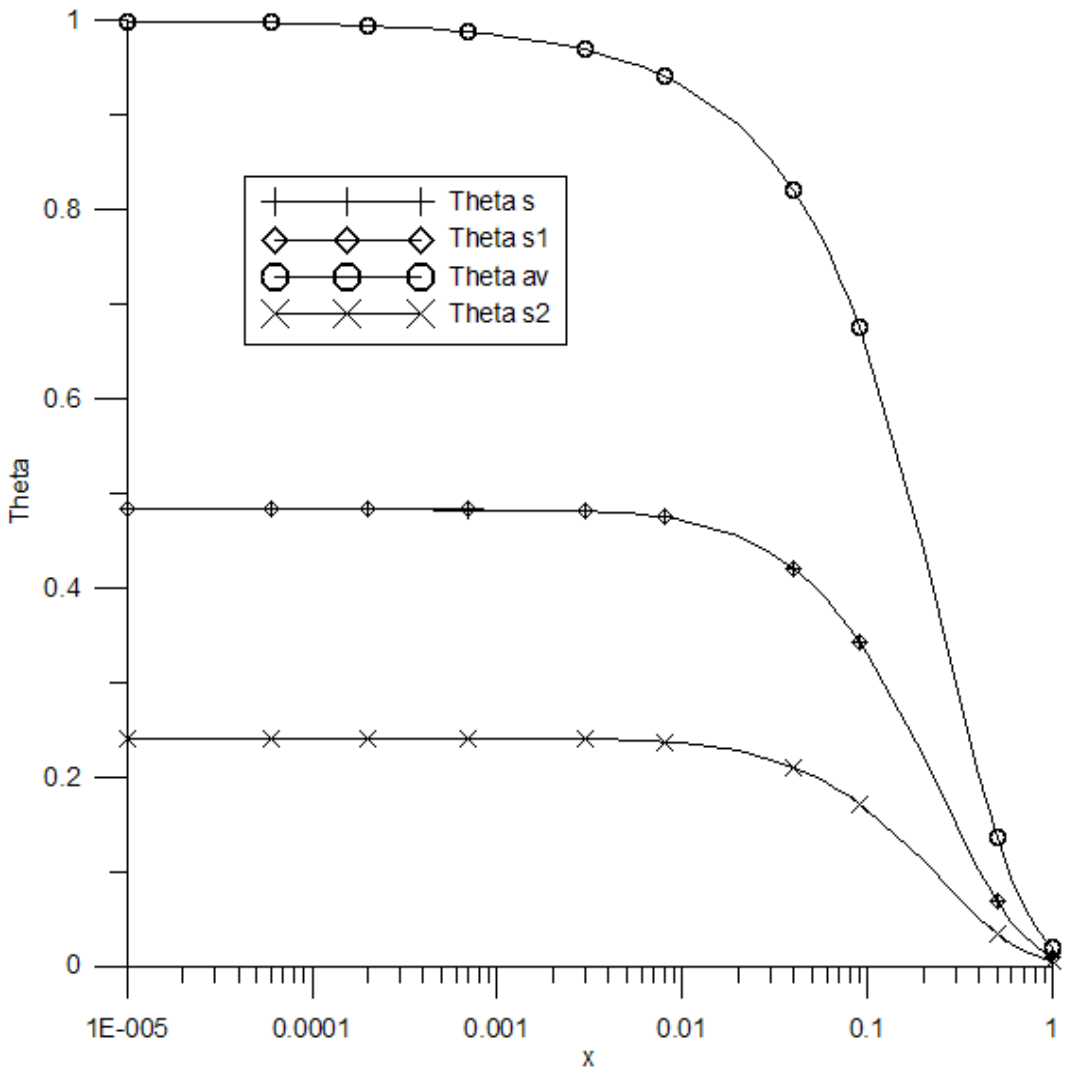

Figura 5.9: Al-Ar - Distribuição das temperaturas de interesse ao longo do comprimento do canal (Bi=1; e=1.00)

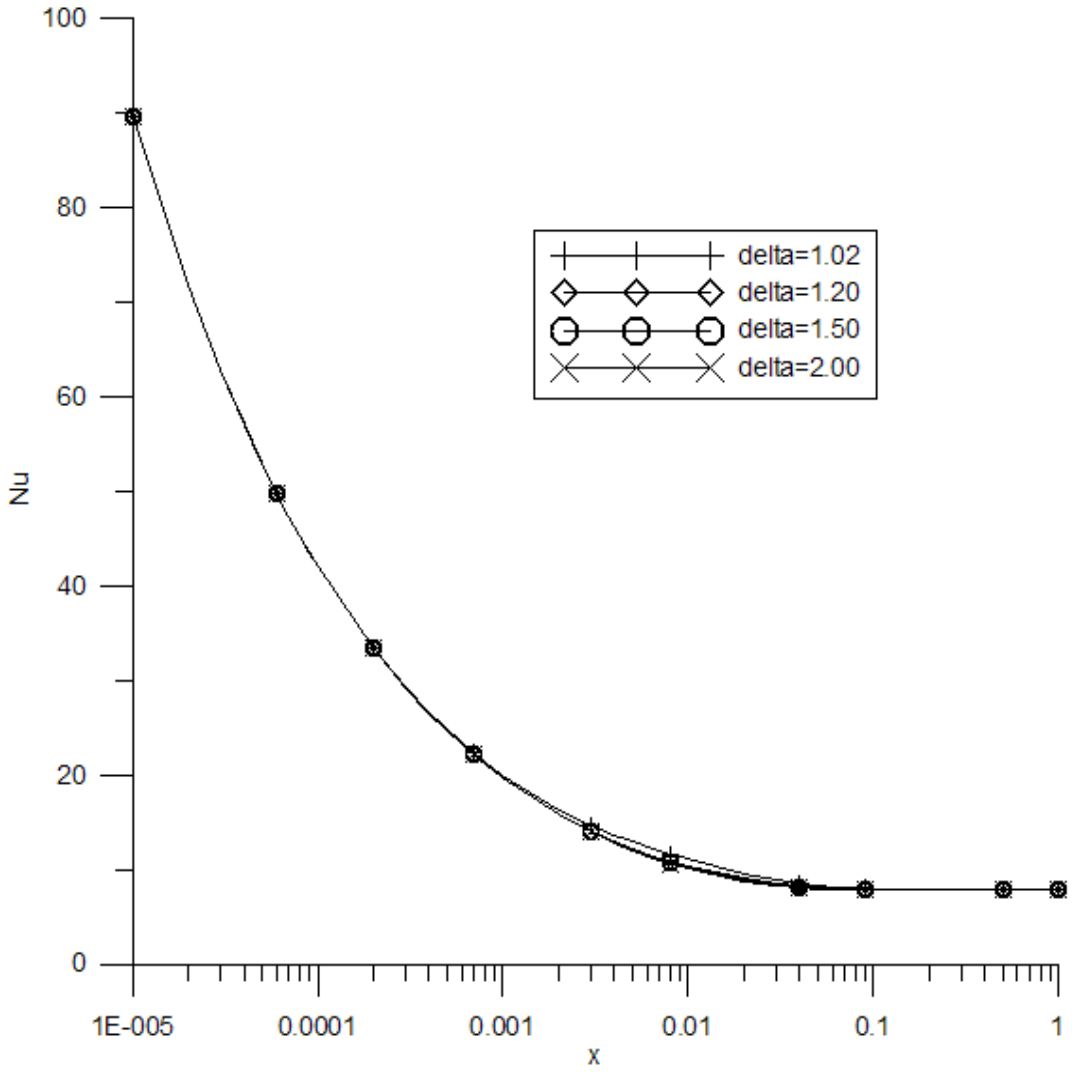

Figura 5.10: Al-Ar - Distribuição do número de Nusselt ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de espessura da parede(Bi=1)

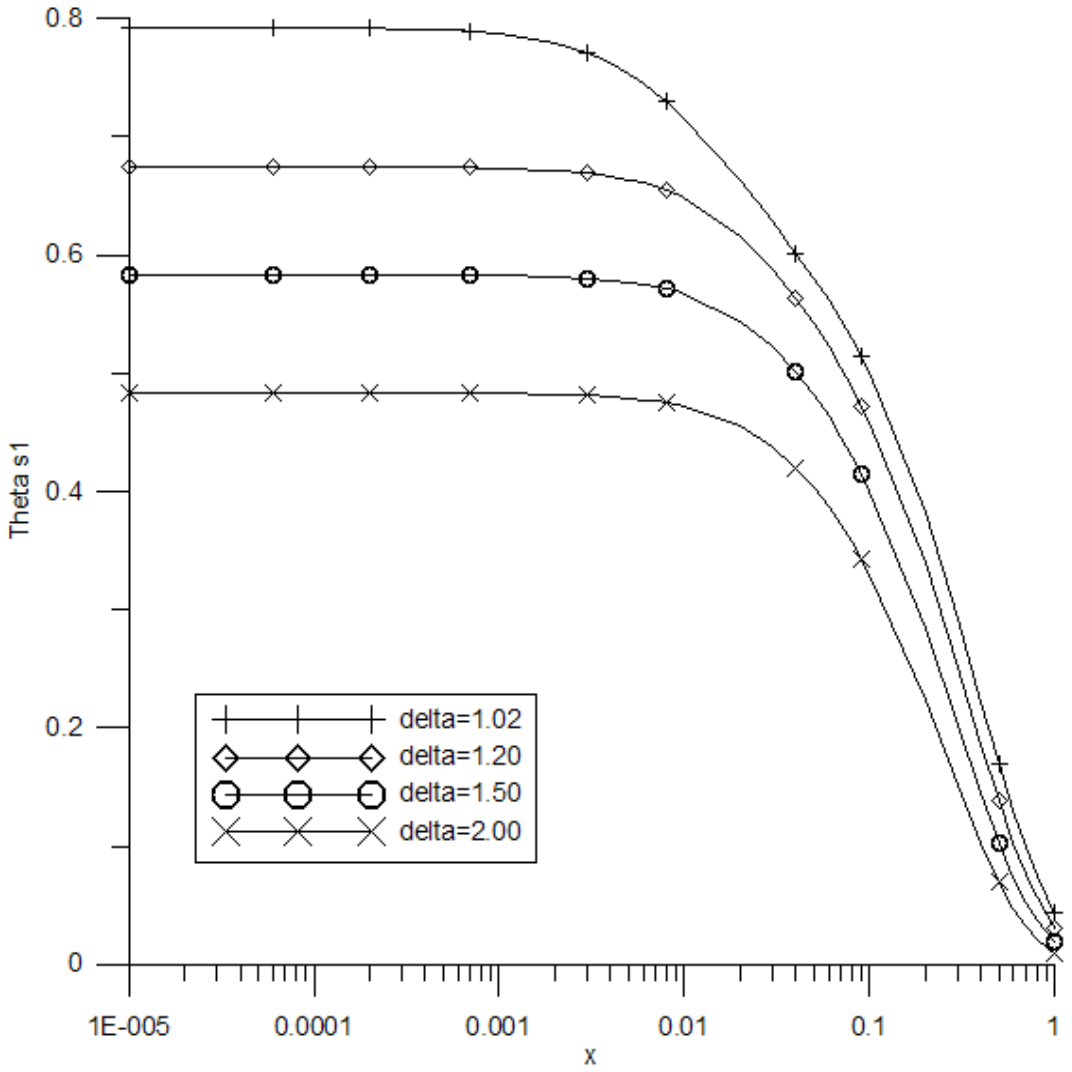

Figura 5.11: Al-Ar - Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1)

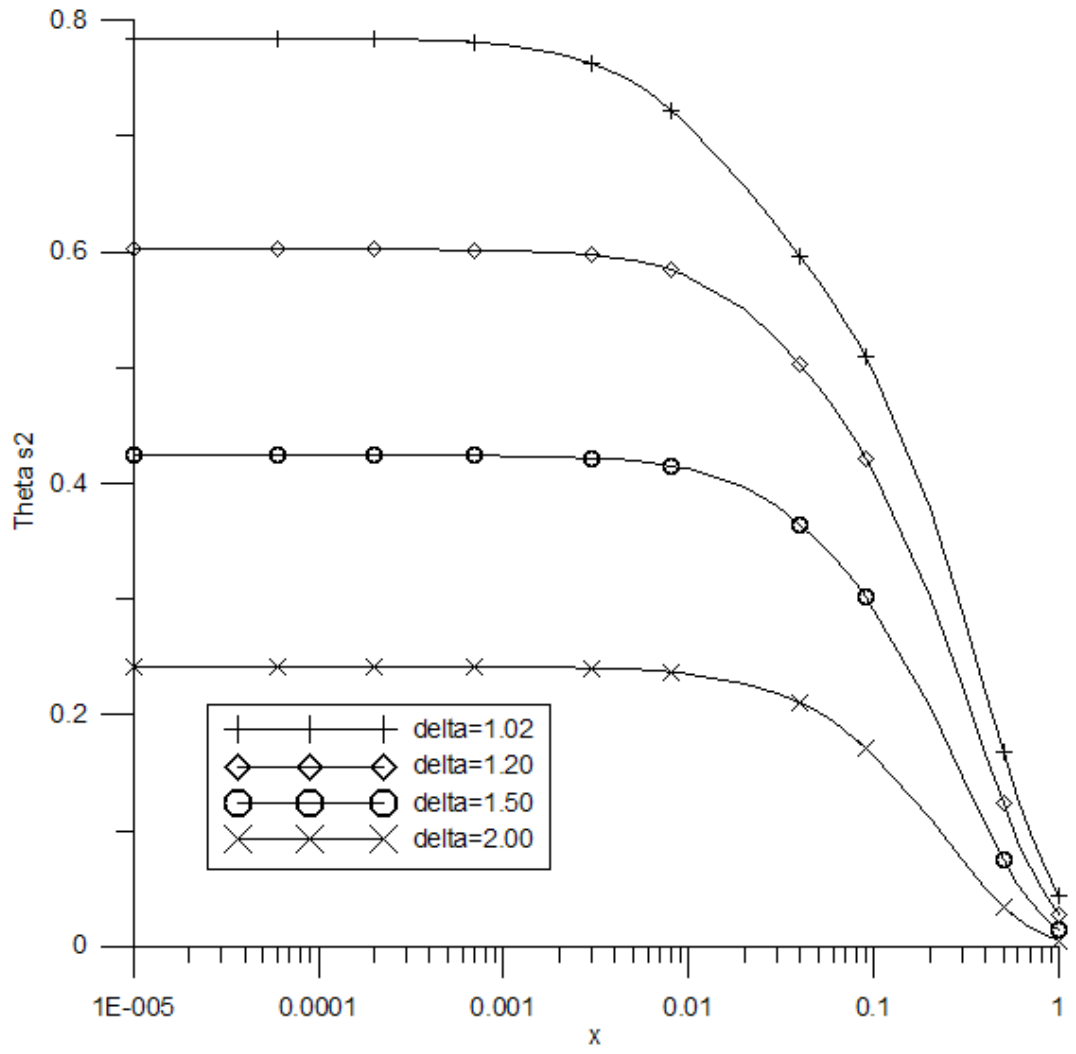

Figura 5.12: Al-Ar - Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1)

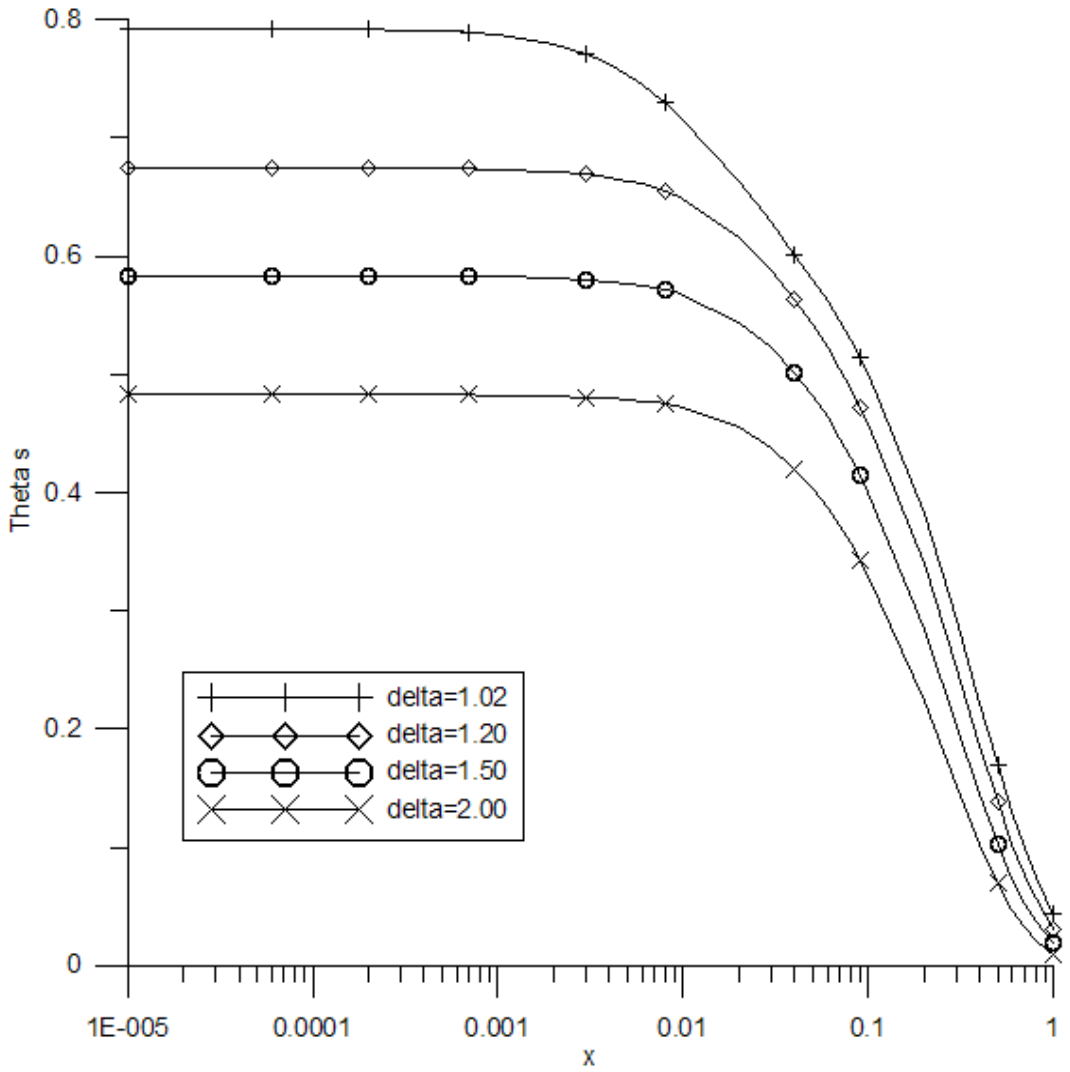

Figura 5.13: Al-Ar - Distribuição da temperatura média da parede do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1)

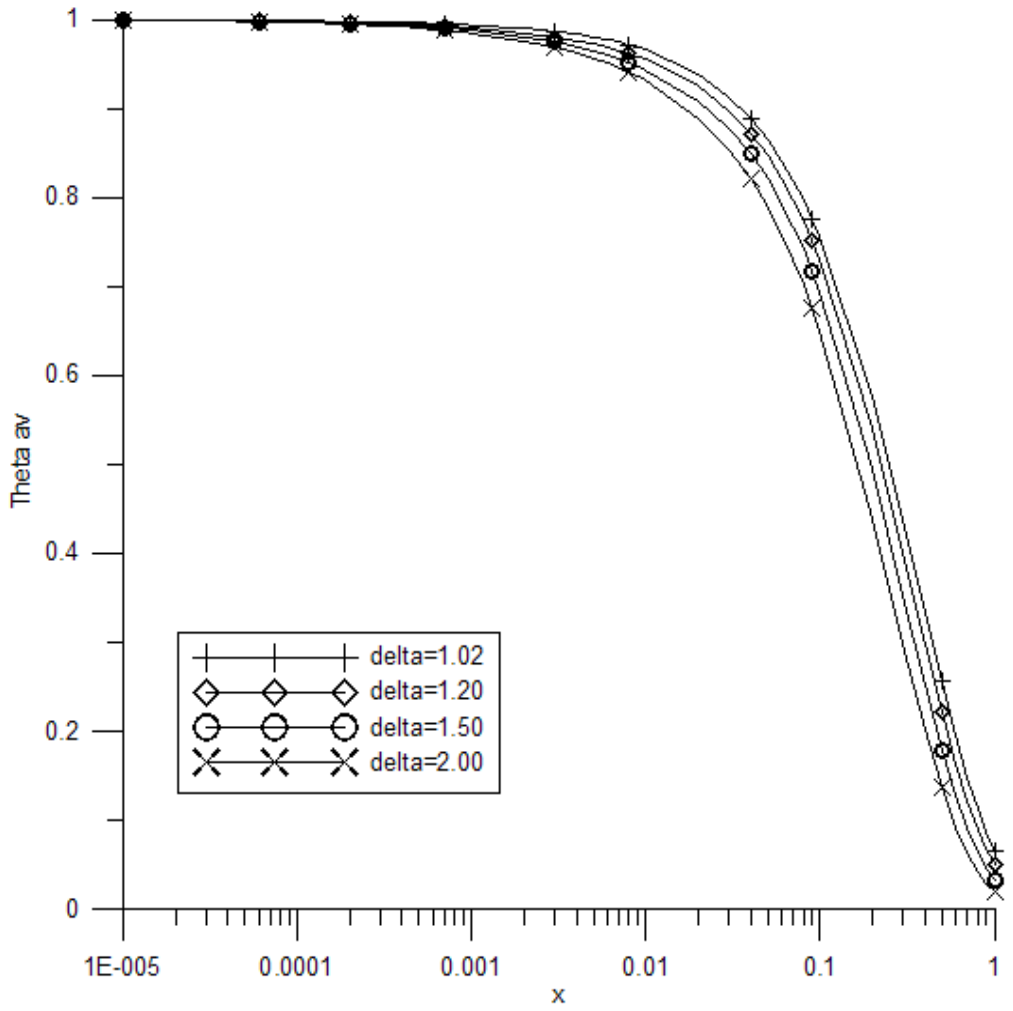

Figura 5.14: Al-Ar - Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1)

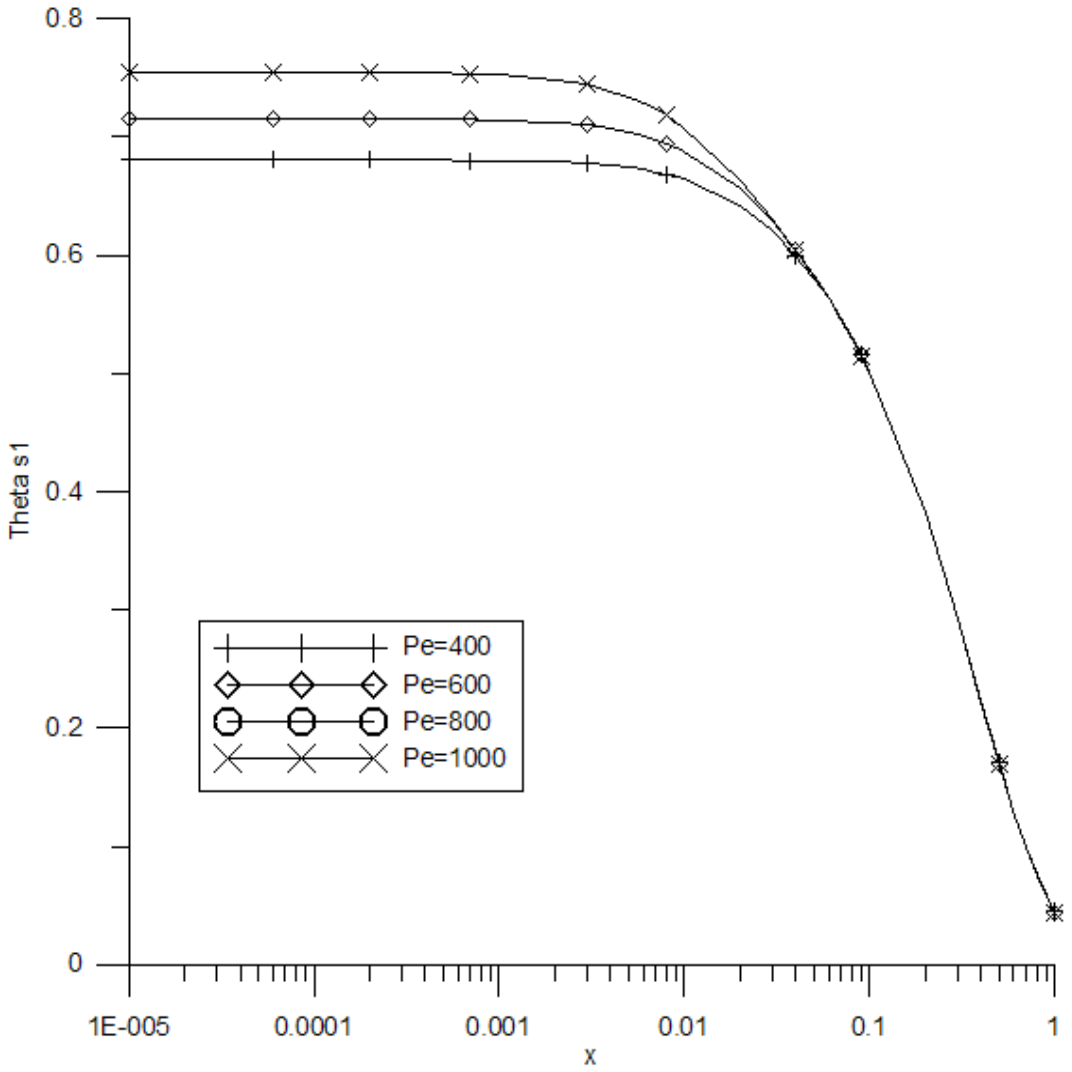

Figura 5.15: Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores Pe

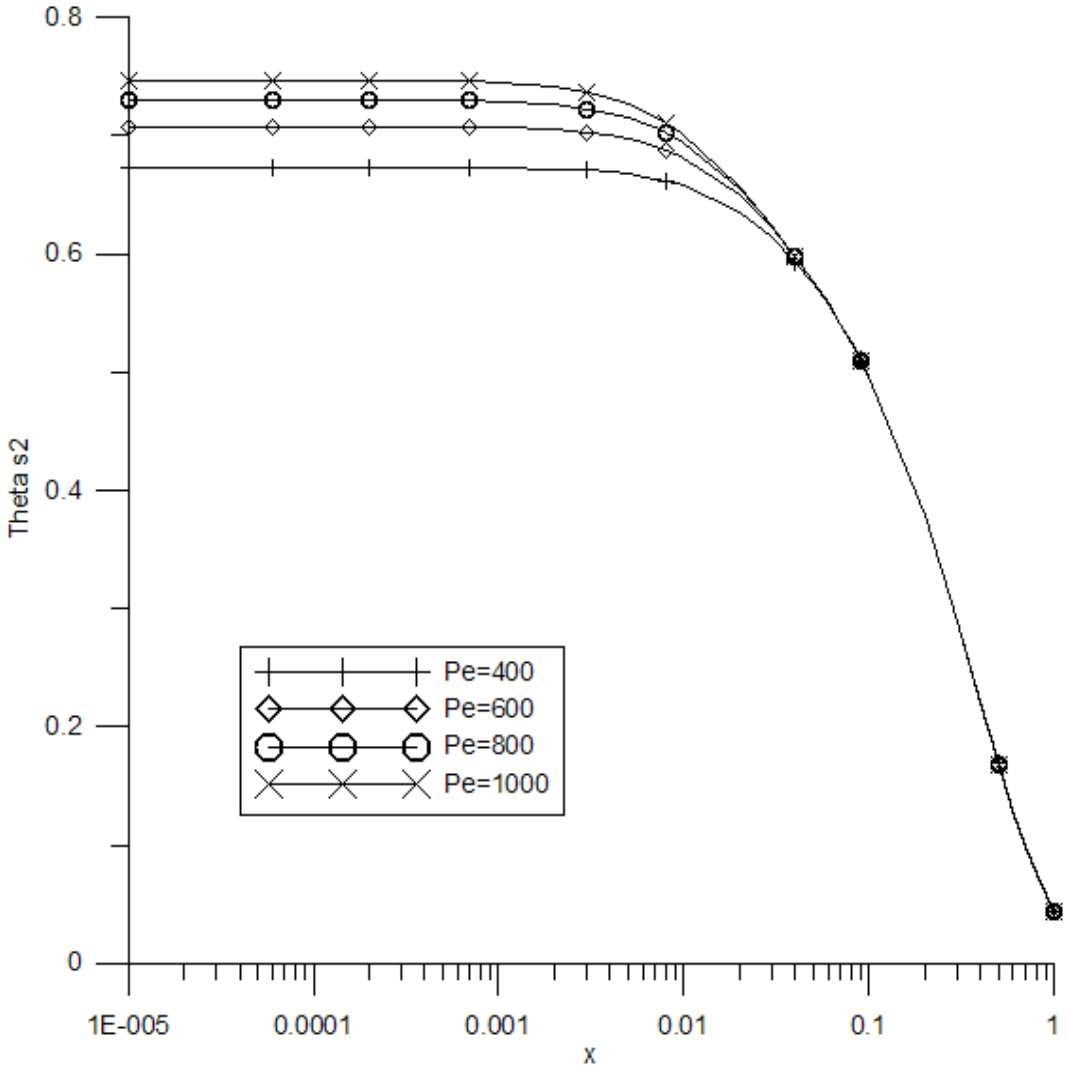

Figura 5.16: Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores Pe

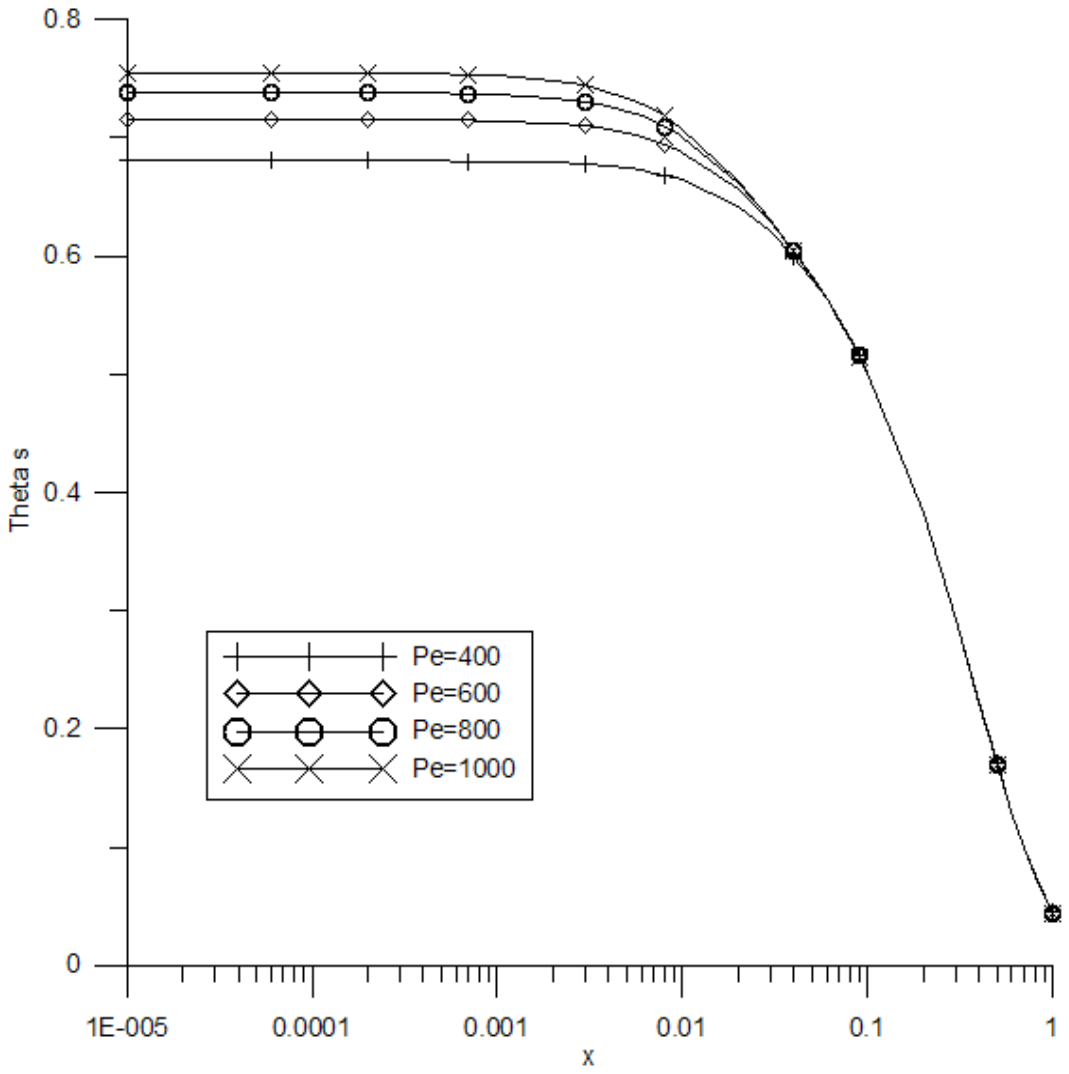

Figura 5.17: Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do sólido ao longo do comprimento do canal para diferentes valores Pe

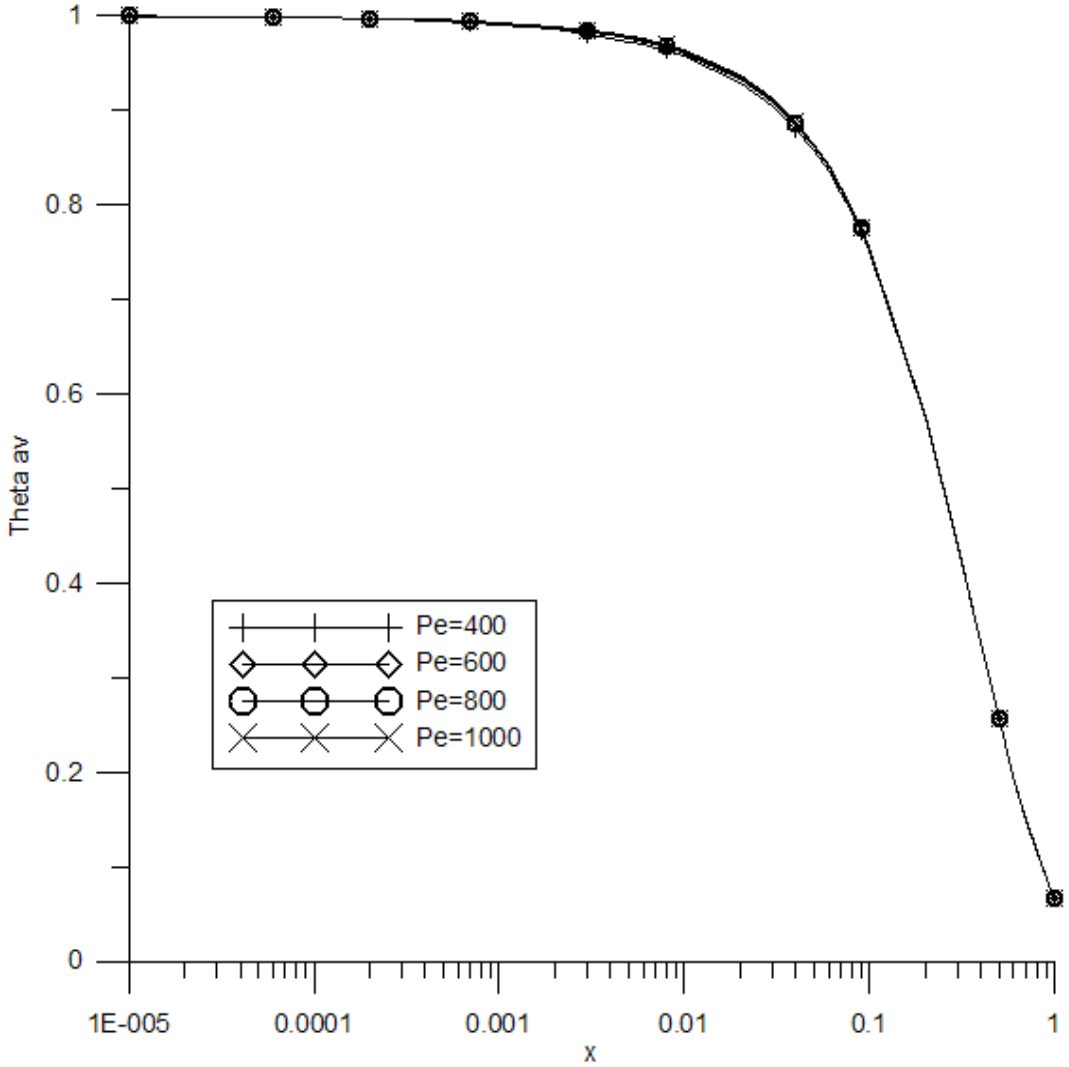

Figura 5.18: Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferentes valores Pe

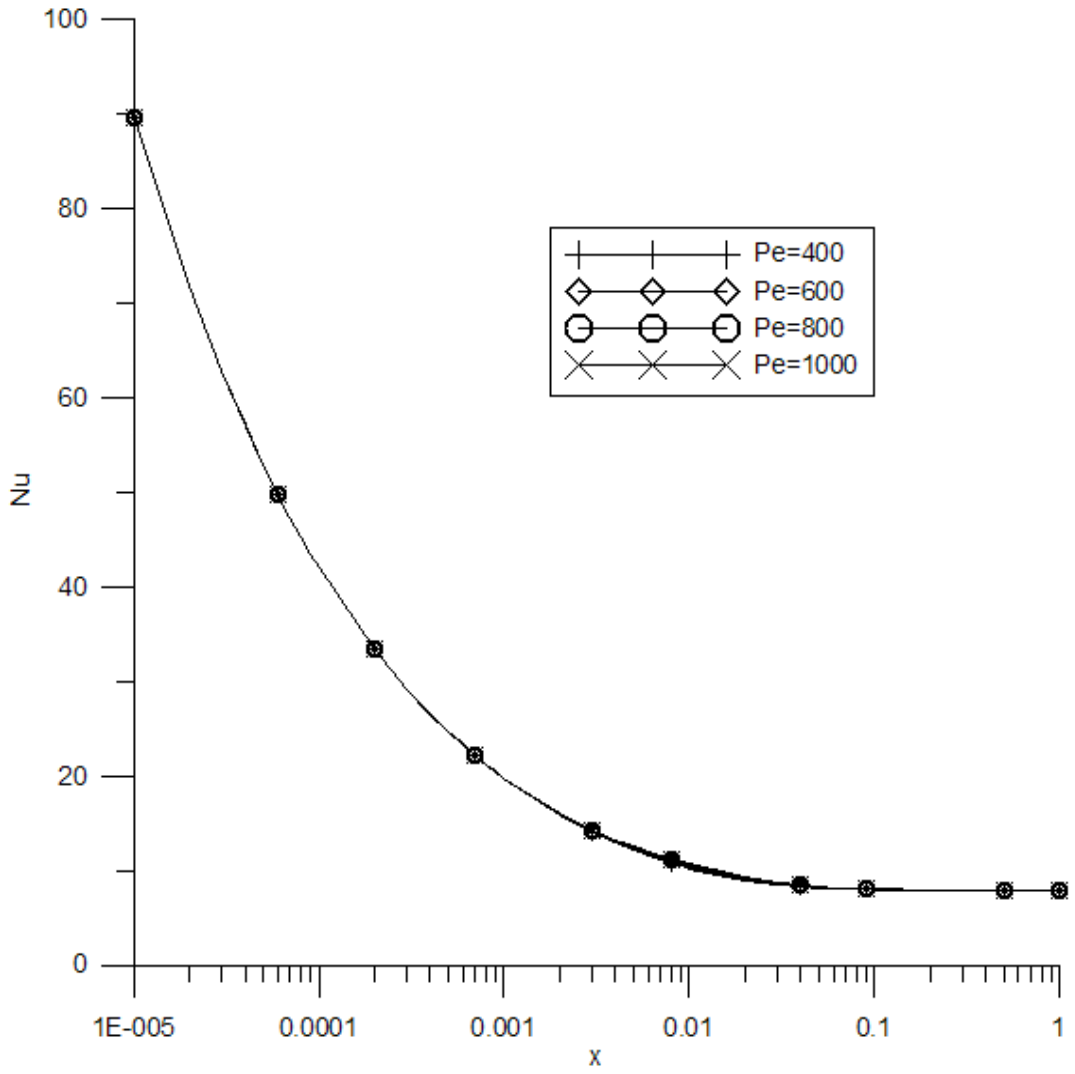

Figura 5.19: Cu-Ar - Distribuição do número de Nusselt ao longo do comprimento do canal para diferentes valores Pe

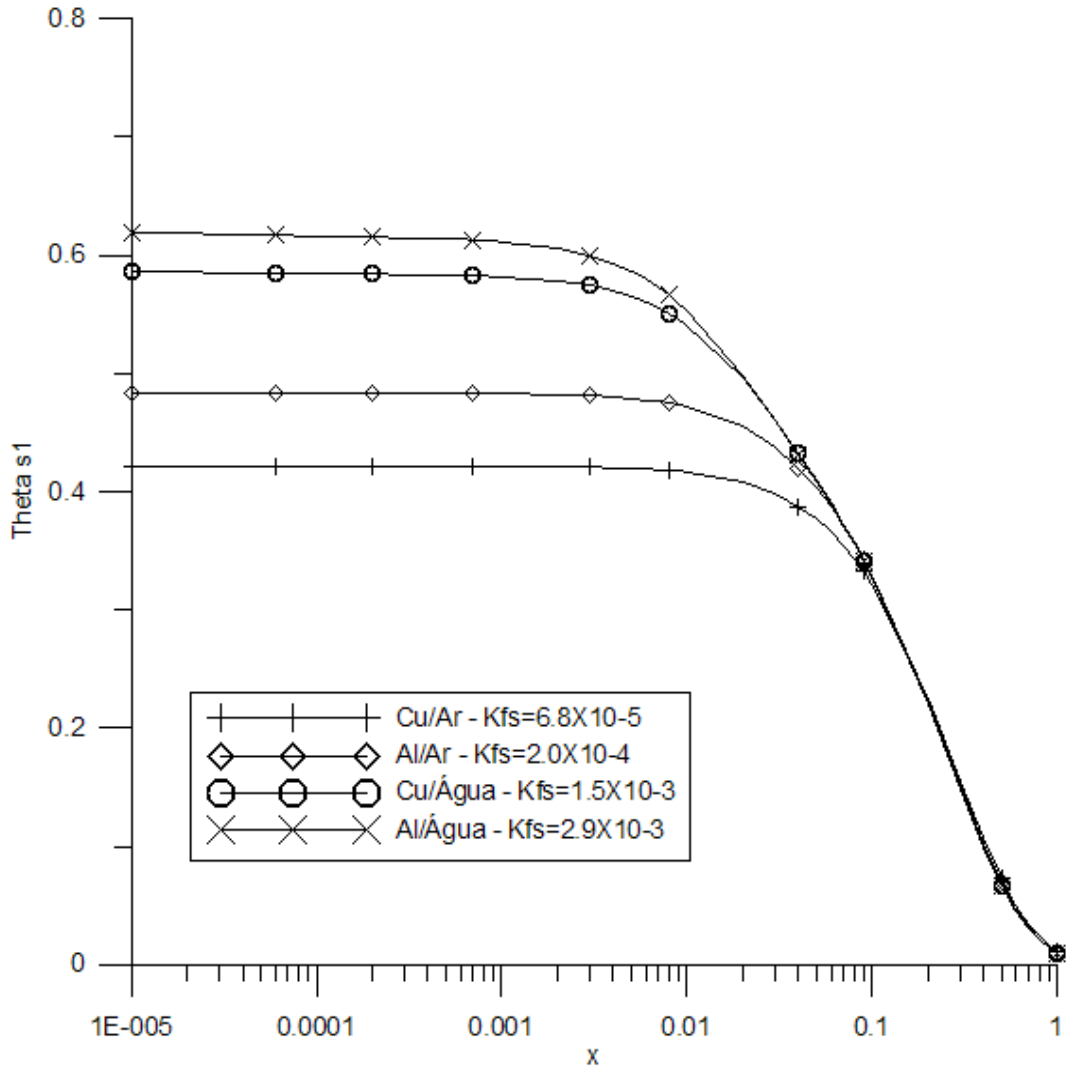

Figura 5.20: Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Kfs

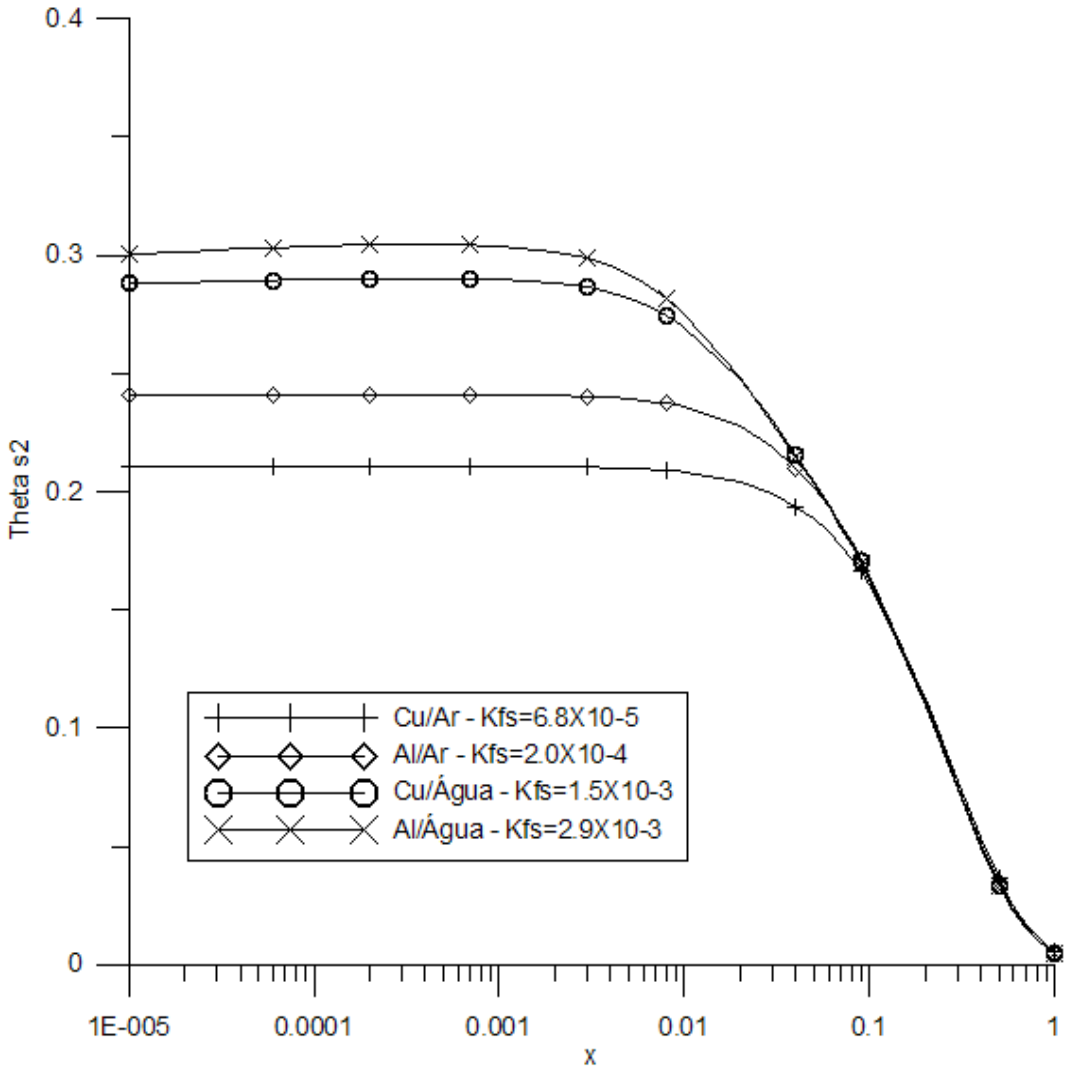

Figura 5.21: Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Kfs

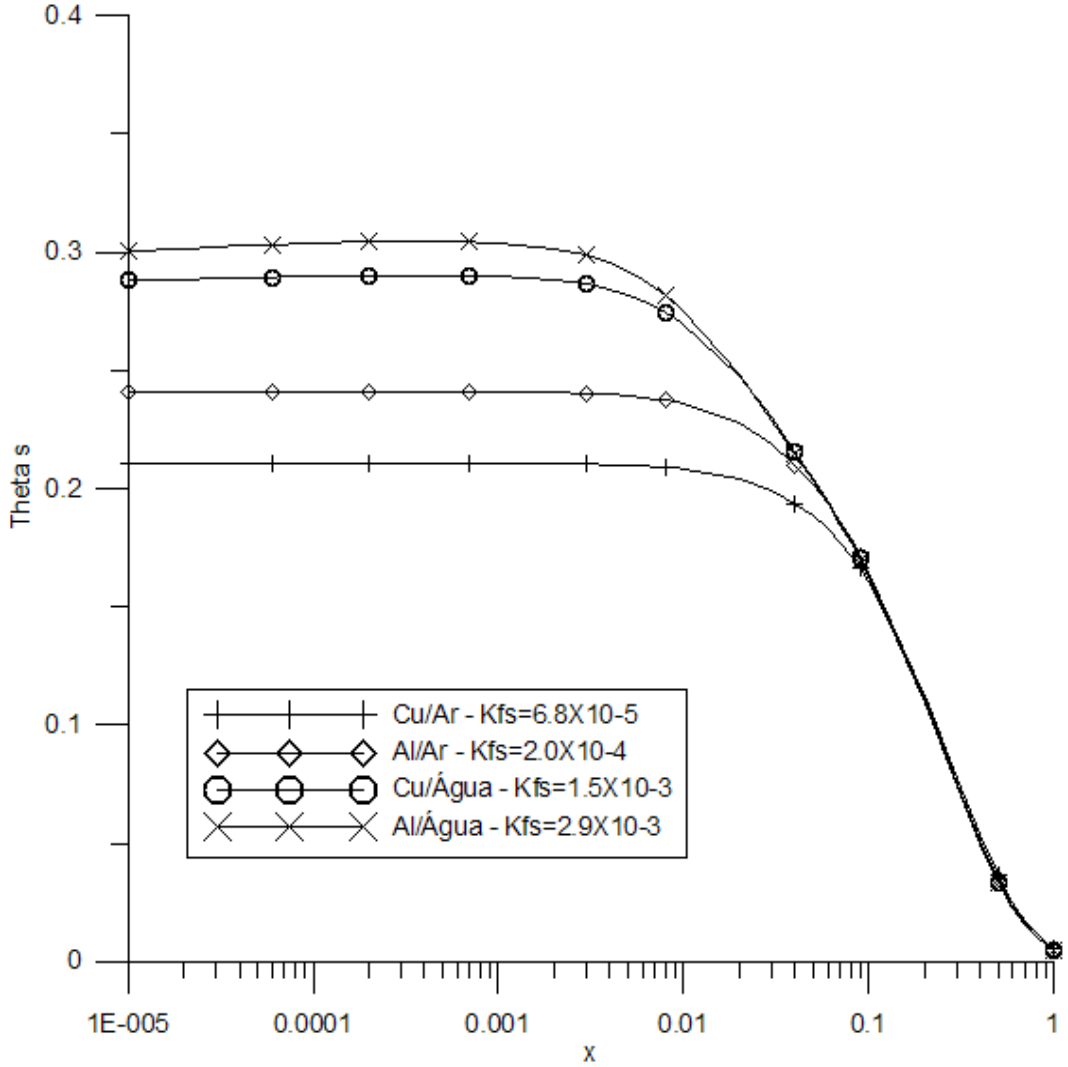

Figura 5.22: Distribuição da temperatura média do sólido ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Kfs

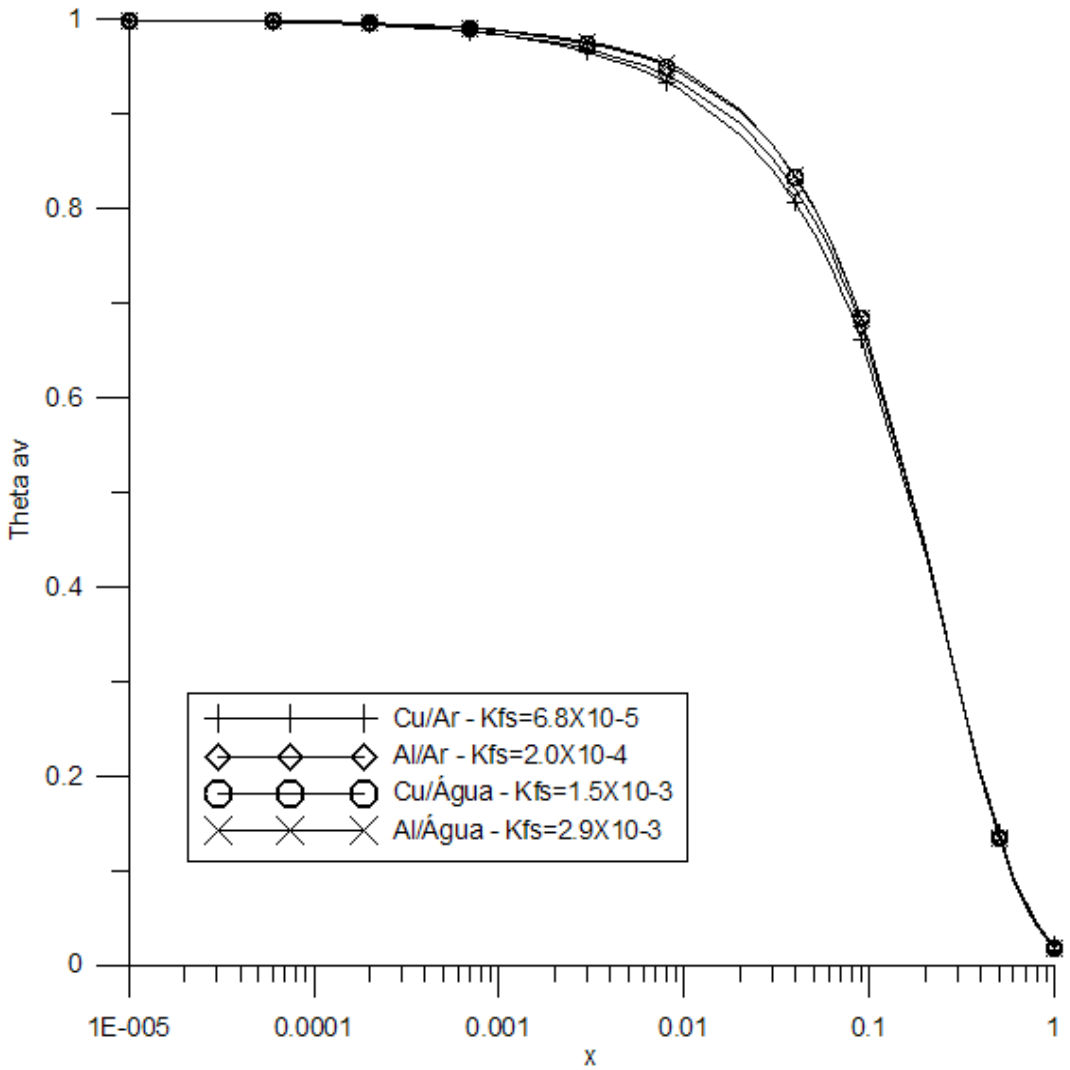

Figura 5.23: Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Kfs

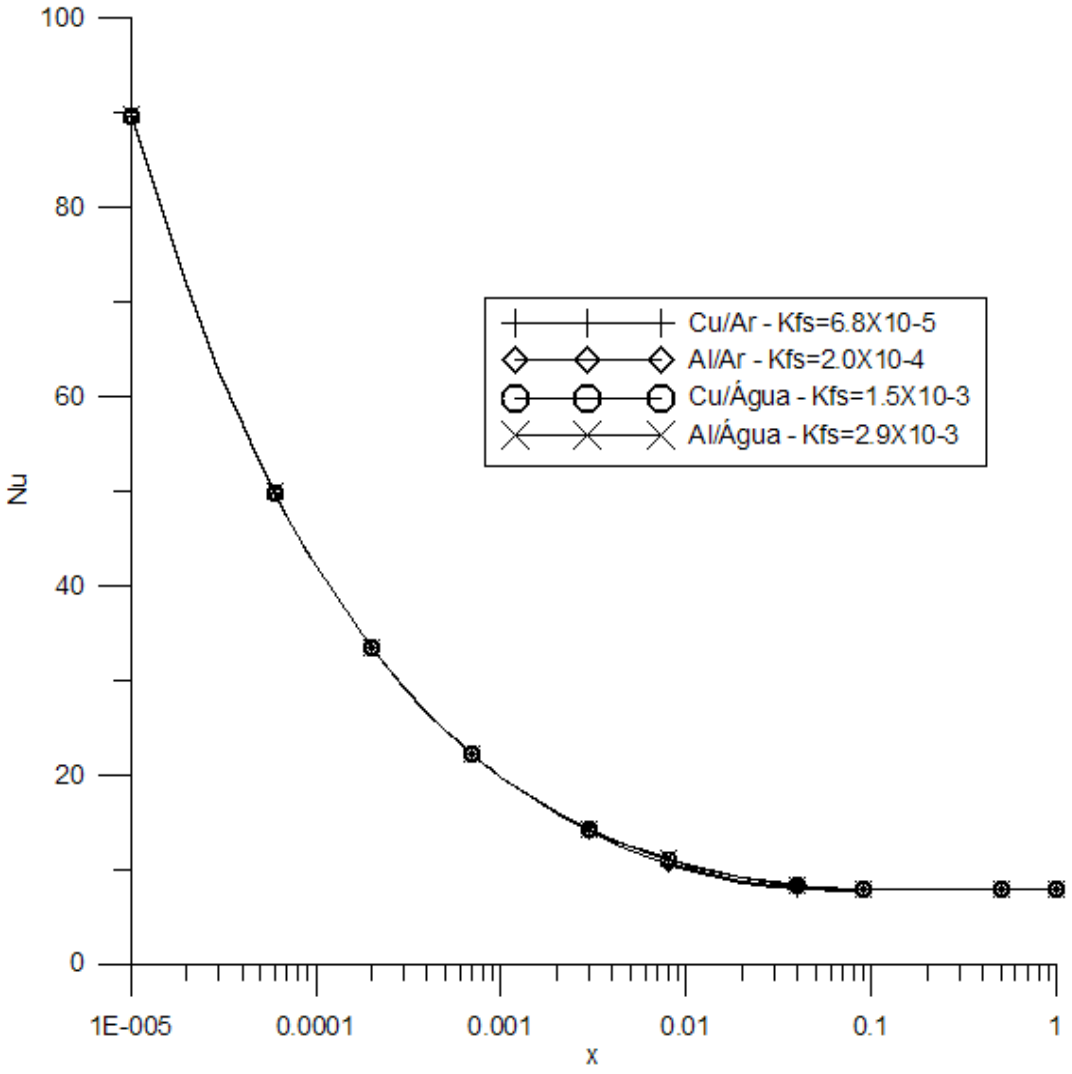

Figura 5.24: Distribuição da temperatura do número de Nusselt ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Kfs

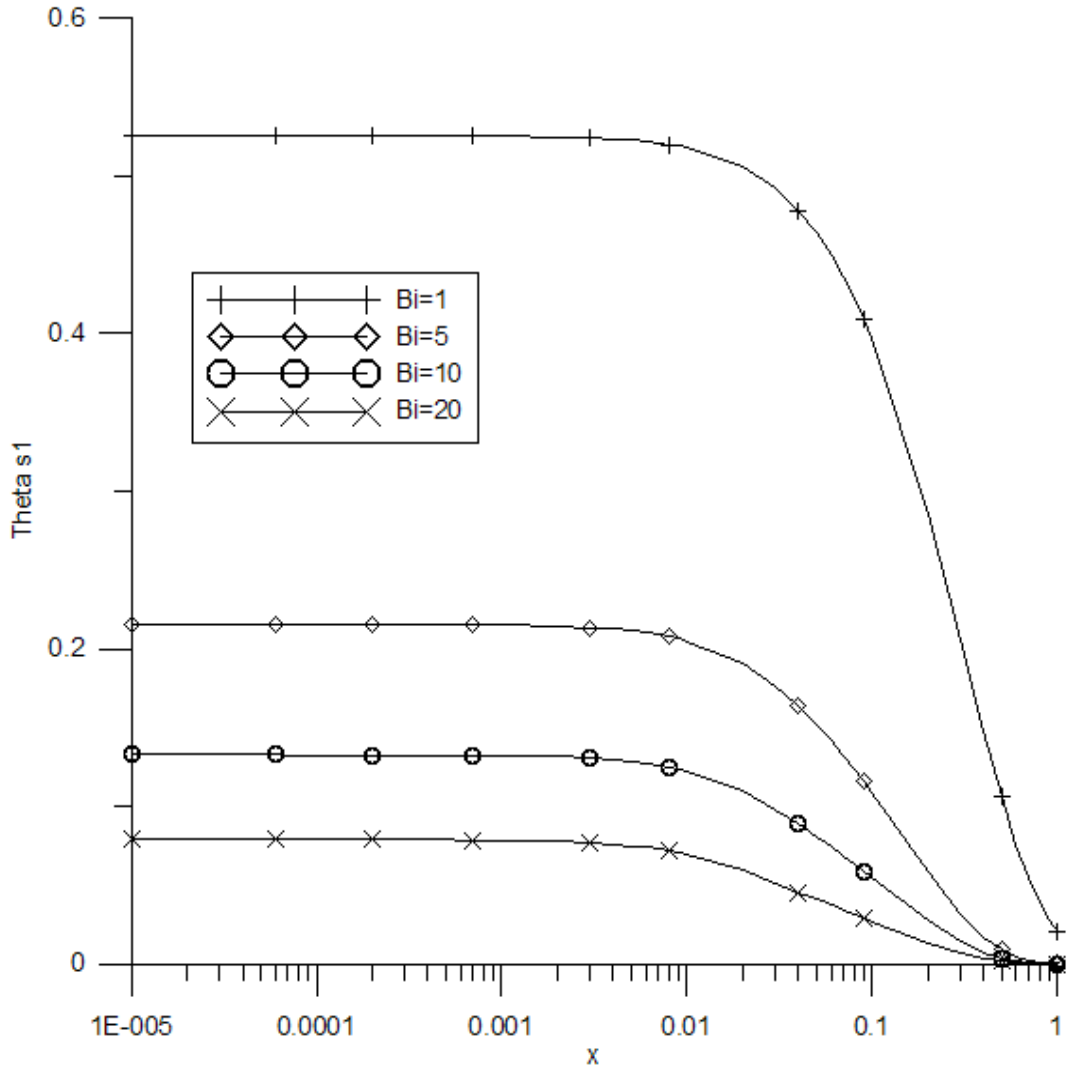

Figura 5.25: Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi

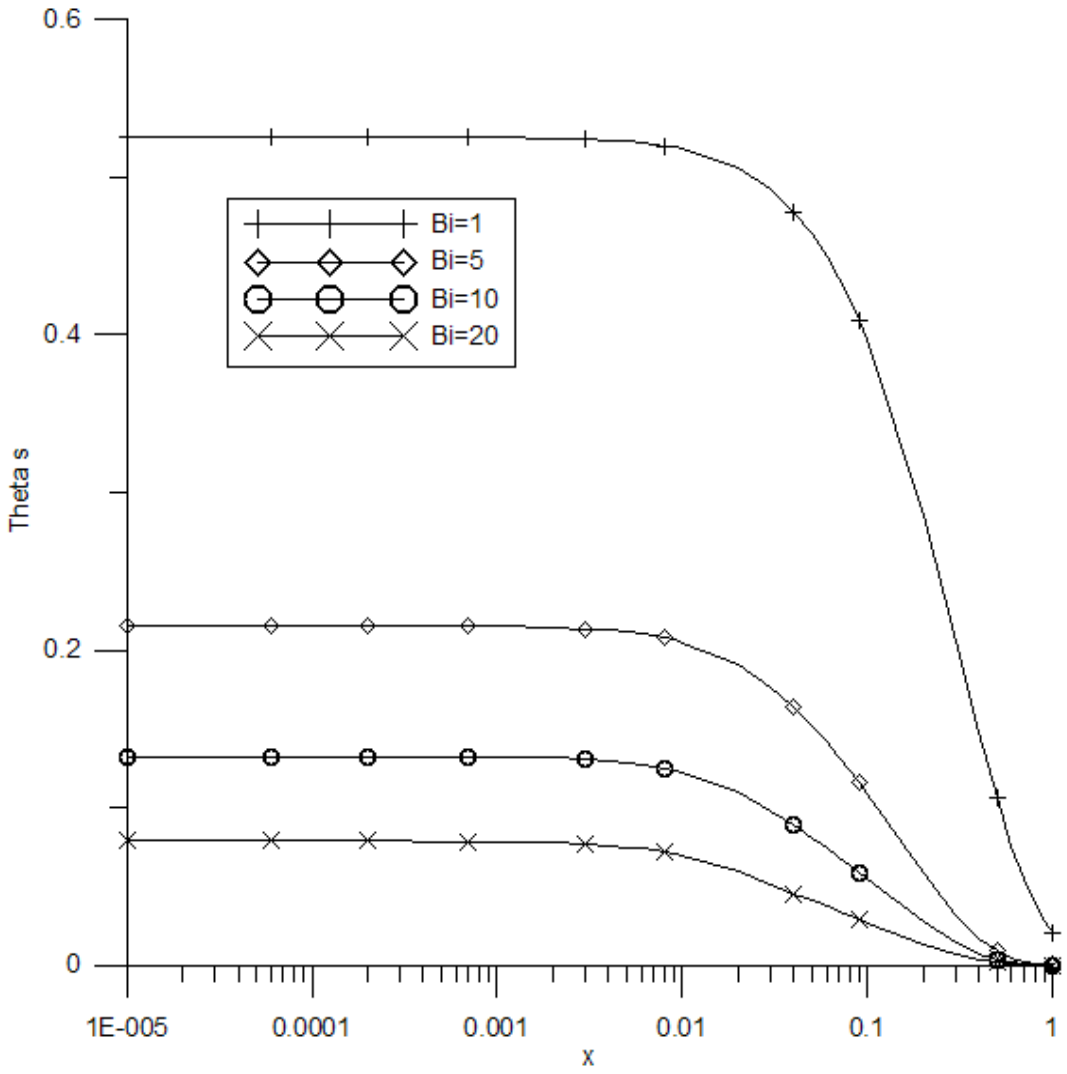

Figura 5.26: Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi

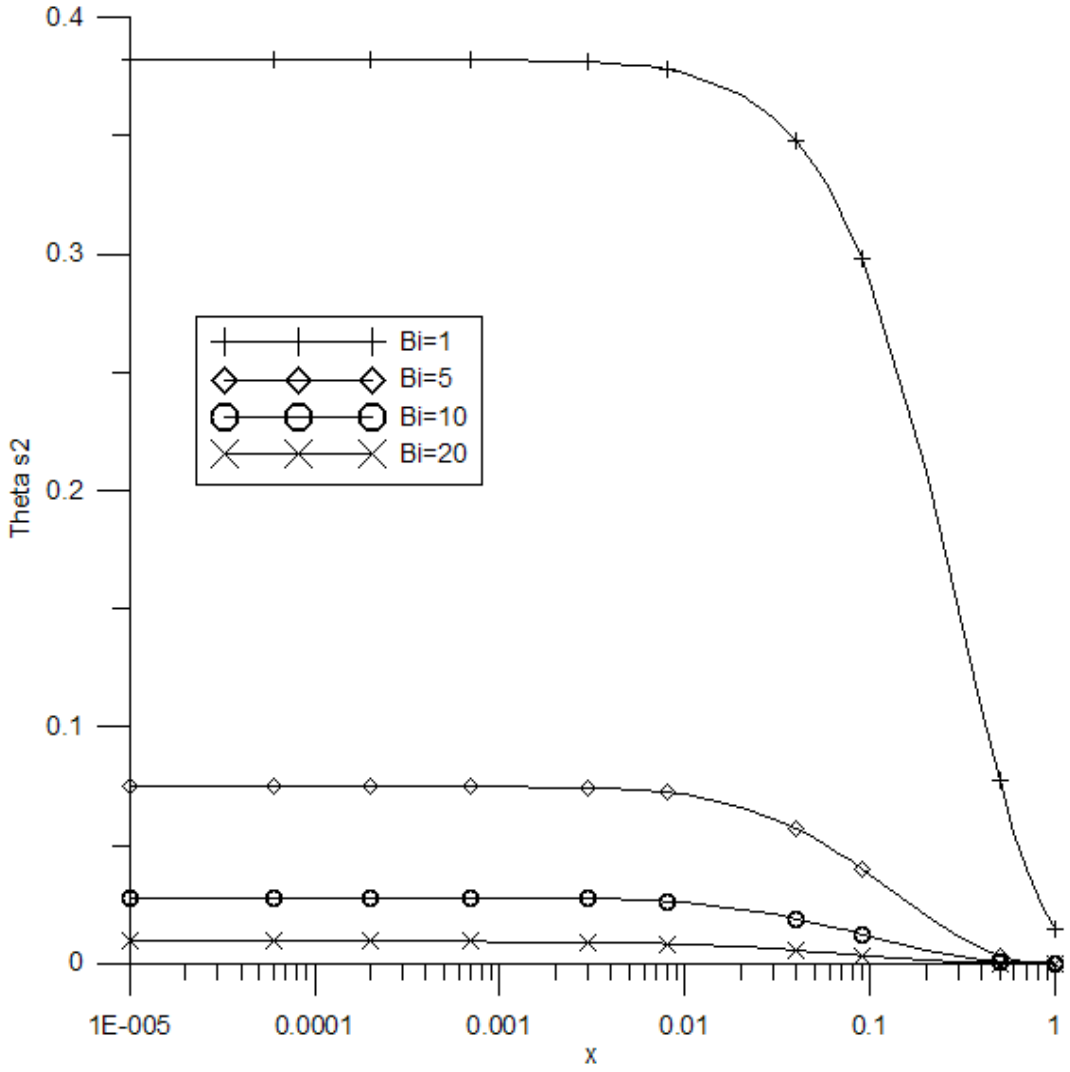

Figura 5.27: Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi

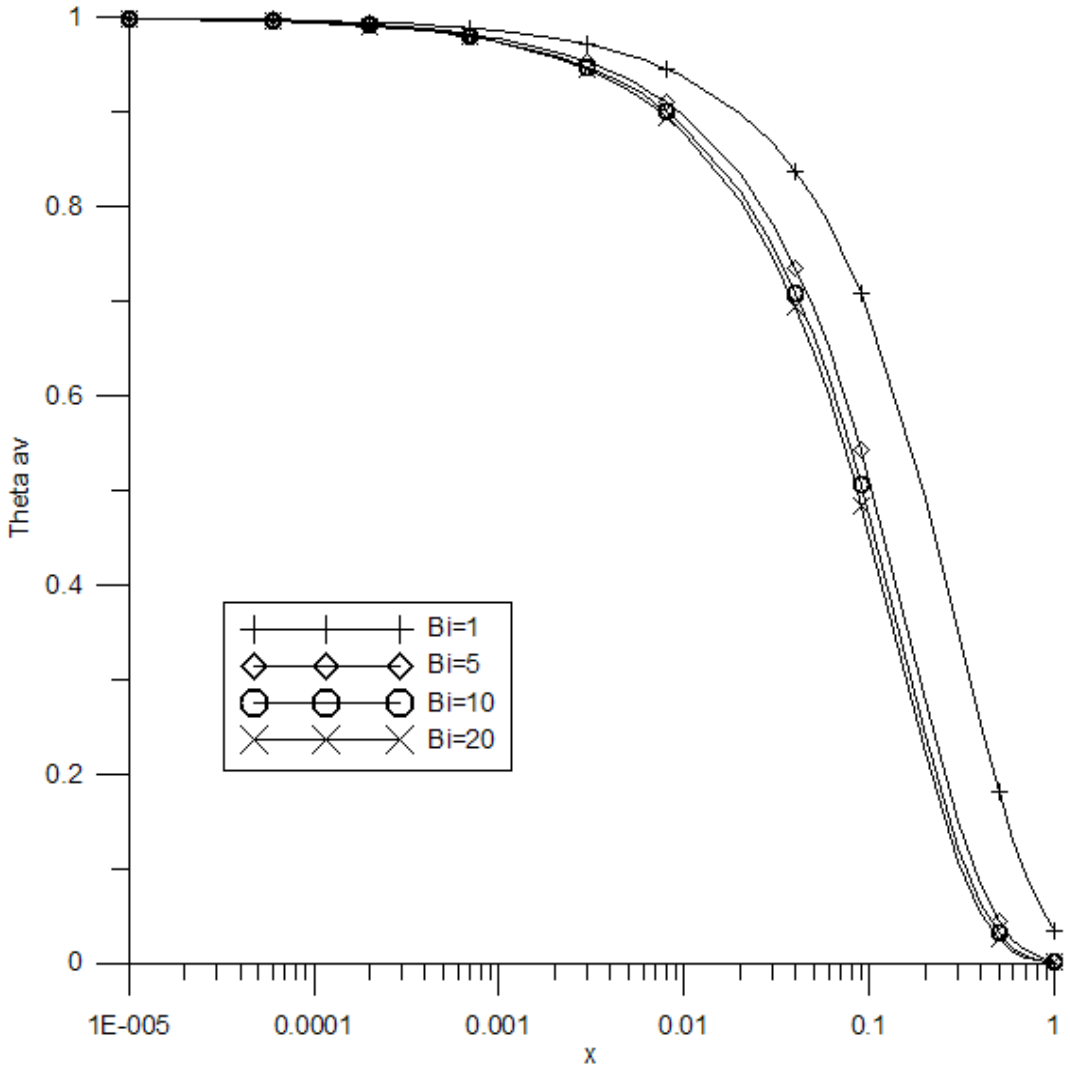

Figura 5.28: Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi

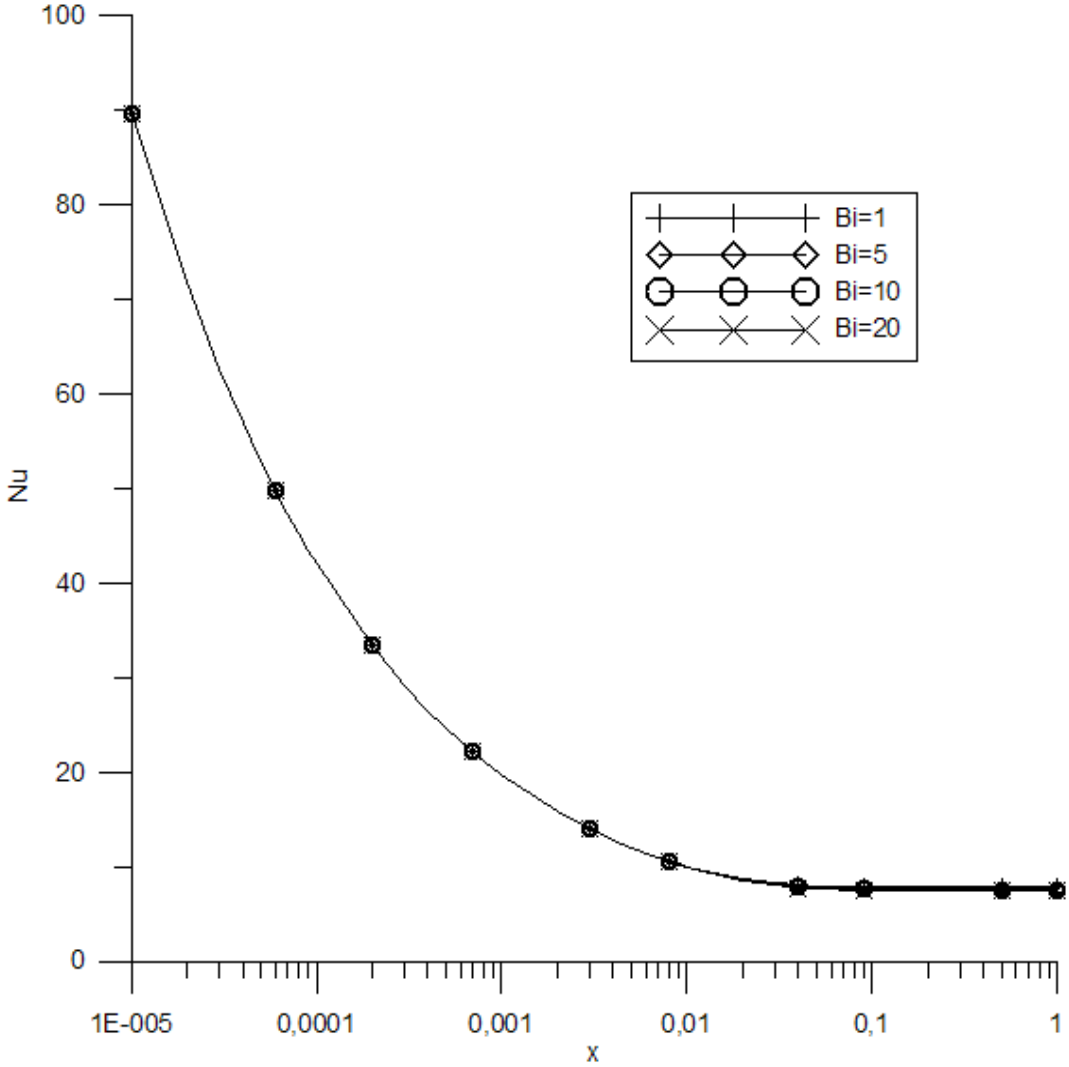

Figura 5.29: Cu-Ar - Distribuição do número de Nusselt ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi

5.1.2 Escoamento Turbulento

Influência da Espessura da Parede

As figuras (5.30 - 5.36) mostram a distribuição das temperaturas calculadas (θ_{s1}), (θ_{s1}), (θ_{av}) e (θ_s) ao longo do comprimento do canal, para as combinações (Cu/Ar) e (Al/Ar) para uma dada espessura da parede.

Assim como no caso de escoamento laminar, esperava-se que a diferença entre as temperaturas da interface interna e externa do duto aumentesse com o aumento da espessura. Podemos observar nas figuras 5.30, 5.31 que este comportamento foi representado com eficiencia pelo modelo para a combinação (Cu/Ar) assim como nas figuras 5.37, 5.38 para o par (Al/Ar). Nítidamente, as curvas de (θ_{s1}) e (θ_{s1}) se afastam com o aumento da espessura δ, mostrando o aumento da diferença entre as temperaturas.

Comparando os resultados para escoamento laminar com os resultados obtidos para o escoamento turbulento, pode-se notar que há um deslocamento dos perfis de temperatura para cima nos casos com escoamento turbulento, ou seja, as temperaturas são mais altas.

Os gráficos para a distribuição do número de Nusselt mostram que o aumento da espessura do duto provoca uma queda no número de Nusselt local numa determinada região do canal.

Pode-se observar que, com o aumento da espessura, há um achatamento na distribuição das temperaturas na região de entrada térmica do canal para as temperaturas de interesse, apresentadas nas figuras 5.33 a 5.36.

Observou-se nos gráficos apresentados que a temperatura média do fluido, com o aumento da espessura do canal, apresenta uma queda notória para uma dada abscissa. A variação da temperatura média do fluido ao londo do canal é mais acentuada para os casos de maior espessura do canal.

Influência do Número de Peclet

A influência do número de Peclet nas quantidades de interesse calculadas é mostrada nas figuras (5.39-5.43) Podemos observar nas figuras que a diminuição do

Pe, representado pela diminuição do número de Reynolds, implica num achatamento dos perfis das temperaturas de interesse ($\Theta_{s1}, \Theta_{s2} e \Theta_s$), comportando-se de maneira similar aos casos analisados para escoamento laminar.

A temperatura média do fluido praticamente não sofreu influência da variação do número de Peclet, tendo se alterado muito pouco como mostra a figura (5.43)

Influência do Número de Biot

As figuras 5.44 a 5.48 mostram o comportamento das temperaturas de interesse e do número de Nusselt com a variação do número de Biot. De maneira similar ao comportamento apresentado pelo mesmo caso apresentado para escoamento laminar, à medida em que diminui-se a resistência térmica do meio exterior através do aumento do número de Biot, observamos que as temperaturas do sólido (θ_s, θ_{s1} e θ_{s2}) diminuem acentuadamente. Este resultado é o esperado de maneira intuitiva, pois diminuindo-se a resistência térmica do meio exterior ocorre um aumento do fluxo de convecção para o ambiente, diminuindo as temperaturas do sólido. No fluido, este aumento na perda de calor para o ambiente é representado por uma variação axial da temperatura média do fluido mais acentuada para números de Biot mais altos, como podemos observar na figura (5.47)

Pode-se observar ainda que, o aumento do número de Biot provoca uma queda bastante discreta no número de Nusselt local para uma dada abscissa em uma região do canal.

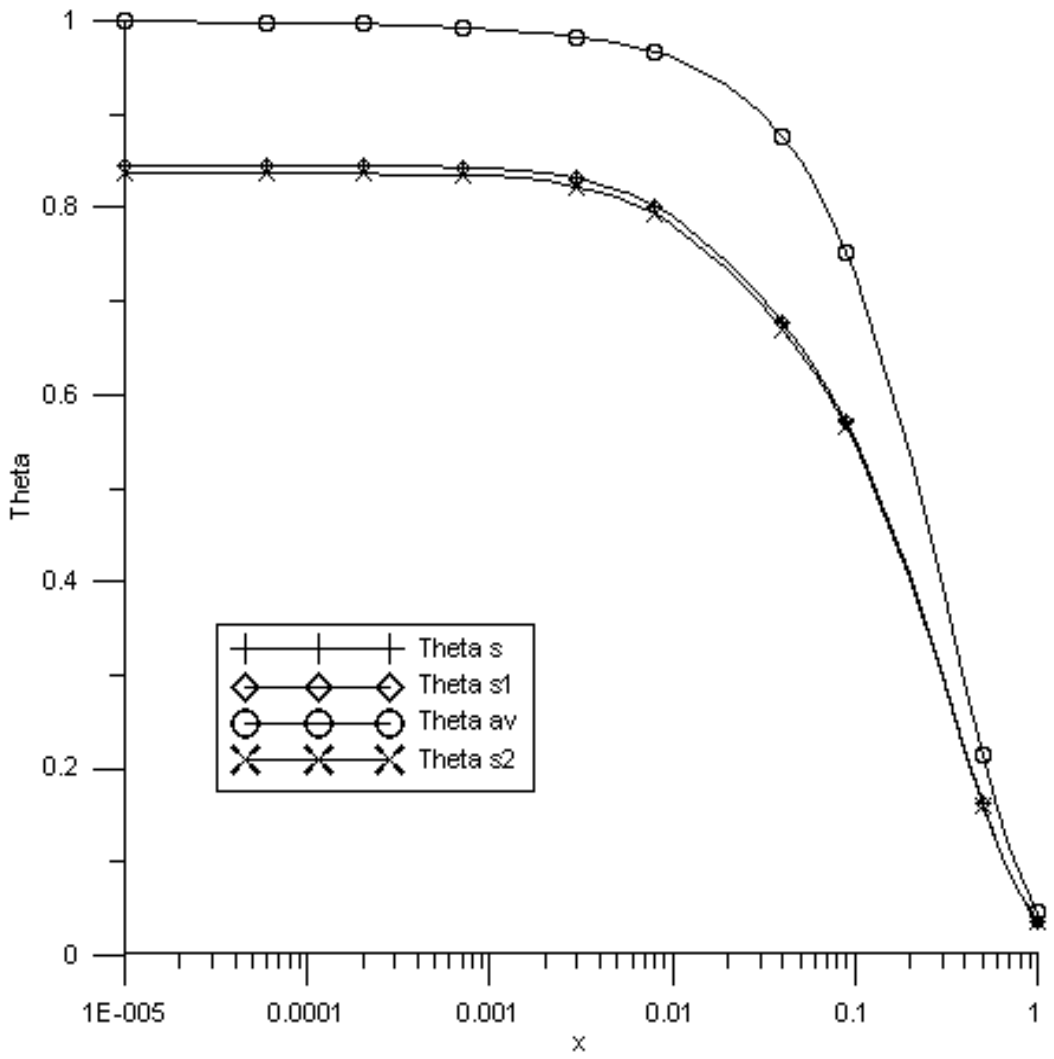

Figura 5.30: Cu-Ar - Distribuição das temperaturas de interesse ao longo do comprimento do canal (Bi=1; e=0.02)

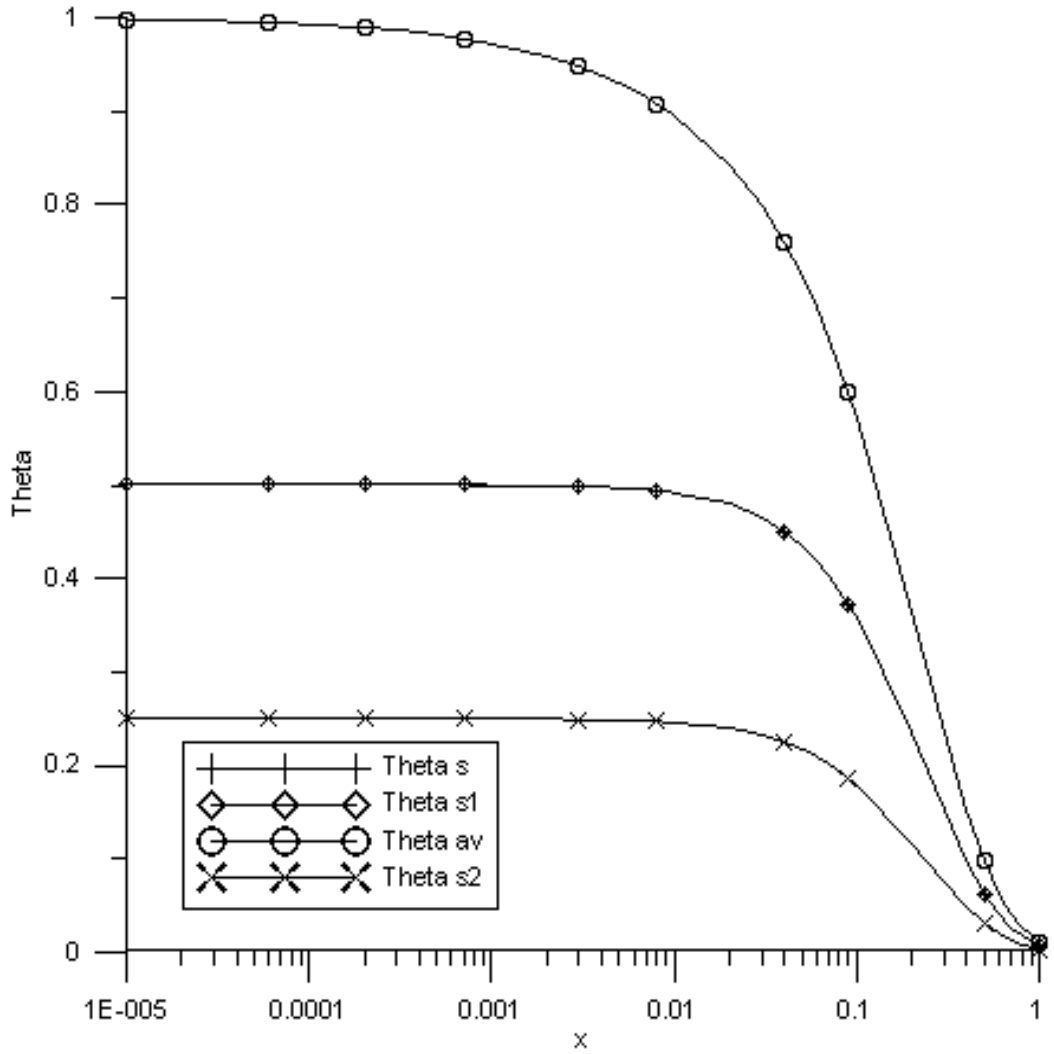

Figura 5.31: Cu-Ar - Distribuição das temperaturas de interesse ao longo do comprimento do canal (Bi=1; e=1.00)

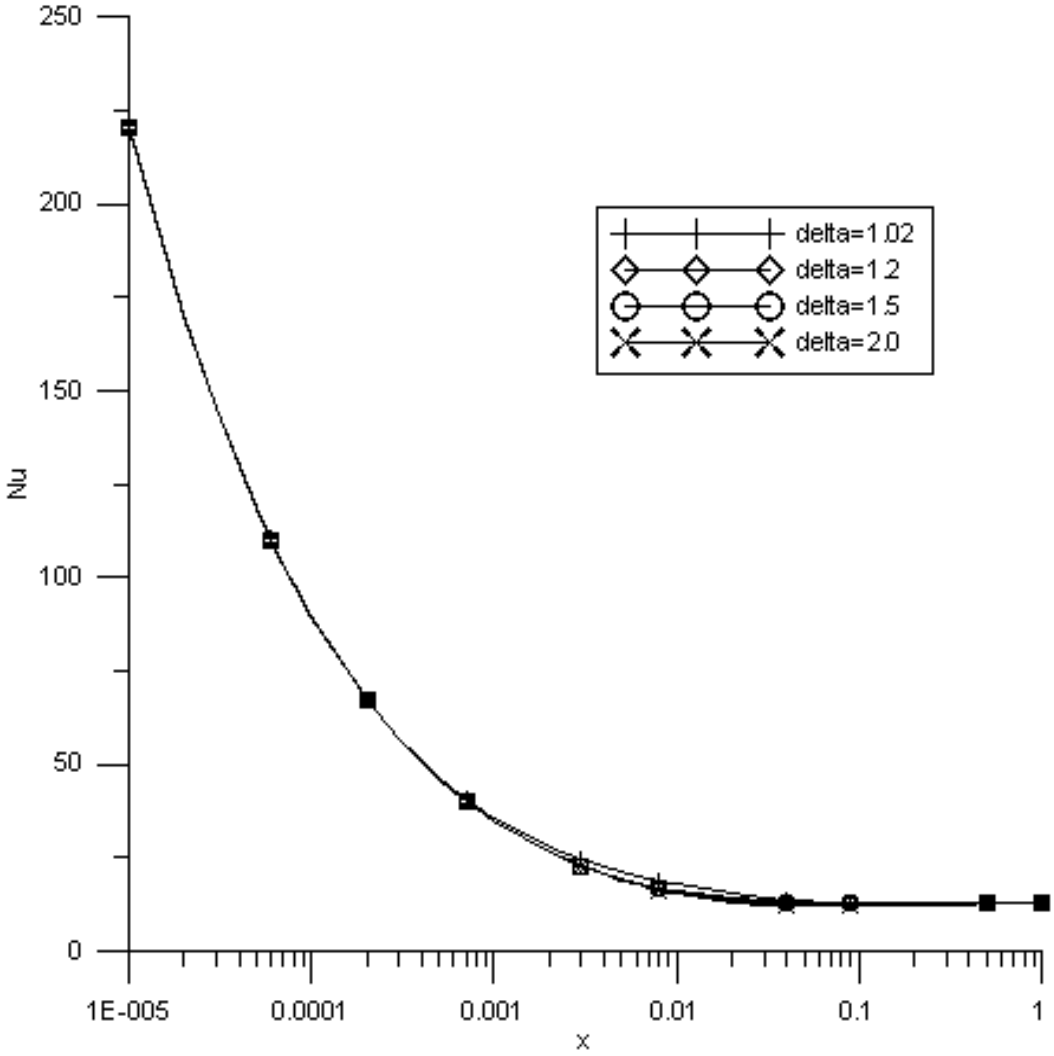

Figura 5.32: Cu-Ar - Distribuição do número de Nusselt ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de espessura da parede(Bi=1)

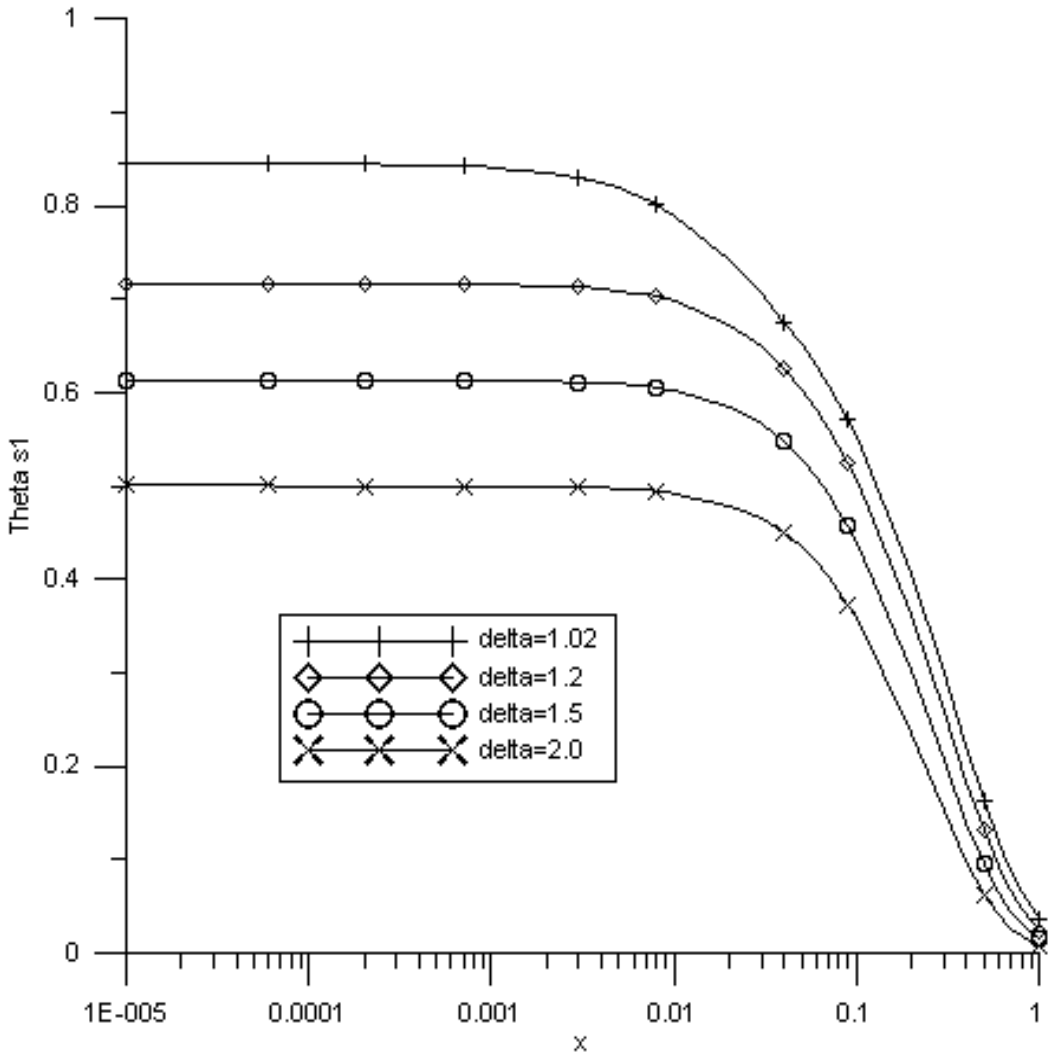

Figura 5.33: Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1)

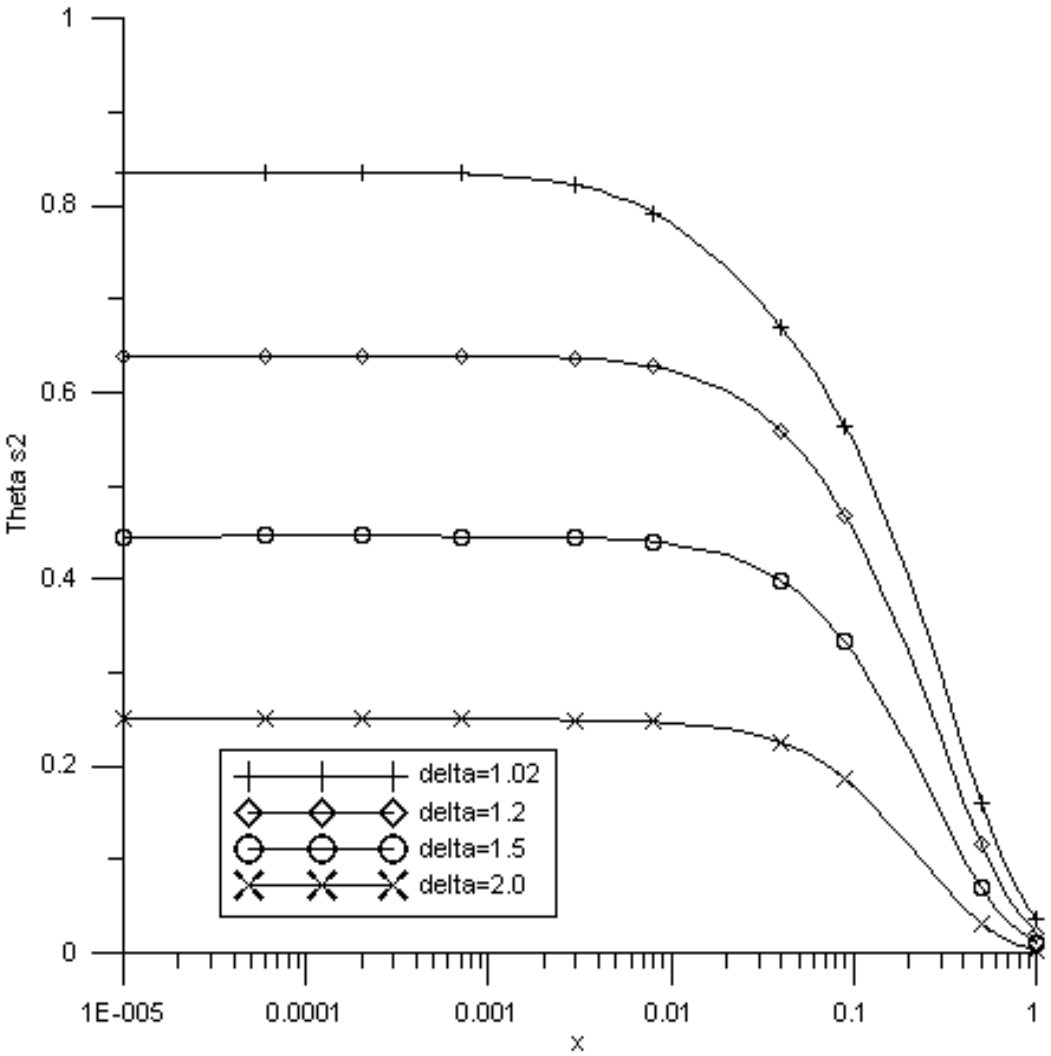

Figura 5.34: Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1)

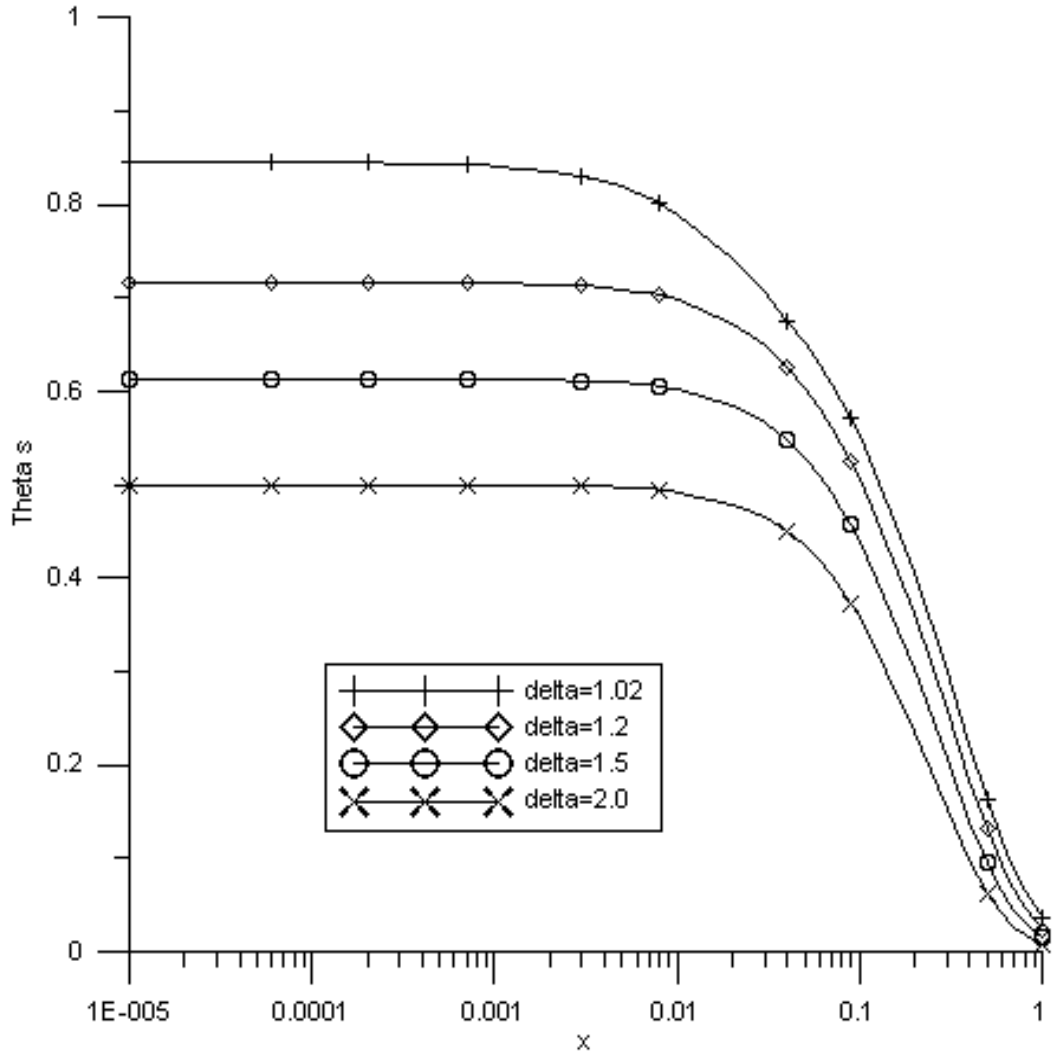

Figura 5.35: Cu-Ar - Distribuição da temperatura média da parede do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1)

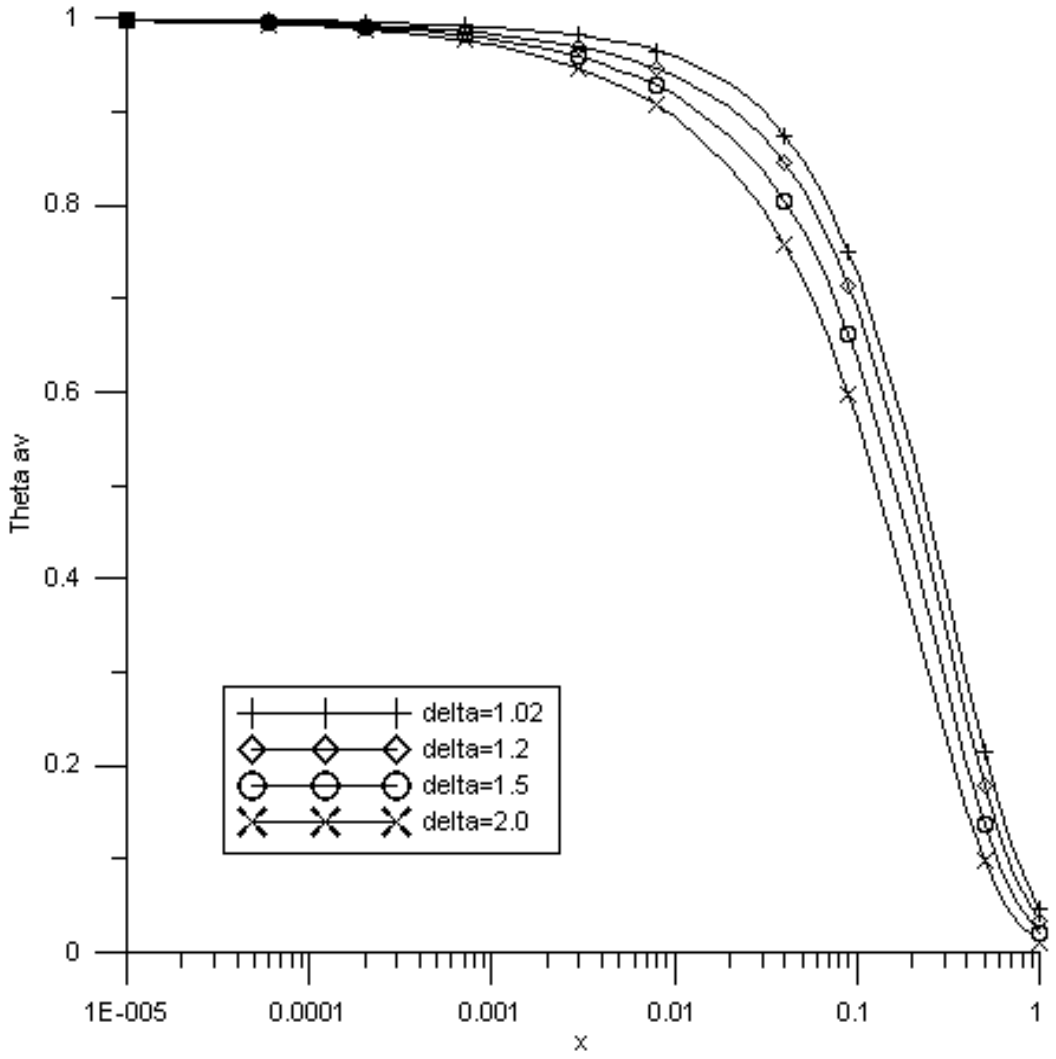

Figura 5.36: Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1)

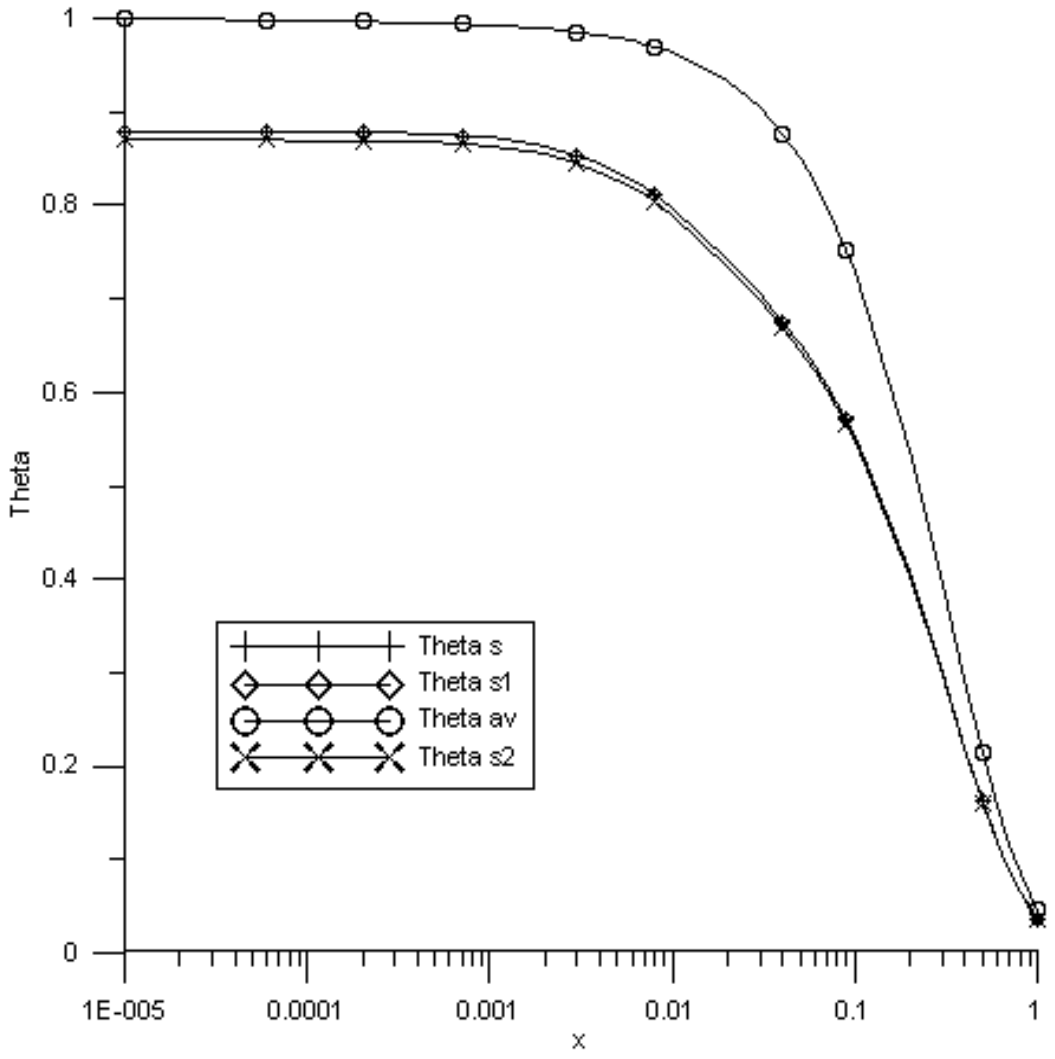

Figura 5.37: Cu-Ar - Distribuição das temperaturas de interesse ao longo do comprimento do canal (Bi=1; e=0.02)

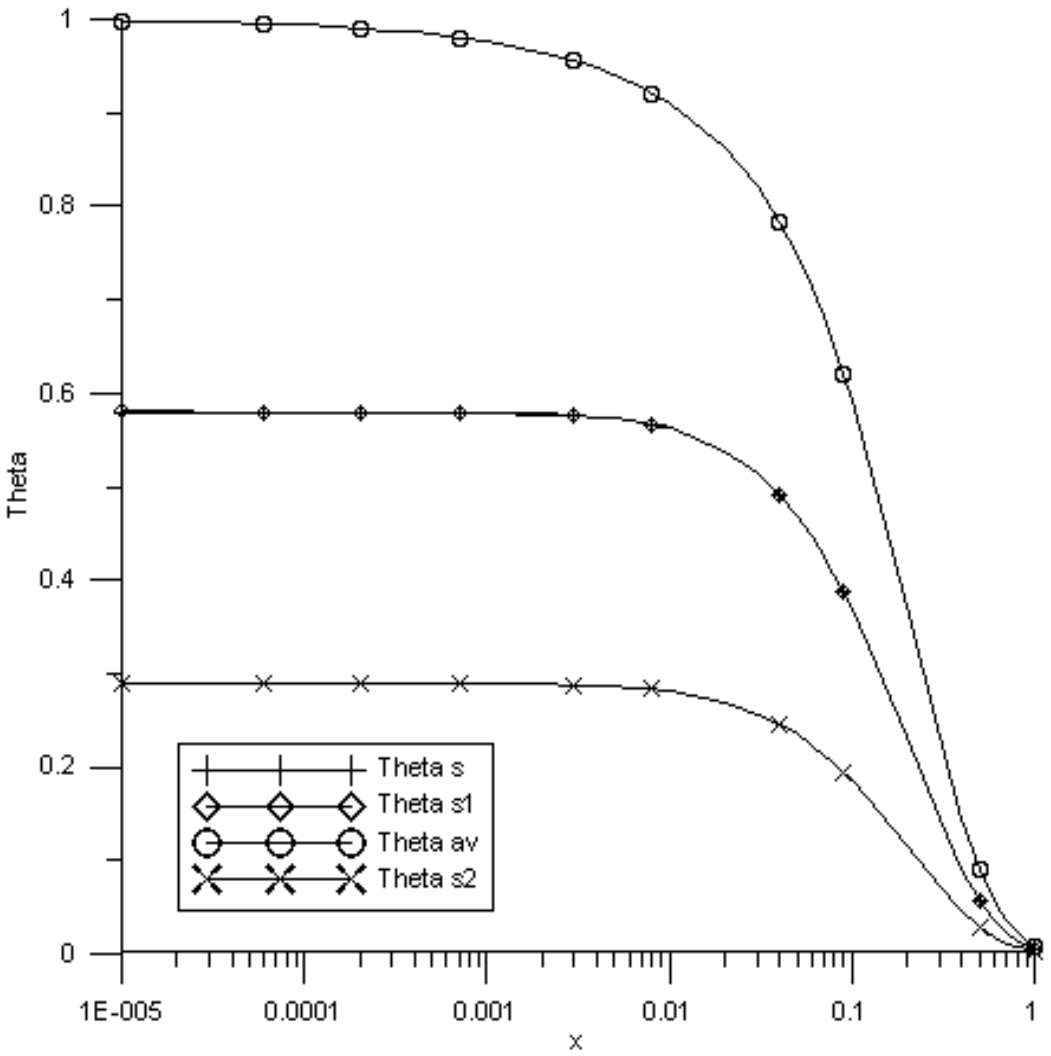

Figura 5.38: Al-Ar - Distribuição das temperaturas de interesse ao longo do comprimento do canal (Bi=1; e=1.00)

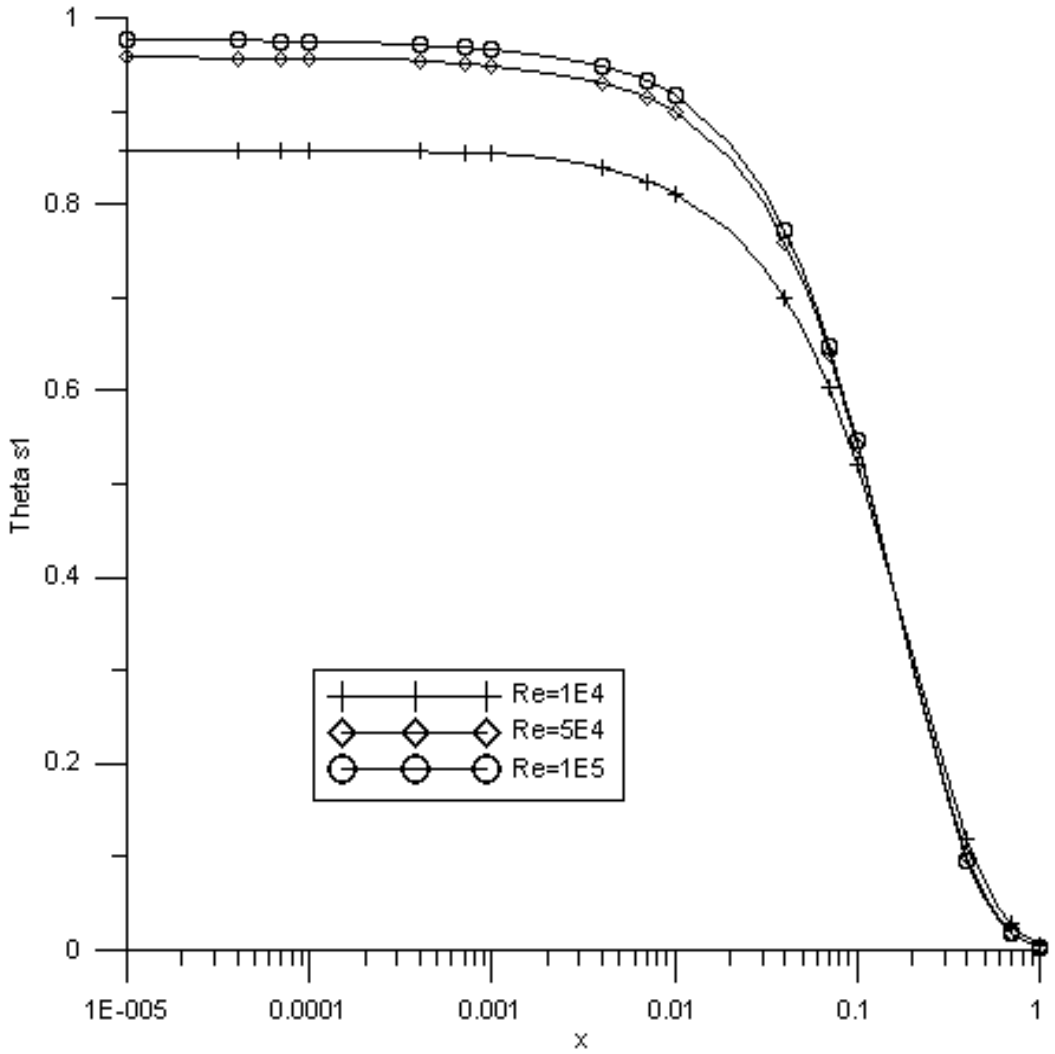

Figura 5.39: Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Pe - Pr=0.72

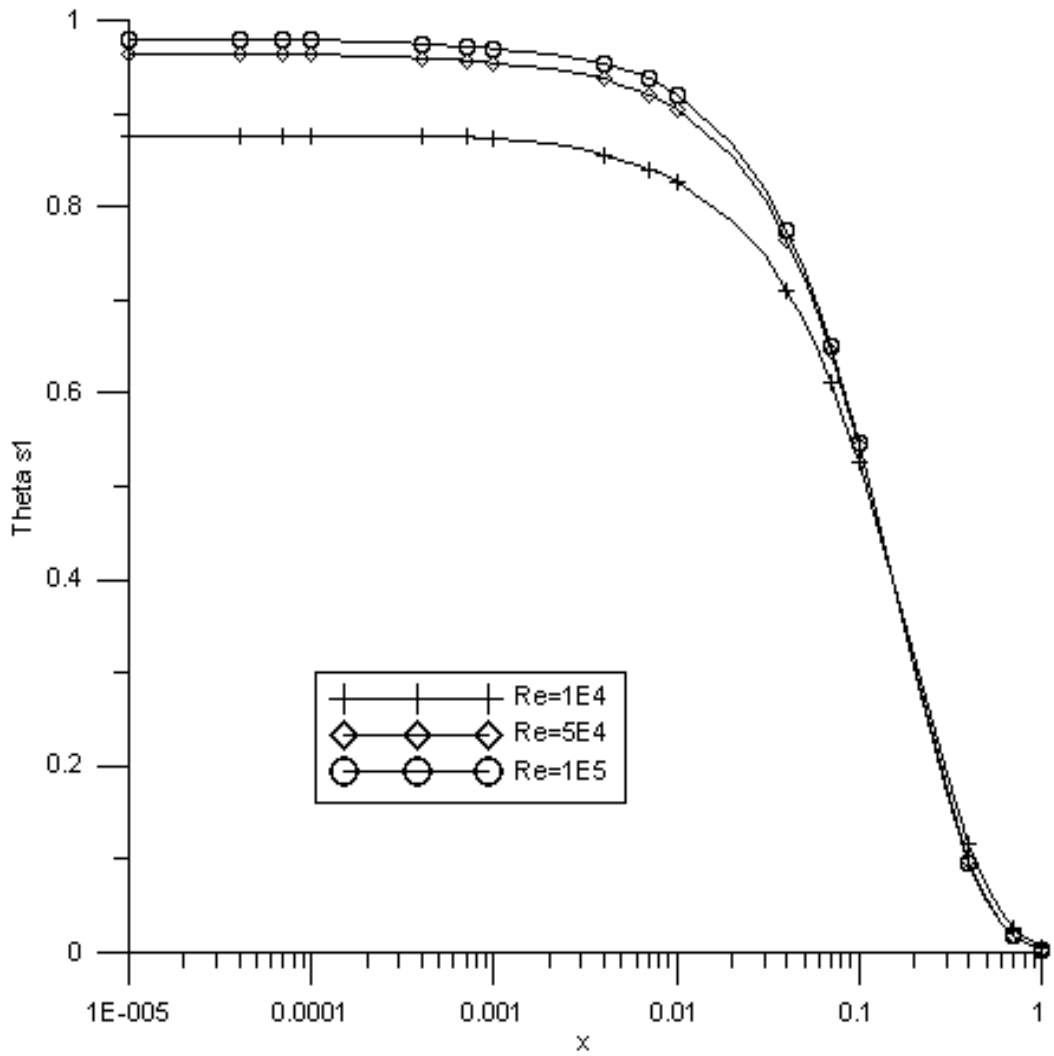

Figura 5.40: Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Pe - Pr=1.0

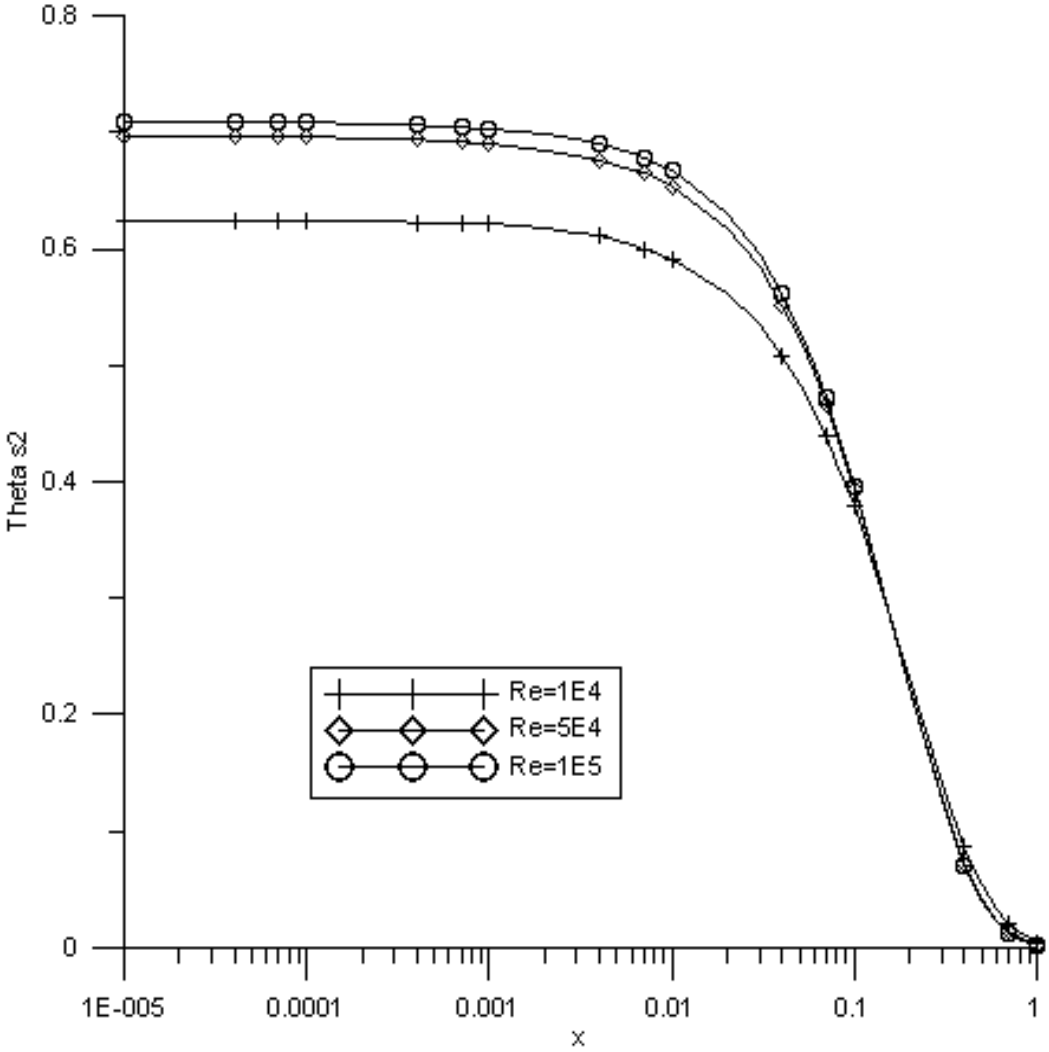

Figura 5.41: Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Pe - Pr=0.72

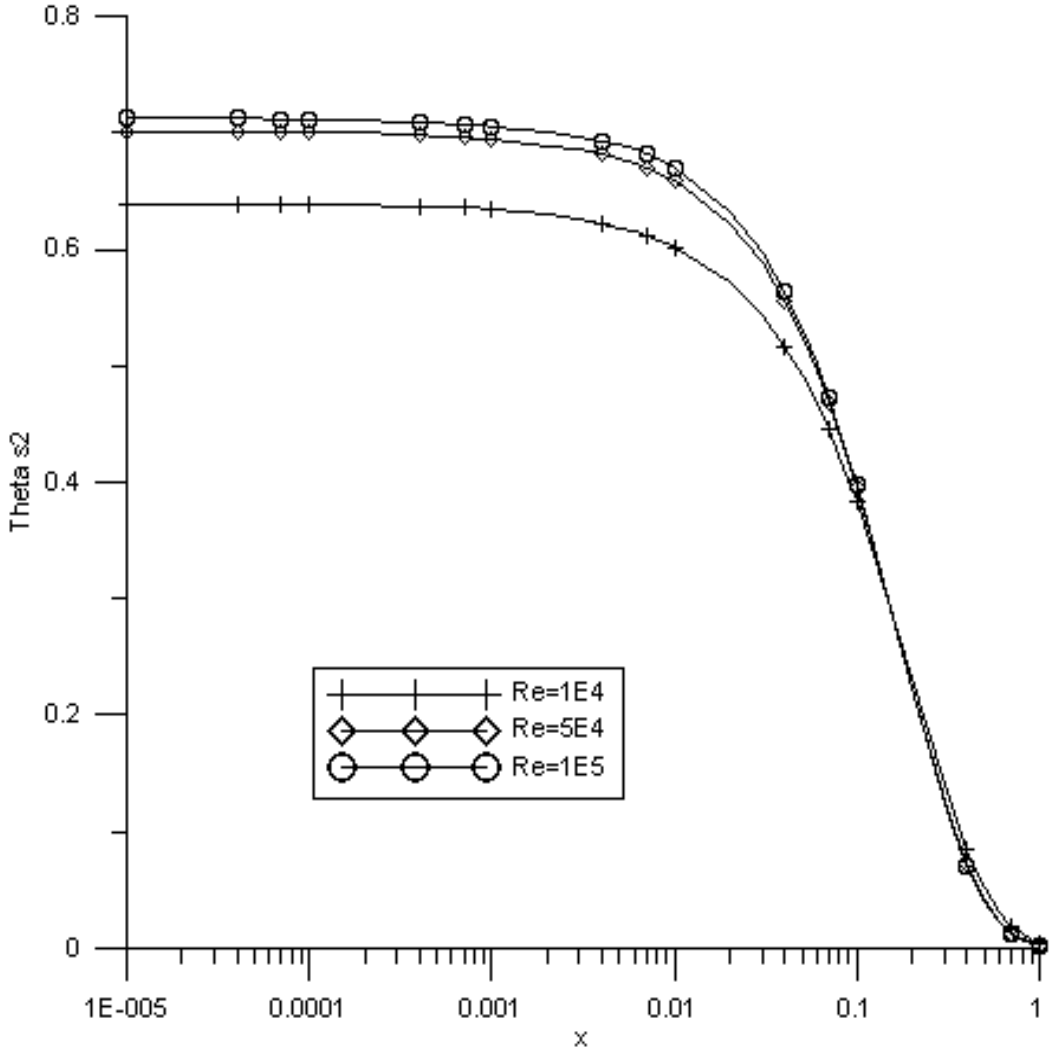

Figura 5.42: Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Pe - Pr=1.0

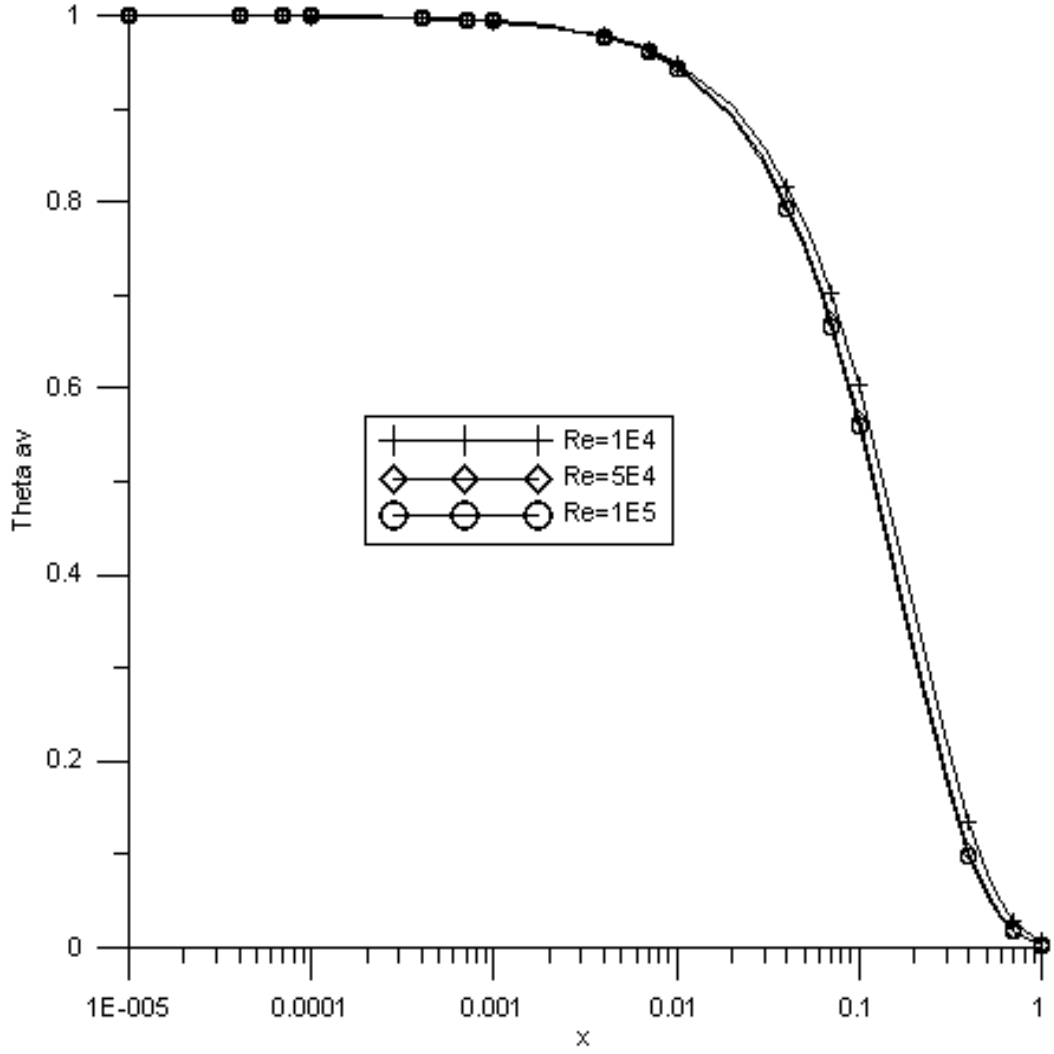

Figura 5.43: Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Pe - Pr=1.0

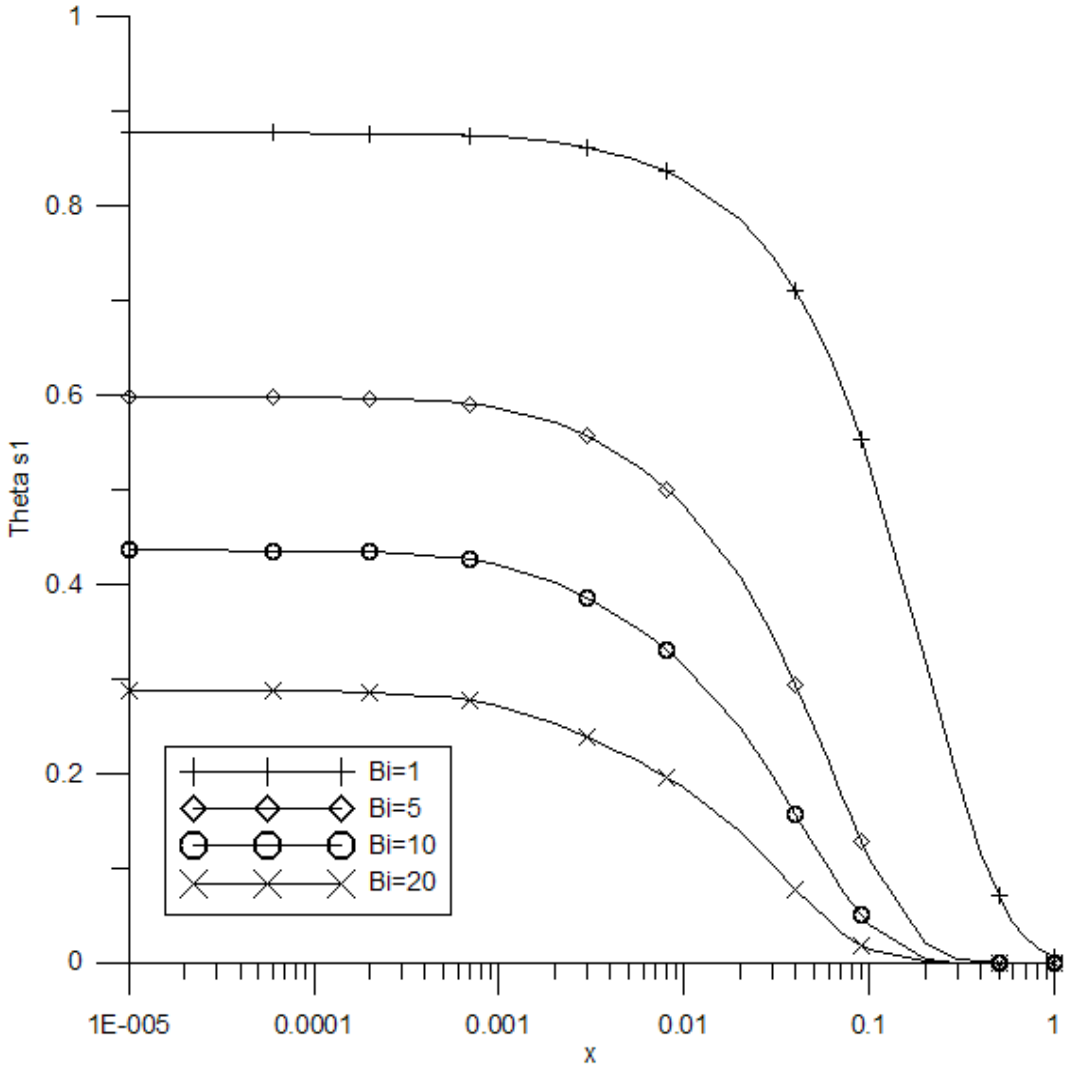

Figura 5.44: Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi

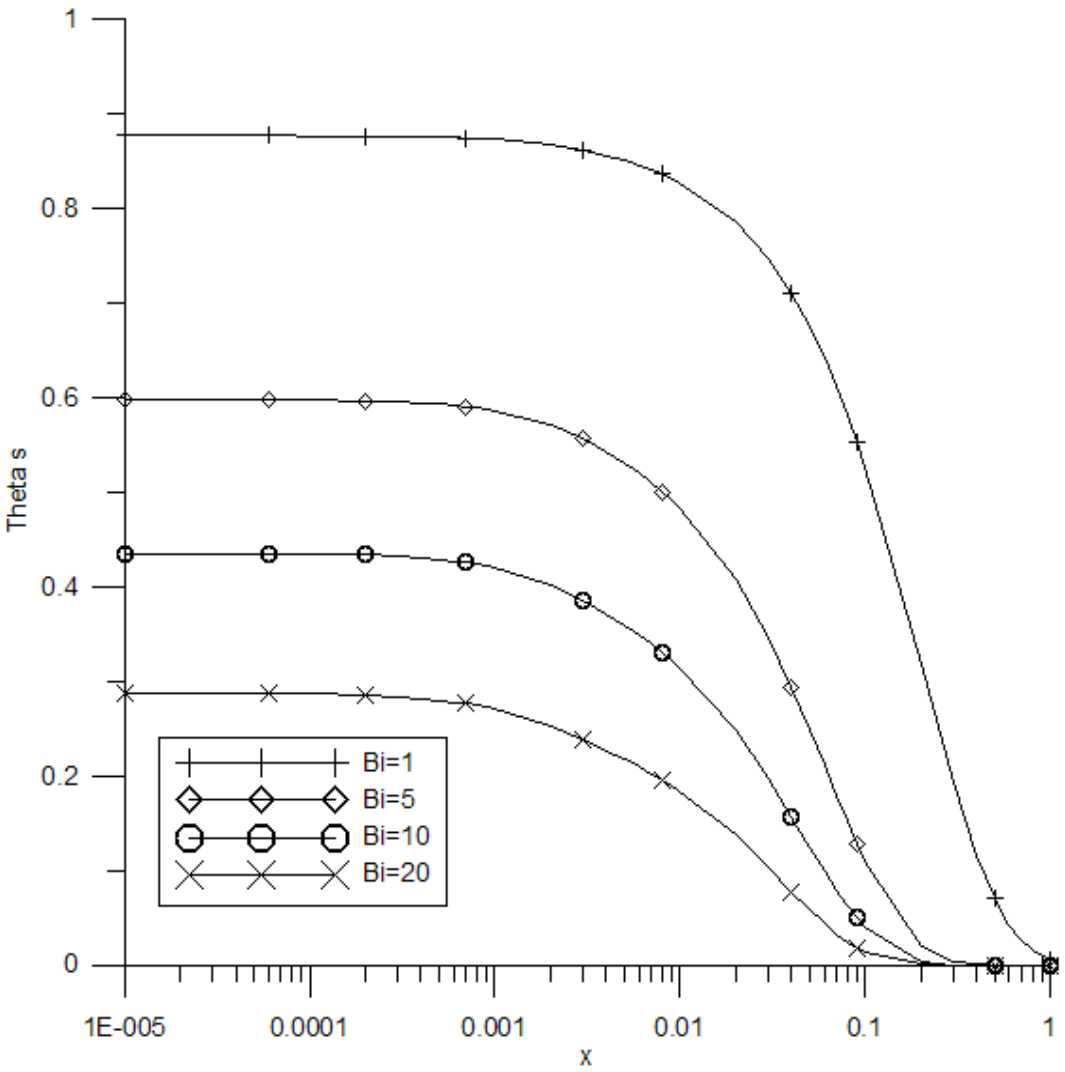

Figura 5.45: Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi

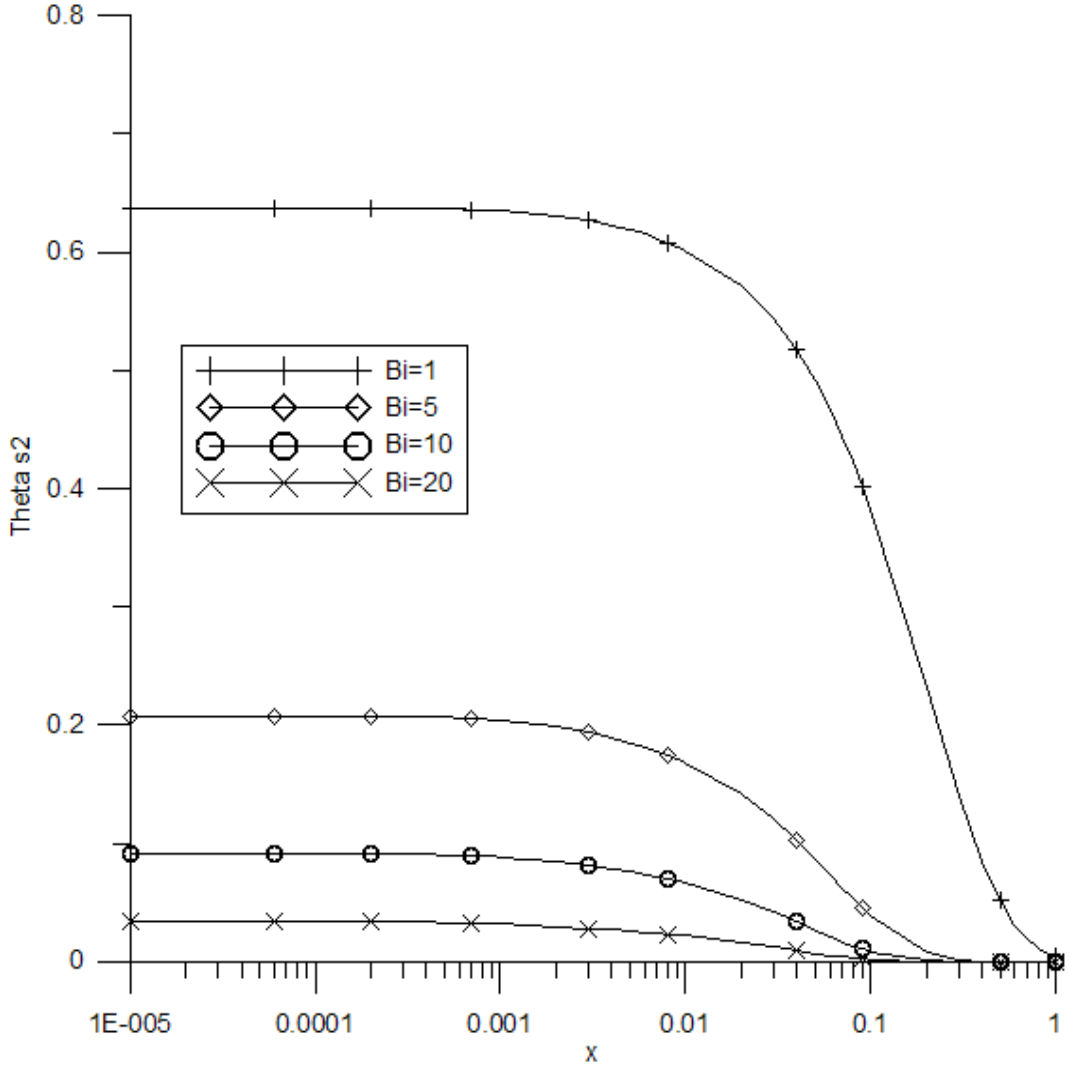

Figura 5.46: Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi

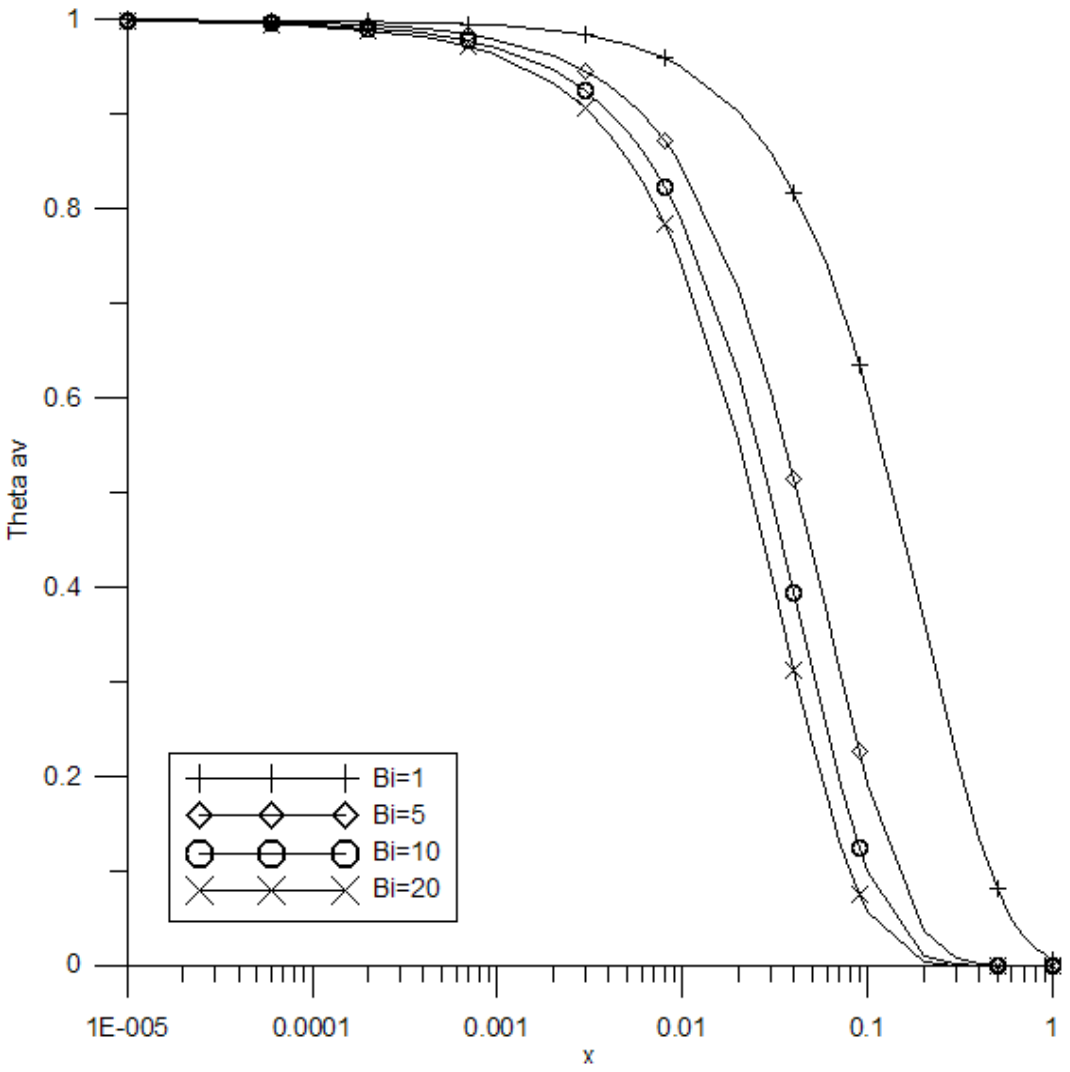

Figura 5.47: Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi

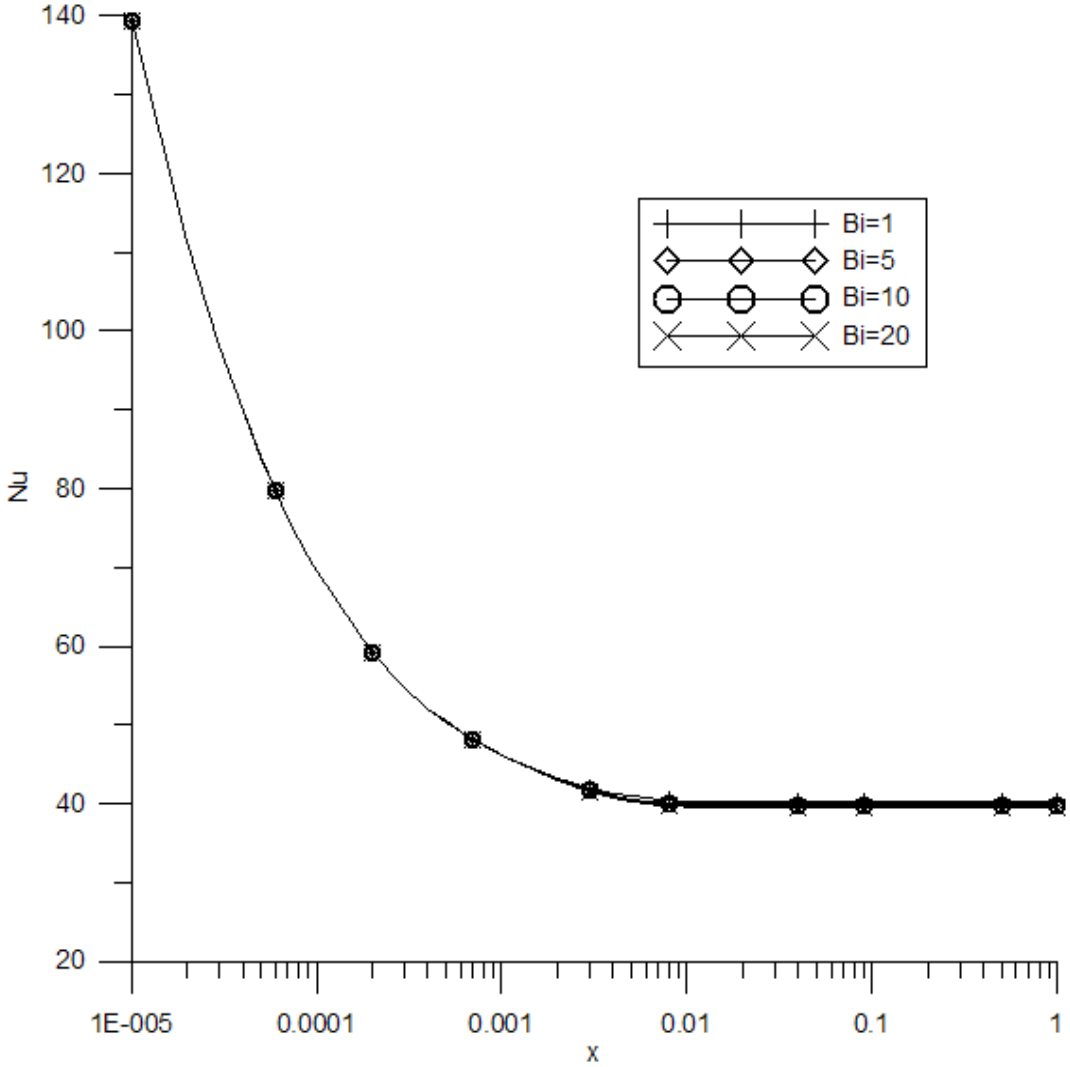

Figura 5.48: Cu-Ar - Distribuição do número de Nusselt ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi

5.2 Duto circular

5.2.1 Escoamento Laminar

Influência da Espessura da Parede

Para análise da influência da espessura da parede nas quantidades de interesse, o número de Peclet foi fixado em Pe=1000 e o número de Biot em Bi=1.

As figuras (5.49 - 5.61) mostram a distribuição das temperaturas calculadas (θ_{s1}), (θ_{s1}), (θ_{av}) e (θ_s) e do número de Nusselt ao longo do comprimento do canal, para as combinações (Cu/Ar) e (Al/Ar) para uma dada espessura da parede.

Intuitivamente, esperava-se que a diferença entre as temperaturas da interface interna e externa do duto aumentesse com o aumento da espessura. Podemos observar nas figuras (5.49)e (5.50), que este comportamento foi representado com eficiência pelo modelo para a combinação (Cu/Ar) assim como nas figuras (5.55) e (5.56) para o par (Al/Ar). Nítidamente, as curvas de (θ_{s1}) e (θ_{s2}) se afastam com o aumento da espessura δ, mostrando o aumento da diferença entre as temperaturas da interface interna e externa do canal. Nota-se também que as curvas para θ_{s1} e θ_s apresentaram-se praticamente sobrepostas, mostrando que o modelo proposto não foi capaz de diferenciar graficamente estas temperaturas. Esperava-se que a temperatura média da parede do canal (θ_s) se localizasse em um ponto entre as curvas para a temperatura da interface interna do canal (θ_{s1}) e para a interface externa do canal (θ_{s2}).

Na figura (5.54) da distribuição da temperatura do fluido ao longo do canal para diversos valores de espessura, nota-se que um aumento na espessura da parede do canal provoca um deslocamento das curvas para a esquerda em uma determinada faixa do canal, ou seja, tendem a decrescer mais abruptamente conforme se aumenta a espessura da parede do duto. Para valores mais altos de Biot, esta tendência é ainda maior.

Observa-se nas figuras que mostram a distribuição das temperaturas de interesse (θ_{s1},θ_s e θ_{s2}) separadamente que, para valores crescentes da espessura do duto, a distribuição de temperatura é progressivamente achatada na entrada térmica do

canal.

A figura (5.66) para a distribuição do número de Nusselt ao longo do comprimento do duto mostram que um aumento na espessura acarreta numa diminuição do valor do número de Nusselt, para uma mesma abscissa cnsiderada.

Influência do Número de Peclet

Para a análise da influência do número de Peclet na distribuição das quantidades de interesse ao longo do comprimento do canal, foram fixados o número de Biot em Bi=1 e a espessura do canal em e=0.02.As figuras (5.62- 5.66) apresentam a distribuição das temperaturas calculadas e do número de Nusselt ao longo do comprimento do canal para diferentes números de Peclet.

Podemos observar na figura (5.65) que a temperatura média do fluido praticamente não se alterou com a variação do número de Peclet. Quanto ao número de Nusselt, nota-se na figura (5.66) que a diminuição do número de Peclet provoca uma diminuição discreta do número de Nusselt para uma mesma abscissa considerada.

Com relação às temperaturas de interesse (θ_{s1},θ_s e θ_{s2}), nota-se que a diminuição do número de Peclet provoca o achatamento dos perfis de temperatura na região de entrada térmica do canal. Este fato deve-se a que uma diminuição do número de Peclet acarreta no aumento do parâmetro de conjugação β e, aumentar o β significa aumentar a importância da condução de calor na parede do duto, gerando assim um aumento do fluxo de calor por condução ao longo da parede do duto.

Influência da Condutividade Térmica

Para analisar a influência da condutividade térmica sólido-fluido na distribuição das temperaturas em questão e no número de Nusselt local, foram testados os pares:

(Cu/Ar) Escoamento de ar em um duto de cobre ($K_{fs} = 6.8X10^{-5}$)

(Al/Ar) Escoamento de ar em um duto de alumínio ($K_{fs} = 2.0X10^{-4}$)

(Cu/Água) Escoamento de água em um duto de cobre ($K_{fs} = 1.5X10^{-3}$)

(Al/Água) Escoamento de água em um duto de cobre ($K_{fs} = 2.9X10^{-3}$)

Alguns parâmetros foram fixados para execução desta análise. Foram estes: o número de Biot, fixado em Bi=1; a espessura do duto, fixada em e=1 e o número

de Peclet, fixado em Pe=1000.

Nas figuras 5.67 a 5.71 vê-se o comportamento das temperaturas de interesse e do número de Nusselt para vários K_{fs}. Observa-se que a variação da condutividade quase provoca uma alteração muito discreta na temperatura média do fluido (θ_{av}). A diminuição da condutividade do par sólido-fluido acarreta numa pequena queda da temperatura média do fluido apenas em uma faixa do comprimento do canal. Na distribuição do número de Nusselt local ao longo do comprimento do canal, nota-se que com o aumento do K_{fs} também aumenta discretamente o valor do número de Nusselt.

Nas temperaturas da parede ($\theta_{s1}, \theta_{s2} e \theta_s$) o resultado é um achatamento no perfil com a diminuição da condutividade.

Nota-se na figura (5.68) que, antes de começar o decaimento da curva, há um aumento da temperatura na parte inicial do duto. Este comportamento deve-se, provavelmente, a algum problema de instabilidade que fica camuflado em gráficos de escala logarítmica.

Influência do Número de Biot

Para análise da influência do número de Biot nas temperaturas de interesse e no número de Nusselt local, o número de Peclet foi fixado em Pe=1000 e a espessura do canal foi fixada em e=0.02.

As figuras 5.72 a 5.76 mostram o comportamento das temperaturas de interesse e no número de Nusselt com a variação do número de Biot. À medida em que se diminui-se a resistência térmica do meio exterior através do aumento do número de Biot, observamos que as temperaturas do sólido ($\theta_s, \theta_{s1} e \theta_{s2}$) diminuem acentuadamente, de maneira esperada intuitivamente, já que a diminuição da resustência térmica do ambiente representa um aumento do fluxo de calor para o ambiente.

Na figura 5.75 , que mostra a influência do número de Biot na temperatura média do fluido vê-se que o aumento do número de Biot acarreta numa queda mais brusca da temperatura média do fluido, ou seja, a variação axial da temperatura média do fluido é mais acentuada já que a peda por convecção aumenta. Fica clara a tendência da distribuição de temperatura atingir uma situação limite (Bi$\rightarrow \infty$),

alcançando-se um problema com condição de contorno de primeiro tipo (temperatura prescrita na parede

Pode-se observar ainda (5.76) que, o aumento do número de Biot provoca um deslocamento para baixo na distribuição do número de Nusselt numa região mais ao final da entrada térmica do duto.

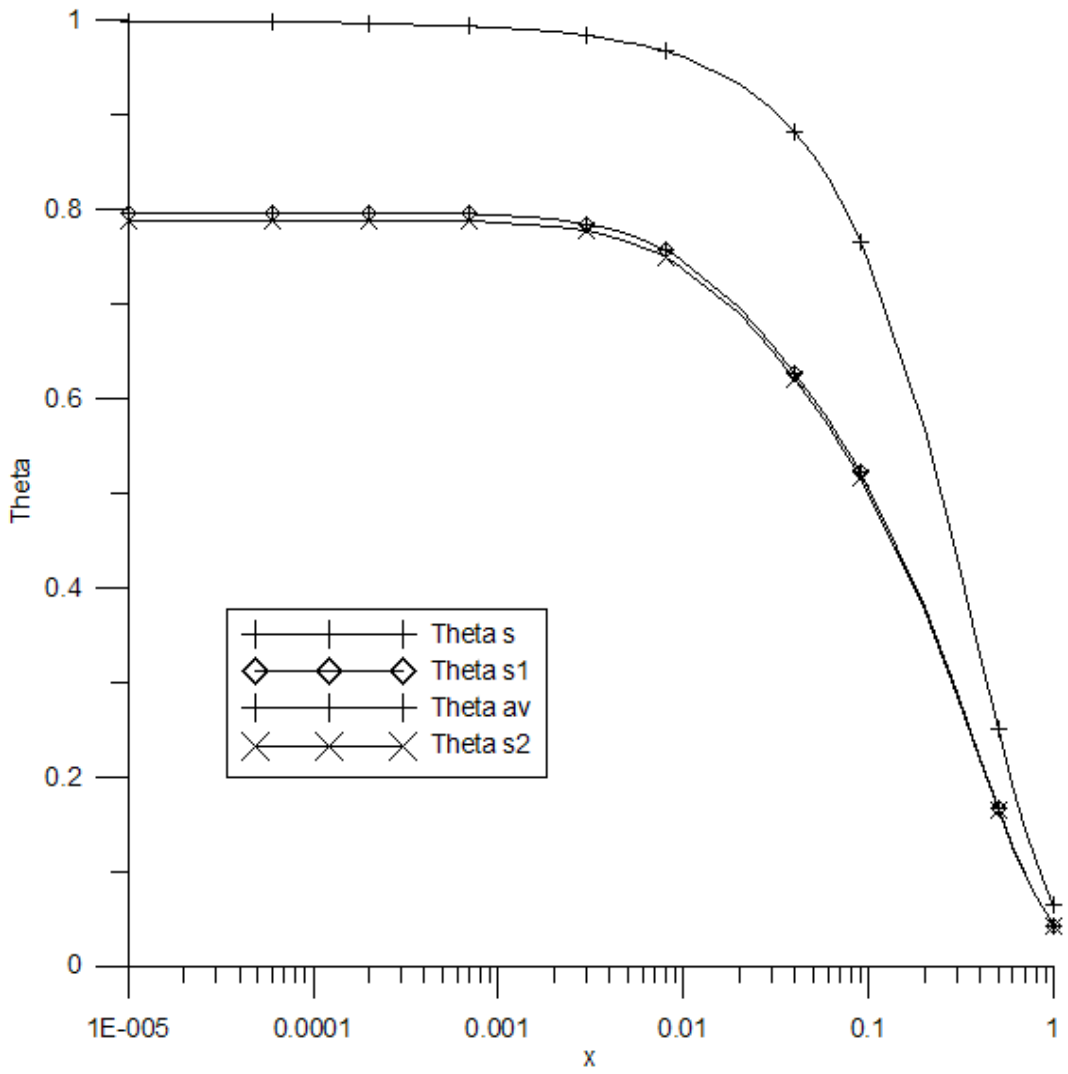

Figura 5.49: Cu-Ar - Distribuição das temperaturas de interesse ao longo do comprimento do canal (Bi=1; e=0.02)

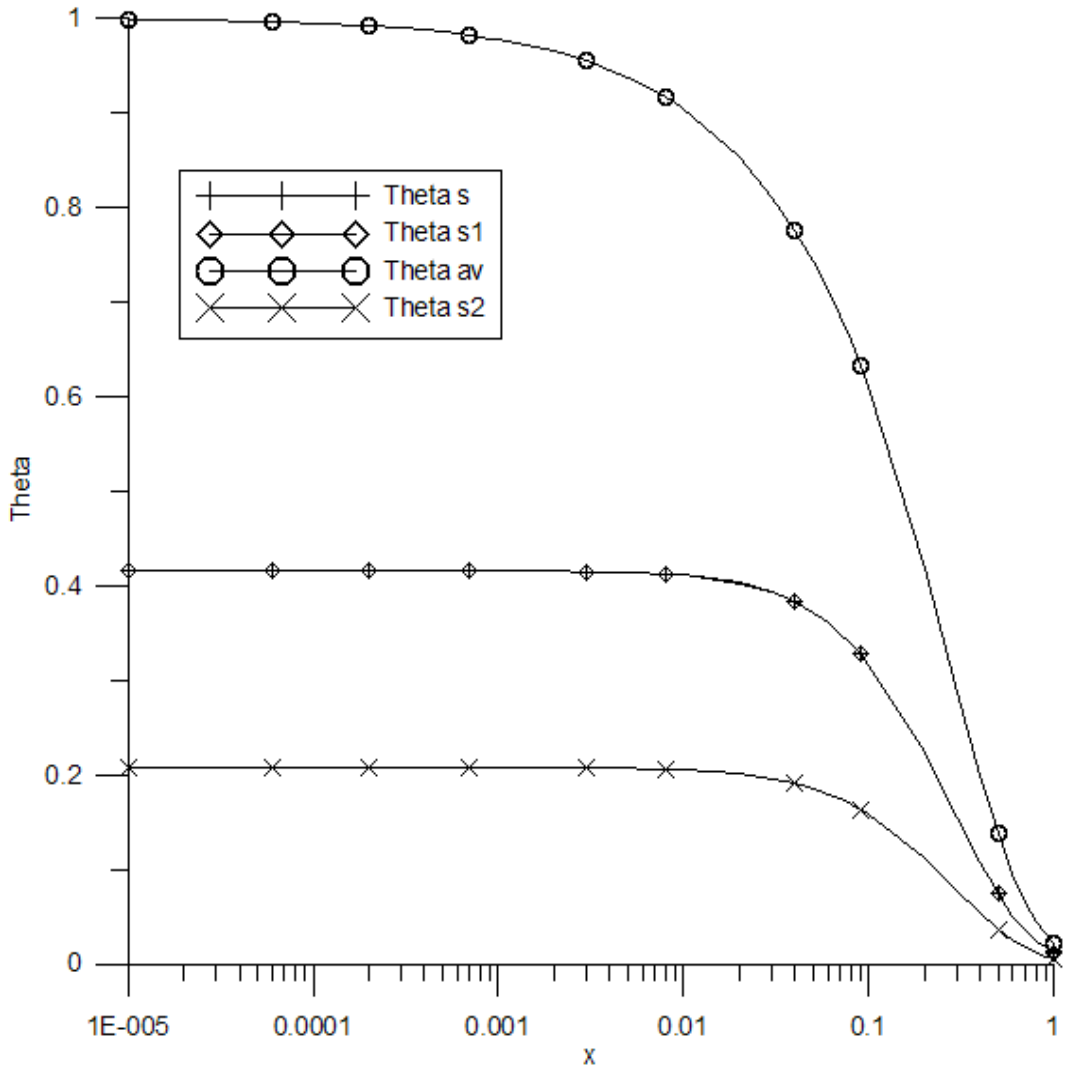

Figura 5.50: Cu-Ar - Distribuição das temperaturas de interesse ao longo do comprimento do canal (Bi=1; e=1.00)

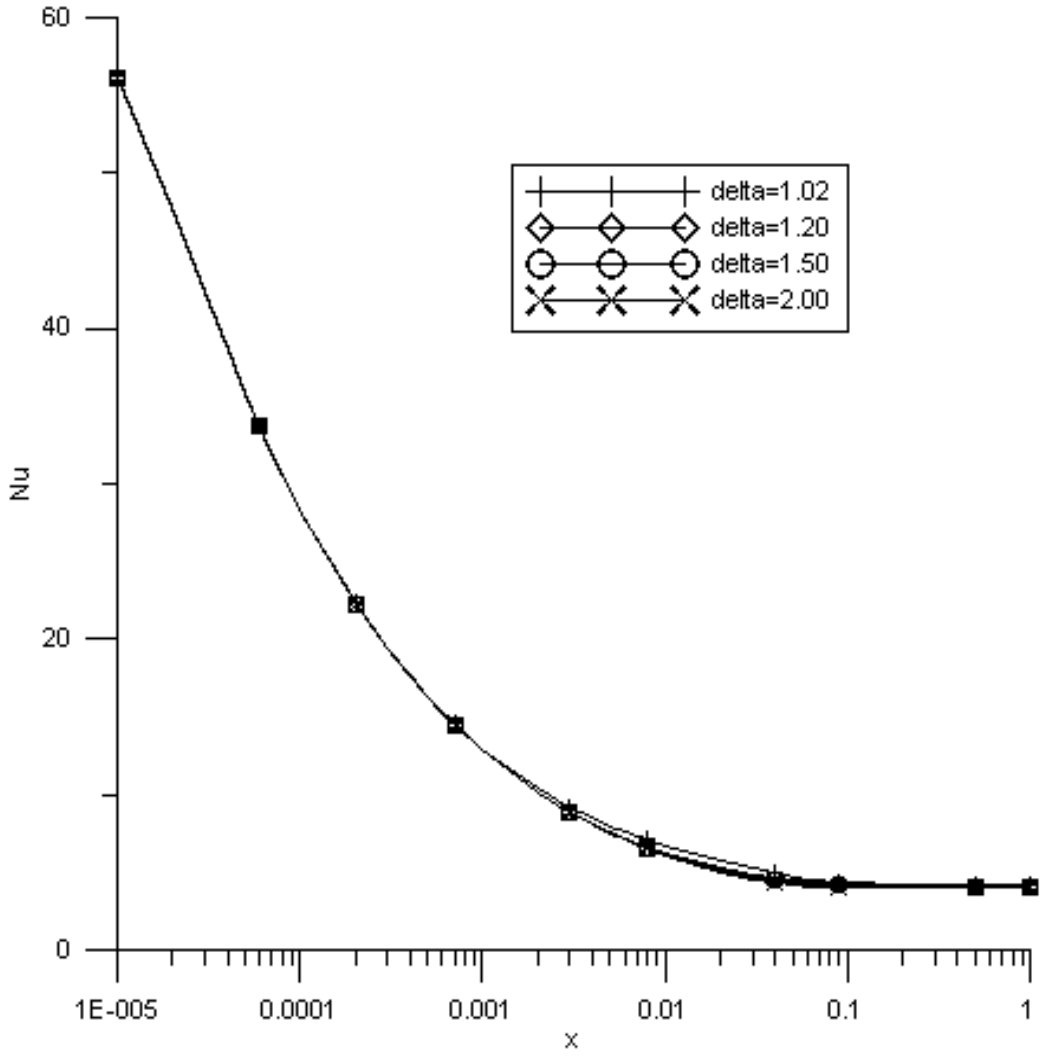

Figura 5.51: Cu-Ar - Distribuição do número de Nusselt ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de espessura da parede(Bi=1)

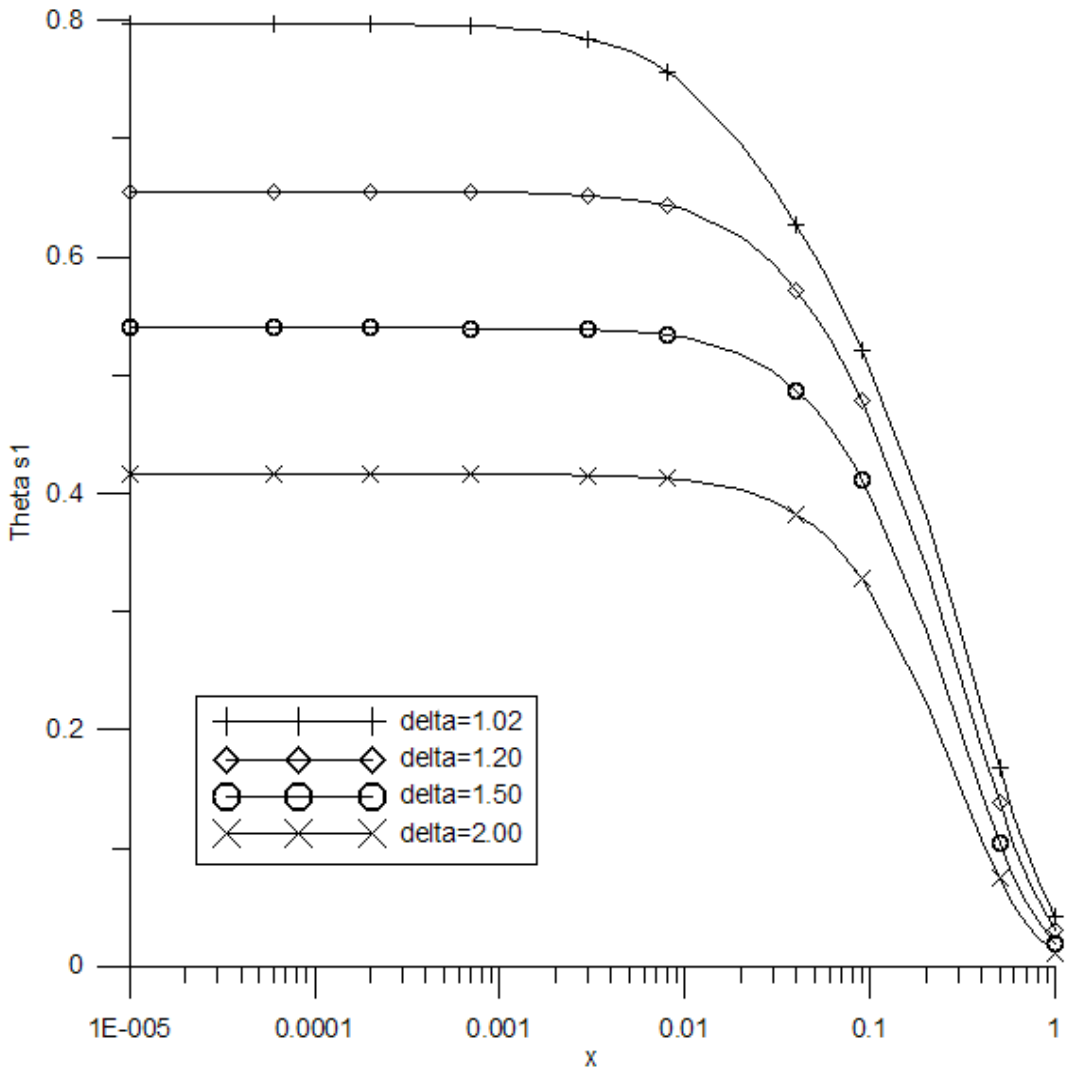

Figura 5.52: Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1)

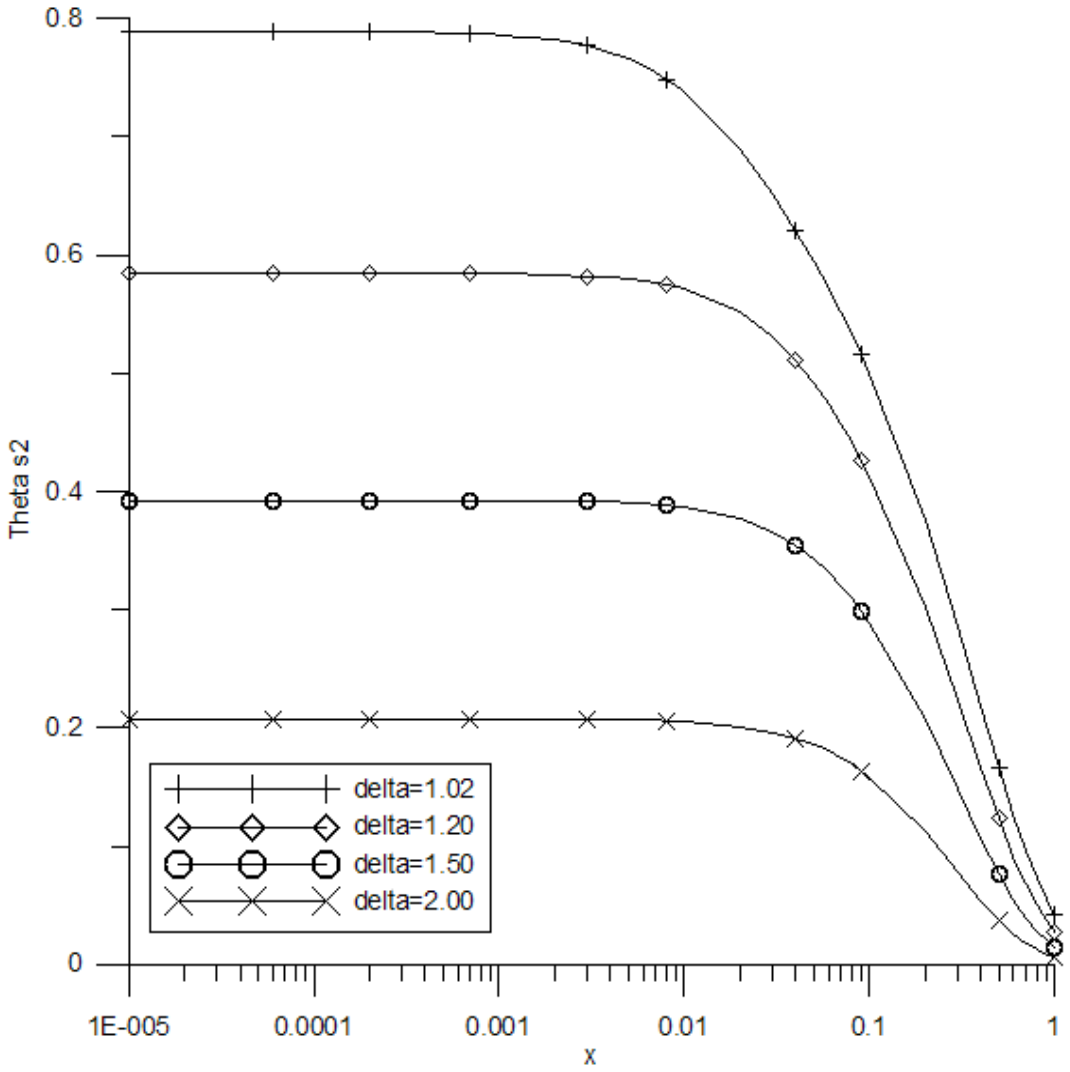

Figura 5.53: Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1)

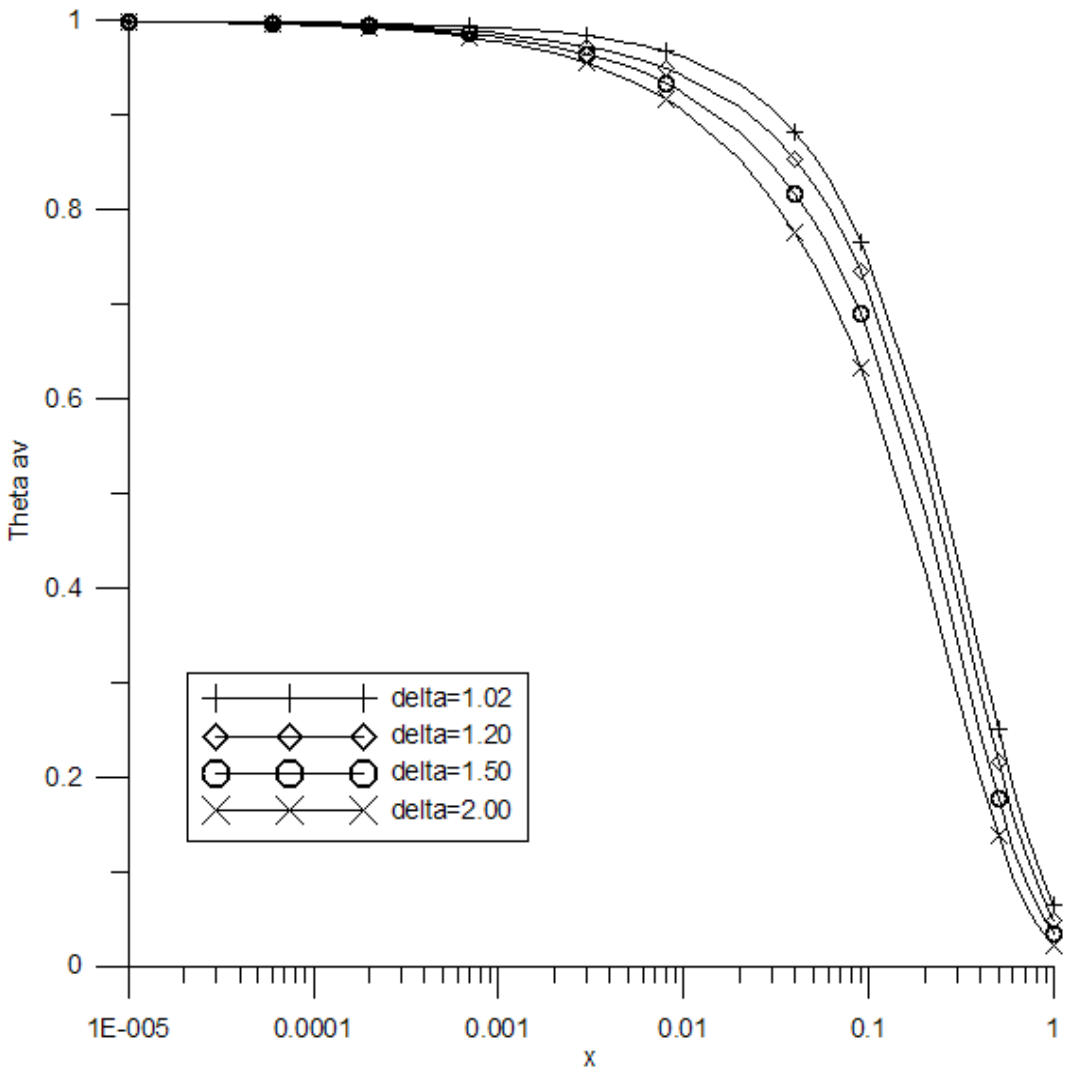

Figura 5.54: Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1)

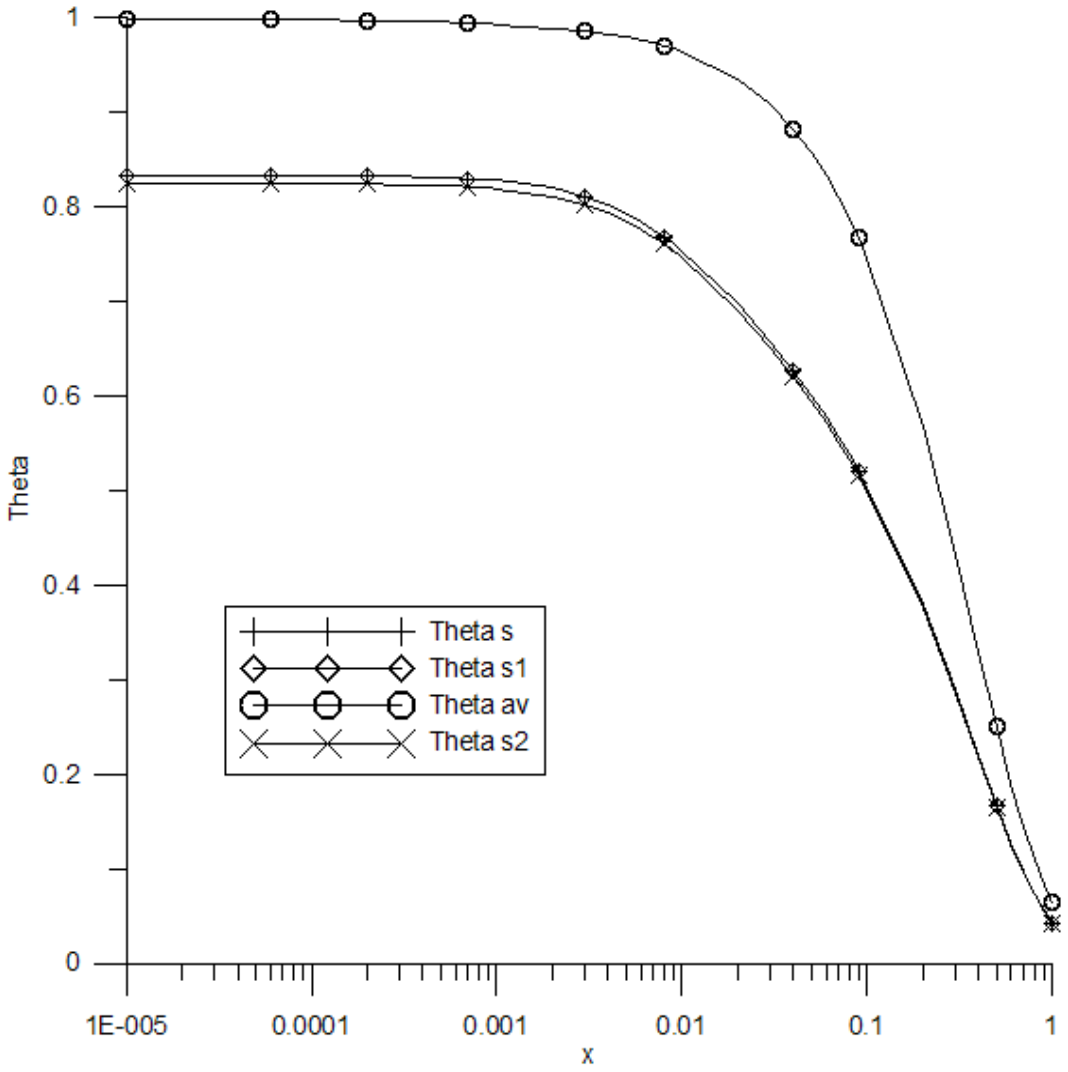

Figura 5.55: Al-Ar - Distribuição das temperaturas de interesse ao longo do comprimento do canal (Bi=1;e=0.02)

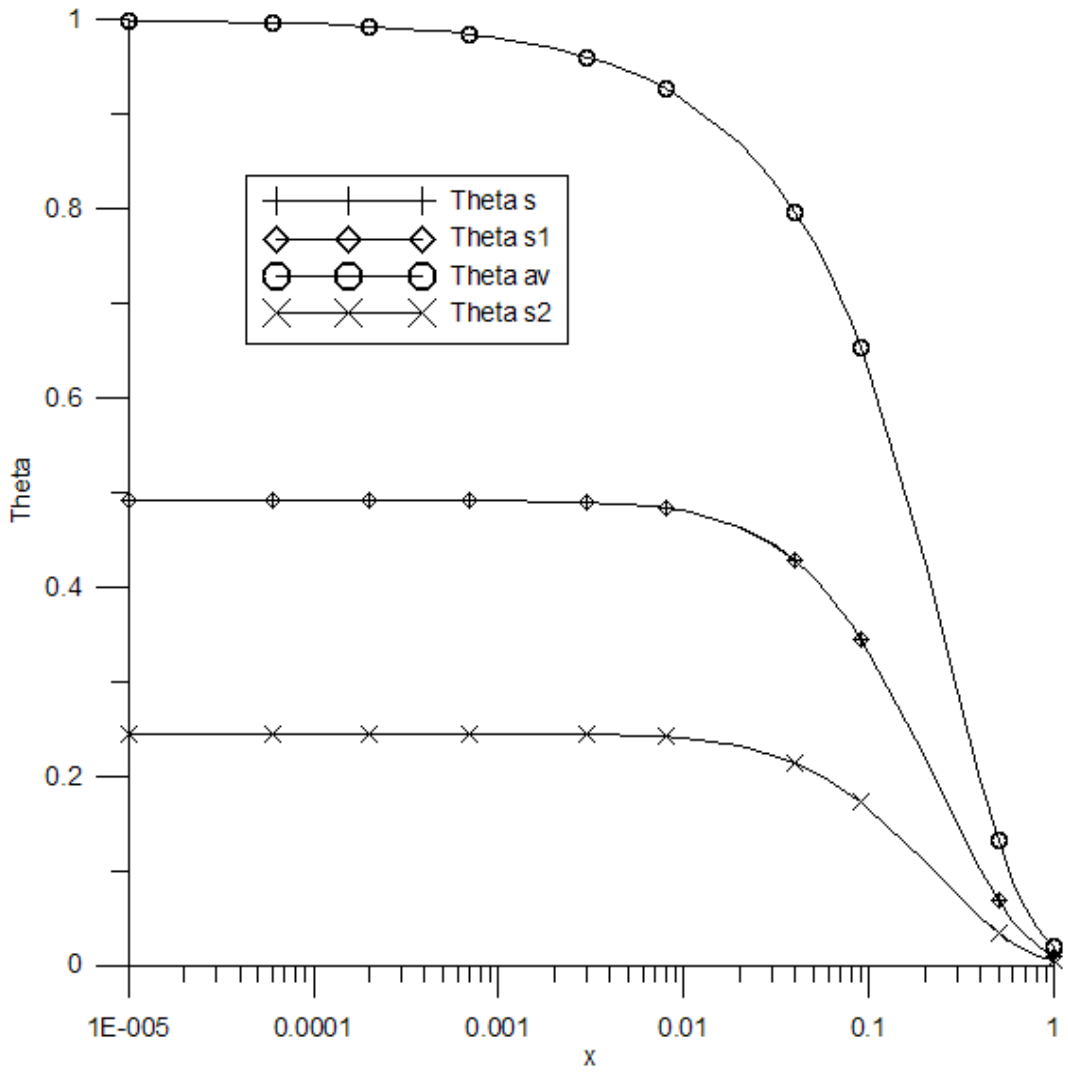

Figura 5.56: Al-Ar - Distribuição das temperaturas de interesse ao longo do comprimento do canal (Bi=1;e=1.00)

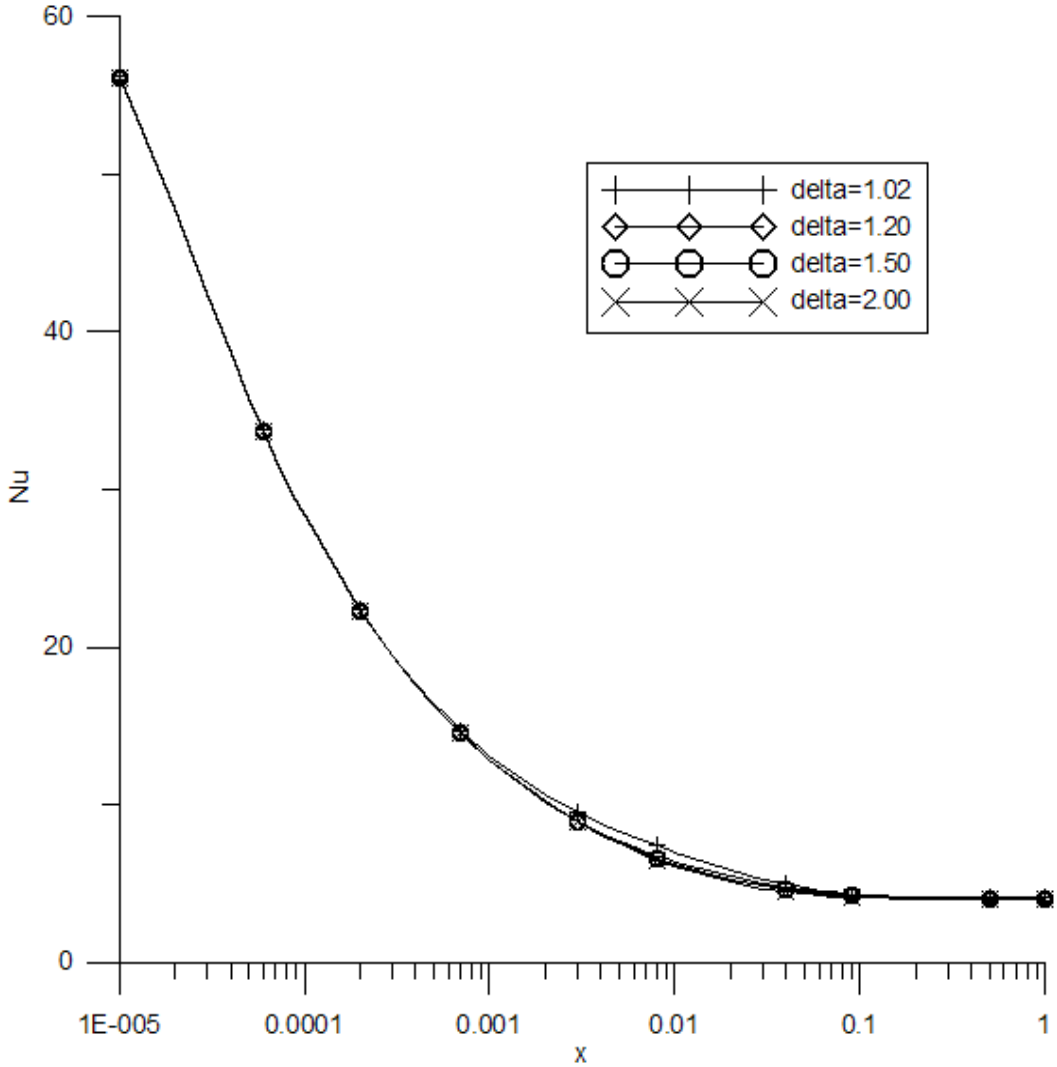

Figura 5.57: Al-Ar - Distribuição do número de Nusselt ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de espessura da parede(Bi=1

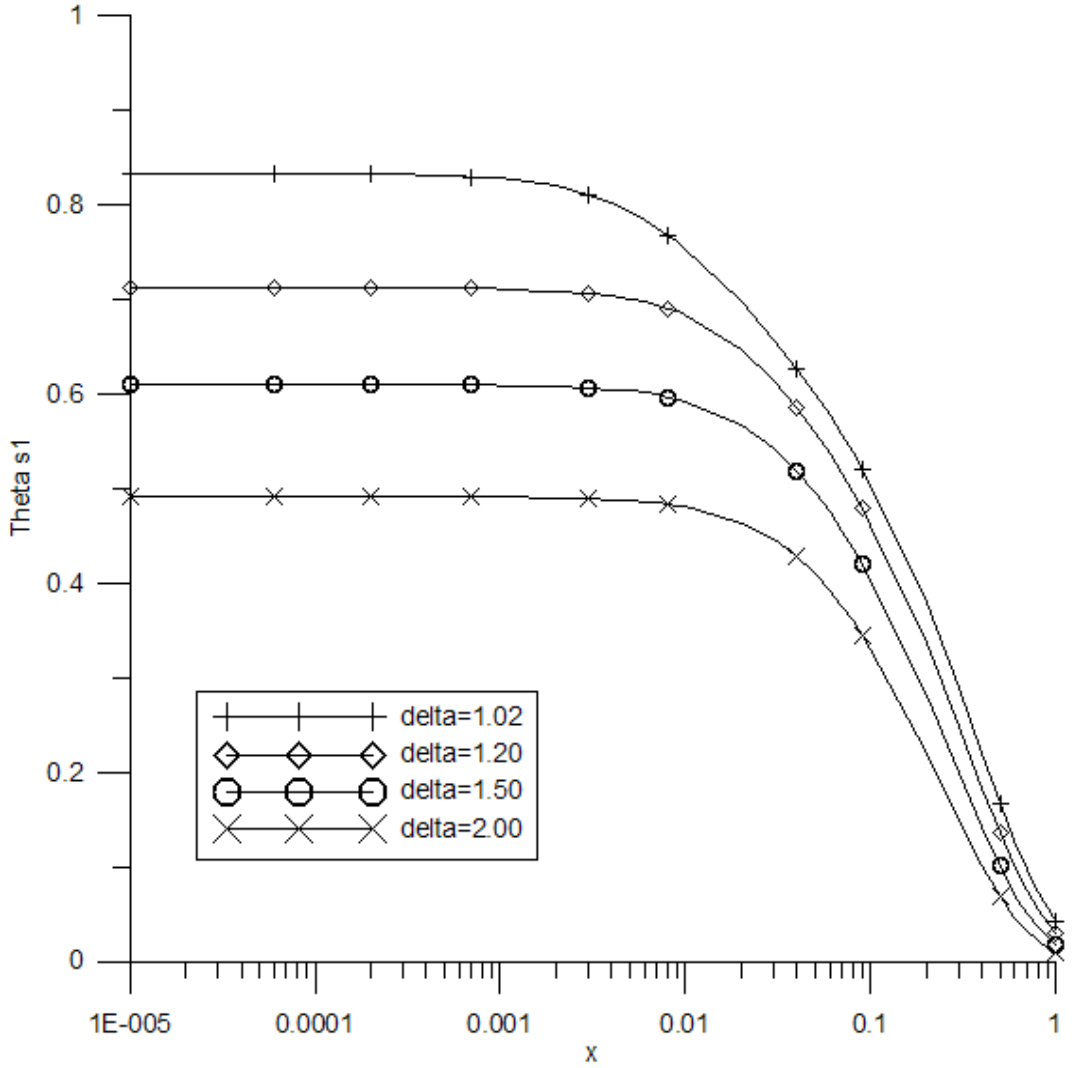

Figura 5.58: Al-Ar - Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1)

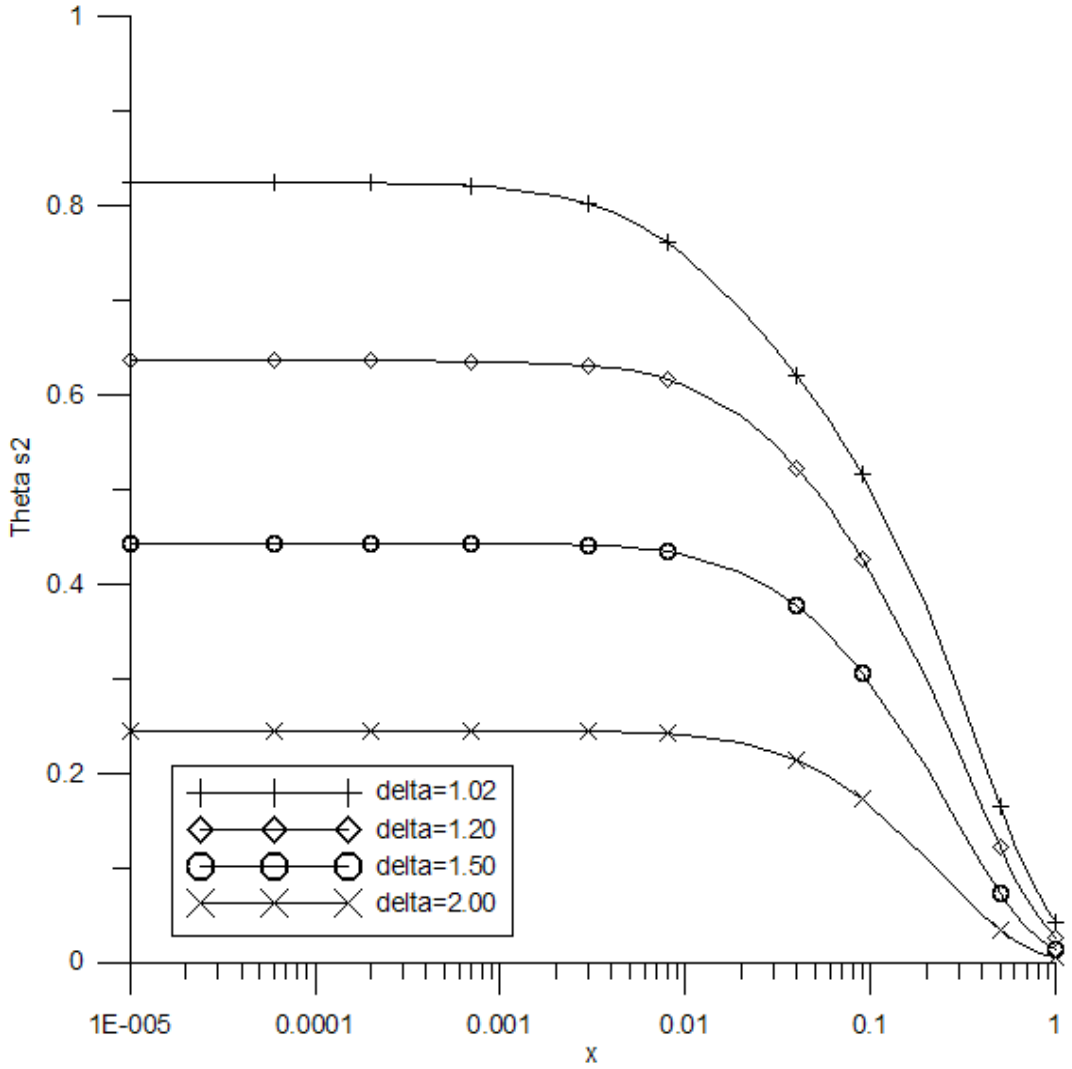

Figura 5.59: Al-Ar - Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1)

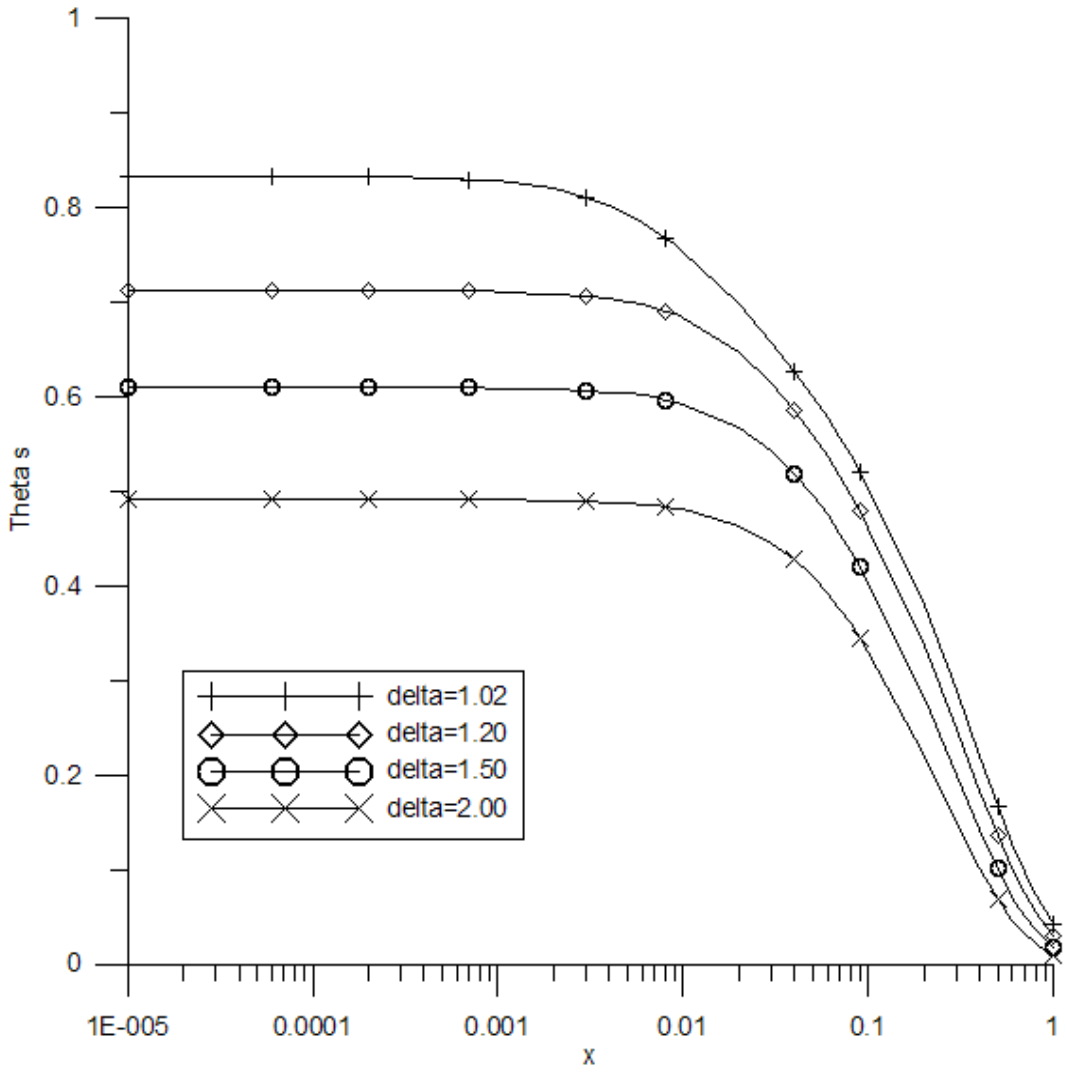

Figura 5.60: Al-Ar - Distribuição da temperatura média da parede do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1)

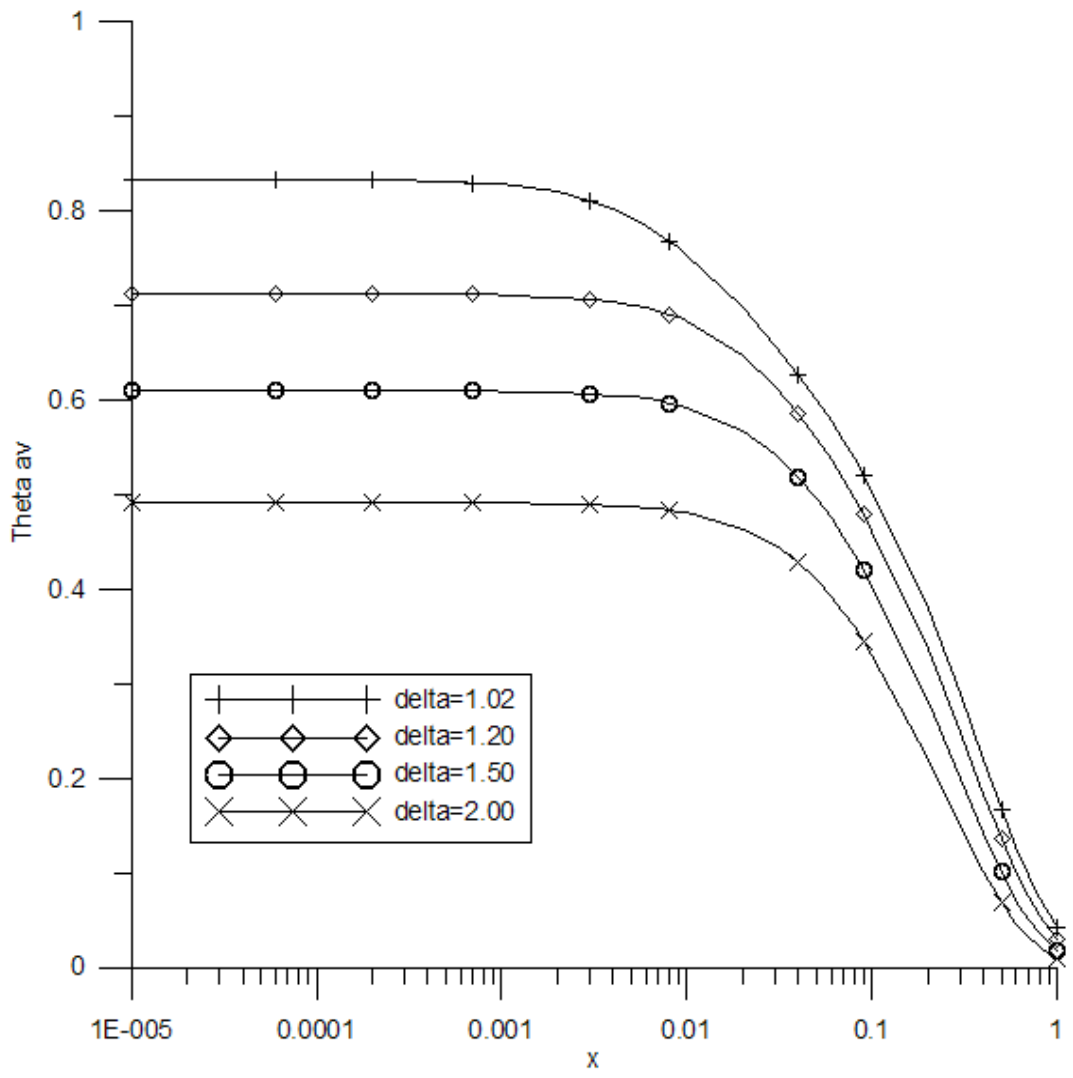

Figura 5.61: Al-Ar - Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1)

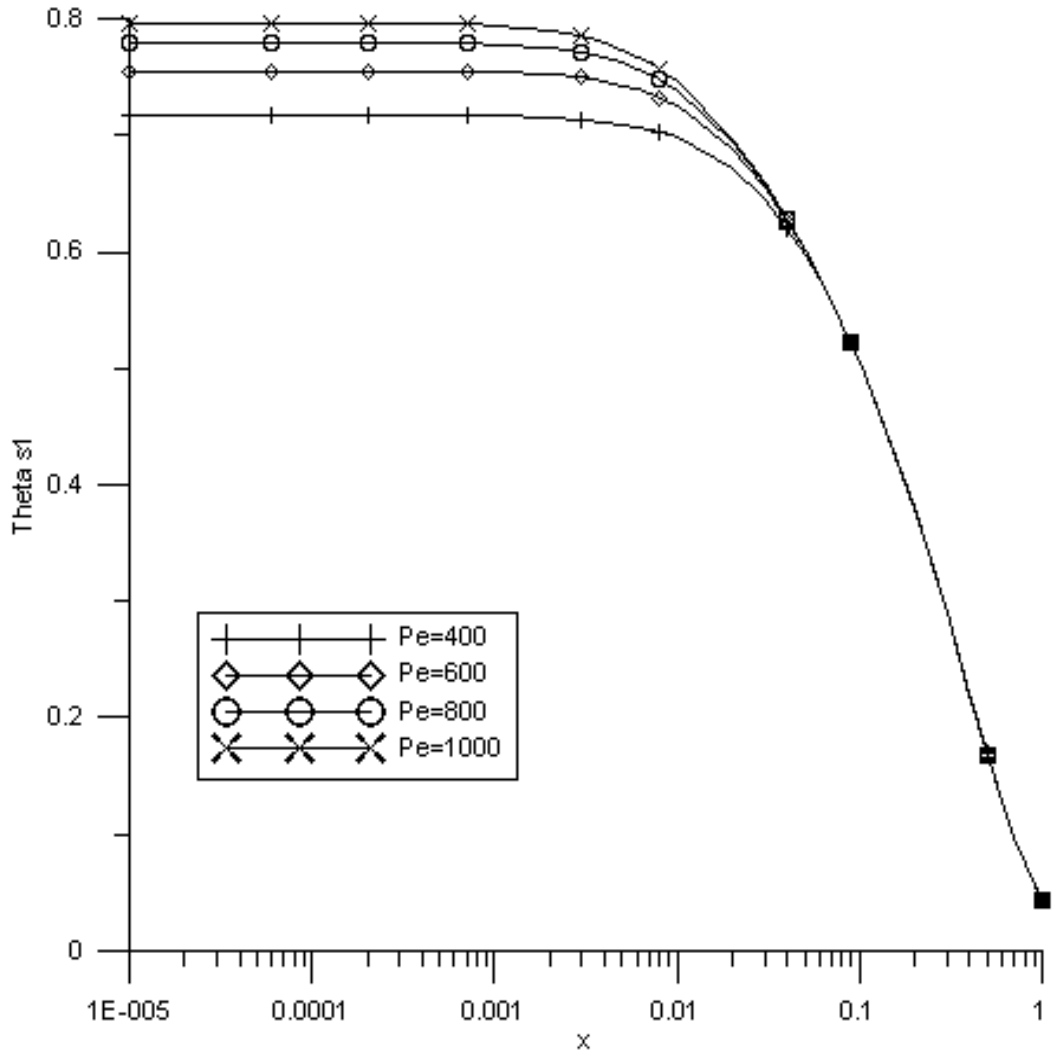

Figura 5.62: Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores Pe

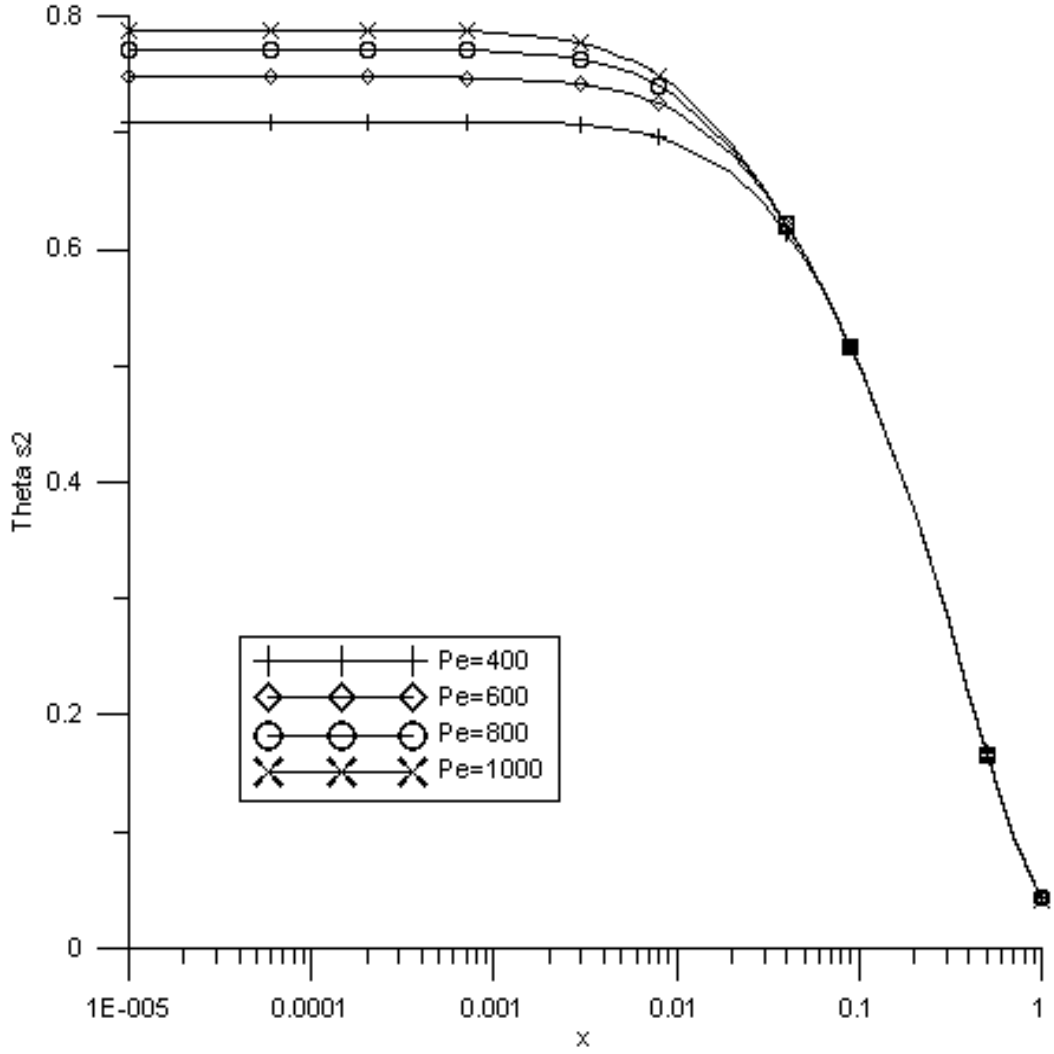

Figura 5.63: Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores Pe

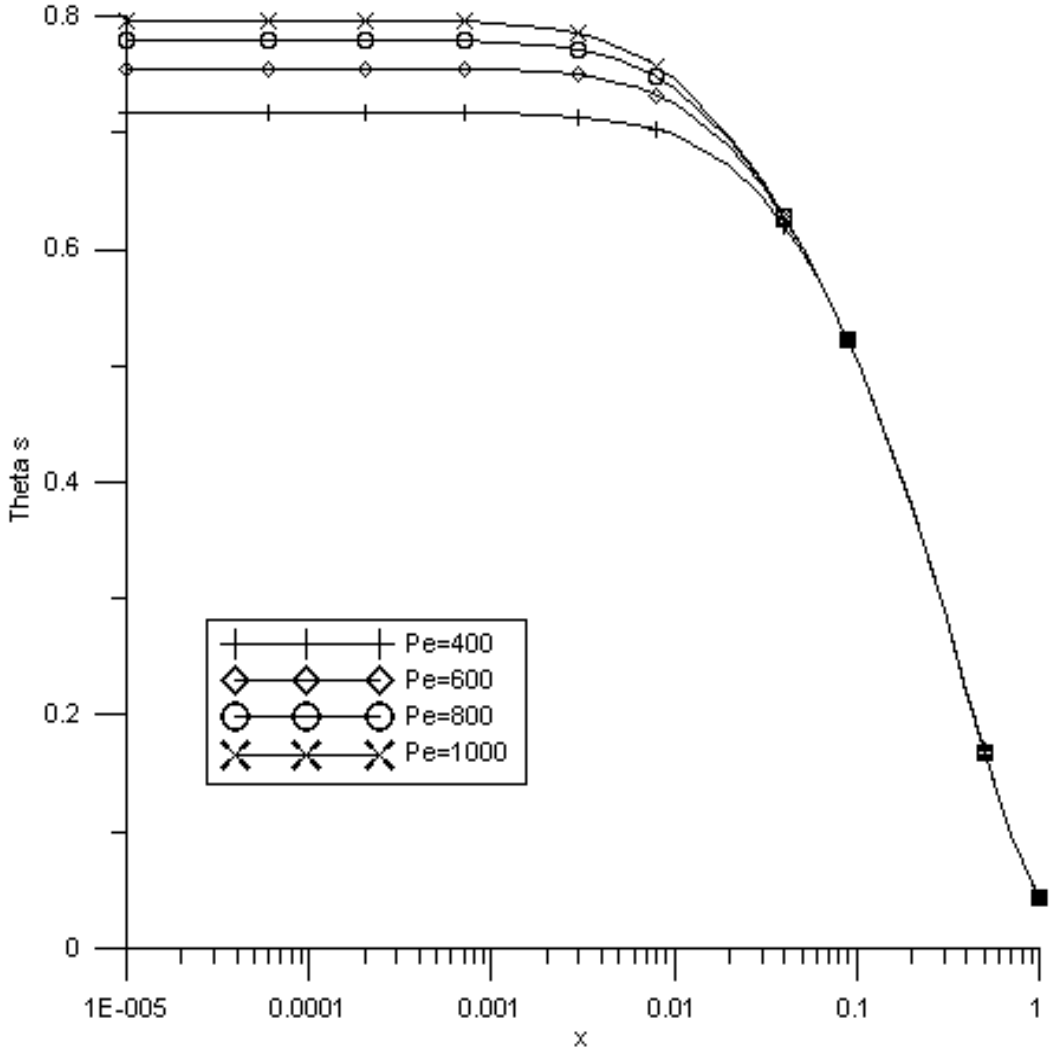

Figura 5.64: Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do sólido ao longo do comprimento do canal para diferentes valores Pe

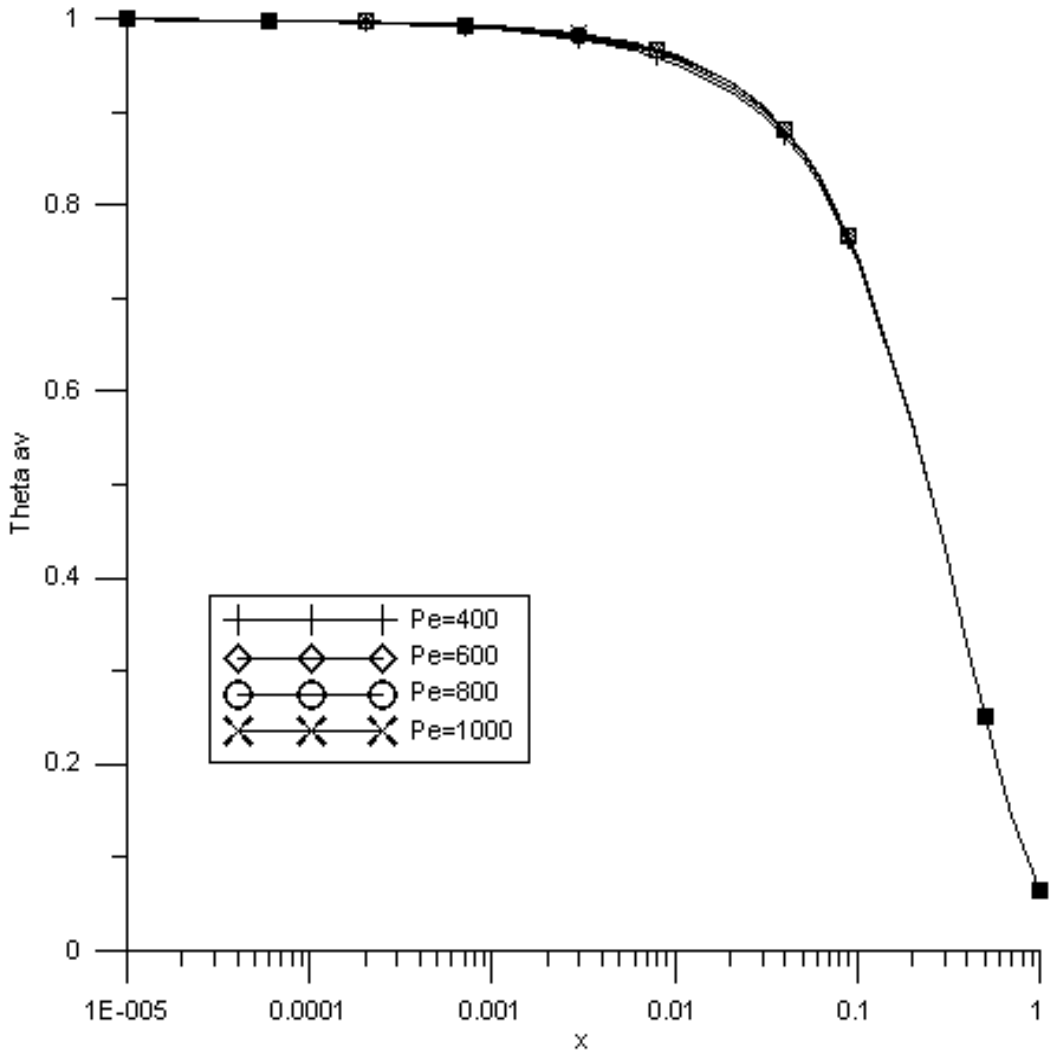

Figura 5.65: Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferentes valores Pe

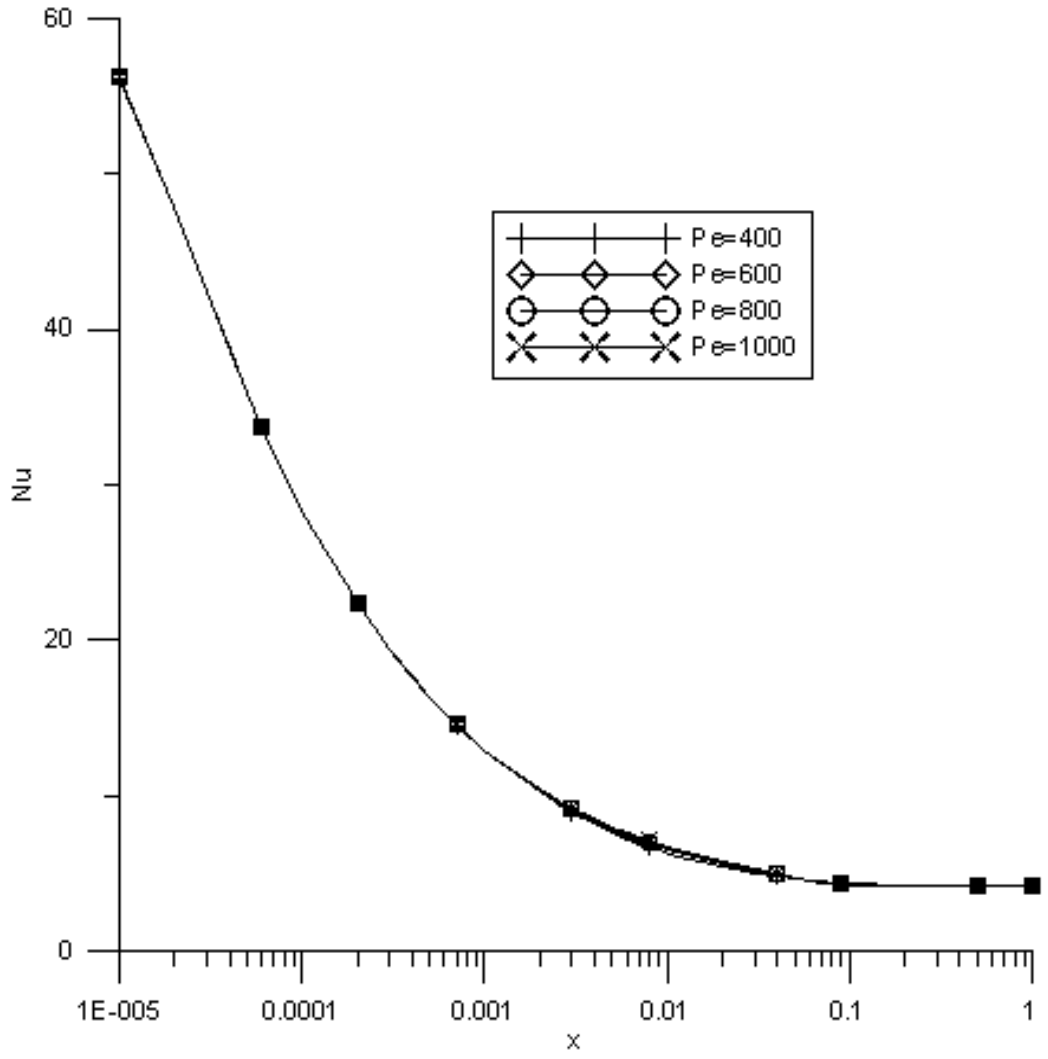

Figura 5.66: Cu-Ar - Distribuição do número de Nusselt ao longo do comprimento do canal para diferentes valores Pe

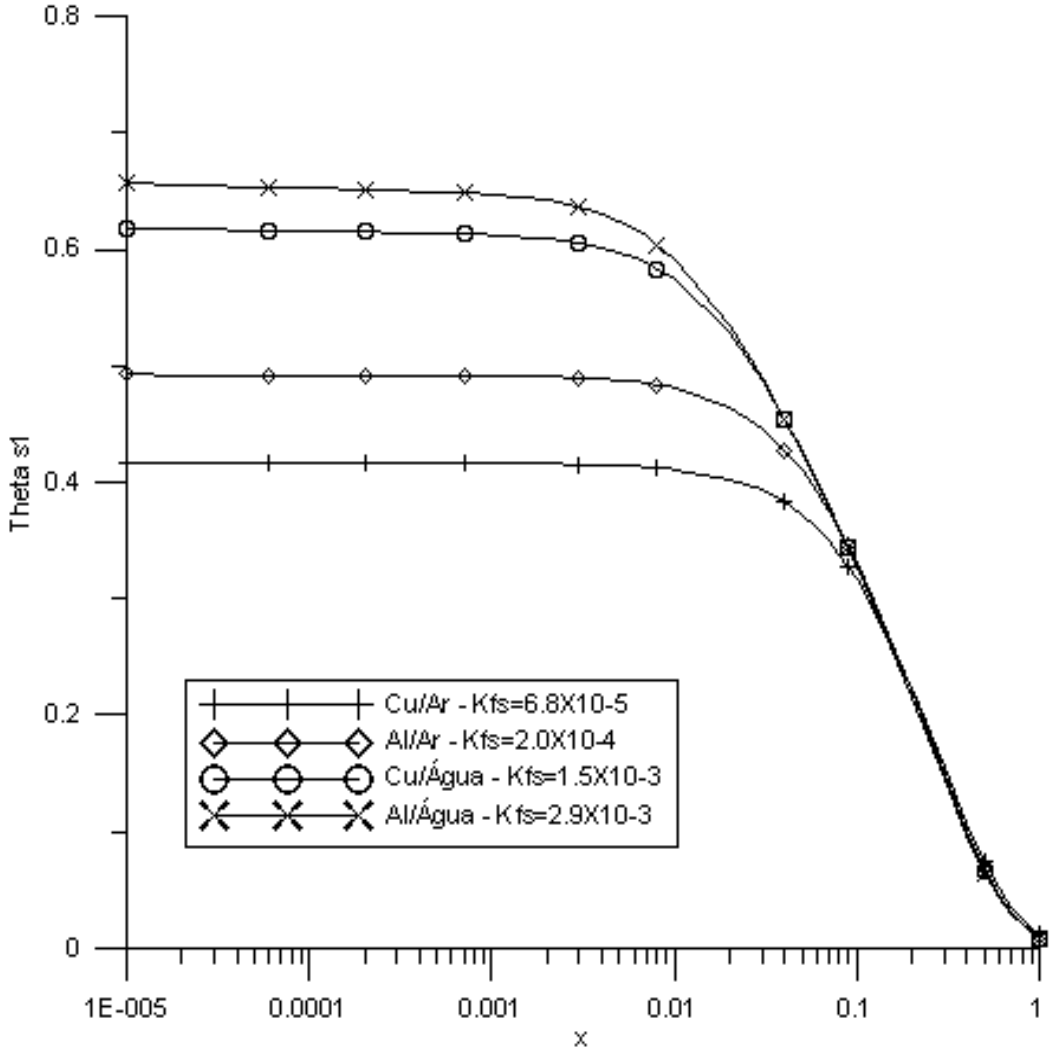

Figura 5.67: Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Kfs

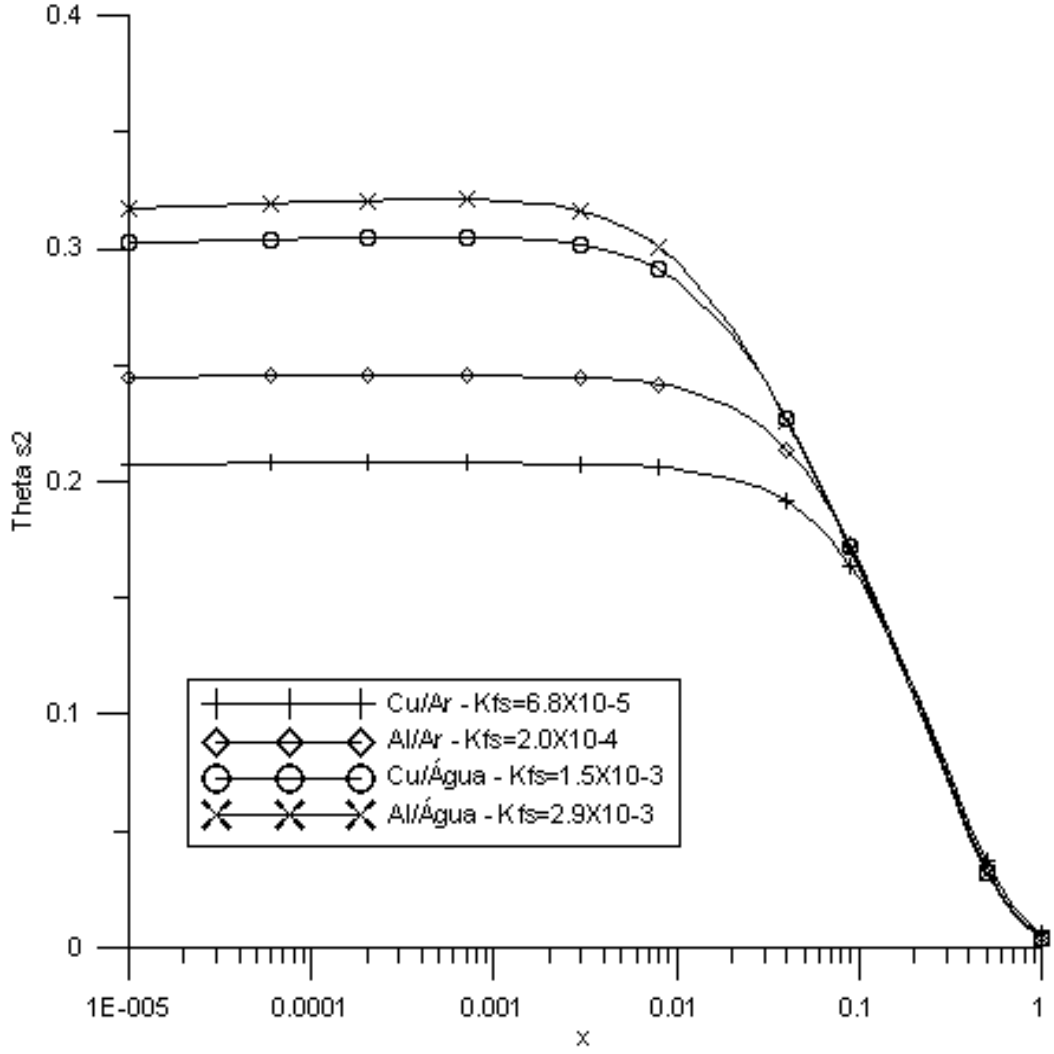

Figura 5.68: Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Kfs

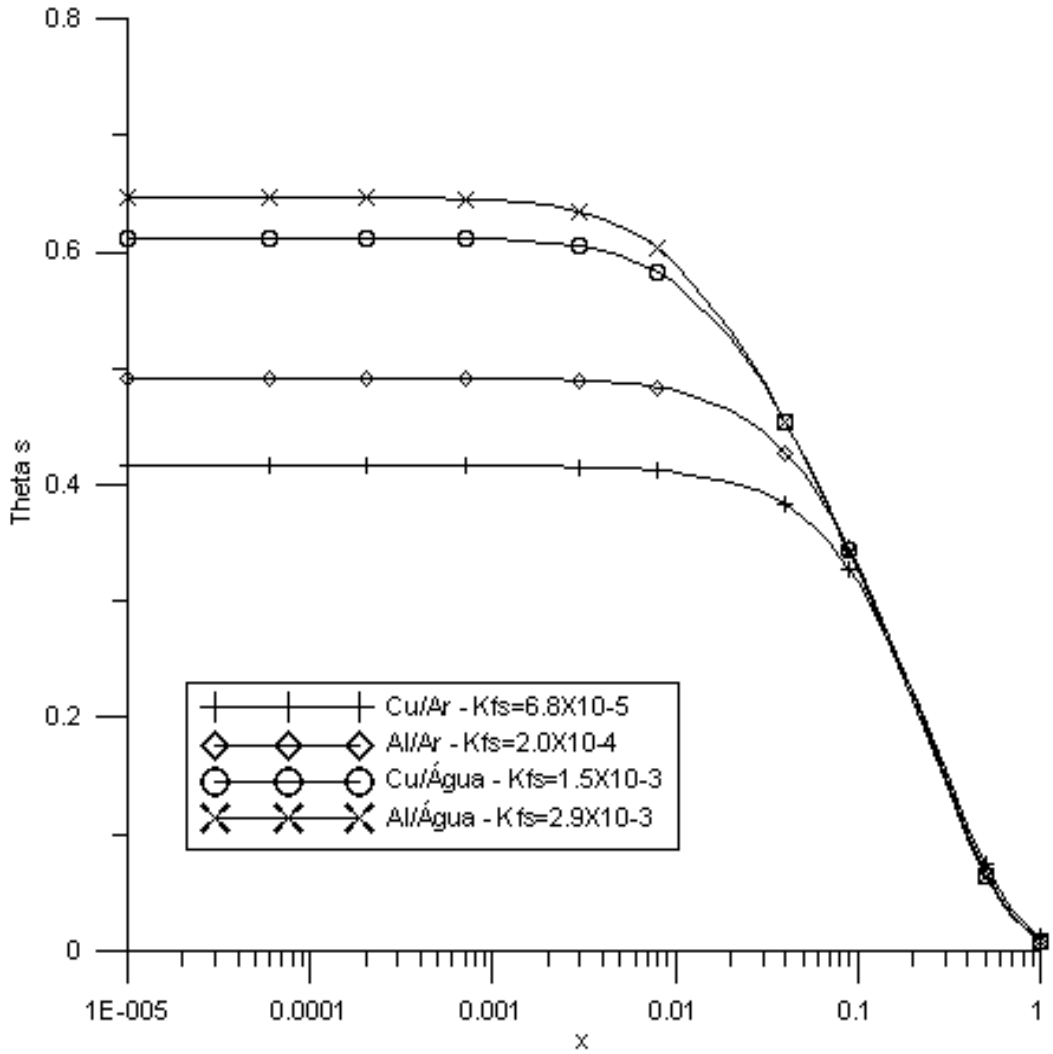

Figura 5.69: Distribuição da temperatura média do sólido ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Kfs

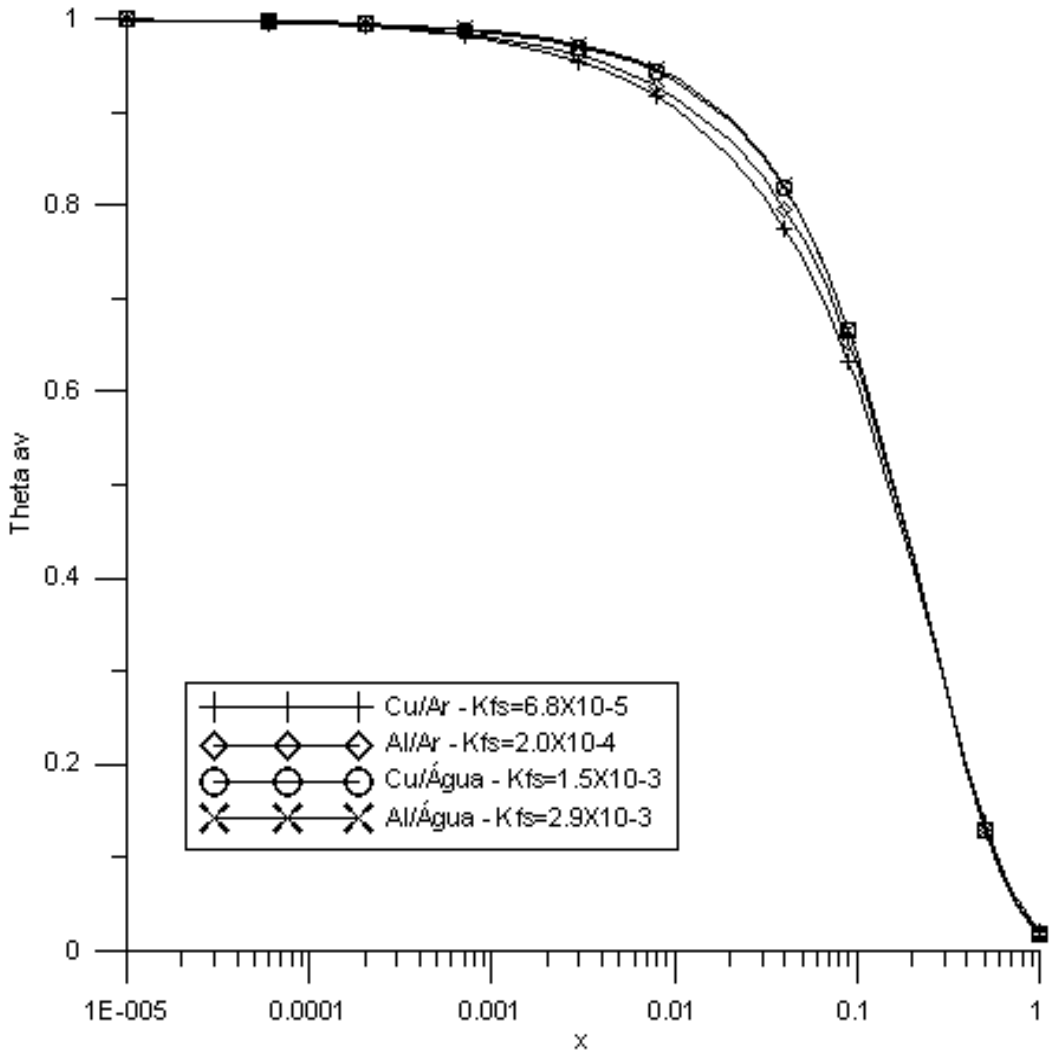

Figura 5.70: Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Kfs

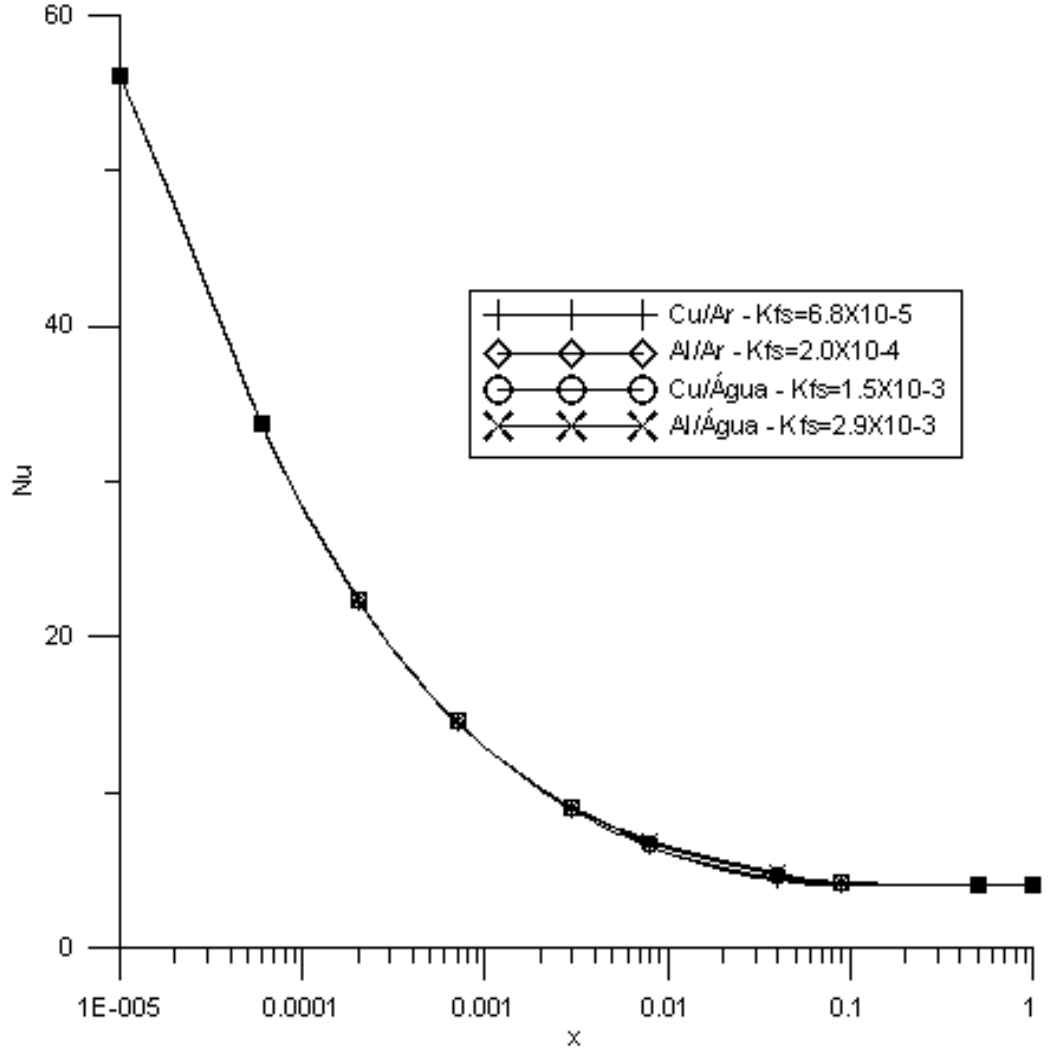

Figura 5.71: Distribuição da temperatura do número de Nusselt ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Kfs

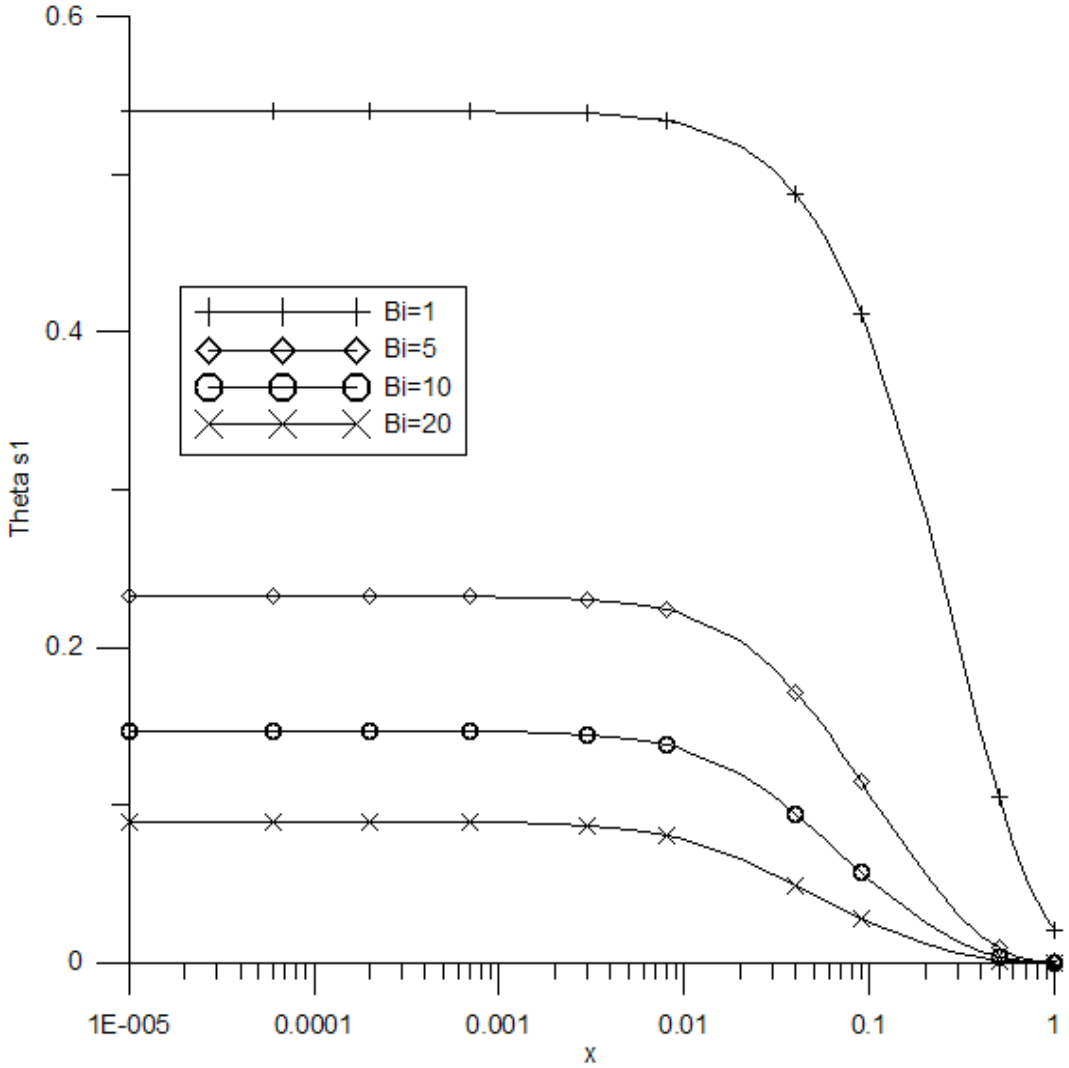

Figura 5.72: Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi

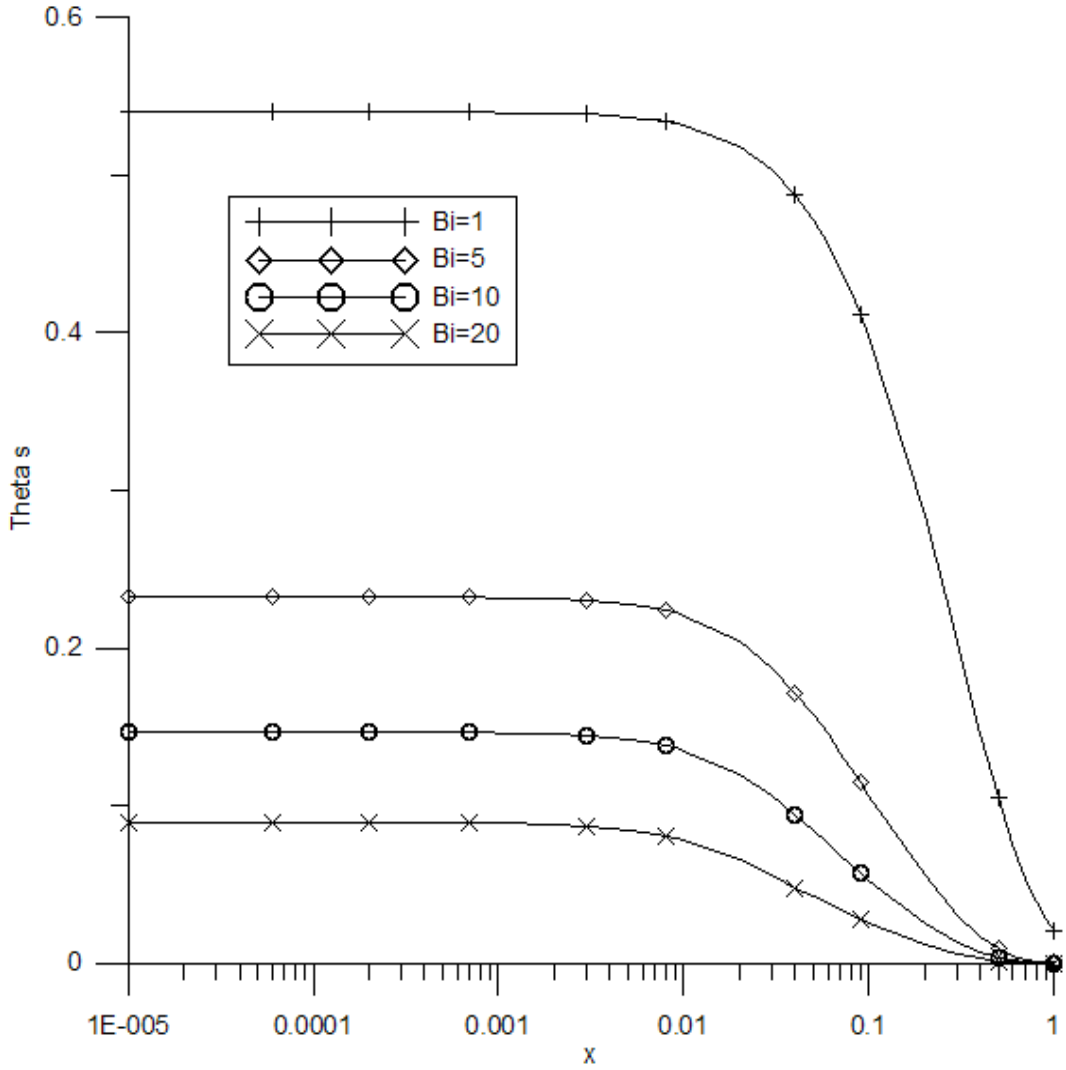

Figura 5.73: Al-Ar - Distribuição da temperatura média do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi

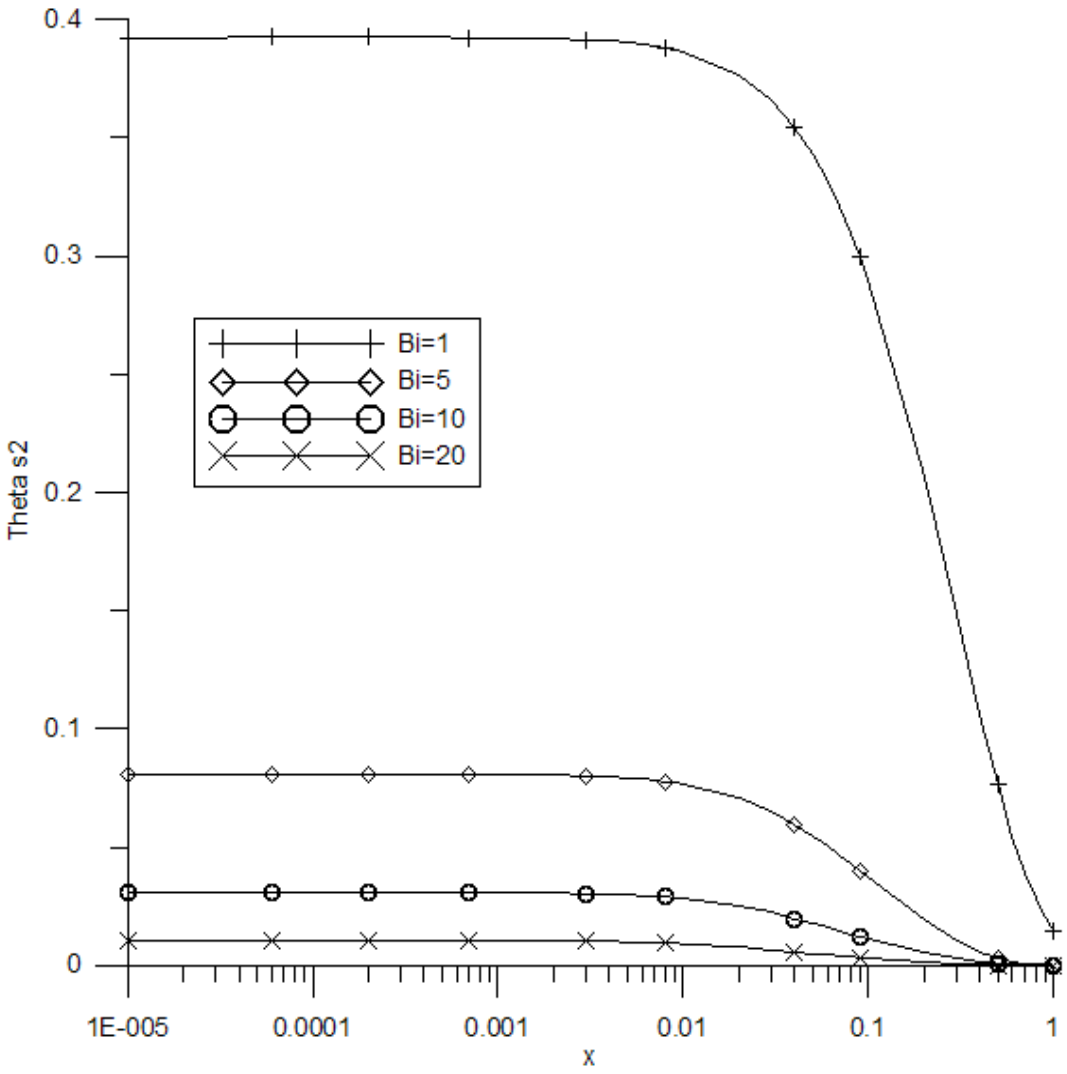

Figura 5.74: Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi

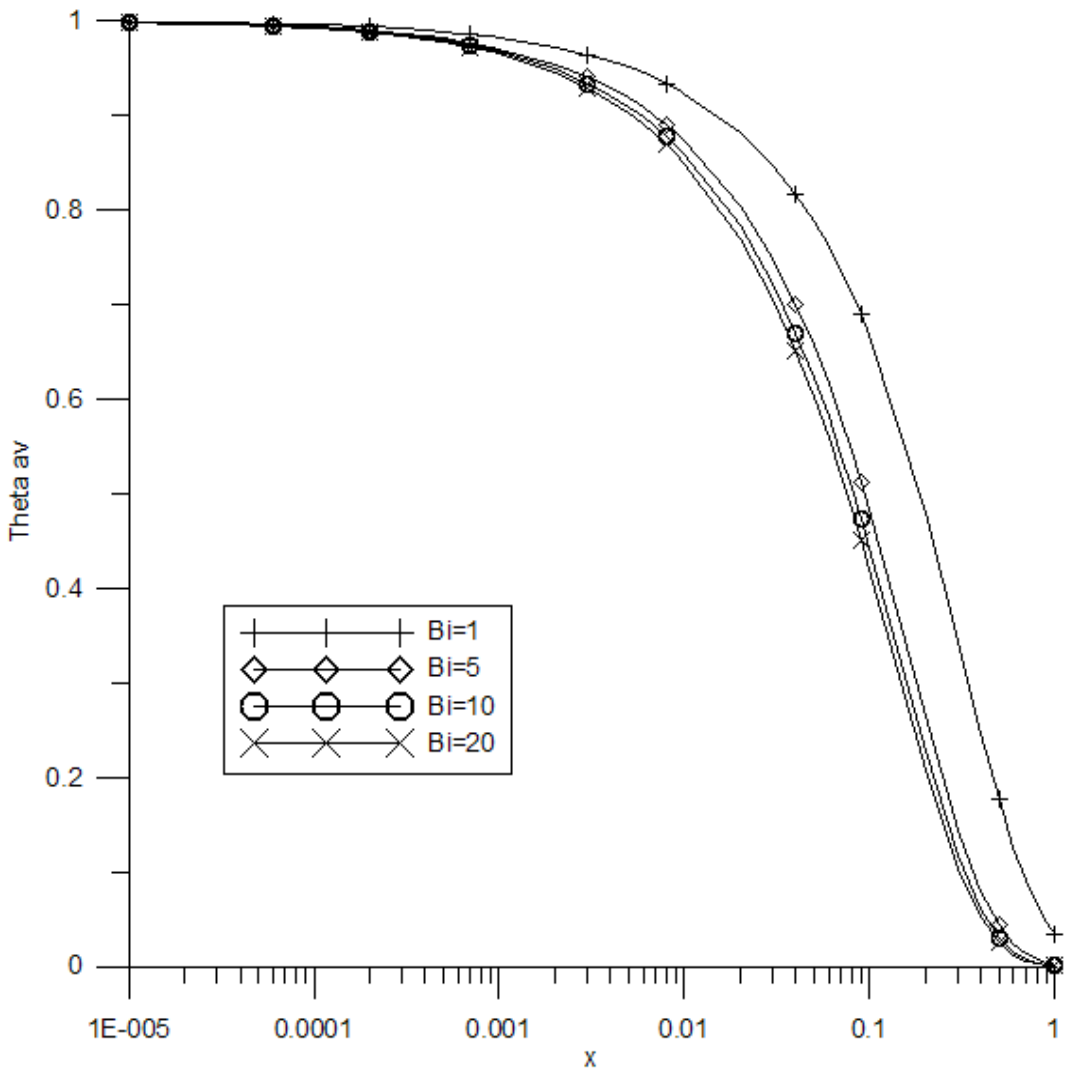

Figura 5.75: Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi

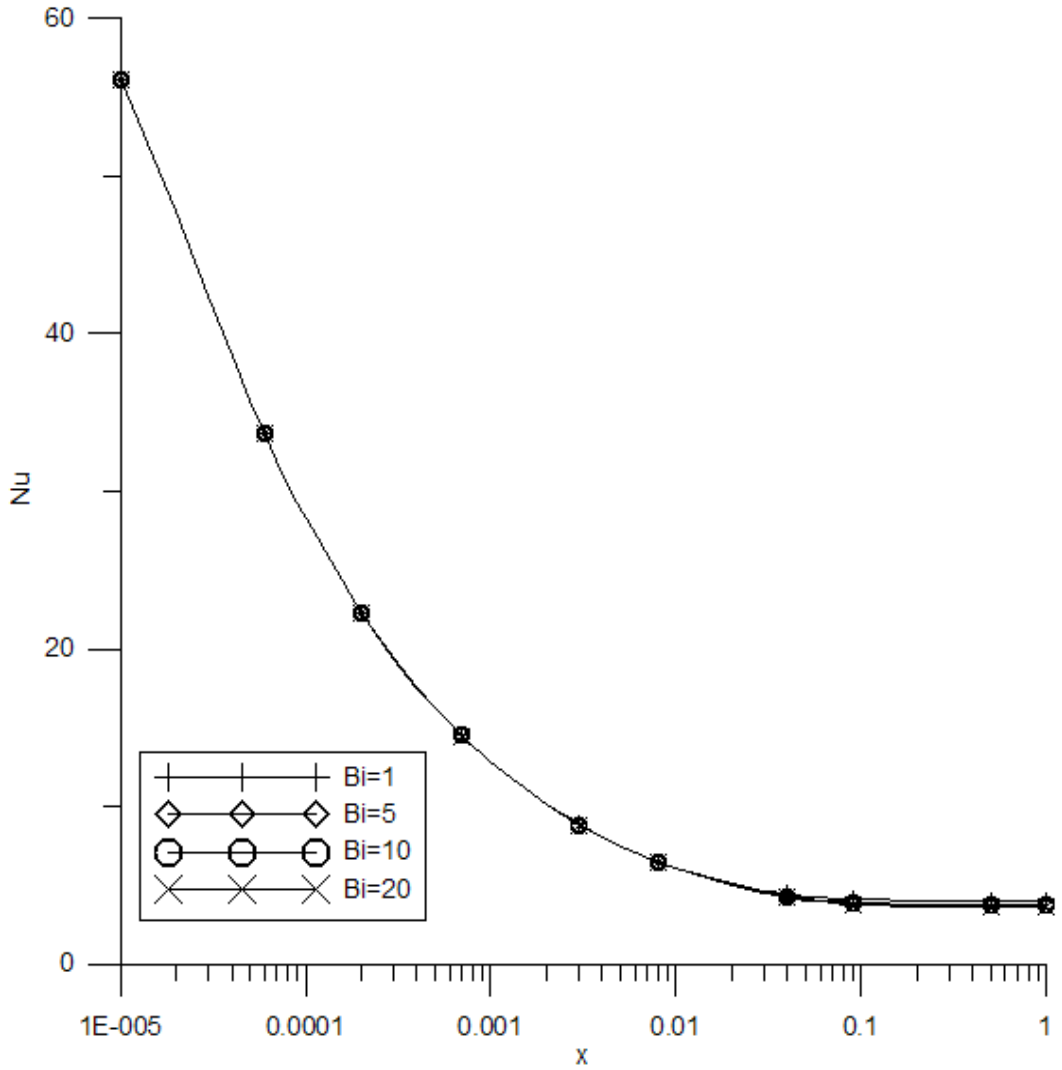

Figura 5.76: Cu-Ar - Distribuição do número de Nusselt ao longo do comprimento do canal (para diferentes valores de Bi

5.2.2 Escoamento Turbulento

Influência da Espessura da Parede

Para a análise da influência da espessura da parede nas quantidades de interesse, foram fixados o número de Biot em Bi=1 e o número de Peclet em Pe=1000.

As figuras (5.77 - 5.83) mostram a distribuição das temperaturas calculadas (θ_{s1}), (θ_{s1}), (θ_{av}) e (θ_s) e do número de Nusselt local ao longo do comprimento do canal, para as combinações (Cu/Ar) e (Al/Ar) para uma dada espessura da parede.

De maneira análoga aos casos já apresentados para a influência da espessura nas temperaturas de interesse, esperava-se que a diferença entre as temperaturas da interface interna e externa do duto aumentesse com o aumento da espessura. Nas figuras 5.77 , 5.78 fica nítido que este comportamento foi mais uma vez representado com eficiência pelo modelo para a combinação (Cu/Ar). As curvas de (θ_{s1}) e (θ_{s2}) se afastam com o aumento da espessura δ, mostrando o aumento da diferença entre as temperaturas.

Os gráficos para a distribuição do número de Nusselt não se alteraram significativamento com o aumento da espessura.

Pode-se observar que, com o aumento da espessura, há um achatamento na distribuição das temperaturas na região de entrada térmica do canal para as temperaturas de interesse (θ_{s1},θ_{s2} e θ_s) apresentadas nas figuras 5.33 a 5.36. Mais uma vez, a diferença principal entre os resultados para o escoamento laminar e o escoamento turbulento reside no fato de as curvas para o escoamento turbulento se situarem numa região mais alta do que as curvas para os mesmos casos analisados para escoamento laminar. A temperatura média da parede do duto ficou praticamente sobreposta à temperatura da interface interna do duto, mostrando que o modelo não foi capaz de representar bem o comportamento desta temperatura. Esperava-se que a temperatura média da parede se situasse numa região entre a curva para a temperatura da interface interna do duto e a curva para a temperatura da interface externa do duto.

A temperatura média, diferentemente dos resultados apresentados para a mesmo caso com escoamento laminar, se alterou significativamente com a variação da es-

pessura do canal. O aumento da espessura do canal acarreta numa variação axial mais abrupta da temperatura média do fluido.

Influência do Número de Peclet

Na análise da influência do número de Peclet nas temperaturas de interesse (θ_{s1}, θ_{s2}, θ_s e θ_{av}) e no número de Nusselt local foram fixados alguns parâmetros: número de Biot, Bi=1 e a espessura, e=0.02.

Podemos observar nas figuras (5.84-5.89) que a diminuição do Pe, representado pela diminuição do número de Reynolds, implica num achatamento dos perfis das temperaturas de interesse, comportando-se de maneira similar ao mesmo caso analisado para escoamento laminar.

As figuras para a temperatura média do fluido (5.88 e 5.89) mostram que a variação do número de Peclet praticamente não altera a temperatura média do fluido, na faixa de parâmetros analisada.

Influência do Número de Biot

Para a análise da influência do número de Biot nas quantidades de interesse, foram fixados o número de Peclet em Pe=1000 e a espessura da parede do duto em e=0,02.

As figuras 5.90 a 5.94 mostram o comportamento das temperaturas de interesse e no número de Nusselt com a variação do número de Biot. Similarmente aos resultados apresentados para as outras situações, à medida em que se aumenta o número de Biot, ocorre uma diminuição da resistência térmica do meio exterior que acarreta na diminuição acentuada das temperaturas do sólido ($\theta_s, \theta_{s1} e \theta_{s2}$). Este resultado é o intuitivamente esperado pois, diminuindo-se a resistência térmica do meio exterior ocorre um aumento do fluxo de convecção para o mesmo.

A distribuição da temperatura média do fluido, apresentada na figura 5.93, foi a que sofreu maior influência do número de Biot dentre todos os casos analisados (canais de placas planas/duto de seção circular - escoamento laminar/turbulento). Com o aumento do número de Biot, a distribuição de temperatura foi decaindo cada vez mais abruptamente e a variação axial da temperatura média do fluido torna-se

cada vez mais acentuada.

Pode-se observar ainda na figura 5.94 que, o aumento do número de Biot provoca um deslocamento para baixo na curva do número de Nusselt ao longo do canal.

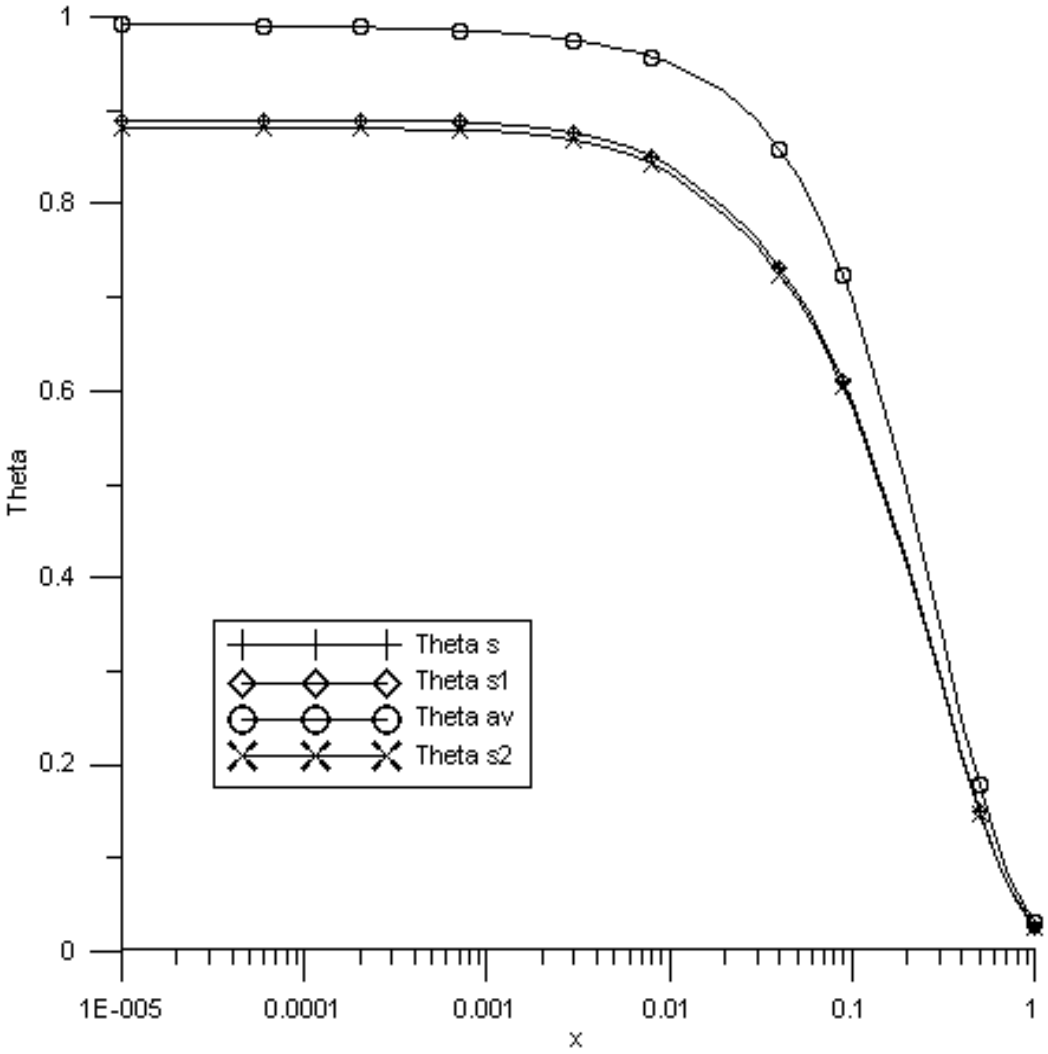

Figura 5.77: Cu-Ar - Distribuição das temperaturas de interesse ao longo do comprimento do canal (Bi=1; e=0.02)

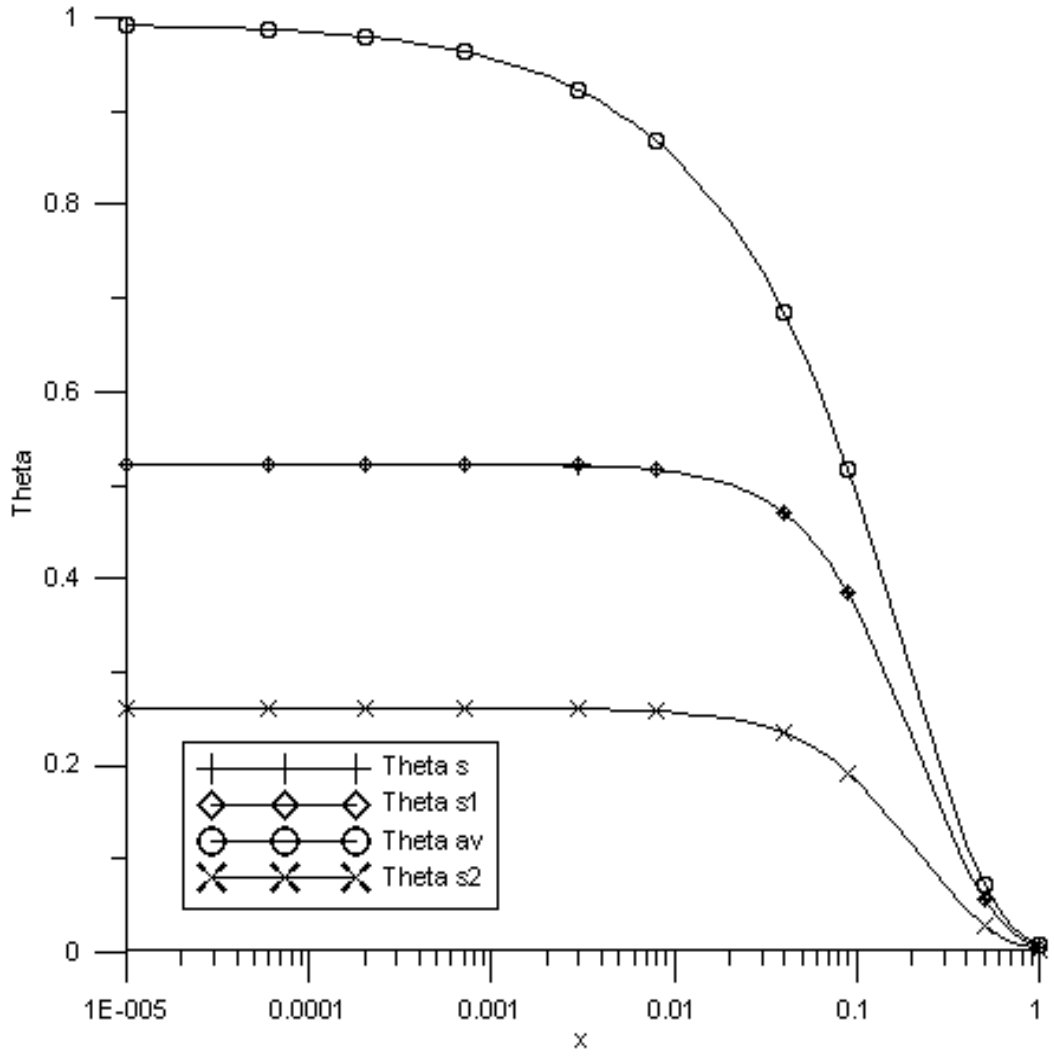

Figura 5.78: Cu-Ar - Distribuição das temperaturas de interesse ao longo do comprimento do canal (Bi=1; e=1.00)

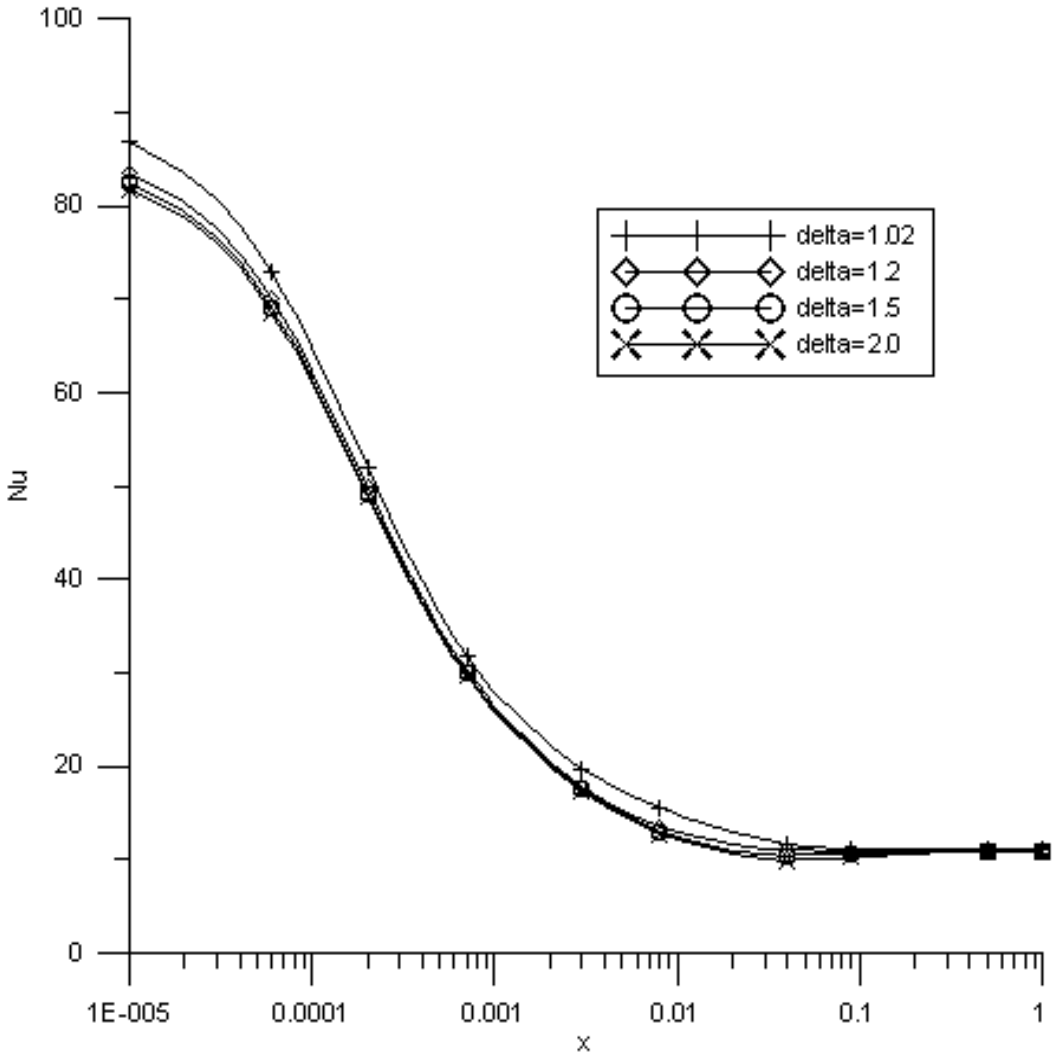

Figura 5.79: Cu-Ar - Distribuição do número de Nusselt ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de espessura da parede(Bi=1)

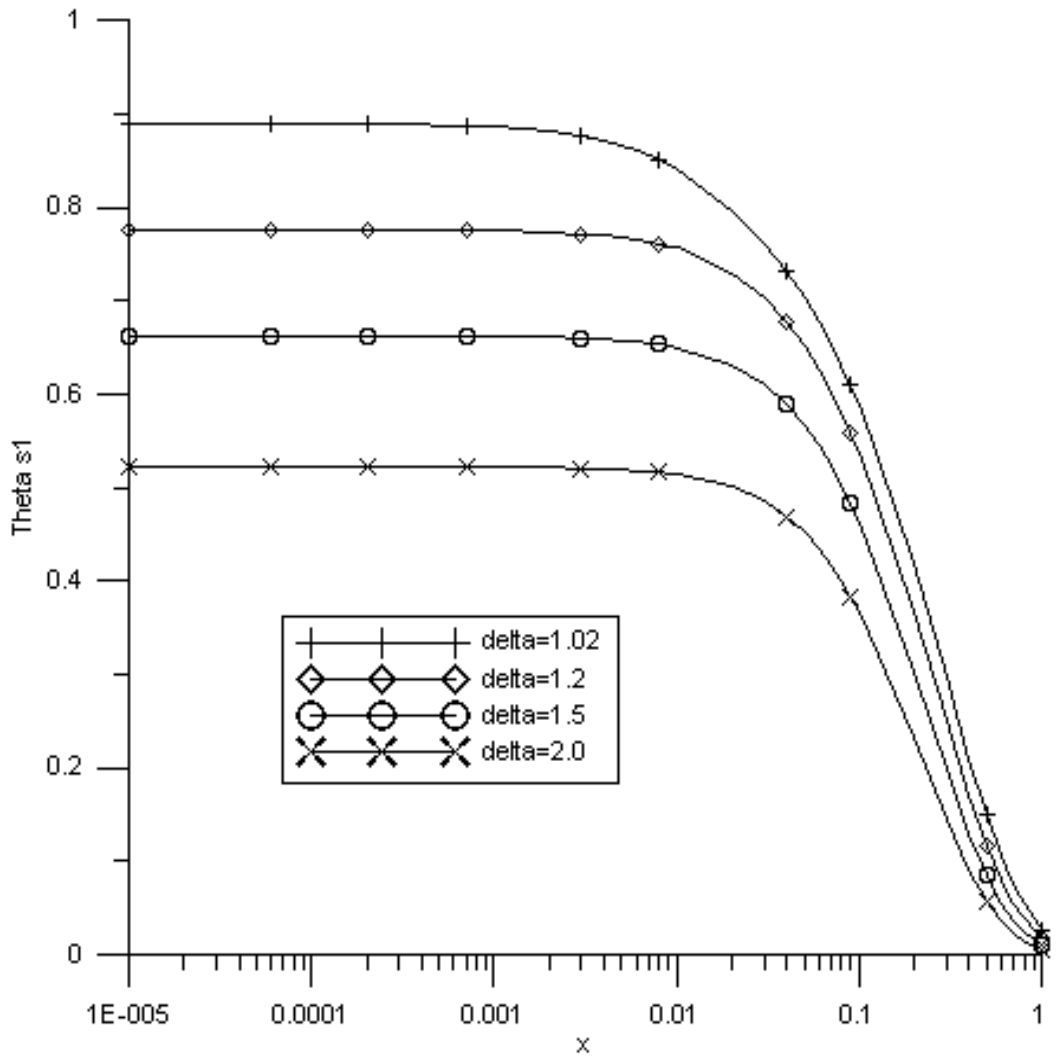

Figura 5.80: Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1)

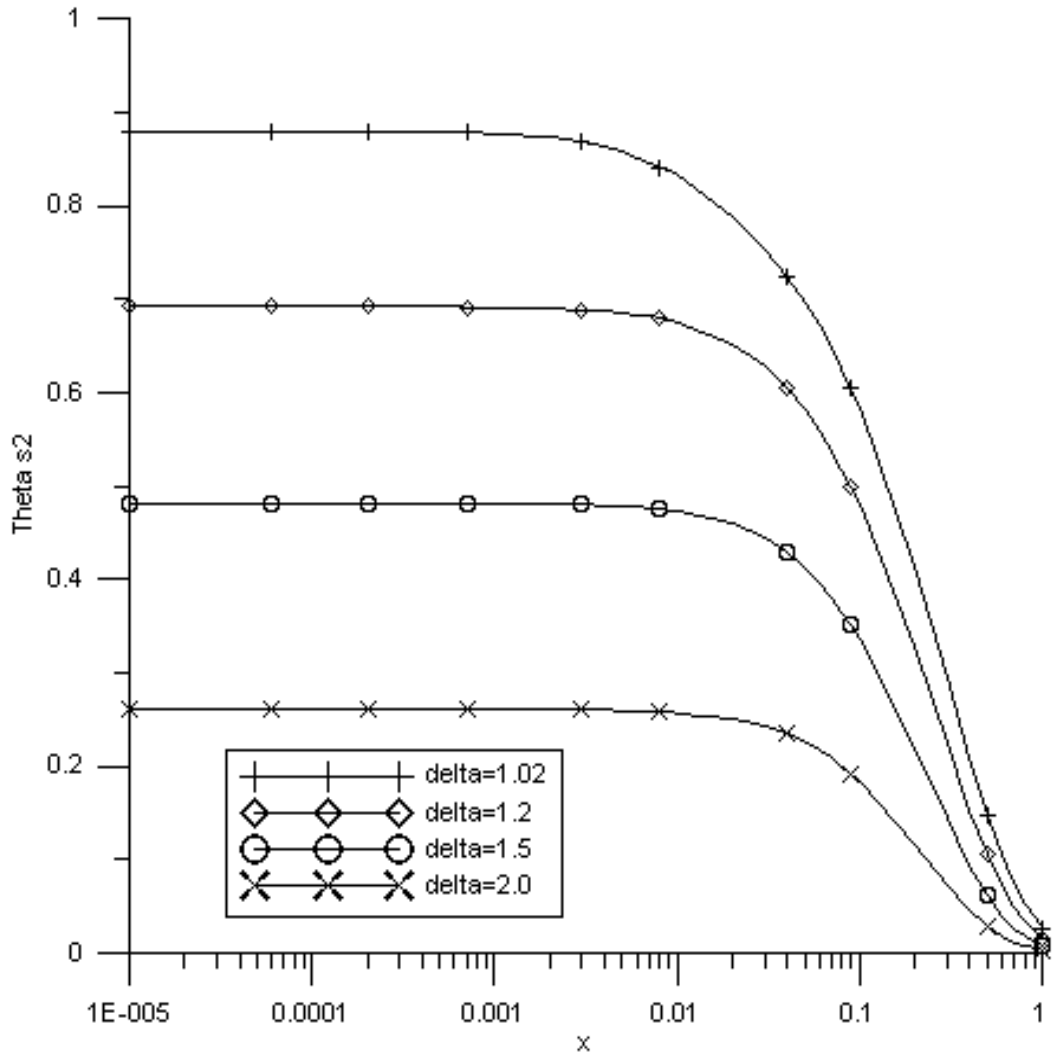

Figura 5.81: Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1)

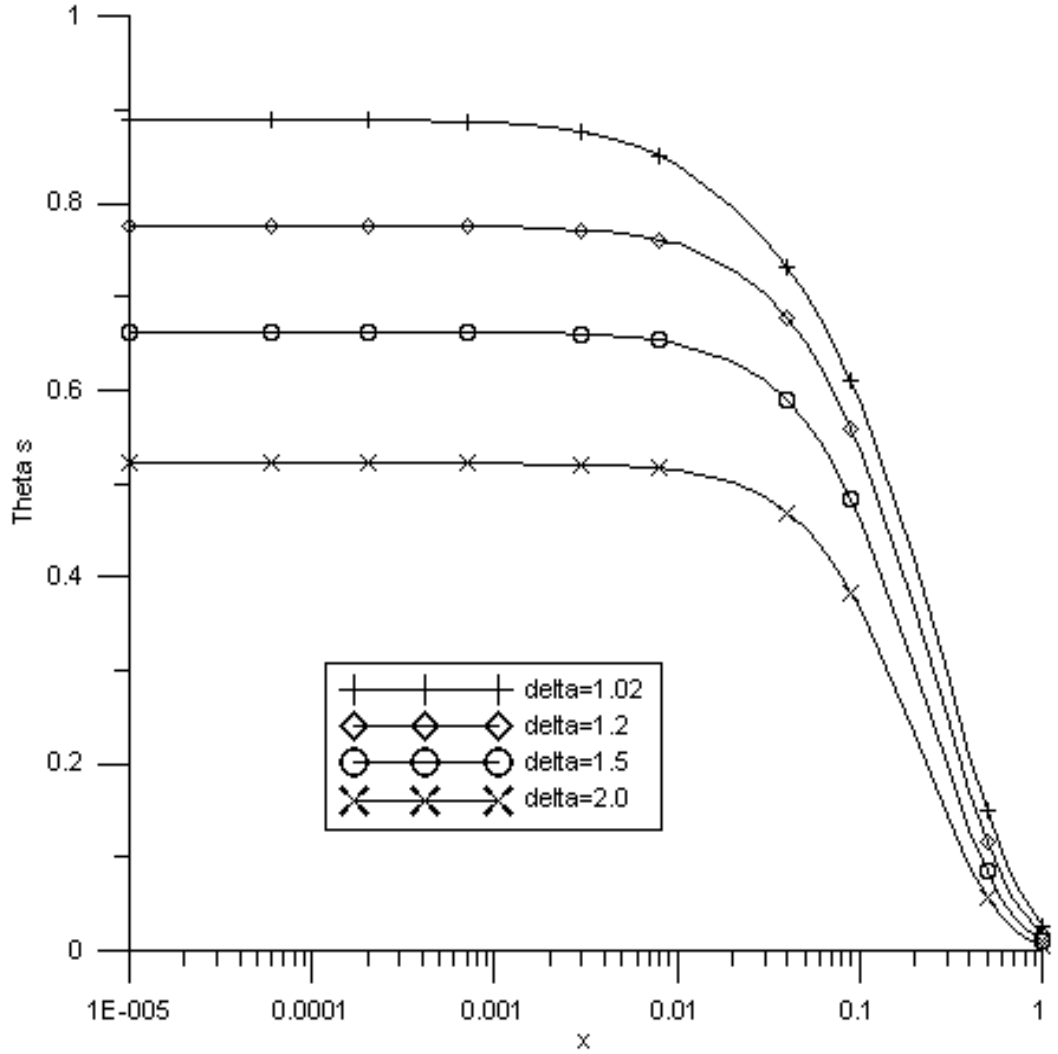

Figura 5.82: Cu-Ar - Distribuição da temperatura média da parede do duto ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1)

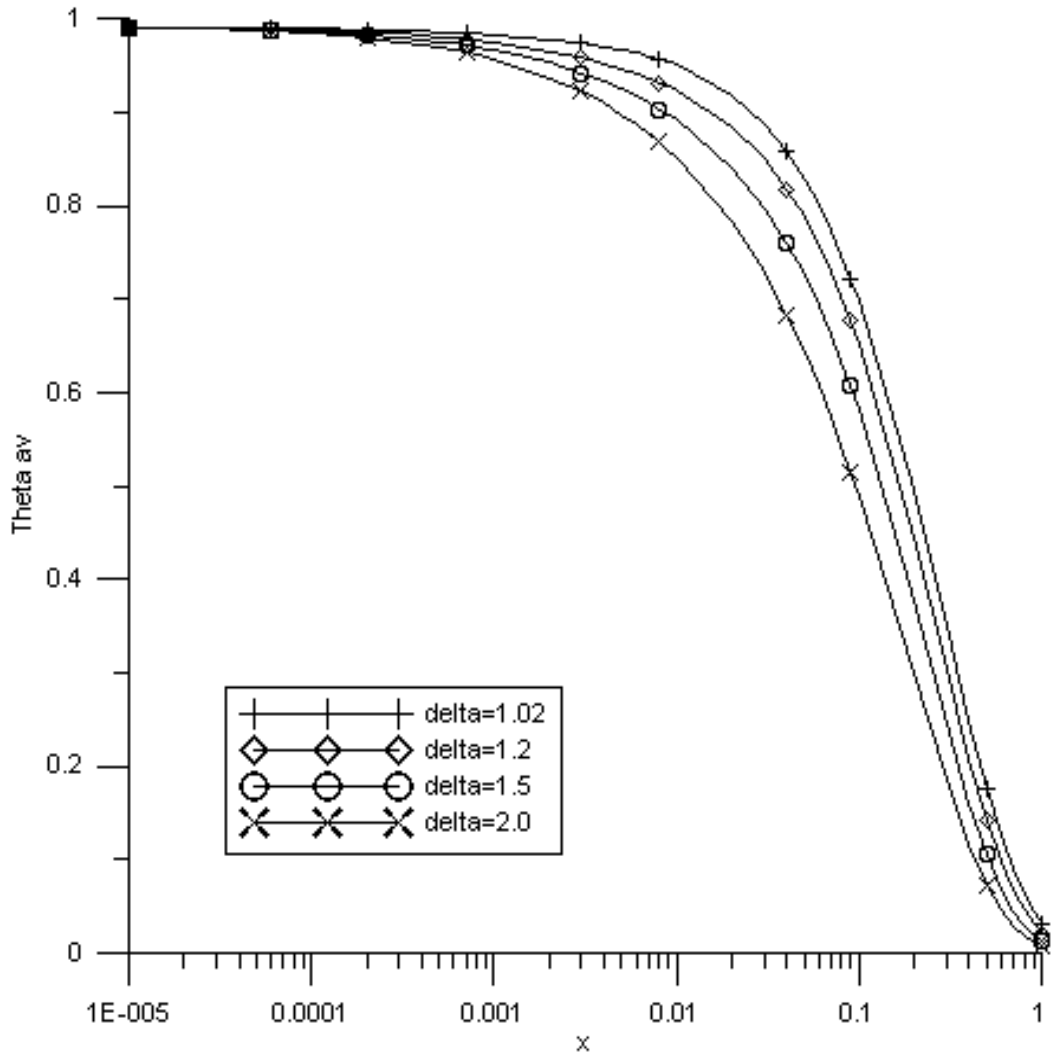

Figura 5.83: Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferente valores de espessura da parede(Bi=1)

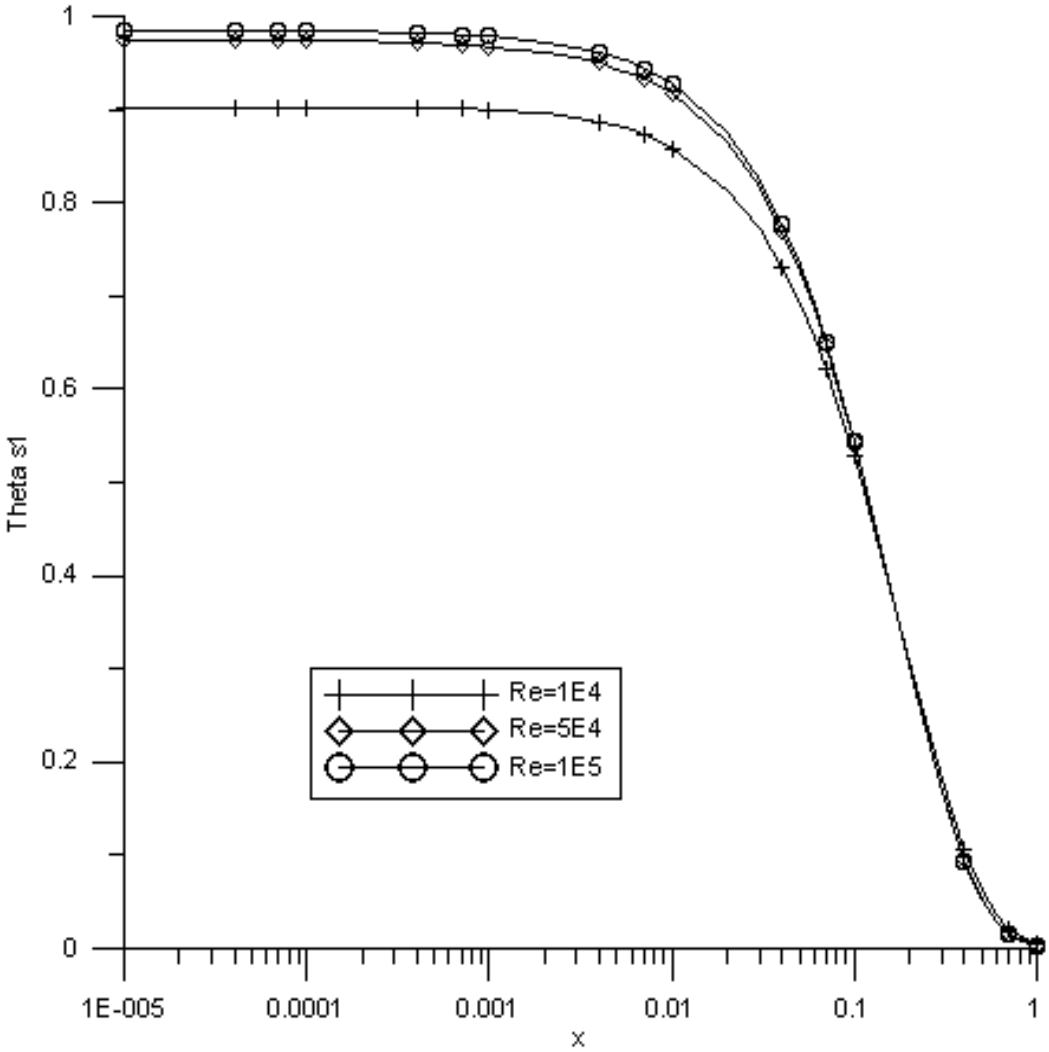

Figura 5.84: Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Pe - Pr=0.72

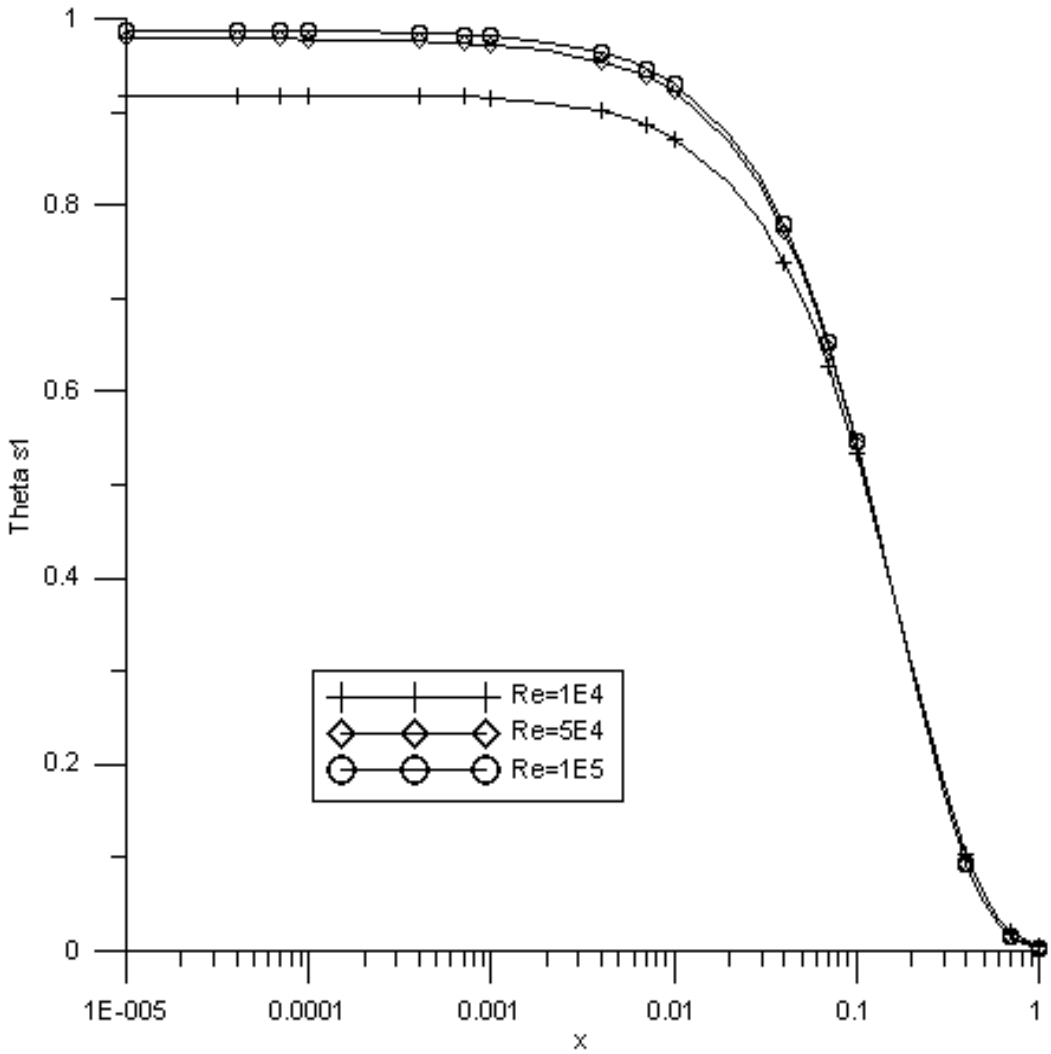

Figura 5.85: Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Pe - Pr=1.0

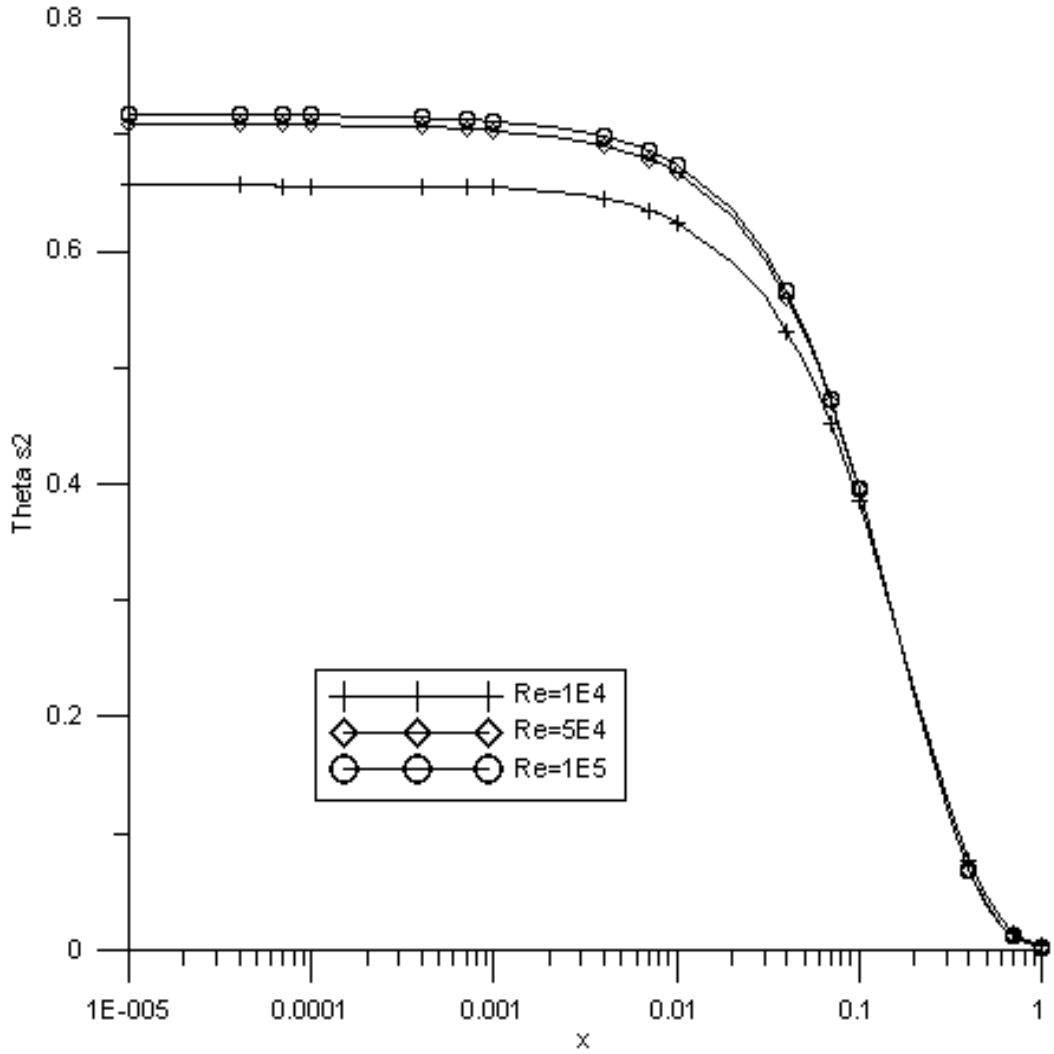

Figura 5.86: Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Pe - Pr=0.72

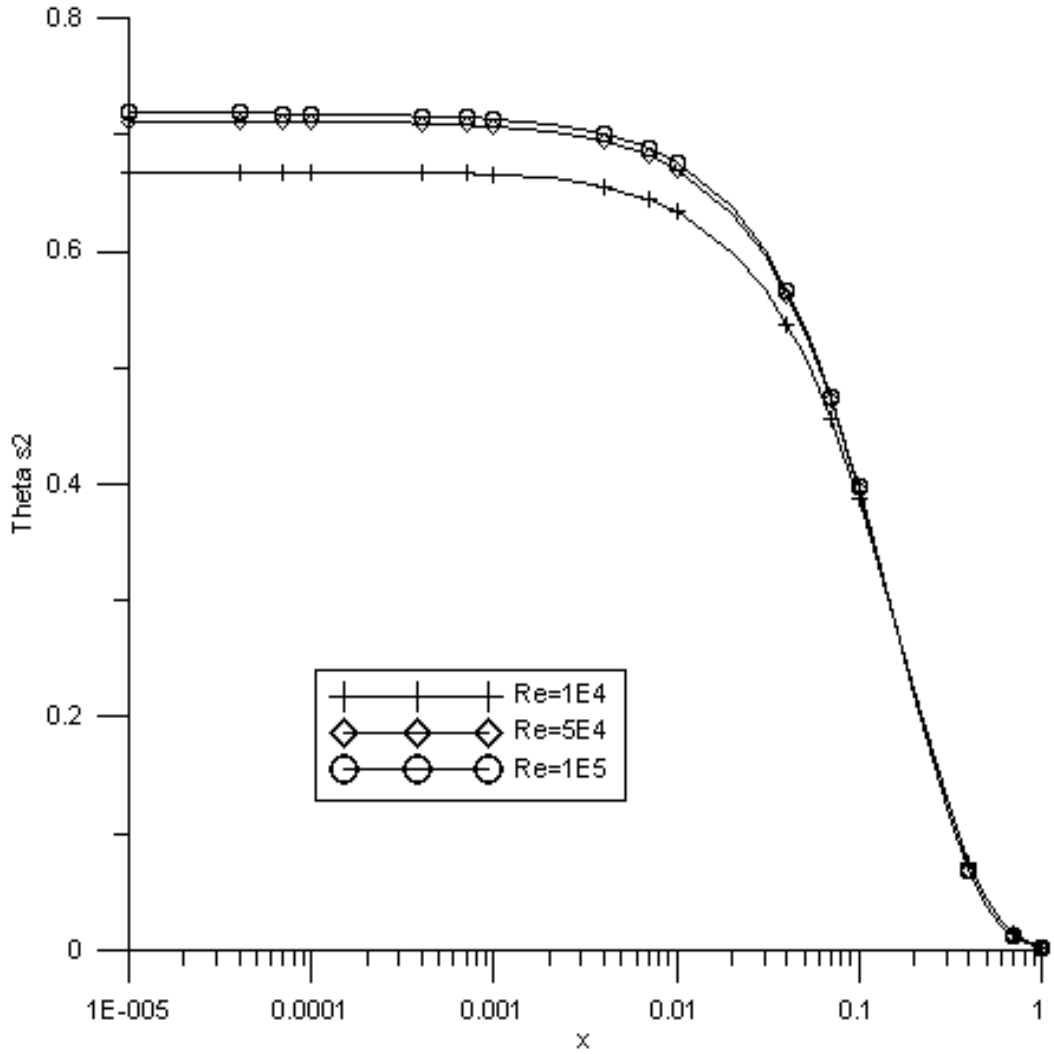

Figura 5.87: Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Pe - Pr=1.0

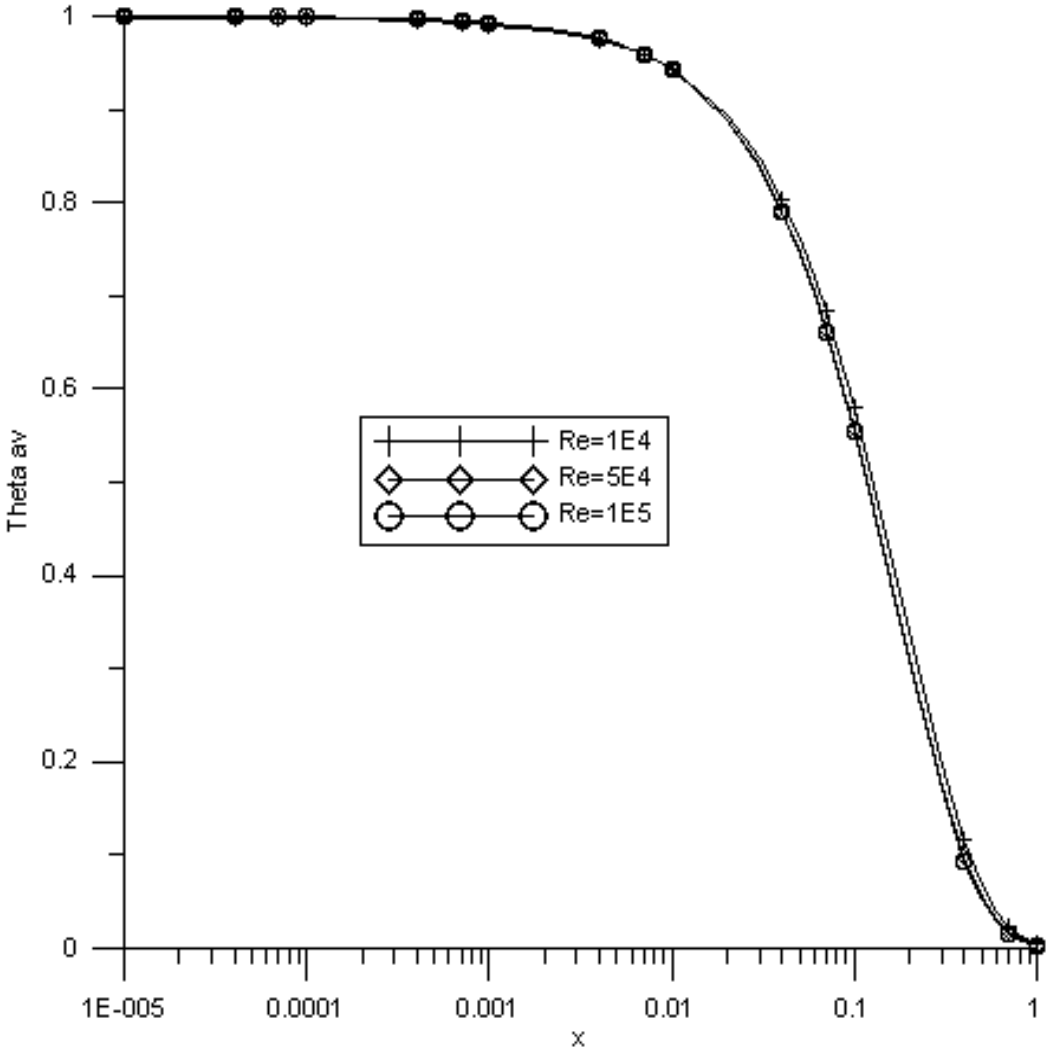

Figura 5.88: Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Re com $Pr = 0.72$

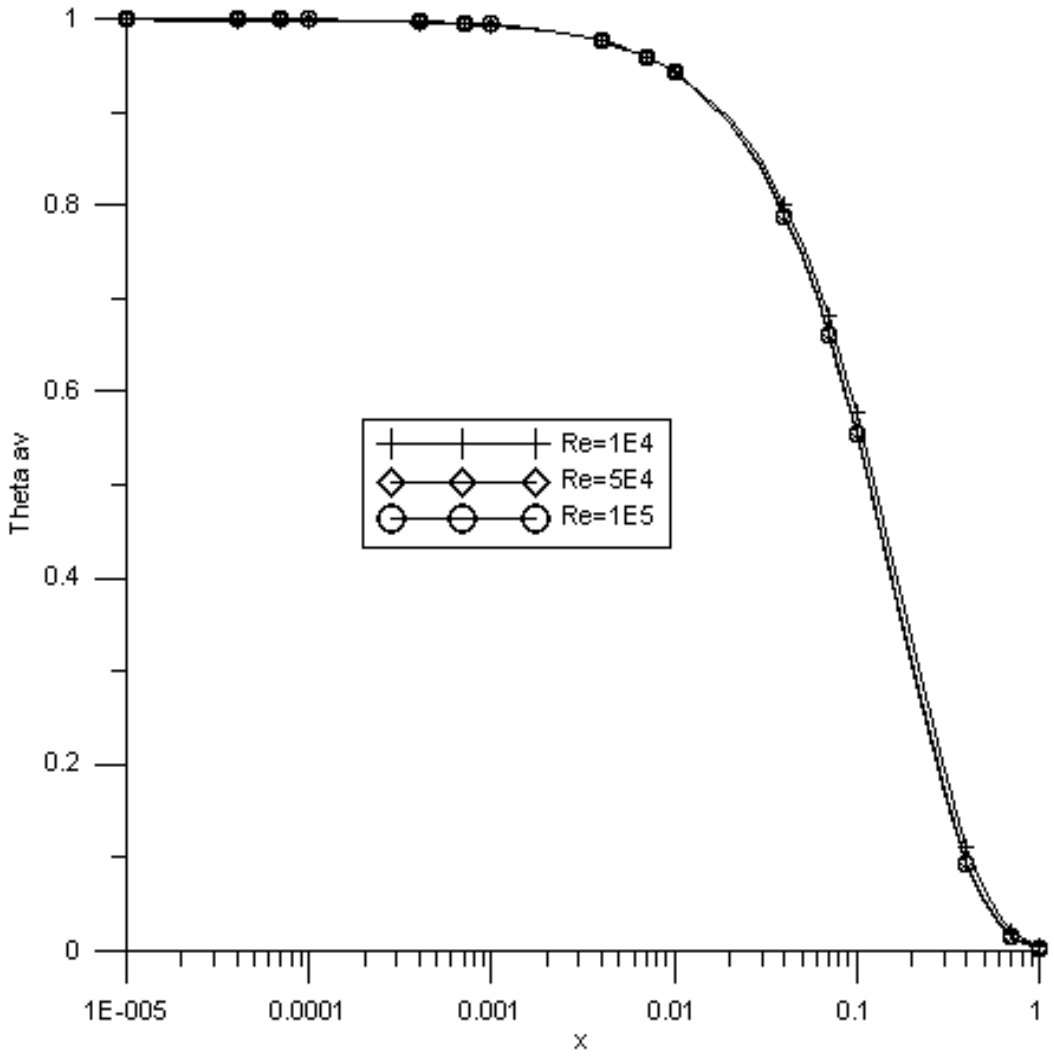

Figura 5.89: Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Re com $Pr = 1.0$

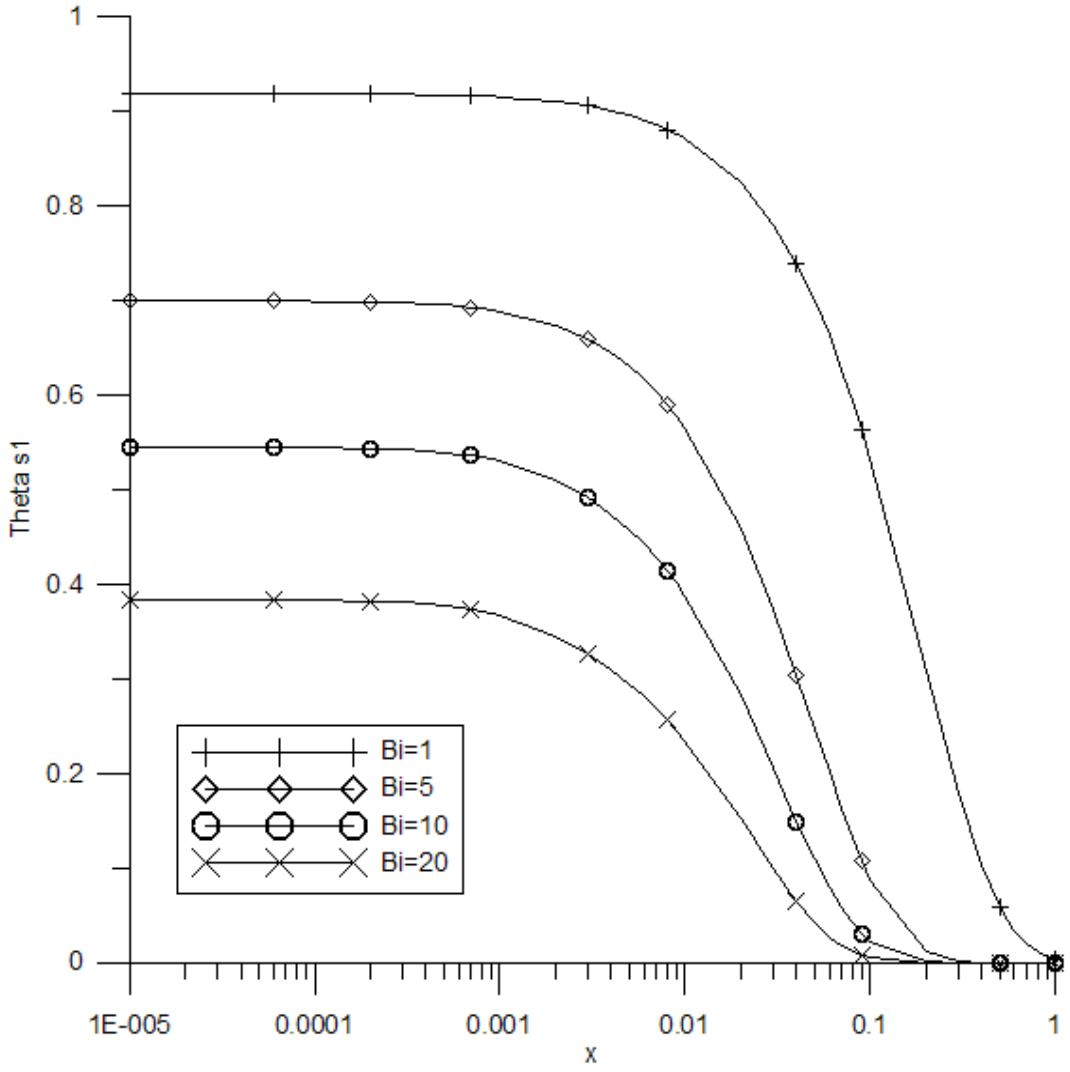

Figura 5.90: Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface interna do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi

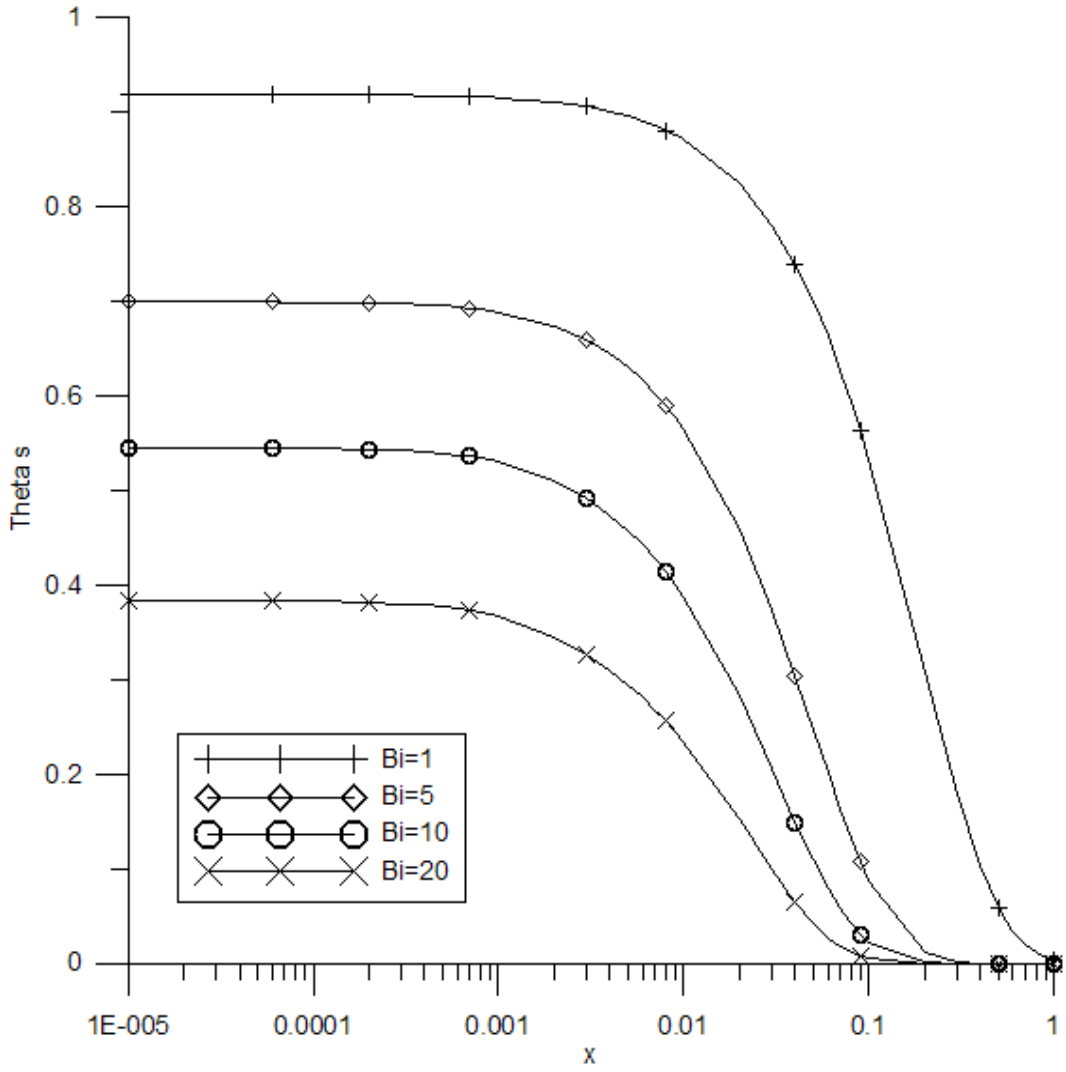

Figura 5.91: Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi

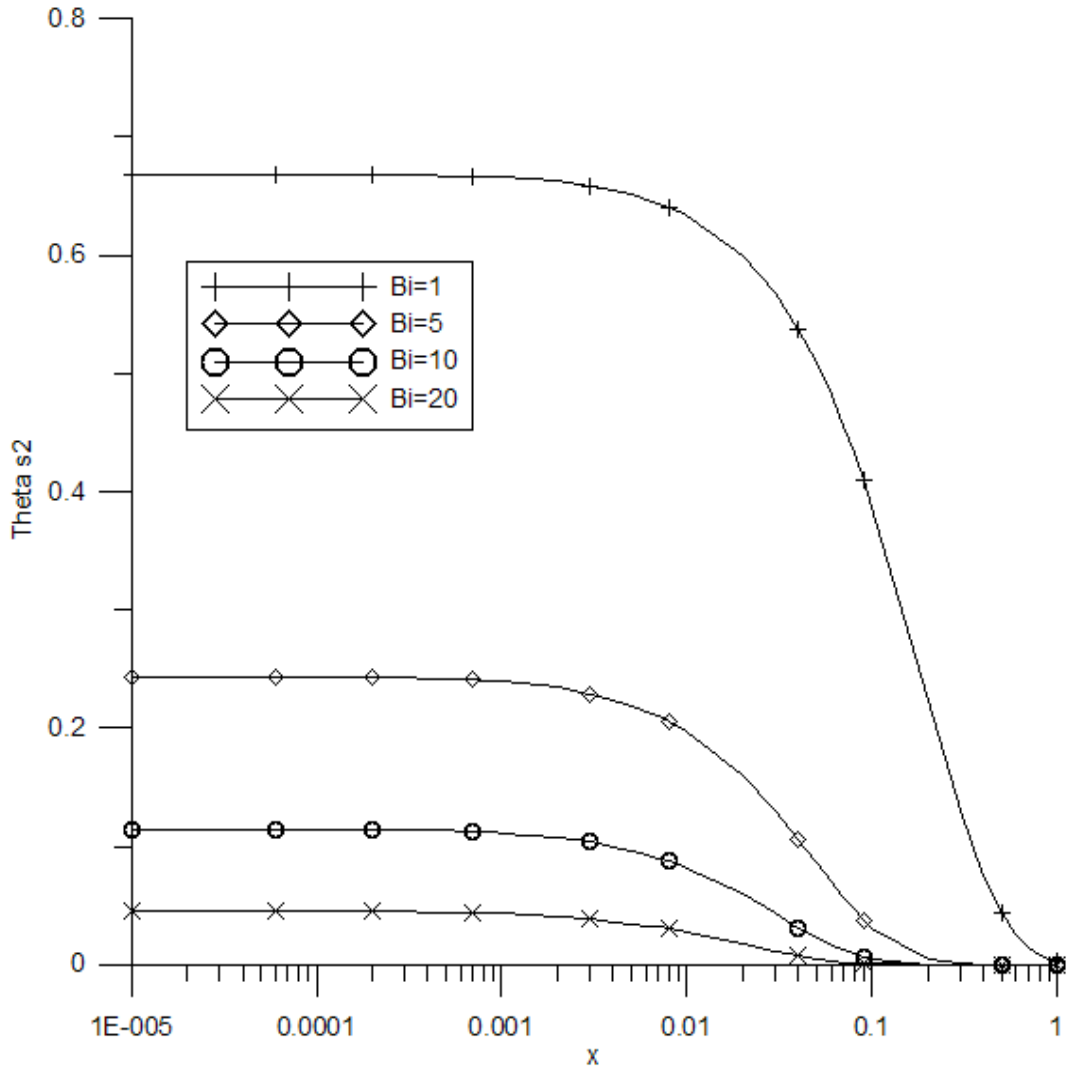

Figura 5.92: Cu-Ar - Distribuição da temperatura da interface externa do duto ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi

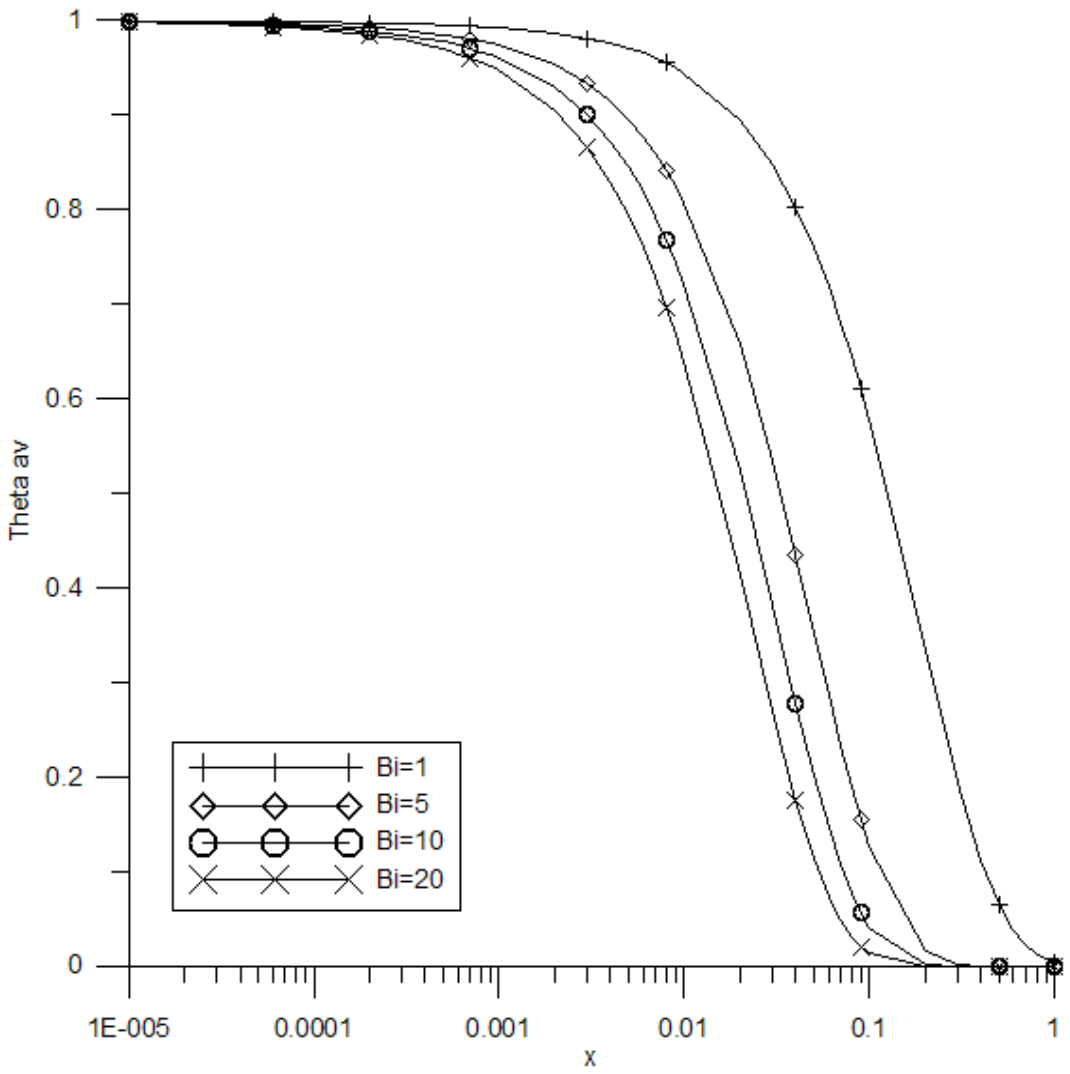

Figura 5.93: Cu-Ar - Distribuição da temperatura média do fluido ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi

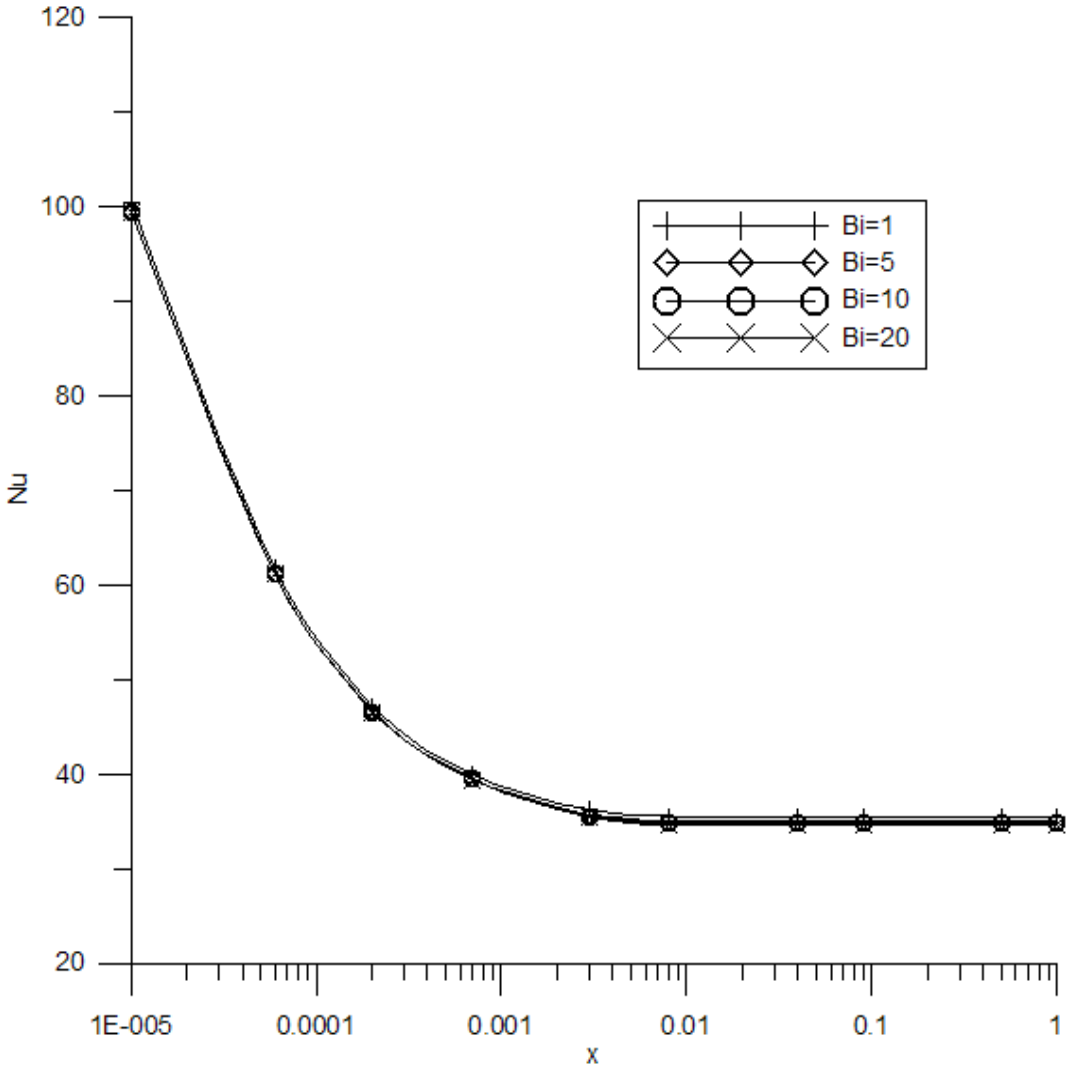

Figura 5.94: Cu-Ar - Distribuição do número de Nusselt ao longo do comprimento do canal para diferentes valores de Bi

Capítulo 6

Conclusões e Sugestões

Neste último capítulo, apresentam-se as principais conclusões sobre o presente trabalho, baseadas nos resultados já apresentados no capítulo anterior, assim como sugestões para futuros trabalhos na linha de pesquisa de transferência de calor conjugada.

6.1 Conclusões

Do presente trabalho, pode-se concluir que nem sempre condução de calor no meio sólido nos problemas de condução-convecção pode ser desprezada, pois o processo de transferência de calor é afetado, principalmente nas regiões de grande gradiente térmico como na região de entrada térmica do fluido, pelas propriedades da parede.

Comparando qualitativamente o comportamento do modelo de parâmetros concentrados proposto no presente trabalho em dutos circulares e em canais de placas planas paralelas com escoamentos laminares com as conclusões apresentadas no trabalho de Elmôr-Filho (1996), vê-se que o modelo funciona bem para as duas geometrias estudadas, apresentando de maneira clara a diferença entre as temperaturas das interfaces interna e externa do duto diferentemente do trabalho de Elmôr-Filho (1996),onde o modelo de concentração proposto funciona de maneira mais eficiente em dutos circulares já que, os resultados apresentados pelo autor para placas planas paralelas não apresentaram a diferença entre as temperaturas das interfaces interna

e externa do duto. Apesar do bom comportamento no que diz respeito às temperaturas nas interfaces interna e externa do duto, a temperatura média não apresentou o comportamento que se esperava intuitivamente. A princípio, a temperatura média da parede do duto deveria se situar numa posição intermediária entre as temperaturas das interfaces interna e interna, entretanto, esta temperatura se aproximou da temperatura da interface interna do duto.

Com relação aos casos rodados para escoamento turbulento, as conclusões são similares às feitas para o escoamento laminar, tendo o modelo se comportado de maneira esperada para este tipo de ecoamento tanto em dutos circulares quanto em canais de placas planas paralelas. Notou-se também um deslocamento de todas as curvas para as temperaturas de interesse (θ_{s1}, θ_{s2} e θ_{av}) para cima em relação aos resultados apresentados para o escoamento laminar tanto em canais de placas planas paralelas quanto em dutos circulares.

O presente trabalho apresentou um novo modelo mostrando sua funcionalidade e seus limites e, trouxe contribuição para a comunidade científica direção ao conhecimento da fronteira entre problemas considerado como sendo de paredes finas e problemas de parede espessa.

6.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

A fim de dar continuidade a este trabalho e aprofundar a investigação de problemas de condução-convecção conjugados, sugere-se a exploração do mesmo problema para outros modelos de parâmetros concentrados, aplicando-se por exemplo, uma aproximação de Hermite de ordem superior a experimentada no presente estudo.

Além da condição de contorno convectiva, a metodologia de solução pode ser aplicada também para os problemas de transferência de calor conjugada estacionária em dutos sujeitos as condições de contorno de temperatura prescrita ou fluxo térmico prescrito na superfície externa do duto.

Uma extensão imediata do presente trabalho seria o estudo de transferência de calor conjugada, estacionária, em um duto com geração de calor na parede. O

problema é de grande interesse para a engenharia de reatores, para a resfriamento de aparelhos eletrônicos e para a garantia de escoamento de produção de gás e petróleo em águas profundas.

A metodologia apresentada neste trabalho pode ser estendida, naturalmente, para obter soluções analíticas ou híbridas analítico-numéricas de transferência de calor conjugada não estacionária em dutos.

Referências Bibliográficas

Al-Nimir, M. A. e Abu-Hijleh, B. A. (2001). Validation of the thermal equilibrium assumption in the transient conjugated forced convection channel flow. *Heat and Mass Transfer*, 37:511–518.

Al-Nimir, M. A. e El-Shaarawi, M. A. I. (1992). Analytical solutions for transient conjugated heat transfer in parallel plate and circular ducts. *Int. Com. Heat Mass Transfer*, 19:869–878.

Alzaharnah, I. T., Hashmi, M. S., e Yilbas, B. (2001). Thermal stess in thick-walled pipes subjected to fully developed laminar flow. *Journal of Materials Processing Technology*, 118:50–57.

Aparecido, J. B. e Cotta, R. M. (1989). Modified one-dimensional fin solutions. *Heat Transfer Eng.*, 11:49–59.

Arici, M. E. (2001). Analysis of the conjugate effect of wall and flow parameters on pipe flow heat transfer. *Poc. Instn. Mech. Engrs.*, 215:Part C.

B. Weygand, J. R. F. e Crowford, M. E. (1997). An extended kays and crowford turbulent prandtl number model. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 40:4191–4196.

Barozzi, G. e Pagliarini, G. (1984). Experimental investigation of coupled conduction and laminar convection in a circular tube. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 27:2321–2329.

Barozzi, G. S. e Pagliarini, G. (1985). A method to solve conjugate heat transfer problems: The case of fully developed laminar flow in a pipe. *Journal of Heat Transfer*, 107:77–83.

Bhatti, M. S. e Shah, R. K. (1987). Turbulent and transition flow convective heat transfer in ducts. In *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*, New York. Eds. S. Kakaç, R.K. Shah and W. Aung, Chapter 4.

Bilir, S. (1995). Laminar flow heat transfer in pipes including two-dimensional wall and fluid axial conduction. *Int. Heat Mass Transfer*, 38:1619–1625.

Bilir, S. (2002). Transient conjugated heat transfer in pipes involving two dimensional wall and axial fluid conduction. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45:1781–1788.

Bilir, S. e Ates, A. (2003). Transient conjugated heat transfer in thick walled pipes with convective boundary conditions. *International Journal of Heat Mass Transfer*, 46:2701–27–9.

Blasius, H. (1913). Das ahnlichkeitsgesetz bei reibungsvorgangen in flussigkeiten. *Forsch. Arb. Ing.-Wes.*, (131).

Campo, A. e Schuler, C. (1988). Heat transfer in laminar flow through circular tubes accounting for two-dimensional wall conduction. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 31:2251–2259.

Churchill, S. W. (1999). Turbulent flow and convection: The pradiction of a turbulent flow and convection in a round tube. *Advances in Heat Transfer*, 38:427–439.

Churchill, S. W. (2001). Turbulent flow and convection: the prediction of turbulent flow and convection in a circular tube. *Advances in Heat Transfer*, 44:255–361.

Churchill, S. W. (2002). A reinterpretation of the turbulent prandtl number. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 41:6393–6401.

Corrêa, E. J. e Cotta, R. M. (1998). Enhanced lumped-differential formulations of diffusion problems. *Appl. Math. Modelling*, 122:137–152.

Cotta, R. M. (1993). *Integral Transforms in Computational Heat and Fluid Flow.* CRC Press, Boca Raton, FL.

Cotta, R. M. (1998). *The Integral Transform Method in Thermal and Fluids Science and Engineering.* Begell House, New York.

Cotta, R. M. e Mikhailov, M. D. (1997). *Heat Conduction - Lumped Analysis, Integral Transforms, Symbolic Computation.* Ed. John Wiley & Sons, Chichester, England.

Cotta, R. M. e Ozisik, M. N. (1986). Transient forced convection in laminar channel flow with stepwise variations of wall temperature. *Can. J. Chem. Eng.*, 64:734–742.

Cotta, R. M. e Ozisik, M. N. (1987). Diffusion problems with general time-dependent coefficients. *Rev. Bras. Ciências Mecânicas*, 69:269–292.

Danov, S. N., Arai, N., e Churchill, S. W. (2000). Exact formulations and nearly exact numerical solutions for convection in turbulent flow between parallel plates. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 43:2767–2777.

Davis, E. J. e Gill, W. N. (1970). The effects of axial conduction in the wall on heat transfer with laminar flow. *J. Heat Mass Transfer*, 13:459–470.

Davis, E. J. e Venkatesh, S. (1979). The solution of conjugated multiphase heat and mass transfer problems. *Chemical Engineering Science*, 34:775–787.

Elmôr-Filho, G. (1996). Transferência de calor em um escoamento conjugado com aperfeiçoamento dos modelos de parâmetros concentrados para a condução na parede dos canais.

Faghri, M. e Sparrow, E. M. (1980). Simultaneous wall and fluid axial conduction in laminar pipe-flow heat transfer. *Journal of Heat Transfer*, 102:58–63.

Fourcher, B. e Mansouri, K. (1997). An approximate analytical solution to the graetz problem with periodic inlet temperature. *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 18:229–235.

Fourcher, B. e Mansouri, K. (1998). Theoretical study of periodic turbulent forced convection inside a parallel-plate channel. *Int. J. Engng. Sci*, 36:411–420.

Guedes, R. O. C., Cotta, R. M., e Brum, N. C. L. (1991). Heat transfer in laminar flow with axial conduction and external convection. *J. Thermophys. Heat Transfer*, 5:508–513.

Guedes, R. O. C. e Ozisik, M. N. (1992). Conjugated turbulent heat transfer with axial conduction in wall and convection boundary conditions in a parallel-plate channel. *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 13.

Heng, L., Chan, C., e Churchill, S. W. (1998). Essencially exact characteristics of turbulent convection in a round tube. *Chemical Engineering Journal*, 71:163–173.

Jilani, G. (2002). Conjugate forced convection-conduction heat transfer analysis of a heat generating vertical cylinder. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45:331–341.

Jischa, M. e Rieke, H. B. (1979). About the prediction of turbulent prandtl and schmidt numbers. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 22:1547–1555.

Jr., N. J. R., Falkenberg, C. V., Cotta, R. M., e Su, J. (2004). Engineering analysis of ablative thermal protection for atmospheric reentry:- improved lumped formulations and symbolic-numerical computation. *Heat Transfer Eng.*, 25:101–111.

Kawamura, H. (1977). Experimental and analytical study of transient heat transfer for turbulent flow in a circular tube. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 20:443–450.

Kays, W. M. (1994). Turbulent prandtl number - where are we? *Journal of Heat Transfer*, 116:284–295.

Kays, W. M. e Crawford, M. E. (1993). *Convective Heat and Mass Transfer, 3rd ed.* McGraw-Hill, New York.

Kim, W. S. e Özi?ik, M. N. (1990). Conjugated laminar forced convection in ducts with periodic variation of inlet temperature. *J. Heat and Fluid Flow*, 11:311–320.

Kiwan, S. M. e Al-Nimr, M. A. (2002). Analytical solution for conjugated heat transfer in pipes and ducts. *Heat and Mass Transfer*, 38:513–516.

Krishan, B. (1982). On conjugated heat transfer in fully developed flow. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 25:288–289.

Lee, K. T. e Yan, W. M. (1996). Transient conjugated mixed convection inside ducts with convection from the ambient. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 39:1203–1211.

Lee, S. L. e Lin, D. W. (1997). Transient conjugate heat transfer on a naturally cooled body of arbitrary shape. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 40:2133–2145.

Lee, W. C. e Ju, Y.-H. (1986). Conjugate leveque solution for newtonian fluid ia a parallel plate channel. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 29:941–947.

Lin, C. N. e Jang, J. Y. (2002). Conjugate heat transfer and fluid flow analysis in fin -tube heat exchangers with wave-type vortex generators. *Journal of Enhanced Heat Transfer*, 9:123–136.

Lin, T. F. e Kuo, J. (1998). Transient conjugated heat transfer in fully developed laminar pipe flows. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 5:1093–1102.

Lin, Y. K. e Chow, L. C. (1984). Effects of wall conduction on heat transfer for turbulent flow in a circular tube. *Journal of Heat Transfer*, 106:597–604.

Luikov, A., Aleksashenko, V. A., e Aleksashenko, A. A. (1971). Analytical methods of solution of conjugated problems in convective heat transfer. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 14:1047–1056.

Luikov, A. V. (1974). Conjugate heat transfer problems. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 17:257–265.

Luna, N., Méndez, F., e Treviño, C. (2002). Conjugates heat transfer in circular ducts with a power-law laminar convection fluid flow. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 45:655–666.

Mansouri, K. e Fourcher, B. (1995). Résponse a un signal thermique sinusoidal dans le cas dún Écoulement laminaire a plan directeur. *Int. Communications in Heat and Mass Transfer*, 22:305–315.

Mansouri, K., Sadaoui, D., e Fourcher, B. (2004). The effects of inlet temperature frequency on the quasi-steady approach of periodic conjugated heat transfer problem. *Int. J. Engineering Science*, 42:825–839.

Maranzana, G., Perry, I., e Maillet, D. (2004). Modeling of conjugate heat transfer between parallel plates separated by a hydrodinamically developed laminar flow by the quadrupole method. *Numerical Heat Transfer, Parte A*, 46:147–165.

Mennig, J., Auerbach, T., e Hälg, W. (1983). Two point hermite approximation for the solution of linear initial value and boundary value problems. *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 39:199–224.

Mori, S., Amura, Y. K., e Tanimoto, A. (1979a). Conjugated heat transfer to laminar flow with internal heat source in a parallel plate channel. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 57:698–703.

Mori, S., Gotoh, S., Tanimoto, A., e Sakakibara, M. (1986). Conjugate heat transfer between internal forced and axternal natural convections with wall conduction. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 64:216–222.

Mori, S., Inoue, T., e Tanimoto, A. (1979b). Theoretical analysis of laminar flow heat transfer in a flat-duct wall reactor. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 57:444–450.

Mori, S., Sakakibara, M., e Tanimoto, A. (1974). Steady heat transfer flow in a circular tube with conduction in the tube wall. *Kagaku Kogaku Ronbunshu*, 38:144–150.

Mori, S., Shine, T., Sakakibara, M., e Tanimoto, A. (1975). Steady heat transfer to laminar flow between parallel plates with conduction in wall. *Kagaku Kogaku Ronbunshu*, 1:235–240.

Nikuradse, J. (1932). Gesetzmäßigkeiten der turbulenten strömung in glatten rohren. *Forsch. Arb. Ing.-Wes.*, (336).

Ozisik, M. N., Cotta, R. M., e Kim, W. S. (1989). Heat transfer in turbulent forced convection between parallel-plates. *Can. J. Chem. Eng.*, 67:771–776.

Ozisik, M. N. e Murray, R. L. (1974). On the solution of linear diffusion problems with variable boundary condition parameters. *Journal of Heat Transfer*, 96:48–51.

Pagliarin, G. (1991). Finite element analysis of steady periodic convection-diffusion transport. *Numerical Heat Transfer, Part A*, 20:433–444.

Pagliarini, G. (1988). Effects of axial conduction in the wall and the fluid on conjugate heat transfer in thick-walled circular tubes. *Int. Comm. Heat Mass transfer*, 15:581–591.

Pagliarini, G. e Borizzi, G. S. (1991). Thermal coupling in laminar flow double-pipe heat exchangers. *Journal of Heat Transfer*, 113:526–534.

Papanicolau, E. e Belessiotis, V. (2004). Transient hydrocynamic phenomena and conjugate heat transfer during cooling of water in an underground thermal storage tank. *Journal of Heat Transfer*, 126:84–96.

Papoutsakis, E. e Ramikrishna, D. (1981a). Conjugated graetz problems-i general formalism and a class of solid-fluid problems. *Chemical Engineering Science*, 36:1381–1391.

Papoutsakis, E. e Ramikrishna, D. (1981b). Conjugated graetz problems-ii fluid-fluid problems. *Chemical Engineering Science*, 36:1393–1399.

Patankar, S. (1980). Numerical heat transfer and fluid. *McGraw Hill*, New York.

Perlmutter, M. e Siegel, R. (1961). Two-dimensional unsteady incompressible laminar duct flow witn a step change in wall temperature. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 3:94–107.

Piva, S. (1996). Axial wall conduction pheheating effects in high peclet number laminar forced convection. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 39:3511–3517.

Pontedeiro, A. C., Su, J., e Cotta, R. M. (2004). Improved lumped model for transiente heat conduction in a heat generating cylinder with temperature-dependent thermophysical properties. In *Proceedings of 2004 ASME Heat Transfer/Fluids Engineering Summer Conference*, Charlotte, North Carolina, USA, July, 11-15.

Pozzi, A. e Lupo, M. (1989). The coupling of conduction with forced convection in a plane duct. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 32:1215–1221.

Pozzi, A. e Tognaccini, R. (2000). Coupling of conduction and convection past an impulsively started semi-infinite flat plate. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 43:1121–1131.

Prandtl, L. (1910). Eine beziehung zwischen warmeaustausch und stromungswiderstand der flussigkeit. *Z. Physik*, 11:1072–1078.

Prandtl, L. (1944). *Furrrer durch dir stomungslehre.* Vieweg, Braunschweig.

Prandtl, L. (1954). *Heat Transmission, 3rd ed.* McGraw-Hill, New York.

Rannie, W. D. (1956). Heat transfer in turbulent shear flow. *J. Aerosp. Sci.*, 23:485.

Regis, C. R., Cotta, R. M., e Jian, S. (2000). Improved lumped analysis of transient heat conduction in a nuclear fuel rod. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 27:357–366.

Reichardt, H. (1951). Vollstangige darstellung der turbulenten geschwinddigkeitsverteilung in glatten leitungen. *ZAMM*, 31:208–219.

Reynolds, A. J. (1975). The prediction of turbulent prandtl and schmidt numbers. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 18:1055–1069.

Rizk, T. A., Kleinstreuer, C., e Ozisik, M. N. (1992). Analytic solution to the conjugate heat transfer problem of flow past a heated block. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 35:1519–1525.

Sakakibara, M. e Endoh, K. (1977). Effect of conduction in wall on heat transfer with turbulent flow between parallel plates. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 20:507–516.

Sakakibara, M., Mori, S., e Takanimoto, A. (1987). Conjugate heat transfer with laminar flow in an annulus. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 65:541–549.

Schutte, D. J., Rahman, M. M., e Faghri, A. (1992). Transient conjugate heat transfer in a thick-walled pipe with developing laminar flow. *Numerical Heat Transfer, Part A*, 21:163–186.

Scofano-Neto, F. e Cotta, R. M. (1993). Improved hybrid lumped-differential formation for double-pipe heat exchanger analysis. *J. Heat Transfer*, 115:921–927.

Siegel, R. (1963). Forced convection in a channel eith wall heat capacity and with wall heating variable with axial position and time. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 6:607–620.

Sparrow, E. M. e Farias, F. N. (1968). Unsteady heat transfer in ductis with time-varying inlet temperature and participating walls. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 11:837–853.

Su, J. (2001). Improved lumped models for asymmetric cooling of a long slab by heat convection. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 28:973–983.

Su, J. (2004). Improved lumped models for transient radioactive cooling of a spherical body. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 31:85–94.

Su, J. e Castro, A. C. R. (2003). Improved hybrid solution of conjugate heat transfer of laminar convection in ducts with axial wall conduction. *Proceedings of 2003 ASME Summer Heat Transfer Conference.*

Su, J. e Cotta, R. M. (2001). Improved lumped parameter formulation for simplified lwr thermohydraulic analysis. *Annals of Nuclear Energy*, 28:1019–1031.

Sucec, J. (1981). An improved quasi-steady approach for transient conjugated forced convection problems. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 24:1711–1722.

Sucec, J. (2002). Unsteady forced convection eith sinusoidal duct wall generation: The conjugate heat transfer problem. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 45:1631–1642.

Sucec, J. e Sawant, A. M. (1984). Unsteady, conjugated, forced convection heat transfer in a parallel plate duct. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 27:95–101.

Sueco, J., Alhama, F., e Fernández, C. F. G. (2004). Analysis of laminar forced convection eith network simulation in thermal entrance region of ducts. *Int. J. Thermal Sciences*, 43:443–451.

Taylor, G. I. (1916). Conditions at the surface of a hot body exposed to the wind. Vol.2, R & M No. 272.

Travelho., J. S. e Santos, W. F. N. (1998). Unsteady conjugate heat transfer in a circular ducti with convection from the ambient and periodically varying inlet temperature. *Journal of Heat Transfer*, 20:506–510.

Van-Driest, E. R. (1956). On turbulent flow near a wall. *J. Aerosp. Sci.*, 23:1007–1011.

von Kármán, T. (1934). Turbulence and skin friction. *J. Aerosp. Sci.*, 7:1–20.

von Kármán, T. (1939). The analogy between fluid friction and heat transfer. *Trans. ASME*, 61:705–710.

Weigand, B., Ferguson, J. R., e Crawford, M. E. (1997). An extended kays and crawford turbulent prandtl number model. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 40:4191–4196.

Wijeysundera, N. E. (1986). Laminar forced convection in circular and flat ducts with eall axial conduction and external convection. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 29:797–807.

Yan, W. M. (1995). Unsteady conjugated heat transfer in turbulent channel flows with convection form the ambient. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 38:2101–2108.

Yan, W. M. (1997). Unsteady conjugated mixed convection flow and heat transfer between two co-rotating discs. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 40:2975–2988.

Yapici, H. e Albayrak, B. (2004). Numerical solutions of conjugate heat transfer thermal thermal stress in a circular pipe externally heated with non-uniform heat flux. *Energy Conversion an Management*, 45:927–937.

Yapici, H., Basturk, G., e Albayrak, B. (2005). Numerical study on conjugate heat transfer in laminar fully developed flow with temperature dependent thermal properties through an externally heated sic/sic composite pipe and theetmally induced stress. *Energy Conversion an Management*, 46:633–654.

Yu, B., Ozoe, H., e Churchill, S. W. (2001). The caracteristics of fully developed turbulent convection in a round tube. *Chemical Engineering Science*, 56:1781–1800.

Zagarola, M. V. (1981). *Mean-flow Scaling of Turbulent Pipe Flow.* PhD thesis, Princeton University, Princeton, NJ.

Zhao, T. S. e Cheng, P. (1996). Oscillatory transfer in a pipe subjected to a laminar reciprocating flow. *Journal of Heat Transfer*, 118:592–597.