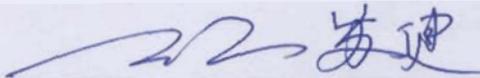


ESTUDO ANALÍTICO-NUMÉRICO DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM DUTOS
COM AQUECIMENTO ATIVO NA PAREDE

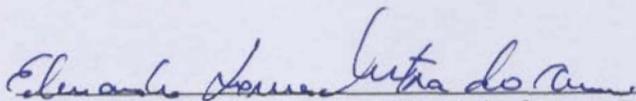
Deise Helena Kullmann

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM
ENGENHARIA NUCLEAR.

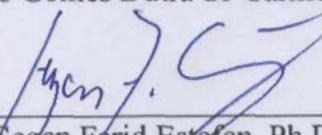
Aprovada por:



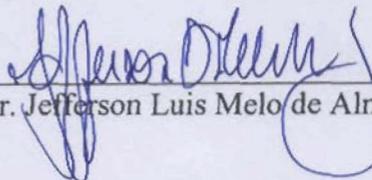
Prof. Su Jian, D.Sc.



Prof. Eduardo Gomes Dutra do Carmo, D.Sc.



Prof. Segen Farid Estefen, Ph.D.



Dr. Jefferson Luis Melo de Almeida Gomes, Ph.D

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

DEZEMBRO DE 2006

KULLMANN, DEISE HELENA

Estudo Analítico-Numérico de Transferência
de Calor em Dutos com Aquecimento Ativo na
Parede [Rio de Janeiro] 2006

XXII, 161p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc.,
Engenharia Nuclear, 2006)

Dissertação - Universidade Federal do Rio de
Janeiro, COPPE

1. Transferência de Calor
2. Soluções Analítico-Numéricas

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

*Aos meus pais
Guido e Lenise.
Ao meu marido Éverton.*

Agradecimentos

Ao professor Su Jian, orientador desta dissertação, por todo o seu esforço e a sua dedicação para que o melhor sempre fosse alcançado.

Aos professores e funcionários do Programa de Engenharia Nuclear da COPPE/UFRJ, pela dedicação e contribuição à minha formação.

À Petrobrás/Cenpes pelo suporte financeiro ao longo do período de cursos.

Aos amigos e à todos que de uma forma ou de outra, contribuíram para o sucesso deste trabalho.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

ESTUDO ANALÍTICO-NUMÉRICO DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM DUTOS COM AQUECIMENTO ATIVO NA PAREDE

Deise Helena Kullmann

Dezembro/2006

Orientador: Su Jian

Programa: Engenharia Nuclear

A transferência de calor em dutos com aquecimento ativo na parede tem sido estudada intensamente pelas suas aplicações em termo-hidráulica de reatores nucleares. Recentemente, este problema tem despertado interesse crescente devido às novas aplicações na produção de petróleo e gás natural em águas profundas e ultra-profundas. Neste trabalho, é apresentada primeiramente uma revisão de literatura sobre a garantia de escoamento para a produção submarina de petróleo e gás, enfatizando a necessidade do aquecimento ativo das tubulações de produção à fim de evitar a formação de hidratos de gás e a deposição de parafinas. Um sistema otimizado de aquecimento elétrico segmentado é proposto para minimizar a demanda energética de aquecimento. Um esquema elétrico para a implementação deste sistema otimizado é apresentado. Cenários de transiente térmico em uma tubulação composta com aquecimento elétrico segmentado são simulados. Em seguida, soluções analíticas da transferência de calor turbulenta em dutos circulares e canais de placas paralelas são obtidas usando-se a técnica de transformada integral clássica, comparando dois modelos para escoamento turbulento e cinco modelos para o número de Prandtl turbulento. Por fim, uma solução híbrida analítico-numérica da convecção laminar transiente em dutos é obtida usando-se a técnica de transformada integral e o método de diferenças finitas.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

ANALYTICAL-NUMERICAL STUDY OF HEAT TRANSFER IN DUCTS WITH
ACTIVE HEATING AT THE WALL

Deise Helena Kullmann

December/2006

Advisor: Su Jian

Department: Nuclear Engineering

Heat transfer in ducts with active heating at the wall has been intensively studied due to its applications in nuclear reactor thermal-hydraulics. Recently, this problem has received increasing interests due to new applications in oil and natural gas production in deep and ultradeep waters. In this work, a literature review on the flow assurance of subsea production of oil and gas is presented first, with emphasis on the necessity of active heating of the pipelines to avoid gas hydrate formation and wax deposition. An optimized piecewise electrical heating system is proposed to minimize the power supply requirement of active heating. An electrical scheme is presented for the implementation of this optimized heating system. Scenarios of thermal transients in multilayered composite pipelines with piecewise electrical heating are simulated computationally. Analytical solutions of turbulent forced convection in circular and parallel-plate ducts are obtained by using classical integral transform, comparing two models for turbulent flow and five models for the turbulent Prandtl number. Finally, a hybrid analytical-numerical solution of transient laminar convection in parallel-plate ducts is obtained by using the generalized integral transform technique and finite difference method.

Sumário

Resumo	v
Abstract	vi
Índice	vii
Índice de Figuras	x
Índice de Tabelas	xv
Lista de Símbolos	xvii
1 Introdução	1
2 Revisão Bibliográfica	6
2.1 Garantia de Escoamento – Dutos Ativamente Aquecidos	6
2.2 Convecção Forçada Turbulenta	16
2.2.1 Correlações para o Perfil de Velocidade	29
2.2.2 Correlações para o Fator de Atrito	29
2.2.3 Modelos Adotados para a Distribuição de Velocidade Turbulenta	30
2.2.4 Correlações Empíricas	34
2.2.5 Número de Prandtl Turbulento	34
2.3 Convecção Laminar Forçada Transiente em Canais de Placas-Paralelas	40
3 Tubulações Compostas Multicamadas com Aquecimento Elétrico	
Ativo	44
3.1 Sistema Elétrico do PIP Ativamente Aquecido	45

3.2	Análise Térmica	50
3.2.1	Transferência de Calor Permanente entre o Fluido de Pro- dução e o Fluido Ambiente	51
3.2.2	Transporte de Energia no Fluido de Produção	54
3.3	Simulação de Transferência de Calor Transiente	57
3.3.1	Condução de Calor em uma Linha de Transporte Composta por Multicamadas	58
3.3.2	Transporte de Energia no Fluido de Produção	59
4	Convecção Forçada Turbulenta na Região de Entrada Térmica de Dutos Circulares e Canais de Placas-Paralelas	61
4.1	Problema Físico	62
4.2	Formulação Matemática	62
4.3	Modelos de Turbulência	64
4.3.1	Distribuição de Velocidade Turbulenta	64
4.3.2	Números de Prandtl Turbulento	66
4.4	Solução Analítica	68
5	Solução Híbrida de Diferenças Finitas-Transformada Integral com FCT da Convecção Laminar Forçada Transiente em um Canal de Placas-Paralelas	72
5.1	Formulação do Problema	72
5.2	Solução Híbrida - Esquema Misto de Diferenças Finitas/Transformada Integral	75
5.2.1	Técnica da Transformada Integral	75
5.2.2	Esquema <i>Upwind</i> de Diferenças Finitas	79
5.2.3	Esquema de Fluxo de Transporte (FCT - " <i>Flux-Correcting Transport</i> ")	80
5.3	Expressões Finais	81
6	Resultados e Discussões	84
6.1	Tubulações Compostas Multicamadas com Aquecimento Elétrico Ativo	84

6.1.1	Análise dos Resultados	87
6.2	Convecção Forçada Turbulenta na Região de Entrada Térmica de Dutos Circulares e Canais de Placas-Paralelas	113
6.2.1	Fator de Atrito	113
6.2.2	Número de Nusselt Assintótico	117
6.2.3	Entrada Térmica	127
6.3	Convecção Laminar Forçada Transiente com Escoamento Laminar Plenamente Desenvolvido Hidrodinamicamente na Região de Entrada Térmica de um Canal de Placas-Paralelas	137
7	Conclusões e Sugestões	143
	Apendice A: Circuitos Elétricos Trifásicos	150
	Referências Bibliográficas	151

Lista de Figuras

2.1	Diagrama de Fase Mostrando as Condições de Formação de Hidratos.	8
3.1	Ilustração dos Dois Métodos de Aquecimento, Su et al. (2002).	46
3.2	Distribuição dos Cabos de Aquecimento e de Alimentação da Fonte em Torno da Linha de Transporte da Produção.	49
3.3	Ilustração do Chaveamento Automático do Sistema de Aquecimento Elétrico Proposto.	50
3.4	(a) Seção Transversal de uma Linha de Transporte Composta por Multicamadas, (b) Subdivisão da Linha de Transporte Composta por Multicamadas em Regiões: Determinação do Coeficiente de Transferência de Calor Global.	51
3.5	Vista Longitudinal de uma Linha de Transporte.	59
4.1	Problema Físico - Convecção Forçada Turbulenta na Região de Entrada Térmica de Dutos Circulares e Canais de Placas-Paralelas.	62
5.1	Problema Físico - Convecção Laminar Forçada Transiente com Escoamento Laminar Hidrodinamicamente Desenvolvido na Região de Entrada Térmica de um Canal de Placas-Paralelas.	73
6.1	Linha de Transporte sem Aquecimento Ativo: PIP 6A, $L = 18km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$	91
6.2	Linha de Transporte com Aquecimento Ativo em Toda Extensão e com Aquecimento Segmentado: PIP 6A, $L = 18km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}F(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$	91

6.3	Linha de Transporte sem Aquecimento Ativo: PIP 6B, $L = 18km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$	93
6.4	Linha de Transporte com Aquecimento Ativo em Toda Extensão e com Aquecimento Segmentado: PIP 6B, $L = 18km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$	93
6.5	Linha de Transporte sem Aquecimento Ativo: PIP 8A, $L = 18km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$	94
6.6	Linha de Transporte com Aquecimento Ativo em Toda Extensão e com Aquecimento Segmentado: PIP 8A, $L = 18km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$	94
6.7	Linha de Transporte sem Aquecimento Ativo: PIP 8B, $L = 18km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$	95
6.8	Linha de Transporte com Aquecimento Ativo em Toda Extensão e com Aquecimento Segmentado: PIP 8B, $L = 18km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$	95
6.9	Linha de Transporte sem Aquecimento Ativo: PIP 6A, $L = 36km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$	99
6.10	Linha de Transporte com Aquecimento Ativo em Toda Extensão e com Aquecimento Segmentado: PIP 6A, $L = 36km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$	99
6.11	Linha de Transporte sem Aquecimento Ativo: PIP 6B, $L = 36km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$	100
6.12	Linha de Transporte com Aquecimento Ativo em Toda Extensão e com Aquecimento Segmentado: PIP 6B, $L = 36km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$	100
6.13	Linha de Transporte sem Aquecimento Ativo: PIP 8A, $L = 36km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$	102
6.14	Linha de Transporte com Aquecimento Ativo em Toda Extensão e com Aquecimento Segmentado: PIP 8A, $L = 36km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$	102

6.15	Linha de Transporte sem Aquecimento Ativo: PIP 8B, $L = 36km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$	103
6.16	Linha de Transporte com Aquecimento Ativo em Toda Extensão e com Aquecimento Segmentado: PIP 8B, $L = 36km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$	103
6.17	Linha de Transporte sem Aquecimento Ativo: PIP 6A, $L = 90km$, $T_{f,in} = 76.66^{\circ}C(170^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 32.2028kg/s$	107
6.18	Linha de Transporte com Aquecimento Ativo em Toda Extensão e com Aquecimento Segmentado: PIP 6A, $L = 90km$, $T_{f,in} = 76.66^{\circ}C(170^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 32.2028kg/s$	107
6.19	Linha de Transporte sem Aquecimento Ativo: PIP 6B, $L = 90km$, $T_{f,in} = 76.66^{\circ}C(170^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 32.2028kg/s$	108
6.20	Linha de Transporte com Aquecimento Ativo em Toda Extensão e com Aquecimento Segmentado: PIP 6B, $L = 90km$, $T_{f,in} = 76.66^{\circ}C(170^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 32.2028kg/s$	108
6.21	Linha de Transporte sem Aquecimento Ativo: PIP 8A, $L = 90km$, $T_{f,in} = 99^{\circ}C(210^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 24.1521kg/s$	109
6.22	Linha de Transporte com Aquecimento Ativo em Toda Extensão e com Aquecimento Segmentado: PIP 8A, $L = 90km$, $T_{f,in} = 99^{\circ}C$ ($210^{\circ}F$) e $\dot{M}_f = 24.1521kg/s$	109
6.23	Linha de Transporte sem Aquecimento Ativo: PIP 8B, $L = 90km$, $T_{f,in} = 99^{\circ}C(210^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 24.1521kg/s$	110
6.24	Linha de Transporte com Aquecimento Ativo em Toda Extensão e com Aquecimento Segmentado: PIP 8B, $L = 90km$, $T_{f,in} = 99^{\circ}C$ ($210^{\circ}F$) e $\dot{M}_f = 24.1521kg/s$	110
6.25	Fator de Atrito para o escoamento Turbulento em um Duto Circular.	116
6.26	Fator de Atrito para o escoamento Turbulento em um Canal de Placas-Paralelas.	116
6.27	$Nu(\xi)$ na Região de Entrada Térmica – Modelo de Churchill – Cinco Modelos para Pr_t – (a) Duto Circular; (b) Canal de Placas-Paralelas.	129

6.28	$Nu(\xi)$ na Região de Entrada Térmica – Modelo de Churchill e Modelo de Três - Camadas – Dois Modelos para Pr_t – (a) Duto Circular; (b) Canal de Placas-Paralelas.	130
6.29	$\theta_m(\xi)$ na Região de Entrada Térmica – Modelo de Churchill – Cinco Modelos para Pr_t – (a) Duto Circular; (b) Canal de Placas-Paralelas.	131
6.30	$\theta_m(\xi)$ na Região de Entrada Térmica – Modelo de Churchill e Modelo de Três - Camadas – Dois Modelos para Pr_t – (a) Duto Circular; (b) Canal de Placas-Paralelas.	132
6.31	$Nu(\xi)$ na Região de Entrada Térmica – Modelo de Churchill e Modelo de Três - Camadas – Cinco Modelos para Pr_t – Duto Circular. .	133
6.32	$Nu(\xi)$ na Região de Entrada Térmica – Modelo de Churchill e Modelo de Três - Camadas – Cinco Modelos para Pr_t – Canal de Placas-Paralelas.	134
6.33	$\theta_m(\xi)$ na Região de Entrada Térmica – Modelo de Churchill – Cinco Modelos para Pr_t – Duto Circular.	135
6.34	$\theta_m(\xi)$ na Região de Entrada Térmica – Modelo de Churchill – Cinco Modelos para Pr_t – Canal de Placas-Paralelas.	136
6.35	Temperatura Média do Fluido, θ_{av} , sem o uso do Esquema FCT (" <i>Flux-Correcting Transport</i> ").	139
6.36	Temperatura Média do Fluido, θ_{av} , Usando o Esquema FCT (" <i>Flux-Correcting Transport</i> ").	139
6.37	Número de Nusselt sem o uso do Esquema FCT (" <i>Flux-Correcting Transport</i> ").	140
6.38	Número de Nusselt Usando o Esquema FCT (" <i>Flux-Correcting Transport</i> ").	140
6.39	Fluxo de Calor Adimensional na Parede, $(\partial\theta/\partial\eta)_{\eta=1}$, sem o uso do Esquema FCT (" <i>Flux-Correcting Transport</i> ").	141
6.40	Fluxo de Calor Adimensional na Parede, $(\partial\theta/\partial\eta)_{\eta=1}$, Usando o Esquema FCT (" <i>Flux-Correcting Transport</i> ").	141
1	Tensões de Fase de um Sistema Trifásico.	146

2	Diagrama Fasorial: (a) Tensões de Fase; (b) Tensões de Fase e de Linha.	147
3	(a) Ligação Estrela com Neutro Aterrado; (b) Diagramas Fasoriais: Tensões e Correntes de Fase.	148
4	Diagramas Fasoriais: Tensões e Correntes de Fase (Cargas Desequili- bradas).	149
5	(a) Ligação Estrela com Neutro Isolado; (b) Diagramas Fasoriais: Tensões de Fase.	150

Lista de Tabelas

6.1	Propriedades Geométricas dos Dutos Compostos Multicamadas.	86
6.2	Coeficiente de Transferência de Calor Global para as Configurações do PIP.	86
6.3	Propriedades Termo Físicas dos Dutos Compostos Multicamadas. . .	86
6.4	Propriedades do Fluido.	86
6.5	Análise da Eficiência do Aquecimento Elétrico Segmentado: PIP 6A, $L = 18km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$	90
6.6	Distribuição de Temperatura [Linha de Transporte sem Aquecimento Ativo, com Aquecimento Ativo em Toda Extensão e com Aquecimento Segmentado], Número de Seções Aquecidas: PIP 6B, $L = 18km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$	92
6.7	Número de Seções Aquecidas após 10h: Linha de Transporte com 18km de Extensão.	96
6.8	Análise da Eficiência do Aquecimento Elétrico Segmentado: PIP 6, $L = 36km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$	101
6.9	Análise da Eficiência do Aquecimento Elétrico Segmentado: PIP 8, $L = 36km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$	104
6.10	Número de Seções Aquecidas após 10h: Linha de Transporte com 36km de Extensão.	105
6.11	Número de Seções Aquecidas após 10h: Linha de Transporte com 90km de Extensão.	111
6.12	Fator de Atrito para o Duto Circular Resultante da Análise Proposta e para a Correlação Empírica.	115

6.13	Fator de Atrito para o Canal de Placas-Paralelas Resultante da Análise Proposta e para a Correlação Empírica.	115
6.14	$Nu_{\infty}(\xi)$ Calculado Através da Análise Proposta e Através da Correlação Empírica para o Duto Circular – Modelo de Três - Camadas com Diferentes Modelos para Pr_t e a Correlação Empírica.	119
6.15	Continuação: $Nu_{\infty}(\xi)$ Calculado Através da Análise Proposta e Através da Correlação Empírica para o Duto Circular – Modelo de Três - Camadas com Diferentes Modelos para Pr_t e a Correlação Empírica. . .	120
6.16	$Nu_{\infty}(\xi)$ Calculado Através da Análise Proposta e Através da Correlação Empírica para o Duto Circular – Modelo de Churchill (2001) com Diferentes Modelos para Pr_t e a Correlação Empírica.	121
6.17	Continuação: $Nu_{\infty}(\xi)$ Calculado Através da Análise Proposta e Através da Correlação Empírica para o Duto Circular – Modelo de Churchill (2001) com Diferentes Modelos para Pr_t e a Correlação Empírica. . .	122
6.18	$Nu_{\infty}(\xi)$ Calculado Através da Análise Proposta e Através da Correlação Empírica para o Canal de Placas-Paralelas – Modelo de Três - Camadas com Diferentes Modelos para Pr_t e a Correlação Empírica.	123
6.19	Continuação: $Nu_{\infty}(\xi)$ Calculado Através da Análise Proposta e Através da Correlação Empírica para o Canal de Placas-Paralelas – Modelo de Três - Camadas com Diferentes Modelos para Pr_t e a Correlação Empírica.	124
6.20	$Nu_{\infty}(\xi)$ Calculado Através da Análise Proposta e Através da Correlação Empírica para o Canal de Placas-Paralelas – Modelo de Churchill (2001) com Diferentes Modelos para Pr_t e a Correlação Empírica.	125
6.21	Continuação: $Nu_{\infty}(\xi)$ Calculado Através da Análise Proposta e Através da Correlação Empírica para o Canal de Placas-Paralelas – Modelo de Churchill (2001) com Diferentes Modelos para Pr_t e a Correlação Empírica.	126

Lista de Símbolos

a	raio do tubo ou metade da distância entre as placas paralelas, Capítulo 4
A	área, Capítulo 3
a^+	parâmetro definido no modelo de Três-Camadas, Capítulo 4
a^+	$a(\tau_w\rho)^{1/2}/\mu$, modelo de Churchill, Capítulo 4
b	distância das superfícies da parede à linha central do canal, Capítulo 5
c_p	calor específico, Capítulos 3 e 5
C	razão de velocidade, Capítulo 4
D	diâmetro interno de um tubo circular, Capítulo 3
D	$= 2^{(2-p)}a$ diâmetro hidráulico, Capítulo 4
D_h	$= 4b$ diâmetro hidráulico do canal de placas-paralelas, Capítulo 5
E	constante no modelo de Três-Camadas, Capítulo 4
f	fator de atrito de Darcy, Capítulo 4
f'	fator de atrito de Fanning, Capítulo 4
\bar{f}_n	condição de entrada transformada, Capítulo 4
\dot{g}	geração volumétrica de aquecimento elétrico direto à tubulação, Capítulo 3

h	coeficiente de transferência de calor, Capítulo 3
k	condutividade térmica, Capítulo 3
k	condutividade térmica do fluido, Capítulo 5
k_1	constante no modelo de Três-Camadas, Capítulo 4
k_2	constante no modelo de Três-Camadas, Capítulo 4
L	comprimento da tubulação, Capítulo 3
\dot{M}	vazão mássica, Capítulo 3
N	número de camadas de uma tubulação composta, Capítulo 3
N_n	integral normalizada, Capítulo 4
N_i	integral normalizada, Capítulo 5
Nu	número de Nusselt, Capítulo 5
Nu_∞	número de Nusselt assintótico, Capítulo 4
p	constante determina a geometria do canal, $p = 0$ canal de placas-paralelas e $p = 1$ para o duto circular, Capítulo 4
Pe	número de Peclét, Capítulo 5
Pr	número de Prandtl, Capítulos 3 e 4
Pr_t	número de Prandtl turbulento, Capítulo 4
q	fluxo de calor, Capítulo 3
\dot{q}	geração linear de calor, Capítulo 3
Q	potência térmica, Capítulo 3
\dot{Q}	demanda de aquecimento ativo, Capítulo 3
r	coordenada radial, Capítulos 3 e 4

Re	número de Reynolds, Capítulo 3 e 4
$R_n(\eta)$	autofunções, Capítulo 4
t	tempo, Capítulo 5
T	temperatura do fluido, Capítulos 3 e 5
T_w	temperatura constante do fluido ambiente, Capítulo 5
u	velocidade do fluido, Capítulo 3
U	coeficiente global de transferência de calor, Capítulo 3
U_0	coeficiente global de transferência de calor por condução, Capítulo 3
u	componente da velocidade na direção y , modelo de Churchill, Capítulo 4
u^+	$u(\rho/\tau_w)^{1/2}$, modelo de Churchill, Capítulo 4
$\overline{u'v'}$	valor médio de $\overline{u'v'}$, modelo de Churchill, Capítulo 4
$(\overline{u'v'})^+$	$-\rho\overline{u'v'}/\tau_w$, modelo de Churchill, Capítulo 4
$(\overline{u'v'})^{++}$	$-\rho\overline{u'v'}/\tau$, modelo de Churchill, Capítulo 4
$u(r)$	perfil de velocidade turbulenta, Capítulo 4
u^+	velocidade turbulenta adimensional no modelo de Três-Camadas, Capítulo 4
\bar{u}	velocidade média do fluido, Capítulo 5
$u(y)$	perfil de velocidade do fluido, Capítulos 4 e 5
$U(\eta)$	perfil de velocidade adimensional, Capítulo 5
$W(\eta)$	distribuição de velocidade adimensional, Capítulo 5
x	coordenada axial, Capítulos 4 e 5

y	coordenada transversal, Capítulo 5
y^+	coordenada transversal adimensional no modelo de Três-Camadas, Capítulo 4
z	coordenada longitudinal, Capítulo 3

Símbolos Gregos

α	difusividade térmica, Capítulo 3
α	$= k/\rho c_p$ difusividade térmica do fluido, Capítulos 4 e 5
δ	espessura de uma camada, Capítulo 3
ξ	coordenada axial adimensional, Capítulos 4 e 5
η	coordenada radial adimensional, Capítulos 4 e 5
τ	tempo adimensional, Capítulo 5
θ	temperatura adimensional, Capítulos 4 e 5
μ	viscosidade do fluido, Capítulos 3 e 4
λ_n	autovalores, Capítulo 4
μ_i	autovalores, Capítulo 5
ν	viscosidade cinemática do fluido, Capítulo 4
$\bar{\theta}$	temperatura transformada, Capítulo 5
ρ	densidade, Capítulo 3
ρ	densidade do fluido, Capítulos 4 e 5
$\bar{\theta}$	temperatura transformada, Capítulo 4
$\varepsilon(\eta)$	difusividade térmica total adimensional, Capítulo 4

τ	tensão cisalhante total no interior do fluido, Capítulo 4
$\psi_i(\eta)$	autofunções, Capítulo 5

Subscrito

a	ambiente, Capítulo 3
av	média, Capítulo 5
b	superfície externa de uma casca cilíndrica, Capítulo 3
e	entrada, Capítulo 5
eff	efetivo, Capítulo 4
f	fluido, Capítulo 3
i	índice de iteração nas camadas, Capítulo 3
in	entrada, Capítulo 3
i, j	ordem dos autovalores, Capítulo 5
k	quantidade integralmente transformada, Capítulo 5
m	média, Capítulo 4
min	mínima, Capítulo 3
max	máxima, Capítulo 4
$N + 1$	superfície externa de uma tubulação composta, Capítulo 3
out	saída, Capítulo 3
t	devido a turbulência, Capítulo 4
w	parede, Capítulos 4 e 5
0	entrada, Capítulo 4

- 0 inicial, Capítulo 5
- 1 superfície interna de uma tubulação composta, Capítulo 3

Sobrescrito

- n índice de passo temporal, Capítulos 3 e 5
- $\overline{n + 1}$ índice de passo temporal intermediário, Capítulos 3 e 5

Capítulo 1

Introdução

A transferência de calor em dutos com aquecimento ativo na parede tem sido estudada intensamente pelas suas aplicações em termo-hidráulica de reatores nucleares. Recentemente, este problema tem despertado interesse crescente, devido às novas aplicações na produção de petróleo e gás natural em águas profundas e ultra-profundas.

Oleodutos, gasodutos e polidutos são meios econômicos e seguros para transportar grandes volumes de petróleo, derivados e gás natural a grandes distâncias. Nos últimos anos, a descoberta de reservas de petróleo localizadas, a distâncias cada vez maiores do continente e em águas profundas e ultra-profundas, fizeram da garantia de escoamento (“*flow assurance*”) um assunto de atenção crescente, devido a possibilidade de formação de hidratos de gás e a deposição de parafinas nas linhas de produção, nestas condições de alta pressão e baixa temperatura (Minami et al., 2000, 1999a, Su, 2003). Para atender as necessidades impostas pela garantia de escoamento nestas condições, a determinação de forma apurada do desenvolvimento da temperatura média de um fluido viscoso monofásico no escoamento em tubos circulares, é de fundamental importância. Análises teóricas, simulações numéricas e observações experimentais, têm sido continuamente desenvolvidas para determinar os valores dos coeficientes de transferência de calor para este tipo de escoamento de fluido, observando suas variações em termos da coordenada axial em tubos com superfícies lisas. Neste processo, o estudo dos efeitos da convecção interna (fluido de transporte) e externa (água do mar circunvizinha), bem como a condução

no sólido (linha de transporte da produção), devem ser considerados, tanto para as condições de produção permanente, quanto para eventos transientes, como nos casos de ativação e desativação da produção.

O estudo da transferência de calor forçada convectiva estacionária em dutos com escoamento turbulento plenamente desenvolvido e temperatura constante na parede, têm grande importância tecnológica, pois ocorrem freqüentemente sob condições normais de operação em uma variedade de dispositivos de aquecimento e resfriamento. Para o caso de uma linha de transporte com aquecimento ativo, em regime permanente, podemos considerar este como o caso de um escoamento turbulento permanente de um fluido monofásico em dutos, com temperatura constante prescrita nas paredes do duto. Podemos então, analisar a transferência de calor por convecção na linha de escoamento, para determinar a distribuição espacial de temperatura do fluido produzido nas condições de operação determinadas. O problema de transferência de calor convectiva turbulenta para o escoamento em dutos, com especial atenção aos casos onde o fluxo de calor na parede do duto é mantido constante ao longo de todo o duto, possui diversas aplicações, como no projeto dos sistemas de resfriamento usados em reatores nucleares. Em cada caso, quando comparados com as aplicações envolvendo a condição de contorno de fluxo de calor constante na parede, sistemas de desempenho melhorado e de fácil controle são geralmente relatados. No entanto, embora as inerentes vantagens da transferência de calor convectiva forçada turbulenta tenham sido exploradas, não existe uma teoria fundamental disponível na literatura para determinar as distribuições de velocidade turbulenta, proveniente de uma aproximação puramente numérica. Em geral, modelos empíricos e/ou semi-empíricos são usados para correlacionar as distribuições de velocidade turbulenta em dutos e canais.

O estudo da transferência de calor convectiva não-estacionária em dutos é importante para o controle de reatores nucleares, motores a jato e equipamentos trocadores de calor, encontrados em várias aplicações da engenharia. Os problemas não-estacionários podem ser classificados como transientes ou periódicos, de acordo com sua dependência em relação ao tempo. A maior parte dos trabalhos apresentados na literatura são descritos por variações periódicas nas condições de contorno

ou na temperatura de entrada. Claramente, a parte estacionária da solução do problema periódico deve ser mais simples do que a solução transiente (ou completa), a qual é, freqüentemente, muito complicada e ainda, em muitas aplicações práticas, assim como no escoamento e na transferência de calor associados a muitos componentes em engenharia, a parte estacionária da solução periódica é mais importante.

Embora a transferência de calor de estado permanente seja importante no estudo do escoamento em dutos, especificamente no que concerne a produção e transporte de petróleo e gás natural à grandes distâncias em águas profundas e ultra-profundas, os critérios de projeto térmico de tais sistemas, devem considerar eventos transientes, como partidas e paradas de produção, onde as variações de temperatura são mais críticas. Neste caso, o estudo da convecção transiente em dutos é de fundamental importância para prever o campo de temperaturas do sistema de produção, a fim de atender aos critérios da garantia de escoamento durante estes eventos, que podem ser planejados ou não.

O objetivo do trabalho é desenvolver um estudo analítico-numérico de transferência de calor em dutos com aquecimento ativo na parede, visando as suas aplicações em produção de petróleo e gás natural em águas profundas e ultra-profundas, e também para a simulação termo-hidráulica de reatores nucleares. Especificamente, será proposto um sistema otimizado de aquecimento elétrico segmentado, para minimizar a demanda energética de aquecimento das linhas de transporte de petróleo e gás natural em águas profundas. O desempenho térmico de tubulações compostas multicamadas com aquecimento elétrico segmentado será investigado através da simulação numérica da transferência de calor transiente. Para uma avaliação precisa da distribuição espacial e temporal do campo de temperatura do fluido produzido, vários fenômenos de transferência de calor convectivo, laminar ou turbulenta, precisam ser estudados detalhadamente. Neste trabalho, dois problemas clássicos de transferência de calor convectiva serão estudados, usando-se técnicas analíticas ou híbrida analítico-numéricas, por serem diretamente associados ao problema físico em questão. Será investigada a influência dos modelos de escoamento turbulento e de número de Prandtl turbulento no cálculo do número de Nusselt na região de entrada térmica, assim como os seus valores na região plenamente desenvolvida. O obje-

tivo deste estudo é identificar a combinação de modelos de escoamento turbulento e de número de Prandtl turbulento que pode resultar em melhores resultados de transferência de calor, quando comparados com correlações de dados experimentais consolidados. Por fim, uma solução híbrida analítico-numérica da convecção laminar transiente em dutos é obtida usando-se a técnica de transformada integral e o método de diferenças finitas, visando a eliminação de oscilações numéricas inerentes aos esquemas de diferenças finitas de segunda ordem.

No Capítulo 2 é apresentada uma revisão bibliográfica da literatura disponível à respeito dos temas abordados, primeiramente, para a garantia de escoamento, em seguida, uma análise da convecção forçada turbulenta estacionária é feita e, por fim, uma revisão bibliográfica a respeito da convecção forçada laminar é apresentada.

No Capítulo 3 é apresentado o método que combina o aquecimento elétrico ativo e o isolamento passivo das linhas de produção. O aquecimento ativo é considerado através de resistências elétricas, inseridas na superfície interna do tubo de aço. Para este caso, um método de aquecimento segmentado é proposto, visando minimizar o requerimento de potência elétrica de aquecimento, para uma dada configuração da linha de produção e, deseja-se encontrar a temperatura mínima especificada do fluido produzido. Uma análise global do balanço energético das linhas de produção de petróleo e gás natural em águas profundas típicas é apresentada. Mostra-se que o aquecimento ativo é requerido para as linhas de produção longas, devido às limitações técnicas dos sistemas passivos de isolamento térmico. A potência linear de aquecimento é determinada analiticamente para uma dada temperatura mínima desejada do fluido produzido. Examina-se então, a transferência de calor transiente em tubulações compostas por multicamadas com aquecimento ativo na parede. As equações de condução de calor unidimensional transiente nas paredes da linha de produção são resolvidas usando-se o esquema de diferenças finitas de Crank-Nicolson, acoplada com a equação de transporte de energia do fluido produzido, que é resolvida usando-se o esquema de diferenças finitas de Warming e Beam.

A investigação sistemática da convecção forçada turbulenta em dutos circulares e canais de placas-paralelas com superfícies lisas foi realizada, primeiramente para a transferência de calor plenamente desenvolvida e, em seguida para o problema de

entrada térmica. Estas análises encontram-se no Capítulo 4. Duas distribuições para a velocidade e para a viscosidade turbulenta são empregadas, o modelo de Três - Camadas para a velocidade e a correlação de Churchill (2001) para a tensão turbulenta adimensional. Cinco modelos para o número de Prandtl turbulento são examinados, o modelo de valor constante ($Pr_t = 1.0$), modelo de Jischa e Rieke (1979), modelo de Weigand et al. (1997b), modelo de Notter e Sleicher (1972) e o modelo de Yakhot et al. (1987). Os fatores de atrito e os números de Nusselt calculados são comparados com os resultados obtidos através de correlações empíricas.

No Capítulo 5, busca-se apresentar uma contribuição para o aperfeiçoamento da solução híbrida analítico-numérica do problema de convecção laminar forçada transiente em um canal de placas-paralelas, sujeito a uma mudança de degrau na temperatura de entrada, usando o esquema proposto por Cotta e Gerck (1994) e Guedes et al. (1994) e aplicando o Esquema de Fluxo de transporte (FCT - “*Flux-Correcting Transport*”), proposto por Boris e Book (Book et al., 1975, Boris e Book, 1973, 1976) no esquema de diferenças finitas “*upwind*” de segunda ordem modificado, usado em conjunto com o método da transformada integral para resolver esta classe de problemas parabólico-hiperbólicos. A formulação matemática, bem como a solução analítica deste problema são apresentadas.

Os resultados numéricos, provenientes da simulação dos casos abordados nos capítulos anteriores, são apresentados no Capítulo 6.

No último capítulo do trabalho são apresentadas as conclusões à respeito das análises apresentadas e sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

Neste capítulo, primeiramente é feita uma revisão bibliográfica da garantia de escoamento em dutos, focalizando os aspectos do aquecimento ativo das linhas de produção de petróleo e gás natural. Posteriormente, os aspectos relacionados à convecção forçada turbulenta em dutos, juntamente com uma revisão dos modelos de turbulência e também a análise dos trabalhos mais significativos relacionados ao tema são apresentados. Por fim, a análise dos trabalhos presentes na literatura para a convecção forçada laminar transiente em dutos é demonstrada na terceira seção deste capítulo.

2.1 Garantia de Escoamento – Dutos Ativamente Aquecidos

A garantia de escoamento é a capacidade de controlar e influenciar as características de escoamento do fluido produzido dentro do sistema de transporte da produção. Na água ultra profunda (UDW), a pressão hidrostática elevada e a baixa temperatura do ambiente submarino (4°C), geram os principais desafios da garantia de escoamento para o projeto dos risers e das linhas de transporte da produção. A garantia de escoamento inclui todos os aspectos na garantia do transporte do petróleo e gás natural do poço até seu destino, sem interrupções ou perturbações na linha, requerendo um plano bem-estudado para garantia de que (i) a produção

submarina seja o mais contínua possível durante a operação normal e (ii) a produção possa ser rapidamente suspensa quando necessário e posteriormente retomada, com o mínimo de dificuldade e de tempo de parada (*downtime*).

Um método sistemático da garantia de escoamento foi apresentado por Saint-Marcoux e Kennedy (2002) e Saint-Marcoux (2002). Nestes trabalhos, Saint-Marcoux (2002) e Saint-Marcoux e Kennedy (2002) apresentaram uma revisão sistemática de todas as condições operacionais para as instalações sob estudo, incluindo o aquecimento da linha (*warm-up*), a ativação da produção (*well start-up*), a produção em estado permanente (*steady-state*), a desativação da produção (*shutdown*) e a remediação de bloqueio. Esta análise funcional pode ser vista como uma revisão compreensiva de todas as fases do sistema, seja operando nas condições de projeto, durante eventos transientes ou durante as condições de parada.

A diferença de pressão disponível entre a cabeça do poço e o separador, determina o diâmetro mínimo da linha de transporte, enquanto a diferença de temperatura disponível determina a vazão mínima de produção. Uma análise global do sistema de produção submarina de petróleo e gás mostra que o isolamento térmico, juntamente com o aquecimento ativo das linhas de transporte e risers, são uma das principais ferramentas de garantia de escoamento, tendo como principal objetivo controlar a temperatura do fluido nas linhas de transporte da produção. A importância do controle da temperatura de transporte do escoamento multifásico em baixa temperatura e alta pressão, reside em evitar problemas como a formação de hidratos, a deposição de parafinas, reduzir a viscosidade do fluido para economia de potência de bombeio e evitar a formação de emulsões.

A **parafina** é uma substância que ocorre naturalmente na maioria dos óleos crus e, dependendo da sua característica, pode ser problemática. O depósito de parafina ocorre quando a temperatura da parede do tubo é inferior, simultaneamente, à temperatura do ponto de névoa do fluido e à temperatura média do fluido (*bulk temperature*). A parafina se deposita e tende a reter água, areia e petróleo, formando depósitos de consistência, dureza e densidade variáveis, obstruindo a seção do duto. Estes depósitos podem ser limpos por solventes, detergentes ou dispersantes. Podem ser evitados pelo tratamento contínuo do fluido com inibidores, além da opção de

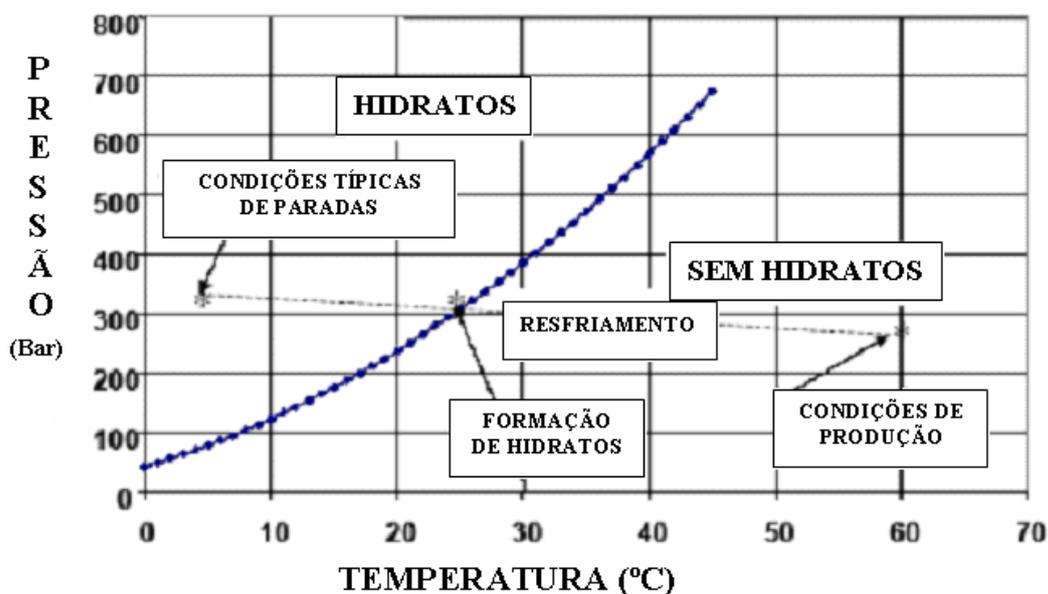


Figura 2.1: Diagrama de Fase Mostrando as Condições de Formação de Hidratos.

limpeza mecânica por meio de “pig”. Porém, no caso do transporte de petróleo, nem sempre estas opções estão disponíveis.

Hidratos são sólidos cristalizados de aparência semelhante a do gelo, formados por moléculas de gás natural, gás sulfídrico ou dióxido de carbono em contato com água em baixas temperaturas e altas pressões. Possuem densidade maior que a do petróleo e tendem a acumular-se nas restrições, formando obstruções. Hidratos de alcano, na forma de hidrato de metano cristalino, podem se formar na temperatura de 21°C (70°F) a pressões de 300 bars (4.300 psi). Condições típicas de formação de hidratos são ilustradas na Figura (2.1), através de um diagrama de fases. O hidrato se forma nas condições acima da curva. Podemos observar que, na condição típica de produção permanente, a temperatura do fluido produzido está a cerca de 60°C e a pressão de 300 bars, estando bem afastada da curva de formação de hidratos. Porém, durante uma parada prolongada numa linha de transporte sem aquecimento ativo, a temperatura do fluido tenderá à temperatura da água do mar (cerca de 4°C), que está localizada dentro do envelope da formação de hidratos. A formação de hidratos pode ser evitada através da adição de inibidores, tais como o etileno-glicol, contudo, em condições mais severas de produção, a injeção volumosa de inibidores torna-se pouco prática para a produção.

Uma **emulsão** é formada por minúsculos glóbulos de óleo distribuídos na água, cuja reparação em baixas temperaturas é dificultada. O problema pode ser resolvido pela instalação de pré-aquecedores ou pela injeção de desmultificantes. A conjugação destes métodos com o isolamento do duto deve ser considerada, pois implica em espaço, peso e custo adicional na unidade de produção.

O **aumento da viscosidade** em decorrência do decaimento da temperatura pode dificultar o escoamento, exigindo maior potência de bombeio ou causando a redução de produção. A utilização de isolamento térmico nas linha de transporte pode reduzir a necessidade de aquecimento do fluido ou a potência de bombeio.

Com o aumento da lâmina de água e da distância entre os poços e a unidade de processamento, o isolamento térmico torna-se fundamental para a prevenção da formação de hidratos e parafinas, já que, quanto maior a lâmina de água e a distância entre os poços e a unidade de processamento, maior o decaimento da temperatura no fluido de produção. O desafio do isolamento consiste em manter a temperatura do fluido acima da temperatura de formação de hidratos e parafinas, a fim de evitar ou reduzir o uso de métodos alternativos, como a utilização de “pig” e adição química. Tais métodos desprendem grandes quantidades de tempo e dinheiro e por isso, devem ser utilizados de forma controlada.

O problema da deposição em linhas de transporte é dividido em duas categorias: saber quais depósitos são formados e, o desenvolvimento de técnicas para manipular estes depósitos. A manipulação dos depósitos pode ser conseguida por remoção mecânica, através da passagem de “pigs”, tratamento químico, aquecimento ativo e técnicas que previnem a formação dos depósitos, como anteriormente mencionado.

O isolamento térmico se tornou parte das especificações técnicas de linhas de produção rígidas e flexíveis, onde o perfil de temperatura e o coeficiente global de transferência de calor desejados são utilizados para especificar uma configuração adequada para a linha de transporte.

Uma vez especificada a configuração da linha de transporte em estado permanente, os depósitos parafínicos devem ser evitados ou ao menos reduzidos nesta condição. Todavia, a situação crítica de operação ocorre em eventos transientes

planejados ou não, tais como partidas e paradas de produção. Uma análise precisa da transferência de calor na linha de transporte composta é necessária para a previsão da evolução da temperatura em toda a linha de transporte (Cerqueira et al., 2004, Su, 2003, Su e Cerqueira, 2001, Su e Estefen, 2005, Su et al., 2002). Durante estas operações, um sistema baseado no isolamento passivo pode requerer medidas de prevenção muito caras e complexas, como a injeção de inibidores químicos. A vantagem de sistemas de produção aquecidos é sua capacidade de lidar com uma escala larga de cenários de produção, como as temperaturas, vazões de escoamento e de como a composição do reservatório evoluirá durante a vida do campo. As exigências de aquecimento ativo são muito difíceis de serem estabelecidas de modo geral, pois são altamente dependentes da composição do reservatório, da produtividade do campo e de sua arquitetura. Alguns exemplos de análise da garantia de escoamento na instalação e projeto de linhas de transporte para campos de produção em águas profundas são apresentados por Minami et al. (1999b), Minami et al. (2000), Davalath et al. (2002), Golczynski e Niesen (2001), Saint-Pierre e Constant (2002b), Saint-Pierre e Constant (2002a), Pausche e Creek (2002) e Brown (2002).

Dois métodos do aquecimento ativo das linhas de transporte em águas profundas foram estudados em anos recentes: o aquecimento elétrico e o aquecimento a partir da circulação de água aquecida. A literatura apresenta alguns casos, onde o aquecimento elétrico das linhas de transporte multifásicas e dos risers submarinos de produção foi empregado para impedir a formação de hidratos e plugues de cera, como os apresentados por Halvorsen et al. (2000) e Lervik et al. (1998).

Lervik et al. (1998) apresentaram uma avaliação da viabilidade técnica e as estimativas de custo para um sistema de aquecimento elétrico direto de 50 Hz e para um sistema baseado na indução eletromagnética. Eles mostraram que a avaliação elétrica dos sistemas depende da exigência de aquecimento, do material da linha de transporte e do tubo de escoamento. A viabilidade dos conceitos foi verificada através de testes submarinos de tamanho real. Halvorsen et al. (2000), em um estudo semelhante, demonstraram que para proporcionar o aquecimento necessário das linhas de produção multifásicas em um sistema de 400 Hz, cabos de aquecimento elétrico resistivo com diâmetro de aproximadamente 30 mm e seção transversal do

condutor de 120 mm^2 e, para o caso de um sistema de 50 Hz, cabos com diâmetro de aproximadamente 50 mm e seção transversal de 630 mm^2 são suficientes para tal fim. Também mostraram que a queda de tensão é tipicamente de 1 kV por quilômetro para o aquecimento de um riser.

Harrison e Herring (2000), Esaklul et al. (2003), Fleyfel et al. (2004) publicaram estudos relacionados ao aquecimento ativo das linhas de transporte à partir da circulação de um fluido aquecido no espaço anular da linha de transporte composta por multicamadas. Harrison e Herring (2000) apresentaram um sistema de aquecimento ativo usando a água quente que circula no espaço anular do PIP (pipe-in-pipe) de circuito fechado, no qual o isolamento externo em torno da linha de transporte e o revestimento enterrado/escavado, fornecem o isolamento térmico das linhas de transporte em um sistema de produção, que consiste em duas plataformas de produção interligadas. A energia que alimenta o sistema de aquecimento é fornecida por um gerador de energia elétrica, localizado em uma das plataformas do sistema de produção apresentado. Um modelo detalhado usando a ferramenta de software OLGA foi desenvolvido para investigar a viabilidade da circulação do fluido aquecido no espaço anular isolado do PIP, com o objetivo de fornecer o aquecimento necessário à produção. Os resultados indicaram que a circulação de $3180 \text{ m}^3/\text{dia}$ (20.000 BPD) de água aquecida, partindo de uma das plataformas a 66°C , resultou em perfis aceitáveis de temperatura para os cenários críticos de produção, para a configuração do sistema de produção investigado. Invertendo periodicamente o sentido do escoamento de HWC (circulação de água aquecida), a linha de transporte “fria” anterior, transformar-se-ia na linha de transporte “quente” e, a cera acumulada, seria removida através do pós-derretimento no vapor da produção. Harrison e Herring (2000) mostraram que uma potência de bombeio de 895 kW (1200 Hp) é adequada para fazer circular os $3180 \text{ m}^3/\text{dia}$ de fluido aquecido. Outro exemplo prático do uso do aquecimento à partir da circulação de água aquecida foi apresentado por Esaklul et al. (2003). Neste trabalho, o processo detalhado da instalação e operação para um campo de produção localizado no Golfo do México, focalizando os aspectos principais relacionados à garantia de escoamento é apresentado. Fleyfel et al. (2004) analisaram linhas de transporte de produção para um campo local-

izado no continente Africano. Os períodos de resfriamento, aquecimento e de estado permanente foram analisados para quatro diferentes configurações da linha de transporte, duas configurações para o PiP e duas configurações para o feixe (*bundle*), os dados foram obtidos à partir da variação das temperaturas de entrada (*wellhead*) e para diferentes vazões de produção, em um sistema que usa a circulação de água quente para fornecer o aquecimento necessário, visando estender os períodos de resfriamento da linha de transporte. Neste caso, a configuração de melhor desempenho foi a configuração em feixe, onde a água quente circula no espaço anular da linha de transporte, entre o tubo de escoamento e o tubo mais externo.

Chin e Roberts (2002) investigaram a transferência de calor no escoamento de gás/condensado durante parada/resfriamento de risers “*lazy-wave*” em águas profundas. O sistema investigado consiste em uma linha de transporte de 15 milhas ligado a uma estrutura flutuante, através dos 9,800 ft de comprimento de um riser “*lazy-wave*”. O poço situa-se a 6,350 ft de profundidade no Golfo de México. O sistema apresentado transporta uma mistura de gás-condensado com uma taxa de gás-óleo de 1000 scf/stb. Neste estudo, Chin e Roberts (2002) mostraram que, além da pressão, a transferência de calor externa e interna durante o período de resfriamento do sistema são alguns dos principais fatores de realocação de fase, devido aos efeitos combinados das forças gravitacionais e do empuxo em sistemas que transportam misturas de gás-condensado e óleo.

Uma estrutura flexível da linha de transporte, denominada IPB (feixe integrado de produção) foi apresentada por Felix-Henry e Secher (2002). O IPB é um conjunto de riser flexível baseado na tecnologia umbilical de serviço integrado (ISU) e em outras tecnologias patenteadas. Neste sistema, o aquecimento ativo, que incorpora as mangueiras do elevador de gás, é fornecido por meio de cabos de aquecimento traçante que são inseridos, juntamente com o material de isolamento passivo, nas camadas da armadura do IPB (mais detalhes no artigo original de Felix-Henry e Secher (2002)). Felix-Henry e Secher (2002) mostraram que, dentre outras vantagens apresentadas pelo IPB, este sistema simplifica as operações *offshore* da instalação, o isolamento passivo mantém a temperatura de chegada do fluido multifásico transportado acima de um valor crítico nas condições padrão de serviço e,

além disso, mostraram que o aquecimento ativo pode ser comutado durante paradas programadas e partidas, ou durante condições críticas de produção (perfil baixo da produção, temperaturas e/ou pressões de escoamento baixas). Um sistema equipado com os traçadores de aquecimento elétrico nas camadas da armadura, terá o mesmo diâmetro externo que uma linha de transporte flexível isolada convencional e, além disso, esta tecnologia também permite o uso do isolamento flexível padrão da linha de transporte. As limitações do conceito das armaduras de aquecimento traçante estão na potência elétrica máxima de aquecimento disponível e/ou, no comprimento máximo disponível, devido a pequena seção transversal dos condutores.

Laouir e Denniel (2001) relataram um programa de desenvolvimento lançado em 2000 pela Coflexip, para introduzir o aquecimento ativo em sistemas de pipe-in-pipe (PIP). O PIP ativamente aquecido é baseado na comprovada tecnologia de aquecimento traçante, combinada com o projeto de bobinamento padrão do pipe-in-pipe. O aquecimento é gerado por cabos resistivos usando a baixa tensão, que complementam o desempenho, isolando o PIP. Laouir e Denniel (2001) apresentaram uma simulação de resfriamento da linha de transporte e mostraram que, uma diferença de temperatura de 30°C a 35°C entre o produto de hidrocarboneto e o ambiente poderia ser mantida com uma entrada típica de aquecimento de 20 W/m a 40 W/m para um PIP isolado e aquecido. Também demonstraram que baixas entradas de potência elétrica são suficientes para estender o período de resfriamento do PIP. Exemplos de configurações de sistemas de aquecimento elétrico aplicados às linhas de transporte também podem ser encontrados em March e Bass (2003) e Urdahl et al. (2003).

De modo similar ao apresentado por Laouir e Denniel (2001), Su et al. (2003) propuseram um conceito combinado de isolamento térmico e aquecimento ativo, introduzindo tiras de resistência elétrica nos linhas de transporte compostas por multicamadas. Foi realizada a análise global da distribuição de temperatura para determinar a demanda de entrada de potência elétrica e, posteriormente, a análise térmica de estado permanente, para determinar a distribuição de temperatura na seção transversal das linhas de transporte compostas por multicamadas, sob condições típicas de produção em águas ultra profundas foi executada. Um modelo matemático

foi desenvolvido para analisar a transferência de calor de estado permanente nas linhas de transporte compostas por multicamadas. As equações diferenciais parciais foram resolvidas com base no uso do método numérico de volumes finitos. À partir dos resultados numéricos, Su et al. (2003) demonstraram que, com uma fonte de alimentação de 0,3 V/m e, com quatro tiras de cobre com 1 mm de espessura e uma largura de 4 mm, distribuições aceitáveis de temperatura do escoamento e temperatura da superfície interna da linha de transporte são obtidas. Neste estudo, Su et al. (2003) demonstraram também que, com uma fonte de alimentação mais baixa, a área da seção transversal do calefator aumentará; já para uma tira mais fina do calefator, a diferença da temperatura entre o fluido produzido e a superfície interna da linha de transporte será diminuída, embora isto possa introduzir dificuldades na fabricação e na instalação. Por fim, mostraram que as linhas de transporte compostas por multicamadas com aquecimento ativo são uma solução viável para suprir as severas exigências da garantia de escoamento na produção de óleo e gás natural em águas profundas e ultra-profundas.

Uma análise da transferência de calor transiente nas linhas de transporte compostas por multicamadas com aquecimento elétrico ativo foi apresentada recentemente por Su et al. (2005). Três configurações das linhas de transporte compostas por multicamadas, com polipropileno contínuo como o material de isolamento térmico, foram estudadas através de simulações numéricas. Os resultados numéricos indicaram que, embora o isolamento térmico passivo fosse adequado para condições de estado permanente de produção, o aquecimento esteve requerido durante as paradas planejadas e não planejadas. Comparando os três casos estudados, foi observado que a demanda de potência elétrica de aquecimento por unidade de comprimento era menor se a camada de isolamento térmico fosse mais espessa. Neste estudo, eles indicaram que um compromisso deve ser conseguido nas especificações da linha de transporte, considerando as despesas mais elevadas associadas ao isolamento térmico mais espesso e ao aumento da despesa operacional, associado a maior demanda de potência elétrica de aquecimento.

Em relação aos cenários de produção no território brasileiro, Minami et al. (1999b) apresentaram um estudo feito pelo Petrobrás, chamado *Flow Assurance*

Project. Neste trabalho, eles apresentaram os diversos cenários de produção e os métodos usados na prevenção e remediação de hidratos e parafinas que são, e foram, usados em campos de produção em águas profundas, operados pela Petrobrás no Brasil. À partir de estudos e testes conduzidos pela Petrobrás, o uso do aquecimento elétrico foi considerado impraticável para as instalações existentes, embora o uso do aquecimento ativo, juntamente com o isolamento passivo tenha sido considerado atrativo, mas ainda não colocado em prática nos campos de exploração submarina no Brasil. Em outro estudo, Minami et al. (2000) apresentaram uma análise prévia dos cenários de produção usados no projeto de um campo de exploração em águas profundas localizado no território brasileiro, denominado Campo do Roncador. Neste trabalho, são apresentados os aspectos de desenvolvimento do projeto, baseados nas propriedades do fluido e no ambiente do campo de exploração, localizado em águas profundas. Para o campo do Roncador, somente o isolamento térmico satisfaz os requerimentos da garantia de escoamento e, o projeto de aquecimento ativo das linhas de transporte não é considerado. Davalath et al. (2002) apresentaram uma análise sistemática da garantia de escoamento para o desenvolvimento, projeto e instalação do Campo de Bijupira e Salema, localizado na Bacia de Campos no litoral do estado do Rio de Janeiro, Brasil.

É imperativo que o isolamento térmico passivo seja usado em todas as linhas de transporte em águas profundas para a produção multifásica de óleo e gás, pois este é o método mais econômico para evitar a formação de hidratos e a deposição de ceras. A decisão de como a garantia do escoamento adicional é apropriada para o desenvolvimento de um campo em particular, depende das considerações econômicas, de engenharia e ambientais. O método de aquecimento elétrico requer uma capacidade adicional de geração de potência elétrica na plataforma, de 10 a 30MW, dependendo da configuração do sistema. Nenhuma dificuldade significativa é esperada no projeto mecânico e na instalação da linha de transporte com aquecimento elétrico. Por outro lado, o sistema de aquecimento por circulação de água (HWC) é superior do ponto de vista termodinâmico, pois o calor liberado pelos excitadores da turbina pode ser reconvertido, sem necessidade energética adicional, embora o projeto mecânico e a instalação sejam mais caros e complicados. Portanto, a escolha

do sistema de aquecimento ativo a ser adotado, depende fortemente das necessidades e da configuração do sistema de produção a ser aquecido.

2.2 Convecção Forçada Turbulenta

A transferência de calor em escoamento turbulento em dutos é freqüentemente encontrada em equipamentos térmicos de inúmeras aplicações em engenharia. Ao longo dos anos, um vasto número de trabalhos abordando este tópico de estudo surgiu na literatura, com o intuito de determinar os valores necessários para o projeto de tais equipamentos. No entanto, estes cálculos são extremamente dependentes do modelo de turbulência adotado para descrever os campos de velocidade e temperatura, e conseqüentemente, os resultados são diferentes daqueles dados para os parâmetros de interesse prático, como os fatores de atrito e os coeficientes de transferência de calor.

Reynolds (1895), fez o mais significativo avanço de todos os tempos, para a determinação do tempo total no escoamento turbulento, através da medição espacial das equações diferenciais parciais transientes de conservação, após primeiramente expressar cada variável dependente como um somatório do valor médio local e uma componente flutuante, como para $u = \bar{u} + u'$. Por motivos de conveniência, este processo de espaço-médio é conhecido atualmente como “tempo médio”. A consequência do espaço ou do tempo médio é uma redução significativa e simplificação no modelo diferencial, às custas do aparecimento de novas variáveis dependentes, tais como $\overline{u'v'}$, que são indefinidas pelo modelo e precisam ser tratadas como parâmetros. O balanço de momento axial simplificado, resultante do tempo médio, pode ser integrado analiticamente, para o escoamento estacionário plenamente desenvolvido de um fluido, com densidade e viscosidade invariantes e, então, combinado com o balanço de momento global obtendo-se:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} - \rho(\overline{u'v'}). \quad (2.1)$$

onde τ é a tensão cisalhante total no interior do fluido, μ a viscosidade molecular dinâmica, ρ a densidade específica, y a distância da superfície, u a componente da

velocidade na direção y e $\overline{u'v'}$ é o valor médio de $\overline{u'v'}$. O termo $-\rho(\overline{u'v'})$ é conhecido como a tensão de Reynolds principal. Para fins de simplicidade, a sob-barras que designa as quantidades de tempo médio foram desprezadas nas variáveis avulsas como u e τ na Eq. (2.1) e também o serão no decorrer do texto.

Boussinesq (1877), portanto, antes da derivação da Eq. (2.1), propôs que a contribuição da turbulência para a tensão cortante é dada, através da analogia com o escoamento laminar, como o produto de uma viscosidade efetiva ou turbulenta μ_t e do gradiente de velocidade, resultando em:

$$\tau = (\mu + \mu_t) \frac{du}{dy}. \quad (2.2)$$

Segue das Eqs. (2.1) e (2.2) que:

$$-\overline{\rho u'v'} = \mu_t \frac{du}{dy}. \quad (2.3)$$

Boussinesq reconheceu que pode-se esperar que μ_t varie com a posição e com a razão de escoamento e, conseqüentemente, esta deve ser modelada empiricamente.

Prandtl (1925) propôs, com base na analogia com o livre-caminho-médio, da teoria cinética dos gases, que a tensão cisalhante turbulenta é representada em termos de um comprimento de mistura l definido por:

$$-\overline{\rho u'v'} = \rho l^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2. \quad (2.4)$$

O comprimento de mistura também varia fortemente com a posição e com o padrão de escoamento. Apesar da necessidade do uso de expressões puramente empíricas para μ_t e l , estes dois modelos serviram até muito recentemente como o principal meio de prever os escoamentos turbulentos reais.

Diversos esquemas foram propostos para estimar μ_t e l pelos princípios anteriores, o principal é conhecido como modelo $\kappa - \varepsilon$. Kolmogoroff (1962) e Prandtl (1945), de modo independente, sugeriram a seguinte expressão adimensional:

$$\mu_t = c_1 \kappa^{1/2} l^* \rho, \quad (2.5)$$

onde κ é a energia cinética de turbulência e l^* é uma escala de comprimento desconhecida. Batchelor (1950), subseqüentemente, supôs que:

$$l^* = \frac{c_2 \kappa^{3/2}}{\varepsilon}, \quad (2.6)$$

onde ε é a taxa de dissipação de turbulência. A eliminação de l^* nas Eqs. (2.5) e (2.6) resulta em:

$$\mu_t = \frac{c_1 c_2 \rho \kappa^2}{\varepsilon}. \quad (2.7)$$

com c_1 e c_2 definidos como coeficientes adimensionais arbitrários.

Lauder e Spalding (1972) propuseram calcular as quantidades turbulentas κ e ε através das equações diferenciais de transporte, formuladas como momentos da equação de momento. Infelizmente, este processo gera termos adicionais desconhecidos envolvendo u' , v' e w' . Outros modelos surgiram baseados neste modelo

As teorias estatísticas da turbulência estão basicamente limitadas a turbulência homogênea e, são ordinariamente usadas em conjunto com considerável empiricismo, para converter as equações ordinárias suplementares para κ e ε a um formato numericamente tratável. Com relação a esta prática, a afirmação de Schlichting que, “esta (a teoria estatística da turbulência) reconhecidamente têm contribuído para nosso entendimento dos escoamentos turbulentos, mas esta ainda não adquiriu muita importância para os engenheiros”, surge para permanecer como uma boa avaliação.

Churchill e Chan (1995b) recentemente propuseram a equação correlativa direta para a construção da tensão cisalhante turbulenta e, por meio desta, evitar a necessidade de introduzir quantidades heurísticas tais como a viscosidade turbulenta e o comprimento de mistura, que requerem equações correlativas, ou ainda, expressões semi-teóricas tais como aquelas dadas para o modelo $\kappa - \varepsilon$. Selecionaram $(\overline{u'v'})^+ \equiv -\overline{\rho u'v'}/\tau_w$ como quantidades consideradas adimensionais para a correlação, (embora Churchill (1997), em um trabalho subseqüente, tenha concluído que $(\overline{u'v'})^{++} \equiv -\overline{\rho u'v'}/\tau$, que é a fração local da tensão cisalhante total, devido à turbulência), seja preferencialmente desprezada onde esta é finita em todas as posições, incluindo a linha central do duto, onde $(\overline{u'v'})^+ = 0$. Em virtude da variação linear da tensão cisalhante total, a Eq. (2.1) pode ser reescrita na forma adimensional como:

$$\left(1 - \frac{y^+}{a^+}\right) [1 - (\overline{u'v'})^{++}] = \frac{du^+}{dy^+}. \quad (2.8)$$

onde, seguindo a convenção,

$$u^+ = u(\rho/\tau_w)^{1/2}, \quad y^+ = y(\rho/\tau_w)^{1/2}/\mu, \quad a^+ = a(\rho/\tau_w)^{1/2}/\mu.$$

sendo a definido como o raio do duto, $(\overline{u'v'})^+ = -\rho\overline{u'v'}/\tau_w$ e $(\overline{u'v'})^{++} = -\rho\overline{u'v'}/\tau$.

A comparação da Eq. (2.8) com a formulação correspondente em termos da viscosidade turbulenta, revela o resultado um tanto precipitado:

$$\frac{\mu_t}{\mu} = \frac{(\overline{u'v'})^{++}}{1 - (\overline{u'v'})^{++}}. \quad (2.9)$$

A viscosidade turbulenta em um duto circular, é assim vista como sendo definível em termos da tensão de Reynolds principal e do esforço cortante total e, deste modo, definida para ser independente destas fontes difusivas heurísticas. A viscosidade turbulenta pode ser determinada, através da Eq. (2.9), para ser finita para todos os valores de $y^+ > 0$ em um tubo circular, incluindo a linha central do duto. Esta também é finita para todos os valores de $y^+ > 0$ em um canal de placas-paralelas, incluindo o plano central, mas é ilimitada nas posições dentro do fluido e negativas sob uma região adjacente, em todos os outros canais, incluindo a geometria circular anular concêntrica (Churchill e Chan, 1995b). O modelo $\kappa - \varepsilon$, no qual as funções são estimadas pela viscosidade turbulenta então, também é falho. Esta é válida assim, apenas nas duas geometrias onde esta não é realmente necessária.

O comprimento de mistura em um tubo circular pode ser descrito de modo similar ao dado para $(\overline{u'v'})^{++}$, como segue:

$$(l^+)^2 = \frac{(\overline{u'v'})^{++}}{\left(1 - \frac{y^+}{a^+}\right) [1 - (\overline{u'v'})^{++}]^2}. \quad (2.10)$$

onde l^+ é a escala de comprimento.

Embora o comprimento de mistura seja visto também como sendo independente de fontes mecanicísticas este é, em contraste com a viscosidade turbulenta, ilimitado na linha central do duto. Para um canal de placas-paralelas, o comprimento de mistura é ilimitado no plano central e, em todos os outros canais, este compartilha do comportamento irregular da viscosidade turbulenta.

Formulações Integrais

A expressão do balanço de momento axial em termos de $(\overline{u'v'})^{++}$ mostra-se conveniente, como discutido acima, na identificação dos limites de aplicabilidade dos modelos de viscosidade turbulenta e de comprimento de mistura. Uma segunda vantagem inesperada é a simplificação da expressão integral para a velocidade média de mistura e assim para o fator de atrito. A Eq. (2.8) pode ser integrada formalmente e então reescrita em termos de $\eta = r/a = 1 - y^+/a^+$ para obter:

$$u^+ = \frac{a^+}{2} \int_{\eta^2}^1 [1 - (\overline{u'v'})^{++}] d\eta^2 = \frac{a^+}{2} \left[1 - \eta^2 - \int_{\eta^2}^1 (\overline{u'v'})^{++} d\eta^2 \right]. \quad (2.11)$$

A Eq. (2.11) pode ser integrada alternadamente sobre a seção transversal, obtendo-se:

$$u_m^+ = \int_0^1 u d\eta^2 = \frac{a^+}{2} \int_0^1 \left[\int_{\eta^2}^1 [1 - (\overline{u'v'})^{++}] d\eta^2 \right] d\eta^2. \quad (2.12)$$

A Eq. (2.12) pode ser integrada por partes, resultando em:

$$\left(\frac{2}{f} \right)^{1/2} \equiv u_m^+ = \frac{a^+}{4} \int_0^1 [1 - (\overline{u'v'})^{++}] d\eta^4 = \frac{a^+}{4} \left[1 - \int_0^1 (\overline{u'v'})^{++} d\eta^4 \right]. \quad (2.13)$$

onde η é a coordenada radial adimensional, o subscrito m é definido como o valor de comprimento misto no interior do fluido e f o fator de atrito de Darcy.

A redução da integral dupla para u_m^+ a uma integral simples é também possível para expressões equivalentes a Eq. (2.8), em termos da viscosidade turbulenta ou do comprimento de mistura, mas esta possibilidade nunca foi aparentemente identificada, devido à sua grande complexidade. As formas mais apropriadas das Eqs. (2.11) e (2.13) revelam que, a contribuição da turbulência é simplesmente a dedução pelas soluções analíticas conhecidas para o escoamento laminar, para o mesmo valor de a^+ . Este resultado aparentemente óbvio não é tão evidente pelas expressões equivalentes em termos da viscosidade turbulenta e do comprimento de mistura, novamente, devido a sua grande complexidade.

Uma equação correlativa para $(\overline{u'v'})^{++}$ é necessária para as avaliações numéricas das Eqs. (2.11) e (2.13). As previsões resultantes de u^+ e u_m^+ podem mais

precisas do que suas predições através de correlações particulares diretas, devido a regularização referente as integrações. A mesma vantagem estende-se as integrais para u^+ e u_m^+ em termos da viscosidade turbulenta e do comprimento de mistura.

Expressões Assintóticas para $(\overline{u'v'})^{++}$

Algumas das maiores contribuições conceituais para o escoamento turbulento foram determinadas através de análises assintóticas. O conjunto formado por estas expressões individuais mostrará que este produz uma estrutura teórica concisa para as correlações e, deste modo, um aperfeiçoamento das expressões puramente empíricas, numérica e funcionalmente.

Prandtl (1921) deduziu, à partir da análise dimensional ordinária aplicada para $u^+ = \varphi \{y, a, \tau_w, \rho, \mu\}$, que:

$$u \left(\frac{\rho}{\tau_w} \right)^{1/2} = \varphi \left\{ \frac{y(\tau_w \rho)^{1/2}}{\mu}, \frac{y(\tau_w \rho)^{1/2}}{\mu} \right\}, \quad (2.14)$$

que pode ser reescrita na forma atualmente utilizada como:

$$u^+ = \varphi \{y^+, a^+\}. \quad (2.15)$$

(Esta notação foi utilizada nas Eqs. (2.8)-(2.13) devido a esta subsequente atribuição.)

Prandtl havia observado que próximo a parede, u^+ é essencialmente independente de a^+ , assim, reduzindo a Eq. (2.15) a:

$$u^+ = \varphi \{y^+\}. \quad (2.16)$$

onde x é uma variável arbitrária e φx é uma função arbitrária de qualquer variável x .

A Eq. (2.16) é conhecida como “lei universal da parede”. O termo “universal” foi adotado pois, a Eq. (2.16), pode ser aplicada a todos os escoamentos cisalhantes. Pelas Eqs. (2.8) e (2.16) pode-se deduzir que, próximo a parede, temos:

$$(\overline{u'v'})^{++} = \varphi \{y^+\}. \quad (2.17)$$

aqui, $\varphi \{y^+\}$ implica em uma funcionalidade diferente daquela apresentada para a Eq. (2.16).

Através de uma reflexão similar, Prandtl (1921) concluiu que, próximo a linha central do duto, du/dy deve ser essencialmente independente de μ , levando a seguinte “lei do centro” para velocidade adimensional desviada:

$$u_c^+ - u^+ = \varphi \left\{ \frac{y^+}{a^+} \right\}. \quad (2.18)$$

com o subscrito c definido como o valor no centro do duto.

Pode-se deduzir através das Eqs. (2.8) e (2.18) que, próximo a linha central do tubo, temos:

$$(\overline{u'v'})^{++} = \frac{1}{a^+} \varphi \left\{ \frac{y^+}{a^+} \right\}. \quad (2.19)$$

Millikan (1938) considerou que a região de “superposição” existente entre as Eqs. (2.16) e (2.18) são aproximações legítimas. Logo, para a distribuição de velocidade, temos:

$$u_c^+ = A + \ln \{y^+\}. \quad (2.20)$$

e para a velocidade desviada, a seguinte expressão correspondente:

$$u_c^+ - u^+ = B \left\{ \frac{a^+}{y^+} \right\}. \quad (2.21)$$

onde A é uma constante adimensional arbitrária ou coeficiente e B um coeficiente adimensional arbitrário.

Embora Prandtl (1921) também tenha derivado a Eq. (2.20), ele a fez com base nos postulados de $l = y/B$, de uma variação desprezível na tensão cisalhante total e de uma tensão viscosa desprezível, enquanto que a variação de Millikan é livre de empiricismos explícitos. A expansão para $(\overline{u'v'})^{++}$ correspondente as Eqs. (2.20) e (2.21) é dada por:

$$1 - (\overline{u'v'})^{++} = \frac{B}{y^+}. \quad (2.22)$$

Murphree (1932) e outros autores usaram a análise assintótica formal para derivar o equivalente dimensional da seguinte expressão para a tensão cisalhante turbulenta próximo a parede:

$$(\overline{u'v'})^{++} = \alpha(y^+)^3 + \beta(y^+)^4 + \dots \quad (2.23)$$

da qual segue que

$$u^+ = y^+ - \frac{\alpha}{4}(y^+)^4 - \frac{\beta}{5}(y^+)^5 + \dots \quad (2.24)$$

sendo α e β coeficientes adimensionais.

As Eqs. (2.23) e (2.24) estão de acordo com as Eqs. (2.17) e (2.16), respectivamente. A forma limite da Eq. (2.24), isto é, aquela obtida desprezando os termos máximos à direita, pode ser derivada diretamente, pressupondo que a tensão cisalhante turbulenta é desprezível.

O reconhecimento na área física que $(\overline{u'v'})^{++}$ deve ser finita na linha central do duto, requer, em virtude da Eq. (2.8), que:

$$u_c^+ - u^+ \rightarrow E \left(1 - \frac{y^+}{a^+}\right)^2, \quad (2.25)$$

e conseqüentemente que

$$1 - (\overline{u'v'})^{++} \rightarrow \frac{2E}{a^+}. \quad (2.26)$$

com E como coeficiente adimensional arbitrário.

A base para a origem da primeira derivação de Eqs. (2.25) e (2.26) é devida as aproximações empíricas, como a observação de que os valores de $\mu_t/\mu a^+$, aproximam-se de um valor constante com $y^+ \rightarrow a^+$. As Eqs. (2.25) e (2.26) estão de acordo com as Eqs. (2.18) e (2.19), respectivamente. As Eqs. (2.22), (2.23) e (2.26) produzem, em áreas puramente conceituais, uma sólida estrutura para a equação correlativa de $(\overline{u'v'})^{++}$, e as Eqs. (2.20), (2.24) e (2.25), correspondentemente para u^+ , mas os conceitos menos puros, descritos nas próximas duas seções são também úteis, se não essenciais.

Analogia de MacLeod

MacLeod (1951) observou que as soluções finais para a distribuição de velocidade no escoamento laminar em tubos circulares e placas-paralelas são correspondentes quando escritas como $u^+ \{y^+, a^+\}$ e $u^+ \{y^+, b^+\}$, respectivamente. Ele supôs que esta correspondência deve ser mantida para o escoamento turbulento e a confirmação experimental observada na dispersão de dados. Esta correspondência não ocorre para o regime de transição do escoamento laminar plenamente desenvolvido para o escoamento turbulento plenamente desenvolvido produzindo, assim, um critério para os limites deste estado intermediário. Pode-se deduzir, através da Eq. (2.8), que a correspondência de u^+ deve também ser aplicada para $(\overline{u'v'})^{++}$. A importância da analogia de MacLeod consiste no fato de que esta permite o uso de dados experimentais, valores calculados, expressões conceituais, expressões assintóticas e equações correlativas para que estas duas geometrias possam ser utilizadas de modo permutável. A “lei universal da parede” pode ser reconhecida, como um caso especial da analogia de MacLeod, para estas duas geometrias, mas por outro lado, esta é aplicável para outras geometrias, enquanto a analogia de MacLeod não é.

Equação Canônica para a Correlação

Churchill e Usagi (1972) propuseram o uso da seguinte expressão interpolativa para a correlação:

$$(y \{x\})^n = (y_0 \{x\})^n + (y_\infty \{x\})^n. \quad (2.27)$$

A Eq. (2.27), pode ser rearranjada como

$$\left(\frac{y \{x\}}{y_0 \{x\}} \right)^n = 1 + \left(\frac{y_\infty \{x\}}{y_0 \{x\}} \right)^n, \quad (2.28)$$

é precisa em aproximadamente todos os casos para a determinação de representações de alta precisão, pois o desvio máximo próximo a assíntota é, na maior parte das vezes, relativamente limitado. Nas equações acima, n é um expoente arbitrário e

os subscritos 0 e ∞ representam o comportamento assintótico para $x \rightarrow 0$ e para $x \rightarrow \infty$, respectivamente.

A representação dada pela Eq. (2.26) é relativamente insensível para o valor do expoente arbitrário n , em particular, para grandes valores deste, pela mesma razão. Pode-se perceber que ao contrário para todas as equações anteriores, o formato da Eq. (2.27) e o valor do expoente n , com apenas raras exceções, não possuem bases teóricas.

Valores Teóricos de $(\overline{u'v'})^{++}$

O desenvolvimento de um método de DNS (Simulação Numérica Direta - "*direct numerical simulation*") de Orszag e Kells (1980) e outros autores, representa um grande avanço na predição teórica dos valores quantitativos para o escoamento turbulento. Esta metodologia, que é essencialmente livre de empiricismos, é limitada pela demanda computacional e, por razões implícitas, para geometrias simplificadas e para uma faixa pouco extensa de turbulência plenamente desenvolvida. Uma das maiores façanhas de DNS é a confirmação feita por Rutledge e Sleicher (1993), dentre outros, da funcionalidade da Eq. (2.23) para o escoamento entre placas-paralelas e um valor de $\approx 7 \times 10^{-4}$ para o coeficiente α estimado para esta expressão.

Desenvolvimento da Teoria Baseada nas Equações Correlativas

Churchill e Chan (1995a) desenvolveram uma correlação para:

$$(\overline{u'v'})^+ = (\overline{u'v'})^{++} \left(1 - \frac{y^+}{a^+} \right),$$

no formato da Eq. (2.27) que incorpora o comportamento assintótico, descrito pela Eq. (2.26) e a forma limite da Eq. (2.23), bem como o comportamento intermediário dado pela Eq. (2.22). A Eq. (2.23) com $\alpha = 7 \times 10^{-4}$ é uma expressão suficiente para $(\overline{u'v'})_0^{++}$, mas um processo mais complicado é requerido para determinar uma expressão apropriada para $(\overline{u'v'})_\infty^{++}$. O coeficiente B da Eq. (2.22) e o coeficiente E da Eq. (2.26) podem ser determinados de forma mais confiável, através de dados disponíveis para a distribuição de velocidade, do que pelos dados de tensão cisalhante

turbulenta. Conseqüentemente, o ponto de partida para o desenvolvimento de uma expressão para $(\overline{u'v'})_{\infty}^{++}$ é a condição de que:

$$u_{\infty}^{+} = A + B \ln \{y^{+}\} + C \left(\frac{y^{+}}{a^{+}}\right)^2 - D \left(\frac{y^{+}}{a^{+}}\right)^2. \quad (2.29)$$

com C e D dados como coeficientes adimensionais arbitrários.

Fazendo $D = (B + 2C)/3$ temos que $du^{+}/dy^{+} = 0$ em $y^{+} = a^{+}$ e conduz a Eq. (2.25) com $E = 3B/2 + C$. Distribuições experimentais de velocidade, bastante precisas, obtidas por Zagarola (1981) para um tubo circular, fornecem uma forte evidência para $B = 1/0.436$ e para o desvio limite, devido ao rastro em $y^{+} = a^{+}$ de $C - D = 1.51$. Segue que $E = 10.264$. Substituindo a derivada de u_{∞}^{+} da Eq. (2.29) na Eq. (2.8), simplificando e inserindo os valores numéricos dados acima, temos:

$$(\overline{u'v'})_{\infty}^{++} = 1 - \frac{1}{0.436y^{+}} - \frac{1}{0.436a^{+}} \left[1 + \frac{6.95y^{+}}{a^{+}}\right]. \quad (2.30)$$

A combinação destas expressões para $(\overline{u'v'})_0^{++}$ e $(\overline{u'v'})_{\infty}^{++}$ na Eq. (2.29), com o expoente $n = -8/7$, baseado nos dados experimentais de Wei e Willmarth (1980) para $\overline{u'v'}$ em canais de placas-paralelas, resulta finalmente na seguinte versão atualizada da correlação de Churchill e Chan (1995a):

$$(\overline{u'v'})^{++} = \left(\left[0.7 \left(\frac{y^{+}}{10}\right)^4\right]^{-8/7} + \left| \exp \left\{ \frac{1}{0.436y^{+}} \right\} - \frac{1}{0.436a^{+}} \left(1 + \frac{6.95y^{+}}{a^{+}}\right) \right|^{-8/7} \right)^{-7/8} \quad (2.31)$$

A aproximação de $1 - 1/(0.436y^{+})$ pelo $\exp \{-1/(0.436y^{+})\}$ e, os valores absolutos, são instrumentos matemáticos simples para evitar as singularidades em $(\overline{u'v'})_{\infty}^{++}$ em uma faixa muito pequena de valores de y^{+} , nas quais estes termos não contribuem de modo significativo na predição de $(\overline{u'v'})^{++}$. A Eq. (2.31) satisfaz todos os requerimentos conceituais conhecidos e gera predições numéricas precisas para todos os valores de y^{+} e $a^{+} > 300$. Uma última restrição foi imposta, talvez desnecessária, pois o regime de superposição é assumido para desaparecer fisicamente para valores inferiores de a^{+} , enquanto o termo correspondente, $\exp \{-1/(0.436y^{+})\}$, permanece operante na Eq. (2.31). Deste modo, uma correlação correta, funcional e compreensiva raramente pode ser construída através de meios puramente empíricos.

Uma correlação isolada para u^+ não é realmente necessária, mas por conveniência, os valores numéricos calculados pela Eq. (2.11), usando a Eq. (2.31) para $(\overline{u'v'})^{++}$, assim como os dados experimentais de Zagarola, pode ser representada aproximadamente por:

$$u^+ = (A_1 + A_2)^{-1/3}, \quad (2.32)$$

onde

$$A_1 = \left[\frac{(y^+)^2}{1 + y^+ - \exp \left\{ -1.75 \left(\frac{y^+}{10} \right)^4 \right\}} \right]^3,$$

$$A_2 = \left[\frac{1}{0.436} \ln \{14.48y^+ + 1\} + 6.824 \left(\frac{y^+}{a^+} \right)^2 - 5.314 \left(\frac{y^+}{a^+} \right)^3 \right]^{-3}.$$

O termo na Eq. (2.32) para u_0^+ é uma aproximação para a Eq. (2.24) que evita o mau comportamento desta expressão para $y^+ > 11.26$. A integração da Eq. (2.31) produz valores levemente variáveis da “constante” A , mas um valor fixo de 6.13, correspondente a $1/(0.436) \ln \{14.48\}$, foi escolhido, de acordo com a média das determinações experimentais de Zagarola. O termo adicional de homogeneidade no argumento do logaritmo é simplesmente um instrumento matemático para evitar uma singularidade em $y^+ = 1/14.48 = 0.069$. O valor de -3 para o expoente arbitrário foi escolhido com base nos valores calculados de u^+ e de vários conjuntos de dados experimentais anteriores pois, os dados de Zagarola, não se estendem a valores suficientemente baixos de y^+ para este propósito. A Eq. (2.32) é também questionável para $a^+ < 300$ como previamente citado nas áreas funcionais. Por outro lado, este é presumido para ser mais preciso numericamente, mais correto funcionalmente e mais compreensivo do que a correlação para u^+ apresentada na literatura. Novamente, este melhoramento é, primeiramente, uma consequência da incorporação de todos os comportamentos conhecidos conceitualmente, opondo-se ao empiricismo puro.

Como o fator de atrito pode ser calculado pela Eq. (2.12) usando a Eq. (2.31) para $(\overline{u'v'})^{++}$, uma correlação isolada não é novamente essencial. No entanto, por

conveniência, os valores calculados através das a Eqs. (2.12) e (2.31) assim como os dados experimentais de Zagarola podem ser representados mais rigorosamente para $a^+ > 300$ por:

$$\left(\frac{2}{f}\right)^{1/2} = u_m^+ = 3.30 - \frac{155}{a^+} + \left(\frac{50}{a^+}\right)^2 + \frac{1}{0.436} \ln \{a^+\}. \quad (2.33)$$

A constante principal de 3.30 está baseada nos dados experimentais de Zagarola, mais propriamente nos valores levemente mais baixos calculados. Os termos $-155/a^+$ e $(50/a^+)^2$ que consideram os desvios descendentes da velocidade no regime semi-logarítmico na região próxima a parede, estão funcionalmente baseados no uso de $u^+ = y^+$ na integração para baixos valores de y^+ e numericamente nos valores calculados de u_m^+ para baixos valores de a^+ . A Eq. (2.33) pode ser estendida para incluir dutos com rugosidade natural representada por e_c , simplesmente dividindo a^+ no argumento do logaritmo por $1 + 0.301(e_c a) a^+$. A expressão resultante pode ser usada para estimar precisamente o fator de atrito para todo e_c/a e para todos os valores de a^+ em regime plenamente turbulento. A Eq. (2.32) pode, correspondentemente, ser estendida para incorporar naturalmente a rugosidade do duto para $y \gg e_c$ simplesmente dividindo por $14.48y^+ + 1$ no argumento do logaritmo por este mesmo termo.

Na base da analogia de MacLeod, as Eqs. (2.31) e (2.32) são diretamente aplicáveis para canais de placas-paralelas se b^4 for simplesmente substituído por a^+ . O análogo da Eq. (2.33) para canais de placas-paralelas lisos e naturalmente rugosos é dado por:

$$\left(\frac{2}{f}\right)^2 = u_m^+ = 4.615 - \frac{155}{b^+} + \frac{1}{0.436} \ln \left\{ \frac{b^+}{1 + 0.301 \left(\frac{e_c}{b}\right) b^+} \right\}. \quad (2.34)$$

O principal coeficiente está baseado nas integrações numéricas, pois dados experimentais para placas-paralelas, de precisão comparável aos apresentados por de Zagarola para dutos circulares, não estão disponíveis na literatura.

2.2.1 Correlações para o Perfil de Velocidade

Perfis de velocidade em escoamento turbulento em dutos ou em camada limite sobre uma placa plana são normalmente escritos em termos das variáveis internas, u^+ e y^+ , definidos como:

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau}, \quad (2.35)$$

$$y^+ = \frac{yu_\tau}{\nu}, \quad (2.36)$$

A velocidade de atrito u_τ é dada por:

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}, \quad (2.37)$$

onde τ_w é a tensão cisalhante na parede, ρ é a densidade do fluido e ν a velocidade cinemática do fluido.

Várias expressões foram desenvolvidas para o perfil de velocidade de escoamento turbulento plenamente desenvolvido em um tubo circular liso. Aqui, abordaremos apenas o modelo de Três - Camadas e o modelo de Churchill (2001), que serão demonstrados nas subseções seguintes.

2.2.2 Correlações para o Fator de Atrito

Para determinar o perfil de velocidade dimensional $u(y)$ a partir de uma correlação para a velocidade adimensional $u^+(y^+)$, é necessário determinar a velocidade de atrito, u_τ , pois:

$$u = u_\tau u^+. \quad (2.38)$$

A velocidade de atrito u_τ é normalmente determinada através do fator de atrito de Darcy f , ou de Fanning f' . O fator de atrito de Darcy é definido como:

$$f = \left(-\frac{dP}{dx} \right) \frac{D}{\frac{1}{2}\rho\bar{u}^2}, \quad (2.39)$$

onde P é a pressão e x a coordenada longitudinal. O fator de atrito de Fanning é dado pela equação:

$$f' = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho\bar{u}^2}. \quad (2.40)$$

No escoamento turbulento plenamente desenvolvido em um tubo circular, temos:

$$\tau_w = \left(-\frac{dP}{dx}\right) \frac{D}{4}. \quad (2.41)$$

Logo,

$$f = 4f', \quad (2.42)$$

Da definição de velocidade de atrito, Eq. (2.37), temos:

$$\tau_w = \rho u_\tau^2. \quad (2.43)$$

Da definição do fator de atrito de Fanning, Eq. (2.40), temos:

$$\tau_w = f' \rho \frac{1}{2} \rho \bar{u}^2. \quad (2.44)$$

Igualando as Eqs. (2.43) e (2.44), conduz a:

$$\frac{u_\tau}{\bar{u}} = \sqrt{\frac{f'}{2}} = \sqrt{\frac{f}{8}}. \quad (2.45)$$

As correlações para o fator de atrito do escoamento turbulento plenamente desenvolvido em um dutos à serem aqui utilizadas seguem a correlação proposta por cada um dos modelos adotados, ou seja, o modelo de Três - Camadas e o modelo de Churchill (2001).

2.2.3 Modelos Adotados para a Distribuição de Velocidade Turbulenta

Nesta subseção serão apresentados os modelos e correlações usados na análise apresentada no Capítulo 4 e, a simbologia empregada aqui pode ser encontrada na Lista de Símbolos.

Modelo de Três - Camadas

O modelo de turbulência aqui apresentado, consiste de um modelo de Três - Camadas para a distribuição de velocidade em conjunto com um modelo de Duas - Camadas para a momento de difusividade turbulenta.

A distribuição de velocidade turbulenta no modelo de Três - Camadas é dada pelas expressões (Kays e Crawford, 1993, Reichardt, 1951):

$$u^+ = y^+, \quad \text{para } 0 \leq y^+ < 5, \quad \text{subcamada viscosa,} \quad (2.46)$$

$$u^+ = -3.05 + 5 \ln(y^+), \quad \text{para } 5 \leq y^+ \leq 30, \quad \text{camada limite,} \quad (2.47)$$

$$u^+ = 5.5 + 2.5 \ln \left[y^+ \frac{1.5(1 + \eta)}{(1 + 2\eta^2)} \right], \quad \text{para } y^+ > 30, \quad \text{núcleo turbulento.} \quad (2.48)$$

O modelo de difusividade turbulenta cinética (modelo de Duas - Camadas para o momento de difusividade turbulenta) é obtido como (Reichardt, 1951, Spalding, 1961):

$$\frac{\varepsilon_m}{\nu} = \frac{k_1 a^+}{6} [(1 - \eta^2)(1 + 2\eta^2)], \quad \text{para } y^+ \geq 40, \quad (2.49)$$

$$\frac{\varepsilon_m}{\nu} = \frac{k_2}{E} \left[e^{k_2 u^+} - 1 - k_2 u^+ - \frac{(k_2 u^+)^2}{2!} - \frac{(k_2 u^+)^3}{3!} \right], \quad \text{para } y^+ < 40, \quad (2.50)$$

onde $k_1 = 0.4$, $k_2 = 0.407$ e $E = 10$.

Os vários grupos adimensionais adicionais empregados no modelo de Três - Camadas são definidos da seguinte forma:

$$y^+ = (1 - \eta)a^+, \quad (2.51)$$

$$a^+ = \frac{Re}{2^{(2-p)}} \sqrt{\frac{f}{8}}, \quad (2.52)$$

$$u^+ = \frac{u(r)}{u_m \sqrt{\frac{f}{8}}}, \quad (2.53)$$

$$f = \frac{4\tau_w}{\frac{\rho u_m^2}{2}}. \quad (2.54)$$

$$\eta = \frac{y}{b} \quad (2.55)$$

onde y é a coordenada normal, u^+ é a velocidade turbulenta, y^+ e a^+ são parâmetros definidos pelas Eqs. (2.51) e (2.52), ε_m é a difusividade turbulenta, η a coordenada transversal adimensional, $Re = \frac{u_m D}{\nu}$ é o número de Reynolds, b é a metade da distância entre as placas ou o raio interno do duto circular, $u_m = \frac{1}{b} \int_0^b u(y) dy$ velocidade média do fluido, D é o diâmetro hidráulico do canal, ν a viscosidade cinemática e f é o fator de atrito de Darcy.

No entanto, o fator de atrito e a razão de velocidade, que aparecem na distribuição de velocidade adimensional no problema de autovalor, abordado no Capítulo 4, para a resolução do problema físico adimensional, deverão ser determinados. A aplicação da lei da conservação de massa facilmente supre esta dificuldade, fornecendo um meio para determinar o fator de atrito de Darcy e, conseqüentemente, a razão de velocidade. Para o modelo de Três - Camadas, este é dado pela seguinte equação transcendental:

$$\sqrt{\frac{f}{8}} \int_0^1 (p+1) \eta^p u^+(\eta) d\eta = 1, \quad (2.56)$$

onde u^+ é dado pelas Eqs. (2.46) a (2.48), p define a geometria, sendo $p = 0$ para o canal de placas-paralelas e $p = 1$ para o duto circular.

A razão de velocidade C é obtida fazendo $\eta = 0$ na Eq. (2.48) para o perfil de velocidade na região central do duto, produzindo:

$$C = (5.5 + 2.5 \ln(1.5R^+)) \sqrt{\frac{f}{8}}. \quad (2.57)$$

Modelo de Churchill

Churchill (2001) apresentou a seguinte expressão para a distribuição de velocidade adimensional para o escoamento e a convecção turbulenta em dutos, obtida através de integração e baseada nos dados experimentais de Zagarola (1981):

$$u^+ = 6.13 + \frac{1}{0.436} \ln y^+ + 6.824 \left(\frac{y^+}{a^+} \right)^2 - 5.314 \left(\frac{y^+}{a^+} \right)^3. \quad (2.58)$$

onde $a^+ = Ru_\tau/\nu$ e R é o raio interno do tubo circular e,

$$\overline{u'v'}^{++} = -\frac{\overline{\rho u'v'}}{\tau}, \quad (2.59)$$

onde τ é a tensão cisalhante total, definida por:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} - \overline{\rho u'v'}. \quad (2.60)$$

Pela formulação de Churchill (2001), a viscosidade cinética turbulenta é dada por:

$$\frac{\nu_t}{\nu} = \frac{\overline{u'v'}^{++}}{1 - \overline{u'v'}^{++}}, \quad (2.61)$$

onde a tensão cisalhante turbulenta pode ser obtida através da seguinte expressão:

$$\overline{u'v'}^{++} = \left(\left[0.7 \left(\frac{y^+}{10} \right)^4 \right]^{-8/7} + \left| \exp \left\{ \frac{-1}{0.436y^+} \right\} - \frac{1}{0.436a^+} \left(1 + \frac{6.95y^+}{a^+} \right) \right|^{-8/7} \right)^{-7/8} \quad (2.62)$$

Mais uma vez, como mencionado anteriormente, o fator de atrito e a razão de velocidade, que aparecem na distribuição de velocidade adimensional no problema de autovalor, Capítulo 4, deverão ser determinados. O fator de atrito de Darcy, f , para o escoamento turbulento em dutos é dado pelas seguintes expressões (Churchill, 2001):

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3.30 - \frac{227}{a^+} + \left(\frac{50}{a^+} \right)^2 + \frac{1}{0.436} \ln a^+, \quad \text{para o duto circular,} \quad (2.63)$$

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 4.615 - \frac{155}{b^+} + \frac{1}{0.436} \ln b^+, \quad \text{para o canal de placas-paralelas.} \quad (2.64)$$

2.2.4 Correlações Empíricas

A fim de complementar o trabalho teórico aqui desenvolvido, os resultados apresentados podem ser também comparados com os dados experimentais e/ou empíricos, sob condições de escoamento similares, verificando, assim, o caráter comparativo associado com a aproximação aqui empregada. O número de correlações que podem ser adotadas para este propósito é vasta. No entanto, devido às amplas faixas de operação do número de Reynolds, apenas duas delas foram escolhidas:

- *Correlação de Dean* (Dean, 1978) para canal de placas paralelas:

$$\frac{f}{4} = 0.073 \left(\frac{Re}{2} \right)^{-0.25}, \quad \text{para } 1.2 \times 10^4 \leq Re \leq 1.2 \times 10^6. \quad (2.65)$$

No mesmo trabalho, uma expressão representativa para a velocidade na linha central, ou como previamente definida, a razão de velocidade, é também fornecida e dada como:

$$C = 1.28 \left(\frac{Re}{2} \right)^{-0.0116}, \quad \text{para } 1.2 \times 10^4 \leq Re \leq 1.2 \times 10^6; \quad (2.66)$$

- *Correlação de Prandtl-Kármán-Nikuradse* (Nikuradse, 1932, Prandtl, 1944, von Kármán, 1934) para o tubo circular:

$$\frac{1}{\sqrt{f'}} = 1.7372 \ln(Re\sqrt{f}) - 0.3946, \quad \text{para } Re = 4 \times 10^3 \text{ a } 10^7. \quad (2.67)$$

2.2.5 Número de Prandtl Turbulento

O conhecimento do número de Prandtl turbulento é o problema central de todas as considerações teóricas envolvendo a transferência de calor nas camadas limites bidimensionais ou no escoamento em dutos. Um vasto número de modelos foram publicados na literatura com o intuito de prever o número de Prandtl turbulento para tais situações. Uma revisão dos trabalhos existentes pode ser encontrada nos trabalhos de Reynolds (1975) e Kays (1994). Em geral, pode-se observar que:

$$Pr_t \leq 1 \quad \text{para} \quad Pr \geq 1 \quad (\text{gases e líquidos}),$$

$$Pr_t \gg 1 \quad \text{para} \quad Pr \ll 1 \quad (\text{metais líquidos}).$$

Existe uma forte influência do número de Prandtl molecular no valor de Pr_t para fluidos com números de Prandtl muito baixos (metais líquidos). Também, existe a influência da distância da parede no valor do número de Prandtl turbulento, este, por sua vez, tende a aumentar o valor de Pr_t próximo à parede. Este aumento em Pr_t , próximo a parede é especialmente importante em fluidos onde o número de Prandtl é grande devido a camada limite térmica ser extremamente delgada. Fora desta camada limite delgada próxima da parede, o número de Prandtl turbulento pode ser considerado constante para $Pr > 1$. Devido a forte dependência de Pr_t do número de Prandtl molecular para fluidos com baixo número de Prandtl (metais líquidos), esforços para desenvolver modelos preditivos para Pr_t foram desenvolvidos, os quais levam em consideração a dependência do número de Prandtl molecular, assim como a dependência de Pr quando a distância da parede é levada em consideração.

Um vasto número de formulações para Pr_t constam na literatura. A maioria destas formulações foram inspiradas em observações que determinaram, experimentalmente, os coeficientes de transferência de calor para o escoamento de metais líquidos em dutos, que são mais apropriados para este tipo de escoamento do que a analogia de Reynolds. Este fato é devido a condutividade térmica relativamente elevada para fluidos com baixo número de Reynolds, modelos baseados na idéia de que o escoamento turbulento pode perder calor através de simples condução durante o movimento normal na direção do escoamento médio, reduzindo assim a transferência de calor através do processo de troca de calor turbulenta. A maior parte das análises são baseadas na variação da mesma idéia, mas virtualmente todas contêm constantes livres que precisam ser avaliadas através de comparações com dados experimentais disponíveis. Algumas destas são apresentadas à seguir.

O modelo de Prandtl constante é obtido assumindo-se a hipótese da analogia

de Reynolds, ou seja,

$$\nu_t = \alpha_t. \quad (2.68)$$

Isto é,

$$Pr_t = 1.0. \quad (2.69)$$

Assim, neste modelo, a difusividade turbulenta de aquecimento é feita igual ao momento de difusividade turbulenta. É importante lembrar que este modelo é válido, aproximadamente, para escoamentos de camada limite e pode causar erros significantes se for aplicado para outros escoamentos.

Kays e Crawford (1993) desenvolveram um modelo preditivo para Pr_t que pode ser usado para todos os números de Prandtl moleculares (Kays, 1994). O modelo contém duas constantes empíricas que foram determinadas à partir de dados experimentais disponíveis. O modelo relativamente simples de Kays e Crawford (1993) é dado por:

$$Pr_t = 0.85. \quad (2.70)$$

Este modelo baseia-se na existência de uma região logarítmica sobreposta para os perfis de velocidade e de temperatura:

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ A, \quad (2.71)$$

$$T^+ = \frac{1}{\kappa_t} \ln y^+ B. \quad (2.72)$$

O número de Prandtl turbulento é determinado por

$$Pr_t = \frac{\kappa_t}{\kappa} = \frac{2.075}{2.44} \approx 0.85. \quad (2.73)$$

Este modelo não é válido para os escoamentos de fluidos com baixos números de Prandtl, como no caso de metais líquidos, pois a região logarítmica do perfil de temperatura desaparece nestes casos.

Weigand et al. (1997b) propuseram uma extensão do modelo de Kays e Crawford (1993), na seguinte forma:

$$Pr_t = \frac{1}{\frac{1}{2Pr_{t\infty}} + CPe_t \sqrt{\frac{1}{Pr_{t\infty}} - (CPe_t)^2 \left[1 - \exp\left(-\frac{1}{CPe_t \sqrt{Pr_{t\infty}}}\right) \right]}}, \quad (2.74)$$

onde

$$Pe_t = Pr \frac{\nu_t}{\nu}, \quad (2.75)$$

e

$$Pr_{t\infty} = 0.85 + \frac{D}{PrRe^{0.888}}, \quad (2.76)$$

$C = 0.3$ e $D = 100$;

Jischa e Rieke (1979) desenvolveram um modelo para Pr_t , através das equações de transporte modeladas para a energia cinética turbulenta e para o fluxo de calor turbulento. Eles obtiveram a expressão final para o número de Prandtl turbulento dada por:

$$Pr_t = 0.9 + \frac{182.4}{PrRe^{0.888}}. \quad (2.77)$$

Esta equação é válida apenas quando Pr_t varia de 0.87 a 0.85.

Uma expressão com uma faixa de valores mais ampla foi proposta por Notter e Sleicher (1972). Eles propuseram uma equação correlativa empírica para todo Pr e para todo $\overline{(u'v')^{++}}$ que pode ser escrita como:

$$Pr_t = \frac{1 + \Phi}{\left(1 + \frac{10}{35 + (\nu_t/\nu)}\right) (0.025 Pr \frac{\nu_t}{\nu} + \Phi)}, \quad (2.78)$$

onde

$$\Phi = 90 Pr^{3/2} \left[\frac{\nu_\tau}{\nu} \right]^{1/4}, \quad (2.79)$$

e

$$\frac{\nu_\tau}{\nu} = \left[\frac{\overline{(u'v')^{++}}}{1 - \overline{(u'v')^{++}}} \right]. \quad (2.80)$$

A Eq. (2.78) produz resultados que estão em bom acordo com a analogia de Reynolds ($Pr = 1$), embora esta não seja capaz de predizer uma mudança brusca em Pr_t para elevados Pr e baixas (μ_t/μ) .

Um modelo mais compreensivo foi proposto por Yakhot et al. (1987). Eles apresentaram uma solução analítica baseada no “método de renormalização de grupo” que é aparentemente livre de empiricismos. A equação relativamente simples dada por Yakhot *et al.* é também examinada:

$$\left[\frac{\left(\frac{1}{Pr_{eff}} - 1.1793 \right)}{\left(\frac{1}{Pr} - 1.1793 \right)} \right]^{0.65} \left[\frac{\left(\frac{1}{Pr_{eff}} + 2.1793 \right)}{\left(\frac{1}{Pr} + 2.1793 \right)} \right]^{0.35} = \frac{1}{(1 + \epsilon_M/\nu)}, \quad (2.81)$$

onde

$$Pr_{eff} = \frac{[1 + (\nu_t/\nu)]}{\left[\frac{(\nu_t/\nu)}{Pr_t} + \frac{1}{Pr} \right]}. \quad (2.82)$$

onde ν é a viscosidade molecular e ν_t a viscosidade turbulenta.

A influência do número de Prandtl turbulento foi discutida por vários autores (Churchill, 2001, 2002, Kays, 1994, Weigand et al., 1997b) mas não foi investigada sistematicamente.

Soluções analíticas para escoamento turbulento termicamente desenvolvendo-se em dutos apresentam dificuldades associadas com o cálculo das autoquantidades do problema de autovalor associado. Como resultado, as soluções são aplicadas apenas em regiões na entrada do duto e limitadas aos casos com baixos números de Prandtl.

Özisik et al. (1989) resolveram analiticamente o problema da transferência de calor na região de entrada térmica, devido à convecção forçada turbulenta de um fluido Newtoniano em um canal de placas-paralelas para o escoamento turbulento plenamente desenvolvido com um modelo de Três - Camadas para a distribuição de velocidade e um modelo de Duas - Camadas para a difusividade cinética turbulenta. Eles assumiram para o modelo de difusividade turbulenta um número de Prandtl unitário. Este problema foi resolvido através da Técnica da Transformada Integral Clássica, e o problema de autovalor associado, resolvido através do Método de Contagem de Sinal. Determinaram o fator de atrito e o número de Nusselt assintótico e compararam os resultados analíticos com aqueles obtidos através da correlação empírica de Bhatti e Shah (1987) para o fator de atrito em um canal de placas-paralelas e diversas correlações para o número de Nusselt assintótico. Brown et al.

(1997) resolveram o mesmo problema, agora para o duto circular, e usando a correlação de Prandtl-Kármán-Nikuradse para o fator de atrito no duto circular. Neste trabalho, eles mostraram que os números de Nusselt termicamente desenvolvidos (assintóticos) são equivalentes, em magnitude, ao quadrado do primeiro autovalor.

A influência dos modelos de turbulência para o campo de velocidade e as distribuições de viscosidade turbulenta foram investigadas por Quaresma et al. (2001), enquanto que o número de Prandtl turbulento foi conservado como sendo unitário. Quaresma et al. (2001) desenvolveram soluções analíticas gerais e soluções analíticas exatas para o escoamento turbulento em desenvolvimento térmico de um fluido Newtoniano em dutos, através da técnica da transformada integral. As soluções apresentadas demonstraram ter uma excelente concordância com as correlações avaliadas para os casos limitantes. Ainda, estas soluções podem ser usadas para examinar os efeitos de parâmetros chave, como o número de Prandtl e a geometria envolvida, permitindo a determinação com um grau mais elevado de precisão dos fatores de atrito, fluxo de calor adimensional e os números de Nusselt local e assintótico, sobre uma ampla faixa de números de Prandtl e Reynolds. Os efeitos de turbulência foram levados em conta através da adoção de quatro modelos diferentes de turbulência, os quais permitiram uma comparação crítica com estes, e estendendo as contribuições anteriores na aproximação da transformada integral dadas por Özisik et al. (1989), para canais de placas paralelas, e Brown et al. (1997), para dutos circulares. Este trabalho apenas produz uma estimativa da influência da modelagem de turbulência em diferentes casos e dá a possibilidade de estudar a viabilidade das aproximações envolvidas em cada modelo de turbulência. Também mostraram uma comparação com as correlações empíricas disponíveis para a transferência de calor plenamente desenvolvida.

A importância relativa da condução axial na transferência de calor para escoamento em dutos, depende do número de Péclet. Para escoamento em dutos onde o número de Péclet $Pe \approx 100$, a condução de calor axial no fluido pode ser desprezada quando comparada com a condução radial, conhecido como problema de Graetz clássico. Para escoamentos onde $Pe \leq 100$, a condução axial no fluido deve ser levada em consideração, como no caso do escoamento de metais líquidos em dutos,

este problema é conhecido como problema de Graetz estendido (problema de Graetz considerando-se a condução de calor axial no fluido). O escoamento turbulento de metais líquidos em dutos foi extensamente estudado na literatura (B. Weigand e Beer, 1993, Lee, 1982, Weigand, 1996, Weigand et al., 1997a,b, 2001, Weigand e Lauffer, 2004, Weigand et al., 2002, 1997c, Weigand e Wrona, 2003). O escoamento turbulento de metais líquidos em dutos, os modelos de turbulência e as correlações para o número de Prandtl turbulento são similares as apresentadas para o escoamento de fluidos newtonianos, já mencionados anteriormente e, devido a este fato, este é aqui apenas citado por motivos de explanação do tema, sendo que, maiores detalhes são apresentados nos artigos originais.

Neste trabalho, efetuamos uma investigação sistemática da convecção forçada turbulenta em dutos circulares e canais de placas-paralelas com superfícies lisas, primeiramente para a transferência de calor plenamente desenvolvida e em seguida para o problema de entrada térmica. Duas distribuições para a velocidade e para a viscosidade turbulenta são empregadas, duas correlações empíricas e cinco modelos para o número de Prandtl turbulento. Os fatores de atrito e os números de Nusselt calculados são comparados com os resultados obtidos através das correlações empíricas adotadas, tanto para o duto circular quanto para o canal de placas-paralelas. A formulação matemática do problema abordado é apresentada no Capítulo 3 e, os resultados obtidos, estão no Capítulo 6.

2.3 Convecção Laminar Forçada Transiente em Canais de Placas-Paralelas

O estudo da transferência de calor convectiva não-estacionária em dutos é importante para o controle de reatores nucleares, motores a jato e equipamentos trocadores de calor encontrados em várias aplicações da engenharia. Os problemas não-estacionários podem ser classificados como transientes ou periódicos, de acordo com sua dependência em relação ao tempo. A maior parte dos trabalhos apresentados na literatura tratam de problemas com variações periódicas nas condições de contorno ou na temperatura de entrada. Claramente, a parte estacionária da

solução do problema periódico deve ser mais simples do que a solução transiente (ou completa), a qual é frequentemente muito complexa e, ainda, em muitas aplicações práticas, assim como o escoamento e a transferência de calor associada a muitos componentes em engenharia, a parte estacionária da solução periódica é mais importante.

Trabalhos de pesquisa anteriores sobre a convecção forçada periódica em dutos, estiveram focados no desenvolvimento de metodologias de solução para as equações governantes do escoamento e para as equações de energia (Arik et al., 1996, Cheroto et al., 1999, 1997, Kakaç e Li, 1994, Kim et al., 1991, Li e Kakaç, 1991, Ünsal, 1998), com uma evidente preferência por aproximações de base analítica, considerando as dificuldades no tratamento numérico das altas frequências de oscilação das respostas dos sistemas térmicos. Por outro lado, a situação envolvendo uma mudança de degrau na temperatura de entrada têm recebido pouca atenção, apesar de sua importância em várias aplicações práticas, como no projeto de sistemas de controle para dispositivos trocadores de calor e também para aplicações nas quais uma avaliação do desempenho do equipamento térmico em regime de convecção forçada transiente inclui processos como partidas, paradas, picos de tensão, etc., (Chen et al., 1983, Cotta e Gerk, 1994, Cotta e Özisik, 1986, 1985, Cotta et al., 1986, El-Shaarawi e Alkam, 1992, Guedes e Özisik, 1994, Guedes et al., 1994, Hatay et al., 1991, Hudson e Bankoff, 1964, Kakaç e Li, 1994, Lin et al., 1983, Sucec, 1986, 1988, Sucec e Radley, 1990). A formulação matemática e a análise de cada problema, conduz a necessidade de se resolver as equações diferenciais parciais do tipo hiperbólicas, as quais envolvem uma descontinuidade itinerante na solução para o campo de temperatura.

Através da técnica da transformada integral dupla, Hudson e Bankoff (1964) obtiveram as soluções assintóticas para a transferência de calor para um escoamento de Poiseuille em um tubo sob condições transientes, resultante de um aumento de degrau na temperatura da parede. El-Shaarawi e Alkam (1992) propuseram resolver o problema da convecção laminar transiente na região de entrada térmica de um espaço anular concêntrico com camadas limites hidrodinamicamente desenvolvidas e em desenvolvimento térmico, simultaneamente, para qualquer opção, ou seja, quer para uma mudança de degrau da temperatura em um dos contornos do espaço anular,

quer para uma mudança de degrau simultânea na temperatura na seção transversal e também em um dos contornos do espaço anular.

Métodos de diferenças finitas foram utilizados por Chen et al. (1983), e por Somasundaram et al. (1988), para tratar o escoamento em dutos para mudanças de degrau na temperatura da parede. Cotta e Özisik (1986, 1985) desenvolveram uma solução analítica aproximada com transformadas integrais e, comparadas com soluções de diferenças finitas para o caso de uma mudança de degrau na temperatura da parede do duto, quando o escoamento dentro do dele é laminar. Sucec e Radley (1990) apresentaram uma solução analítica exata para a transferência de calor transiente no primeiro domínio de tempo para um fluido escoando de maneira laminar plenamente desenvolvida em um duto, quando a temperatura das paredes são subitamente alteradas para $\theta_w = bx^n$. Eles também obtiveram soluções, para fins de comparação, para um número de modelos aproximados, isto é, condução pura, escoamento epistonado, quase-estacionário e para um novo modelo proposto por Sucec e Radley (1990).

Cotta et al. (1986) propuseram um esquema de diferenças finitas explícito de segunda ordem de precisão, baseado em uma versão modificada do esquema “*upwind*” do tipo preditor-corretor para equações hiperbólicas de Warming e Beam (1976) e aplicaram-no, juntamente com a técnica da transformada integral generalizada, na solução da convecção forçada transiente no escoamento laminar em canais sujeitos a uma mudança de degrau na temperatura de entrada. A estabilidade da análise para esta aproximação puramente numérica revelou que o termo de difusão na coordenada transversal introduz uma restrição adicional no critério de estabilidade. Cotta e Gerk (1994) e Guedes e Özisik (1994) fizeram uma revisão deste último trabalho. Como uma aproximação alternativa, eles propuseram uma solução para este problema. Cotta e Gerk (1994) eliminaram a derivada espacial na direção radial através da aplicação da técnica da transformada integral generalizada (Cotta, 1993). Então, o sistema de equações hiperbólicas acopladas unidimensionais resultante, na direção axial, foi resolvido por diferenças finitas. Guedes et al. (1994) seguiram a aproximação de Cotta e Gerk (1994) na solução da convecção forçada transiente no escoamento turbulento em canais com uma mudança de degrau na temperatura de

entrada, enquanto as paredes são mantidas a uma temperatura constante. Guedes e Özisik (1994) apresentaram uma solução para a transferência de calor transiente na convecção forçada para escoamento laminar em desenvolvimento simultâneo em um canal de placas-paralelas.

Este trabalho busca apresentar uma contribuição para o aperfeiçoamento da solução híbrido analítico numérica do problema de convecção laminar forçada transiente em um canal de placas-paralelas, sujeito à uma mudança de degrau na temperatura de entrada, usando o esquema proposto por Cotta e Gerck (1994) e Guedes et al. (1994) e aplicando o Esquema de Fluxo de Transporte (FCT - “*Flux-Correcting Transport*”), proposto por Boris e Book (Book et al., 1975, Boris e Book, 1973, 1976) no esquema de diferenças finitas “*upwind*” de segunda ordem modificado, usado em conjunto com o método da transformada integral para resolver esta classe de problemas parabólico-hiperbólicos. Porém, vale ressaltar que o problema de difusão numérica intrínseca associada aos esquemas de “*upwind*” ainda persiste mesmo com a aplicação do esquema do FCT, que pode ser tratado aplicando-se o procedimento de interpolação quadrática à montante proposto por Leonard (1979).

Capítulo 3

Tubulações Compostas

Multicamadas com Aquecimento

Elétrico Ativo

Neste capítulo é apresentado um sistema de aquecimento elétrico segmentado de tubulações compostas para produção de petróleo e gás natural em águas profundas e ultra-profundas. Primeiramente, apresentamos o sistema elétrico proposto para implementar o sistema de aquecimento elétrico segmentado, determinado a partir das análises térmicas de estado permanente e transiente, mostradas nas seções posteriores. Na segunda seção, é feita uma análise global do balanço energético das tubulações em condições típicas de águas profundas. A partir desta análise, mostra-se que o aquecimento ativo é necessário em tubulações longas, devido às limitações técnicas dos sistemas passivos de isolamento térmico. É examinado então, o método que combina o aquecimento elétrico ativo e o isolamento passivo das tubulações. Considera-se o aquecimento ativo através de resistências elétricas inseridas na superfície interna do tubo de aço. Um método de aquecimento segmentado é proposto para minimizar a demanda de potência elétrica para uma dada configuração da linha de transporte e para a temperatura mínima especificada do fluido de produção.

3.1 Sistema Elétrico do PIP Ativamente Aquecido

Com o objetivo de introduzir uma solução ativa de aquecimento apropriada para sistemas pipe-in-pipe (PIP), Laouir e Denniel (2001) apresentaram a tecnologia para o PIP ativamente aquecido que é baseada na comprovada tecnologia de aquecimento traçante combinada com o projeto de bobinamento padrão do PIP. O aquecimento é gerado por cabos resistivos usando a baixa tensão, que complementa o desempenho, isolando o PIP.

Su et al. (2002) consideraram o aquecimento elétrico direto de uma linha de transporte composta por multicamadas e determinaram uma distribuição da taxa de energia linear otimizada, $\dot{q}(z)$, que minimiza a energia total consumida, mas que ainda mantém a temperatura do fluido de produção, acima de um mínimo especificado (maiores detalhes são dados na seção seguinte). Propuseram começar a aquecer a linha de transporte somente quando a temperatura do fluido de produção alcançasse uma temperatura mínima pré-especificada, T_{min} . O aquecimento deverá manter a temperatura do fluido de produção a uma temperatura constante, T_{min} . Su et al. (2002) simularam uma linha de transporte hipotética, com 27 km de comprimento e 6" (0.154 m) de diâmetro interno. O coeficiente total de transferência de calor da linha de transporte é $5.35 \text{ W/m}^2\text{K}$, baseado no diâmetro interno da linha de transporte. A temperatura na cabeça do poço do fluido de produção é dada como 76.0°C e da água do mar como 4.0°C . Uma taxa de fluxo de massa de 14.72 kg/s é suposta com uma densidade constante de 800 kg/m^3 e o calor específico de $2700 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$. A temperatura mínima requerida do fluido de produção é 30°C .

Na Figura (3.1), é mostrada uma comparação da distribuição de temperatura obtida pelo aquecimento uniforme da linha de transporte em toda a sua extensão com a distribuição de temperatura obtida pelo método de aquecimento segmentado, apresentada por Su et al. (2002). Pode ser visto claramente, através da Figura (3.1), que para a linha de transporte aquecida em toda a sua extensão, o aquecimento do fluido de produção na primeira porção desta é desnecessário, representado na figura pela área entre as duas curvas e, ainda, esta representa a energia despendida para o ambiente. Do ponto de vista termodinâmico, a energia requerida é minimizada se

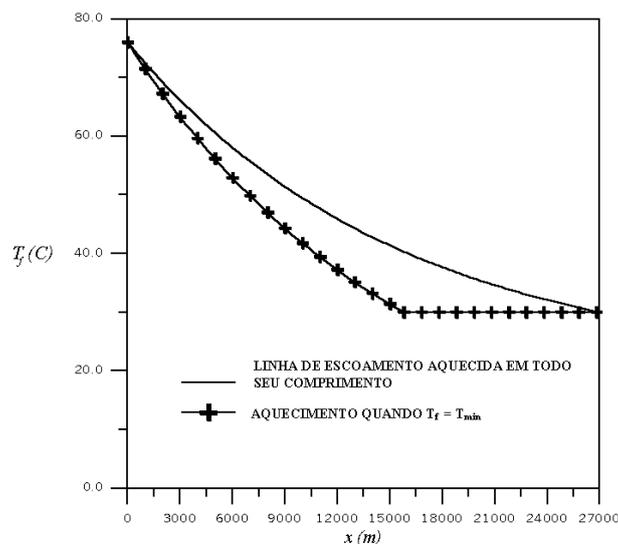


Figura 3.1: Ilustração dos Dois Métodos de Aquecimento, Su et al. (2002).

a diferença de temperatura entre o fluido de produção e a água do mar for minimizada, o que é alcançado através do não aquecimento da primeira parte da linha de transporte.

O sistema de aquecimento elétrico segmentado proposto usa um sistema similar ao apresentado por Laouir e Denniel (2001), em conjunto com a teoria de aquecimento segmentado do tubo de escoamento, proposta por Su et al. (2002). A configuração escolhida para o sistema ativamente aquecido do PIP é mostrada na Figura (3.2). O sistema proposto tem a função de fornecer ao tubo de escoamento uma ferramenta que controla a troca de calor entre o fluido de produção e o ambiente de águas profundas, de modo a evitar a formação de hidratos e ceras nos campos de águas profundas. Este sistema é aplicável aos sistemas do tubo de escoamento e do riser. A entrada de energia requerida é produzida pelo aquecimento resistivo dos cabos de aquecimento traçante quando ativados eletricamente. A tensão do sistema elétrico é variável, sendo esta controlada e monitorada pela plataforma e pelo conjunto, dependendo da demanda de aquecimento requerida.

O sistema de aquecimento é instalado sobre a linha de escoamento e consiste em um sistema elétrico resistivo, montado em um circuito trifásico de conexão estrela (maiores detalhes sobre ligações elétricas trifásicas podem ser encontradas no Apêndice A). Cada circuito é constituído de três cabos de aquecimento traçante,

que terminam em uma caixa de junção na extremidade de cada segmento da linha de escoamento a ser aquecida. O sistema de alimentação elétrica é feito através de uma ligação umbilical.

Além dos componentes padrão encontrados na tecnologia do PIP, como o sistema de espaçadores, material de isolamento de baixa condutividade térmica, etc., o sistema de aquecimento elétrico segmentado aqui proposto caracteriza-se por sistemas distintos. O **Sistema de Aquecimento** é uma rede de cabos de aquecimento traçante. Estes cabos estão distribuídos uniformemente em torno do tubo de escoamento e agrupados nos conjuntos, espaçados em intervalos de 120°. Neste caso, é importante ressaltar que, os materiais usados no sistema de isolamento do PIP devem possuir características adequadas para o preenchimento das aberturas entre os cabos de aquecimento e, conseqüentemente, impedir a circulação de ar ao longo do PIP através dos sulcos do espaçador (o que poderia resultar em pontes térmicas), bem como manter os cabos alinhados em suas posições sob o tubo de escoamento.

O **Sistema de cabos de alimentação da fonte** é formado pelos cabos monofásicos da rede de alimentação trifásica da fonte localizada na plataforma, estes são posicionados em paralelo com o sistema de aquecimento formado pelos cabos de aquecimento traçante, estendendo-se por todo o comprimento do tubo de escoamento.

As **Caixas de Junção** estão localizadas nas extremidades de cada segmento de aquecimento do tubo de escoamento, conectando uma seção a outra e isolando cada sistema de aquecimento separadamente. A unidade de terminação da extremidade do tubo de escoamento que suporta os conectores submarinos elétricos e óticos é requerida quando o aquecimento e os sistemas de monitoramento ótico da temperatura são controlados e monitorados através de um umbilical. Nas caixas de junção, também estão abrigadas as chaves de contato elétrico automáticas, utilizadas para abertura e fechamento dos sistemas de aquecimento em cada uma das seções do tubo de escoamento.

Sistema de monitoração e controle ótico consiste em uma ou mais fibras óticas colocadas entre os jogos de cabos de aquecimento, com a função de controle e monitoração da temperatura do sistema, bem como o controle e acionamento dos

sistemas de aquecimento. A fibra é alojada em um duto de aço inoxidável para sua proteção. O sistema de monitoração ótica de aquecimento pode ser usado para permitir a leitura da temperatura ao longo do comprimento do tubo de escoamento e, através da monitoração destes dados, efetuar o controle sobre as partes do sistema a serem aquecidas.

No entanto, é importante salientar alguns aspectos encontrados no sistema elétrico proposto.

O sistema elétrico usado para o aquecimento adota conexões em ligação estrela trifásicas. Cada conexão estrela é terminada por uma caixa de junção abrigada dentro do espaço anular do tubo de escoamento onde a corrente total é zero. Nesta configuração, nenhum cabo elétrico de retorno é necessário para dar laços nos circuitos elétricos da rede de aquecimento.

Os arranjos dos cabos estão ilustrados na Figura (3.2). A figura mostra uma configuração dos cabos de aquecimento usando 3 conjuntos de quatro cabos igualmente espaçados em torno do tubo de escoamento. Neste cenário, cada conexão em estrela é formada por três cabos de aquecimento dos diferentes conjuntos situados nas regiões *A*, *B* e *C*, isto é, a conexão de estrela número $n=1$ a 4, formada pelos cabos A_n , B_n e C_n . No exemplo ilustrado na Figura (3.2), quatro combinações de conexões em estrela trifásica são possíveis.

O sistema aquecido do PIP é projetado para ser alimentado e controlado através de um sistema umbilical no caso de um tubo de escoamento aquecido. Neste cenário, o umbilical é alimentado através da parede do tubo de escoamento, através de mangueiras cheias de óleo e conectores. As interfaces submarinas entre o PIP aquecido e o umbilical força/óptico representam a parte principal do projeto.

Os módulos específicos do conector do PIP devem acomodar a conexão submarina entre o umbilical e a extremidade aquecida do PIP. Os conectores submarinos de força e óticos (parte integrante do sistema de aquecimento do PIP), são requeridos principalmente quando o sistema é controlado com um umbilical.

Os conectores submarinos de força atuam com elevada densidade de corrente. Uma vez acoplados, os pinos conectores de força e os soquetes devem permanecer no interior de câmaras individuais, preenchidas com óleo, para assegurar a segurança

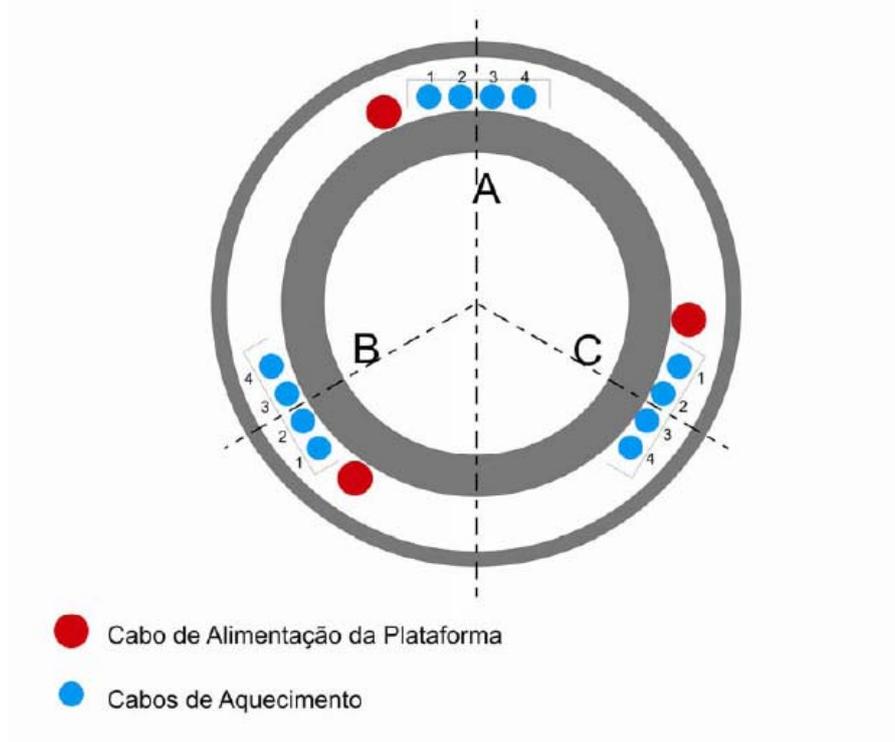


Figura 3.2: Distribuição dos Cabos de Aquecimento e de Alimentação da Fonte em Torno da Linha de Transporte da Produção.

do sistema. Já o conector ótico submarino, para os sistemas de monitoração de temperatura, deve permanecer com acoplamento limpo e seco.

A modificação aqui proposta baseia-se no fato de que, ao invés de um sistema contínuo, o tubo de escoamento deverá ser dividido em segmentos, ou seja, ao invés de um único sistema de aquecimento contínuo, como no modelo proposto Laouir e Denniel (2001), o tubo de escoamento poderá ser aquecido por partes, através de um sistema de abertura e fechamento de chaves de contato elétricas automáticas, comandadas através de um quadro de comando a ser instalado na plataforma. O sistema de aquecimento proposto é apto para operar para diversas faixas de tensão.

Para alimentar os circuitos independentes (que compõe os diferentes segmentos da linha de transporte), os cabos de alimentação da fonte da plataforma devem ser incorporados à configuração, sendo estes necessariamente contínuos ao longo de toda a linha, como mostrado na Figura (3.3). Portanto, o sistema de alimentação irá funcionar como um barramento em uma subestação elétrica, sendo controlado

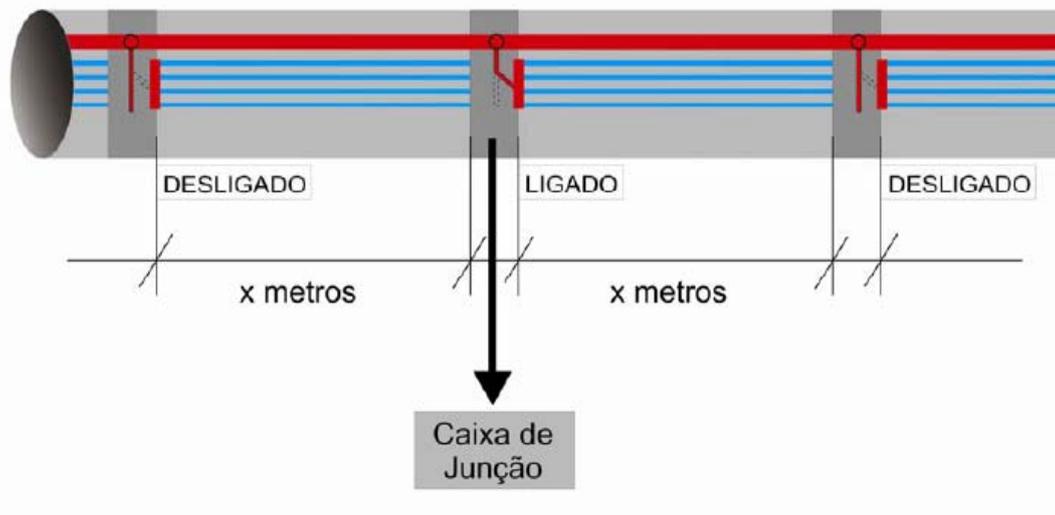


Figura 3.3: Ilustração do Chaveamento Automático do Sistema de Aquecimento Elétrico Proposto.

apenas pela posição das chaves de contato elétrico, comandadas através do sistema de controle instalado na plataforma.

Com o sistema de aquecimento elétrico segmentado aqui proposto, pode-se fazer o aquecimento em partes pré-determinadas do tubo de escoamento ou em pontos críticos do sistema, que necessitem de maior ou menor aquecimento e, o tempo necessário de aquecimento também pode ser controlado ou, o mesmo sistema pode ser programado para operar em modo permanente, intercalando em determinados períodos de tempo os segmentos do tubo de escoamento a serem aquecidos, fazendo com que haja uma redução significativa na demanda de potência de alimentação despendida.

3.2 Análise Térmica

Consideramos uma linha de transporte composta por multicamadas adjacentes de comprimento L em águas profundas, tipicamente isolada, para produção de petróleo e gás natural, como mostra a Figura (3.4a). Nesta situação, normalmente, o perfil térmico desejado do fluido de produção e o coeficiente global de transferência de calor são usados para especificar a configuração adequada da linha de transporte.

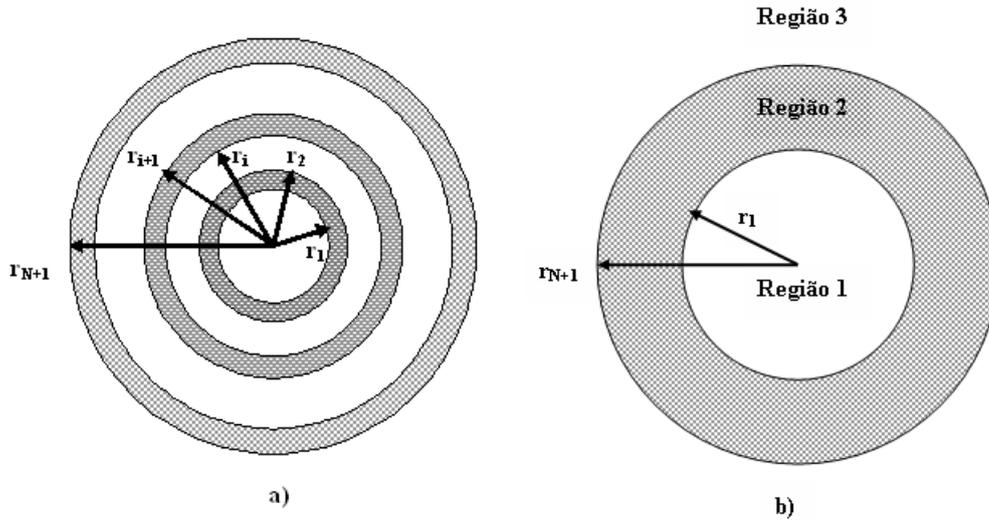


Figura 3.4: (a) Seção Transversal de uma Linha de Transporte Composta por Multicamadas, (b) Subdivisão da Linha de Transporte Composta por Multicamadas em Regiões: Determinação do Coeficiente de Transferência de Calor Global.

3.2.1 Transferência de Calor Permanente entre o Fluido de Produção e o Fluido Ambiente

A análise da transferência de calor em regime permanente entre o fluido de produção e o fluido ambiente é realizada, considerando-se as convecções externa e interna, para determinar o coeficiente de transferência de calor global levando-se em consideração os efeitos de convecção. Para prover tal análise, foram consideradas três regiões, como indicado na Figura (3.4b).

Nas *Regiões 1 e 3*, os efeitos das convecções externa e interna, respectivamente, são considerados. A *Região 2*, composta pelo conjunto de N camadas cilíndricas adjacentes da linha de transporte, Figura (3.4a), considera os efeitos da condução de calor unidimensional. Para determinar a distribuição de temperatura nesta região, consideramos a simetria circunferencial, a condução axial e as resistências térmicas de contato entre as camadas adjacentes foram desprezadas, consideramos ainda que as condutividades térmicas das camadas adjacentes são constantes. Assim, a equação de condução de calor governante na i -ésima camada é dada por:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = 0 \quad r_i < r < r_{i+1} \quad (3.1)$$

com as condições de contorno

$$T = T_i \quad \text{em} \quad r = r_i \quad (3.2)$$

$$T = T_{i+1} \quad \text{em} \quad r = r_{i+1} \quad (3.3)$$

onde r_i e r_{i+1} são os raios interno e externo da i -ésima camada, respectivamente, e T_i e T_{i+1} as temperaturas nas superfícies interna e externa desta camada.

À partir da solução analítica das Eqs. (3.1) - (3.3), a distribuição de temperatura na camada i pode ser obtida como:

$$\frac{T(r) - T_i}{T_{i+1} - T_i} = \frac{\ln \left(\frac{r}{r_i} \right)}{\ln r \left(\frac{r_{i+1}}{r_i} \right)} \quad (3.4)$$

O fluxo térmico radial nesta camada pode ser obtido derivando-se a distribuição de temperatura:

$$q(r) = -\kappa \frac{dT}{dr} = \frac{(T_i - T_{i+1})}{\frac{r}{\kappa_i} \ln \left(\frac{r_{i+1}}{r_i} \right)} \quad r_i < r < r_{i+1} \quad (3.5)$$

Onde κ_i é a condutividade térmica da i -ésima camada, assim, para a superfície interna desta camada, temos:

$$q(r_i) = \frac{(T_i - T_{i+1})}{\frac{r_i}{\kappa_i} \ln \left(\frac{r_{i+1}}{r_i} \right)} \quad (3.6)$$

No caso de condução de calor permanente, a potência térmica é constante através de qualquer área cilíndrica é constante, ou seja,

$$Q = A_i q(r_i) = 2\pi r_i L q(r_i) \quad (3.7)$$

onde $A_i = 2\pi r_i L$ é a área da camada i . A diferença de temperatura através desta pode ser escrita como:

$$T_{i+1} - T_i = \frac{Q}{2\pi k_i L} \ln \left(\frac{r_{i+1}}{r_i} \right). \quad (3.8)$$

Para $i = 1, \dots, N$ camadas concêntricas temos, na *Região 2*,

$$Q = 2\pi r_N L \frac{(T_N - T_{N+1})}{\frac{r_N}{\kappa_N} \ln \left(\frac{r_{N+1}}{r_N} \right)} \quad (3.9)$$

e, para a distribuição de temperaturas na *Região 2*, temos:

$$T_1 - T_{N+1} = \frac{Q}{2\pi k_i L} \sum_{i=1}^N \frac{1}{\kappa_i} \ln \left(\frac{r_{i+1}}{r_i} \right). \quad (3.10)$$

Na *Região 1*, a transferência de calor por convecção entre o fluido de produção e a superfície interna da linha de transporte é descrita pelo coeficiente de transferência de calor convectivo, h_1 , definido como:

$$Q = h_1 A_1 (T_f - T_1) = h_1 2\pi r_1 L (T_f - T_1) \quad (3.11)$$

com T_f a temperatura do fluido de produção e T_1 a temperatura na superfície interna da camada que está em contato com este. Na *Região 3*, o coeficiente de transferência de calor convectivo entre a superfície externa e o fluido ambiente, h_a , é definido através de:

$$Q = h_a A_{N+1} (T_{N+1} - T_a) = h_a 2\pi r_{N+1} L (T_{N+1} - T_a) \quad (3.12)$$

onde T_a é a temperatura do fluido ambiente. Assim, para a transferência de calor convectiva (*Regiões 1 e 3*), a distribuição de temperatura é dada por:

$$T_f - T_1 = \frac{Q}{h_1 2\pi r_1 L}, \quad (3.13)$$

e

$$T_{N+1} - T_m = \frac{Q}{h_a 2\pi r_{N+1} L}. \quad (3.14)$$

O coeficiente global de transferência de calor global, U , baseado no diâmetro interno da linha de transporte composta por multicamadas é definido através da

transferência de calor entre o fluido de produção e o fluido ambiente, dada através da expressão:

$$Q = U2\pi r_1(T_f - T_a) \quad (3.15)$$

A diferença de temperatura entre o fluido de produção e o fluido ambiente é dada por:

$$T_f - T_a = \frac{Q}{2\pi r_1 L}. \quad (3.16)$$

Portanto, coeficiente de transferência de calor global que engloba os efeitos condutivos (*Região 2*) e os efeitos das convecções interna e externa (*Regiões 1 e 3*), é obtido somando-se as Eqs. (3.11), (3.13) e (3.14):

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \sum_{i=1}^N \frac{r_1}{k_i} \ln\left(\frac{r_{i+1}}{r_i}\right) + \frac{1}{h_a} \left(\frac{r_1}{r_{N+1}}\right)}, \quad (3.17)$$

3.2.2 Transporte de Energia no Fluido de Produção

O perfil térmico do fluido de produção, ou seja a sua distribuição de temperatura ao longo da linha de transporte, pode ser determinado conhecendo-se as condições de produção e o coeficiente global de transferência de calor U .

Pela primeira lei da termodinâmica, o balanço energético do fluido de produção é dado por:

$$\dot{M}_f c_{p,f}(T_{f,in} - T_{f,out}) = U2\pi r_1 L \Delta T_m, \quad (3.18)$$

onde \dot{M}_f é a vazão mássica do fluido de produção, $c_{p,f}$ o calor específico, $T_{f,in}$ e $T_{f,out}$ são a temperatura de entrada (*wellhead*) e da saída (TLP) do fluido de produção, respectivamente, r_1 é o diâmetro da camada mais interna da linha de transporte de aço e L o comprimento da linha de transporte. A diferença média de temperatura entre o fluido de produção e o fluido ambiente é definida como:

$$\Delta T_m = \frac{(T_{f,in} - T_a) - (T_{f,out} - T_a)}{\ln\left[\frac{T_{f,in} - T_a}{T_{f,out} - T_a}\right]}, \quad (3.19)$$

Para um dado raio interno da linha de transporte r_1 , uma temperatura dada do fluido ambiente e um perfil térmico desejado ($T_{f,in}$, $T_{f,out}$ e assim ΔT_m), o comprimento máximo L_{max} da linha de transporte que pode ser encontrado, com a exigência do perfil térmico, são uma função do coeficiente global U e da taxa de transferência de calor $\dot{M}_f c_{p,f}$ do fluido de produção. Da Eq. (3.18), resolvemos

$$L_{max} = \frac{\dot{M}_f c_{p,f} (T_{f,in} - T_{f,out})}{U 2\pi r_1 \Delta T_m}. \quad (3.20)$$

Como a capacidade térmica do fluido de produção, $\dot{M}_f c_{p,f}$, é dada geralmente pela planta de desenvolvimento do campo, o comprimento máximo de uma linha de transporte, que pode ser encontrado com a exigência do perfil térmico, é inversamente proporcional ao coeficiente global de transferência de calor da linha de transporte, U . Quanto menor o coeficiente de transferência de calor global, maior o comprimento da linha de transporte possível para que a temperatura de saída do fluido de produção possa ser alcançada com a exigência da garantia de escoamento.

Mas, devido à existência de limitações técnicas numa maior redução do coeficiente de transferência de calor global, para uma linha de transporte que possua um comprimento L maior do que L_{max} , apenas o isolamento térmico passivo não é suficiente para conservar a temperatura do fluido de produção acima de um mínimo requerido. Assim, uma solução que combine o aquecimento ativo e o isolamento térmico passivo deve ser implementada.

Se o aquecimento ativo for usado, para um comprimento dado L da linha de transporte, podemos determinar a demanda de potência de aquecimento ativo, que é necessária para encontrar o perfil térmico desejado. O balanço global de energia, para este caso, pode ser escrito como:

$$\dot{M}_f c_{p,f} (T_{f,in} - T_{f,out}) + \dot{Q} = U 2\pi r_1 L \Delta T_m, \quad (3.21)$$

onde \dot{Q} é a demanda de potência de aquecimento ativo e T_m é a temperatura média do fluido de produção. À partir da Eq. (3.21), temos:

$$\dot{Q} = U 2\pi r_1 L \Delta T_m - \dot{M}_f c_{p,f} (T_{f,in} - T_{f,out}). \quad (3.22)$$

Obviamente, se todos os parâmetros restantes forem os mesmos, quanto mais longa a linha de transporte, maior a demanda de potência de aquecimento requerida. A entrada linear média de energia na linha de transporte pode ser calculada como:

$$\dot{q}_{av} = \frac{\dot{Q}}{L} = U2\pi r_1 \Delta T_m - \frac{\dot{M}_f c_{p,f} (T_{f,in} - T_{f,out})}{L}. \quad (3.23)$$

Considerando o aquecimento elétrico direto de uma linha de transporte composta por multicamadas, supondo que as propriedades termo físicas do fluido de produção e dos materiais da linha de transporte são constantes, podemos escrever a equação unidimensional de transporte de energia do fluido de produção como:

$$\dot{M}_f c_{p,f} \frac{dT_f(z)}{dz} = -U2\pi r_1 L (T_f - T_m) + \dot{q}(z), \quad (3.24)$$

onde $\dot{q}(z)$ é a taxa linear de entrada de energia de aquecimento elétrico aplicado diretamente à linha de transporte. Para a especificação dada de entrada linear de energia, a distribuição da temperatura ao longo da linha de transporte pode ser prontamente obtida resolvendo a Eq. (3.24). Estamos interessados em determinar uma distribuição da taxa de energia linear otimizada, $\dot{q}(z)$, que minimize a energia total consumida, mas que ainda mantenha a temperatura do fluido de produção, acima de um mínimo especificado.

Su et al. (2002) propuseram uma solução de engenharia para este problema baseando-se nas introspecções físicas. Propuseram começar a aquecer a linha de transporte somente quando a temperatura do fluido de produção alcançasse uma temperatura mínima pré-especificada, T_{min} . O aquecimento deve manter a temperatura do fluido de produção a uma temperatura constante, esta, T_{min} . A taxa de aquecimento linear requerida é obtida igualando o lado de direito da Eq. (3.24) a zero:

$$\dot{q} = U2\pi r_1 (T_{min} - T_m). \quad (3.25)$$

Com base nos resultados apresentados por Su et al. (2002) , Figura (3.1), foi obtida a solução exata da equação unidimensional de transporte de energia do fluido de produção, Eq. (3.24), que é encontrada fazendo-se $T_f(0) = T_{f,in}$ em $z = 0$,

resultando em:

$$T(z) = T_m + (T_{f,in} - T_m) \exp\left(-\frac{2\pi r_1 U z}{\dot{M}_f c_{p,f}}\right) + \frac{\dot{q}(z)}{2\pi r_1 U} \left(1 - \exp\left(-\frac{2\pi r_1 U z}{\dot{M}_f c_{p,f}}\right)\right). \quad (3.26)$$

Para determinar a taxa de energia linear otimizada, $\dot{q}(z)$, faz-se $T_f(L) = T_{f,out}$ em $z = L$ na Eq. (3.24), obtendo-se a seguinte expressão:

$$\dot{q}(z) = \frac{2\pi r_1 U (T_m - T_{f,in}) + 2\pi r_1 U \exp\left(-\frac{2\pi r_1 U L}{\dot{M}_f c_{p,f}}\right) (T_{f,out} - T_m)}{-1 + \exp\left(\frac{2\pi r_1 U L}{\dot{M}_f c_{p,f}}\right)}. \quad (3.27)$$

A taxa volumétrica de entrada de energia de aquecimento elétrico direto à linha de transporte, $\dot{g}(z)$ é obtida como:

$$\dot{g}(z) = \frac{\dot{q}(z)}{\pi (r_2^2 - r_1^2)}. \quad (3.28)$$

De posse da distribuição de temperatura em estado permanente, os eventos transientes de ativação e desativação, correspondentes aos períodos críticos de formação de hidratos e deposição de ceras nas linhas de produção devem ser considerados. Para tal fim, na seção seguinte, a simulação transiente da transferência de calor é apresentada.

3.3 Simulação de Transferência de Calor Transiente

Considerando uma linha de transporte multicamadas composta por dois dutos de metal concêntricos com material de isolamento térmico no espaço anular. Quatro tiras de aquecedores elétricos são colocadas simetricamente sobre a superfície externa do duto de metal que fica em contato com o fluido, como mostrado na Figura (3.4). O sistema de aquecimento elétrico é composto basicamente por cabos de cobre agrupados em conjuntos distribuídos ao longo da linha de transporte. A entrada de aquecimento é produzida pela ativação elétrica dos cabos de aquecimento resistivos.

3.3.1 Condução de Calor em uma Linha de Transporte Composta por Multicamadas

Consideramos uma linha de transporte composta que possua N camadas cilíndricas e concêntricas, como mostra a Figura (3.4). Cada camada é considerada como homogênea, isotrópica e com propriedades térmicas constantes. As camadas adjacentes são consideradas em contato térmico perfeito. A formulação matemática do problema de condução de calor unidimensional é escrita como

$$\frac{\partial T_i}{\partial t} = \frac{\alpha_i}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_i}{\partial r} \right) + g_i(r, z, t), \quad r_i < r < r_{i+1} \quad i = 1, \dots, N, \quad (3.29)$$

onde $T_i(r, t)$ é a temperatura na i -ésima camada, $\alpha_i = k_i / \rho_i c_{pi}$ a sua difusividade térmica, k_i a condutividade térmica, ρ_i a densidade e c_{pi} o calor específico. Os raios interno e externo da i -ésima camada são r_i e r_{i+1} , respectivamente.

A Eq. (3.29) será resolvida sujeita às seguintes condições de contorno e de interface:

$$-k_i \frac{\partial T_1}{\partial r} = h_1(T_f - T_1), \quad \text{em } r = r_1, \quad (3.30)$$

$$-k_n \frac{\partial T_N}{\partial r} = h_a(T_N - T_m), \quad \text{em } r = r_{N+1}, \quad (3.31)$$

$$T_i = T_{i+1}, \quad \text{em } r = r_{i+1} \quad i = 1, \dots, N, \quad (3.32)$$

$$k_i \frac{\partial T_i}{\partial r} = k_{i+1} \frac{\partial T_{i+1}}{\partial r}, \quad \text{em } r = r_{i+1} \quad i = 1, \dots, N. \quad (3.33)$$

onde T_f é a temperatura do fluido de produção transportado na linha de transporte.

As condições iniciais para as temperaturas em cada camada são dadas por:

$$T_i(r, 0) = T_{i0}(r), \quad r_i \leq r \leq r_{i+1}. \quad i = 1, \dots, N. \quad (3.34)$$

Neste trabalho, o problema de valores inicial e de contorno, Eqs. (3.29) a (3.34), é resolvido usando-se o método de diferenças finitas de segunda ordem de Crank-Nicolson.

Wellhead

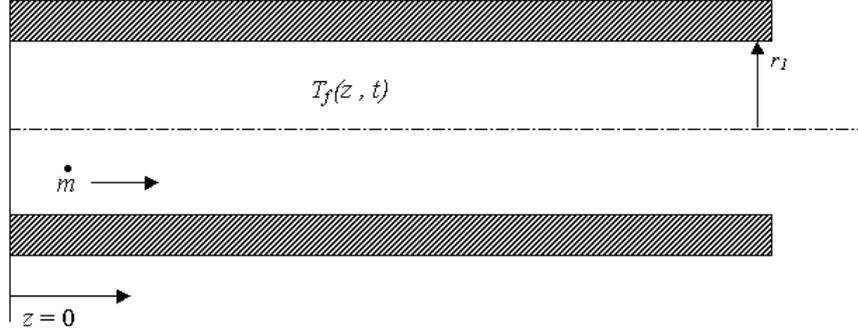


Figura 3.5: Vista Longitudinal de uma Linha de Transporte.

3.3.2 Transporte de Energia no Fluido de Produção

Desprezando os efeitos de transiente em escoamento, considera-se um escoamento estacionário, plenamente desenvolvido com uma velocidade média u de um fluido de produção com propriedades constantes, transportado em uma linha de transporte com seção transversal circular como ilustrada na Figura (3.5). A equação unidimensional transiente de energia para o fluido de produção é escrita como:

$$\frac{\partial T_f}{\partial t} + u \frac{\partial T_f}{\partial z} = -\frac{2q_{r_1}}{r_1 \rho_f c_{pf}}. \quad (3.35)$$

e o fluxo térmico na superfície internada da linha de transporte é dada por:

$$q_{r_1} = h_1(T_f - T_{r_1}), \quad (3.36)$$

A Eq. (3.35) será resolvida com a distribuição de temperatura inicial do fluido ao longo da linha de transporte de comprimento L e uma condição de contorno na entrada da linha de transporte:

$$T_f(z, 0) = T_{f0}(z) \quad \text{em } t = 0, \quad (3.37)$$

$$T_f(0, t) = T_{fin}. \quad (3.38)$$

Solução Numérica da Equação de Transporte de Energia no Fluido de Produção

A Eq. (3.35) é discretizada usando o esquema explícito de diferenças finitas de segunda ordem de precisão, inicialmente proposto por Warming e Beam (1976):

Preditor

$$T_{f_j}^{\overline{n+1}} = T_{f_j}^n - \lambda u (T_{f_j}^n - T_{f_{j-1}}^n) - \frac{\Delta t 2h_1 (T_{f_j}^n - T_{r_1})}{r_1 \rho_f c_{pf}}. \quad (3.39)$$

Corretor

$$T_{f_j}^{n+1} = \frac{1}{2} \left[T_{f_j}^n + T_{f_j}^{\overline{n+1}} - \lambda u (T_{f_j}^{\overline{n+1}} - T_{f_{j-1}}^{\overline{n+1}}) - \lambda u (T_{f_{j+1}}^n - 2T_{f_j}^n + T_{f_{j-1}}^n) - \frac{\Delta t 2h_1 (T_{f_j}^{\overline{n+1}} - T_{r_1})}{r_1 \rho_f c_{pf}} \right] \quad (3.40)$$

onde

$$\lambda = \frac{\Delta t}{\Delta x},$$

e o subscrito j corresponde aos nós em coordenada longitudinal z e o sobrescrito n corresponde aos passos em tempo t , enquanto o sobrescrito $\overline{n+1}$ corresponde a uma avaliação intermediária em tempo.

No Capítulo 6 são apresentadas as simulações para o sistema de aquecimento segmentado, considerando quatro diferentes configurações para a linha de transporte do fluido de produção, três diferentes comprimentos para a mesma, seis vazões e três temperaturas finais. As respostas de estados permanente e transiente são abordadas apenas para a situação de reativação da linha de transporte, comparando-se os efeitos do não aquecimento, aquecimento total e aquecimento segmentado, no perfil de temperatura em relação ao tempo. Na seção seguinte, um sistema elétrico que visa proporcionar o aquecimento ativo segmentado aqui proposto é apresentado. Este sistema visa reduzir o consumo de potência de aquecimento durante os períodos onde o aquecimento ativo se faz necessário.

Capítulo 4

Convecção Forçada Turbulenta na Região de Entrada Térmica de Dutos Circulares e Canais de Placas-Paralelas

Neste capítulo, uma investigação sistemática da convecção forçada turbulenta em dutos circulares e canais de placas-paralelas com superfícies lisas é apresentado, primeiramente para a transferência de calor plenamente desenvolvida e em seguida para o problema de entrada térmica. Duas distribuições para a velocidade e viscosidade turbulenta são empregadas, o modelo de Três - Camadas e a correlação de Churchill (Churchill, 2001) para o tensão turbulenta adimensional. Cinco modelos para o número de Prandtl turbulento são examinados: (i) de valor constante ($Pr_t = 1.0$), (ii) Jischa-Rieke (Jischa e Rieke, 1979), (iii) Weigand-Ferguson-Crawford (Weigand et al., 1997b), (iv) Notter-Sleicher (Notter e Sleicher, 1972) e (v) Yakhot *et al.* (Yakhot et al., 1987). O objetivo é comparar os fatores de atrito e números de Nusselt determinados através dos modelos e compará-los com os resultados obtidos através de correlações empíricas.

4.1 Problema Físico

Consideramos a transferência de calor estacionária para o escoamento turbulento em desenvolvimento térmico e hidrodinamicamente desenvolvido de um fluido Newtoniano incompressível em dutos de configuração geométrica regular como canais de placas paralelas e tubos circulares ambos com superfícies lisas. Os efeitos de dissipação viscosa, convecção livre e condução axial são desprezados e as propriedades físicas são admitidas constantes. A parede do duto está sujeita a uma temperatura uniforme prescrita, T_w e o fluido entra no duto com uma temperatura constante, T_0 .

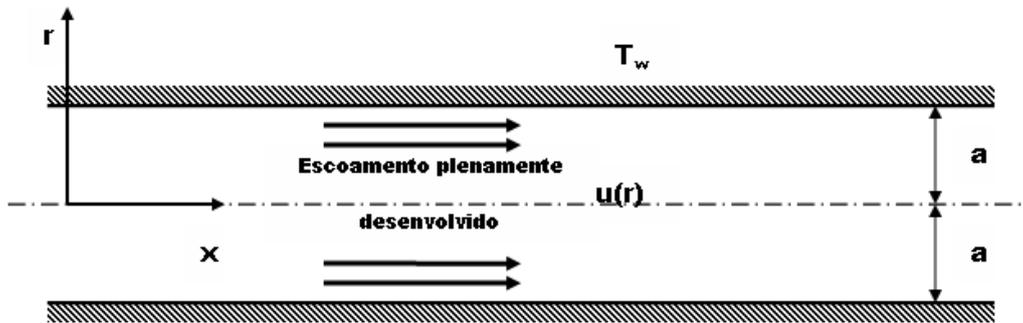


Figura 4.1: Problema Físico - Convecção Forçada Turbulenta na Região de Entrada Térmica de Dutos Circulares e Canais de Placas-Paralelas.

4.2 Formulação Matemática

A formulação matemática para este problema de convecção forçada na forma dimensional é escrita como:

$$u(r) \frac{\partial T(x, r)}{\partial x} = \frac{1}{r^p} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^p (\alpha + \alpha_t) \frac{\partial T(x, r)}{\partial r} \right) \quad x > 0, \quad 0 < r < a, \quad (4.1)$$

sujeita às condições de contorno e de entrada

$$\frac{\partial T(x, 0)}{\partial r} = 0, \quad r = 0, \quad (4.2)$$

$$T(x, a) = T_w = \text{const.}, \quad (4.3)$$

$$T(0, r) = T_0, \quad 0 < r < a, \quad x = 0, \quad (4.4)$$

onde T é a temperatura, x e r são as coordenadas longitudinal e radial, respectivamente, $u(r)$ o perfil de velocidade turbulenta, α a difusividade térmica do fluido, α_t a difusividade térmica turbulenta, T_w a temperatura uniforme na parede e T_0 a temperatura uniforme de entrada do fluido no duto. A constante p está relacionada com a geometria do canal na seguinte forma:

$$p = 0, \quad \text{para o canal de placas paralelas,}$$

$$p = 1, \quad \text{para o tubo circular.}$$

Os seguintes parâmetros adimensionais são introduzidos:

$$\begin{aligned} \eta = \frac{r}{a}; \quad \xi = \frac{x}{a} \frac{1}{Pe}; \quad Pe = \frac{u_m D}{\alpha}; \quad \theta(\xi, \eta) = \frac{T(x, r) - T_w}{T_0 - T_w}; \\ U(\eta) = \frac{u(r)}{u_m} = \frac{u(r)}{C u_m}; \quad C = \frac{u_{max}}{u_m}; \quad W(\eta) = \frac{\eta^p U(\eta)}{2^{(2-p)}}; \quad \varepsilon(\eta) = \eta^p \left(1 + \frac{\alpha_t}{\alpha}\right), \end{aligned} \quad (4.5)$$

onde $D = 2^{(2-p)}a$ é o diâmetro hidráulico do duto circular ou do canal de placas paralelas.

A formulação matemática do problema pode agora ser escrita na sua forma adimensional como:

$$W(\eta) \frac{\partial \theta(\xi, \eta)}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\varepsilon(\eta) \frac{\partial \theta(\xi, \eta)}{\partial \eta} \right) \quad \xi > 0, \quad 0 < \eta < 1, \quad (4.6)$$

sujeito às condições de contorno e de entrada:

$$\frac{\partial \theta(\xi, 0)}{\partial \eta} = 0, \quad \eta = 0, \quad \xi > 0, \quad (4.7)$$

$$\theta(\xi, 1) = 0, \quad \eta = 1, \quad \xi > 0, \quad (4.8)$$

$$\theta(0, \eta) = 1, \quad 0 \leq \eta \leq 1, \quad \xi = 0. \quad (4.9)$$

Para a solução do problema dado pelas Eqs. (4.6)-(4.9), o perfil de velocidade adimensional $W(\eta)$ e a difusividade térmica adimensional total $\varepsilon(\eta)$ precisam ser especificadas. Na seção seguinte são apresentados os modelos de turbulência adotados para a obtenção da solução.

4.3 Modelos de Turbulência

Para o perfil de velocidade adimensional $W(\eta)$ e a difusividade térmica adimensional total $\varepsilon(\eta)$, ao invés de aplicar os modelos de viscosidade turbulenta diferenciais (isto é, $k-\varepsilon$, $k-\omega$ ou SST), equações algébricas simplificadas são adotadas para prover a solução do problema dado pelas Eqs. (4.6)-(4.9). Duas formulações são empregadas para o campo de velocidade turbulenta, o modelo de três-camadas clássico e o modelo de Churchill (Churchill, 2001) e estas por sua vez são comparadas com correlações empíricas apresentadas na literatura. Maiores detalhes sobre os modelos empregados encontram-se no Capítulo 2.

4.3.1 Distribuição de Velocidade Turbulenta

Modelo de Três - Camadas Clássico

Distribuição de Velocidade Turbulenta

$$u^+ = y^+, \quad \text{para } 0 \leq y^+ < 5, \quad \text{subcamada laminar,} \quad (4.10)$$

$$u^+ = -3.05 + 5 \ln(y^+), \quad \text{para } 0 \leq y^+ \leq 30, \quad \text{camada limite,} \quad (4.11)$$

$$u^+ = 5.5 + 2.5 \ln \left[y^+ \frac{1.5(1 + \eta)}{(1 + 2\eta^2)} \right], \quad \text{para } y^+ > 30, \quad \text{núcleo turbulento.} \quad (4.12)$$

Modelo de Difusividade Turbulenta Cinética

$$\frac{\varepsilon_m}{\nu} = \frac{k_1 a^+}{6} [(1 - \eta^2)(1 + 2\eta^2)], \quad \text{para } y^+ \geq 40, \quad (4.13)$$

$$\frac{\varepsilon_m}{\nu} = \frac{k_2}{E} \left[e^{k_2 u^+} - 1 - k_2 u^+ - \frac{(k_2 u^+)^2}{2!} - \frac{(k_2 u^+)^3}{3!} \right], \quad \text{para } y^+ < 40, \quad (4.14)$$

onde $k_1 = 0.4$, $k_2 = 0.407$ e $E = 10$.

Grupos Adimensionais Empregados

$$y^+ = (1 - \eta)a^+; \quad a^+ = \frac{Re}{2^{(2-p)}} \sqrt{\frac{f}{8}}; \quad u^+ = \frac{u(r)}{u_m \sqrt{\frac{f}{8}}}; \quad f = \frac{4\tau_w}{\frac{\rho u_m^2}{2}}. \quad (4.15)$$

Fator de Atrito de Darcy, f

$$\sqrt{\frac{f}{8}} \int_0^1 (p+1)\eta^p u^+(\eta) d\eta = 1. \quad (4.16)$$

Razão de Velocidade

$$C = (5.5 + 2.5 \ln(1.5R^+)) \sqrt{\frac{f}{8}}. \quad (4.17)$$

Formulação de Churchill (Churchill, 2001)

Distribuição de Velocidade Adimensional

$$u^+ = 6.13 + \frac{1}{0.436} \ln y^+ + 6.824 \left(\frac{y^+}{a^+} \right)^2 - 5.314 \left(\frac{y^+}{a^+} \right)^3, \quad (4.18)$$

onde $a^+ = Ru_\tau/\nu$ e R é o raio interno do tubo circular e

$$\overline{u'v'}^{++} = -\frac{\overline{\rho u'v'}}{\tau}, \quad (4.19)$$

onde τ é a tensão cisalhante total, definido por:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} - \overline{\rho u'v'}. \quad (4.20)$$

Viscosidade Cinética Turbulenta

$$\frac{\nu_t}{\nu} = \frac{\overline{u'v'}^{++}}{1 - \overline{u'v'}^{++}}. \quad (4.21)$$

Tensão Cisalhante Turbulenta

$$\overline{u'v'}^{++} = \left(\left[0.7 \left(\frac{y^+}{10} \right)^4 \right]^{-8/7} + \left| \exp \left\{ \frac{-1}{0.436y^+} \right\} - \frac{1}{0.436a^+} \left(1 + \frac{6.95y^+}{a^+} \right) \right|^{-8/7} \right)^{-7/8} \quad (4.22)$$

Fator de atrito de Darcy, f

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3.30 - \frac{227}{a^+} + \left(\frac{50}{a^+} \right)^2 + \frac{1}{0.436} \ln a^+, \quad \text{para o duto circular,} \quad (4.23)$$

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = 4.615 - \frac{155}{b^+} + \frac{1}{0.436} \ln b^+, \quad \text{para o canal de placas-paralelas.} \quad (4.24)$$

Correlações Empíricas

Correlação de Dean (Dean, 1978) para canal de placas paralelas:

$$\frac{f}{4} = 0.073 \left(\frac{Re}{2} \right)^{-0.25}, \quad \text{para } 1.2 \times 10^4 \leq Re \leq 1.2 \times 10^6. \quad (4.25)$$

Razão de velocidade na linha central do canal:

$$C = 1.28 \left(\frac{Re}{2} \right)^{-0.0116}, \quad \text{para } 1.2 \times 10^4 \leq Re \leq 1.2 \times 10^6. \quad (4.26)$$

Correlação de Prandtl-Kármán-Nikuradse (Nikuradse, 1932, Prandtl, 1944, von Kármán, 1934) para o tubo circular:

$$\frac{1}{\sqrt{f'}} = 1.7372 \ln (Re \sqrt{f'}) - 0.3946, \quad \text{para } Re = 4 \times 10^3 \text{ a } 10^7. \quad (4.27)$$

4.3.2 Números de Prandtl Turbulento

A difusividade térmica turbulenta é especificada através do conceito do número de Prandtl turbulento, ou seja, como a razão entre a viscosidade cinemática turbulenta ν_t e a difusividade térmica turbulenta α_t :

$$Pr_t = \frac{\nu_t}{\alpha_t}. \quad (4.28)$$

Deste modo, temos

$$\varepsilon(\eta) = \frac{\alpha + \alpha_t}{\alpha} = 1 + \frac{\nu_t}{\nu} \frac{Pr}{Pr_t}. \quad (4.29)$$

Cinco modelos para o número de Prandtl turbulento são aqui considerados:

- *Modelo de Prandtl Constante*:

$$Pr_t = 1.0; \quad (4.30)$$

- *Modelo de Jischa-Ricke* (Jischa e Rieke, 1979):

$$Pr_t = 0.9 + \frac{182.4}{PrRe^{0.888}}; \quad (4.31)$$

- *Modelo de Weigand-Ferguson-Crawford* (Weigand et al., 1997b):

$$Pr_t = \frac{1}{\frac{1}{2Pr_{t\infty}} + CPe_t \sqrt{\frac{1}{Pr_{t\infty}}} - (CPe_t)^2 \left[1 - \exp\left(-\frac{1}{CPe_t \sqrt{Pr_{t\infty}}}\right) \right]}, \quad (4.32)$$

onde

$$Pe_t = Pr \frac{\nu_t}{\nu}, \quad (4.33)$$

e

$$Pr_{t\infty} = 0.85 + \frac{D}{PrRe^{0.888}}, \quad (4.34)$$

$C = 0.3$ e $D = 100$;

- *Modelo de Notter-Sleicher* (Notter e Sleicher, 1972):

$$Pr_t = \frac{1 + \Phi}{\left(1 + \frac{10}{35 + (\nu_t/\nu)}\right) (0.025 Pr \frac{\nu_t}{\nu} + \Phi)}, \quad (4.35)$$

onde

$$\Phi = 90 Pr^{3/2} \left[\frac{\nu_\tau}{\nu} \right]^{1/4}, \quad (4.36)$$

e

$$\frac{\nu_\tau}{\nu} = \left[\frac{\overline{(u'v')^{++}}}{1 - \overline{(u'v')^{++}}} \right]; \quad (4.37)$$

- *Modelo de Yakhot et al.* (Yakhot et al., 1987):

$$\left[\frac{\left(\frac{1}{Pr_{eff}} - 1.1793 \right)}{\left(\frac{1}{Pr} - 1.1793 \right)} \right]^{0.65} \left[\frac{\left(\frac{1}{Pr_{eff}} + 2.1793 \right)}{\left(\frac{1}{Pr} + 2.1793 \right)} \right]^{0.35} = \frac{1}{(1 + \epsilon_M/\nu)}, \quad (4.38)$$

onde

$$Pr_{eff} = \frac{[1 + (\nu_t/\nu)]}{\left[\frac{(\nu_t/\nu)}{Pr_t} + \frac{1}{Pr} \right]}. \quad (4.39)$$

De posse dos modelos de turbulência, a solução analítica para o problema proposto é resolvida através da técnica da transformada integral clássica.

4.4 Solução Analítica

O problema definido pelas Eqs. (4.6)-(4.9) pode ser facilmente resolvido através da técnica da transformada integral clássica (Cotta, 1993, Mikhailov e Özisik, 1984). Usando a notação de Graetz e seguindo os passos nesta metodologia de solução, o seguinte problema de autovalor é adotado:

$$\frac{d}{d\eta} \left[\eta^p \varepsilon(\eta) \frac{dR_n(\eta)}{d\eta} \right] + \lambda_n^2 W(\eta) R_n(\eta) = 0, \quad 0 < \eta < 1, \quad (4.40)$$

$$\frac{dR_n(0)}{d\eta} = 0, \quad (4.41)$$

$$R_n(1) = 0, \quad (4.42)$$

onde $R_n(\eta)$ e λ_n são, respectivamente, as autofunções e os autovalores do sistema. O problema definido pelas Eqs. (4.40)-(4.42) é resolvido através do bem-estabelecido método de contagem de sinal (Mikhailov e Özisik, 1984, Mikhailov e Vulchanov, 1983), o qual oferece segurança e cálculos automáticos de muitos autovalores e autovetores como desejado, com precisão controlada.

O problema de autovalor acima permite o desenvolvimento do seguinte par transformada integral:

Transformada

$$\bar{\theta}_n(\xi) = \int_0^1 W(\eta) R_n(\eta) \theta(\xi, \eta) d\eta. \quad (4.43)$$

Inversa

$$\theta(\xi, \eta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{N_n} R_n(\eta) \bar{\theta}_n(\xi), \quad (4.44)$$

onde N_n , a integral normalizada, é dada por:

$$N_n = \int_0^1 W(\eta) R_n^2(\eta) d\eta. \quad (4.45)$$

Assim, tomando a transformada integral do sistema Eqs. (4.6)-(4.9), estas equações são multiplicadas por $R_n(\eta)$, integradas sobre o domínio $[0, 1]$ na direção- η e a seguinte equação diferencial ordinária para o potencial transformado, $\bar{\theta}_n(\eta)$, é obtida:

$$\frac{d\bar{\theta}_n(\xi)}{d\xi} + \lambda_n^2 \bar{\theta}_n(\xi) = 0, \quad (4.46)$$

com a condição de entrada transformada dada por:

$$\bar{\theta}_n(0) = \bar{f}_n = \int_0^1 W(\eta) R_n(\eta) d\eta. \quad (4.47)$$

A solução para o potencial transformado dada pelas Eqs. (4.46) e (4.47) é facilmente obtida na forma:

$$\bar{\theta}_n(\xi) = \bar{f}_n \exp(-\lambda_n^2 \xi). \quad (4.48)$$

Conseqüentemente, introduzindo a Eq. (4.48) na equação da inversa, Eq. (4.44), a solução para $\theta(\xi, \eta)$ é determinada como segue:

$$\theta(\xi, \eta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{f}_n}{N_n} R_n(\eta) \exp(-\lambda_n^2 \xi). \quad (4.49)$$

Neste ponto, as quantidades referentes ao campo de temperaturas podem ser determinadas pela Eq. (4.49). Deste modo, a temperatura média do fluido é definida como:

$$\theta_m(\xi) = \frac{\int_0^1 W(\eta) \theta(\eta, \xi) d\eta}{\int_0^1 W(\eta) d\eta} = \omega \int_0^1 W(\eta) \theta(\eta, \xi) d\eta, \quad (4.50)$$

onde

$$\omega = \frac{1}{\int_0^1 W(\eta) d\eta}. \quad (4.51)$$

Então, substituindo a Eq. (4.49) na Eq. (4.50), a temperatura média do fluido, $\theta_m(\xi)$, torna-se:

$$\theta_m(\xi) = \omega \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{f}_n^2}{N_n} \exp(-\lambda_n^2 \xi), \quad (4.52)$$

e o fluxo de calor adimensional na parede é também determinado pela Eq. (4.49) como segue:

$$\frac{\partial \theta(\xi, \eta)}{\partial \eta} \Big|_{\eta=1} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{f}_n}{N_n} \frac{dR_n(\eta)}{d\eta} \Big|_{\eta=1} \exp(-\lambda_n^2 \xi) = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{f}_n^2 \lambda_n^2}{N_n} \exp(-\lambda_n^2 \xi). \quad (4.53)$$

O número de Nusselt local é definido como:

$$Nu(\xi) = \frac{h(\xi) D_h}{\kappa} = - \frac{2^{(2-p)} \frac{\partial \theta(\eta, \xi)}{\partial \eta} \Big|_{\eta=1}}{\theta_m}, \quad (4.54)$$

posteriormente, substituindo a Eq. (4.53) para $\frac{\partial \theta(\eta, \xi)}{\partial \eta} \Big|_{\eta=1}$ e a Eq. (4.52) para θ_m , na Eq. (4.54) acima, resulta:

$$Nu(\xi) = \frac{2^{2(1-p)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{f}_n^2 \lambda_n^2}{N_n} \exp(-\lambda_n^2 \xi)}{\omega \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{f}_n^2}{N_n} \exp(-\lambda_n^2 \xi)}. \quad (4.55)$$

O número de Nusselt assintótico, Nu_{∞} , é obtido através da Eq. (4.55), considerando apenas o primeiro termo no somatório, produzindo:

$$Nu_{\infty} = \frac{2^{2(1-p)} \lambda_n^2}{\omega}. \quad (4.56)$$

Uma vez que os autovalores λ_n e as outras autoquantidades relacionadas podem ser obtidos através do método de contagem de sinal, os parâmetros térmicos podem ser facilmente determinados através das Eqs. (4.52) a (4.56) como funções dos números de Prandtl e de Reynolds ao longo da região de entrada térmica para ambos os canais de placas paralelas e tubos circulares.

Para os cálculos da transferência de calor a expressão de Gnielinski (1976) é utilizada para avaliar o número de Nusselt assintótico:

$$Nu_{\infty} = \frac{\left(\frac{f}{2}\right) (Re - 1000) Pr}{1 + 12.7 \left(\frac{f}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \left(Pr^{\frac{2}{3}} - 1\right)},$$

$$\text{para } 2.3 \times 10^3 \leq Re \leq 5 \times 10^6, \quad 0.5 \leq Pr \leq 2000, \quad (4.57)$$

onde f , o fator de atrito, é obtido através das correlações empíricas para o duto circular e para o canal de placas-paralelas, Eqs.(4.16), (2.63) e (2.64). Pode-se observar que vários autores chamaram atenção para o fato de que, números de Nusselt assintóticos obtidos para canal de placas planas, através das expressões de tubo circular para o fator de atrito, podem ser justamente utilizados na faixa de números de Prandtl considerada acima. No caso de baixos números de Prandtl, especialmente na faixa de metais líquidos, no entanto, o uso dos resultados de tubo circular baseado no diâmetro hidráulico efetivo conduz a um erro considerável na predição dos números de Nusselt plenamente desenvolvidos.

No Capítulo 6, os resultados obtidos para o fator de atrito e para o número de Nusselt assintótico são ilustrados e comparados com as correlações empíricas, para uma ampla faixa de números de Reynolds ($1 \times 10^4 \leq Re \leq 2 \times 10^6$) e diferentes números de Prandtl (0.01, 0.1, 0.72, 1.0 e 10.0). Pode-se verificar através destes resultados a influência de cada parâmetro sobre os modelos de turbulência, bem como suas limitações previstas. Mais detalhes à respeito dos resultados e da análise dos mesmos estão no Capítulo 6.

Capítulo 5

Solução Híbrida de Diferenças Finitas-Transformada Integral com FCT da Convecção Laminar Forçada Transiente em um Canal de Placas-Paralelas

Neste capítulo é apresentada a análise da convecção laminar forçada transiente com escoamento laminar hidrodinamicamente desenvolvido na região de entrada térmica de um canal de placas-paralelas sujeito a uma mudança de degrau na temperatura de entrada. Após a formulação do problema físico, o mesmo é resolvido através de uma esquema misto de transformada integral e diferenças finitas. Dois esquemas de diferenças finitas são testados e seus resultados são posteriormente comparados. À partir dos resultados obtidos através da análise matemática do problema, as equações adimensionais para o campo de temperatura, temperatura média, fluxo de calor e o número de Nusselt são apresentadas.

5.1 Formulação do Problema

Considerando a convecção laminar forçada transiente com escoamento lami-

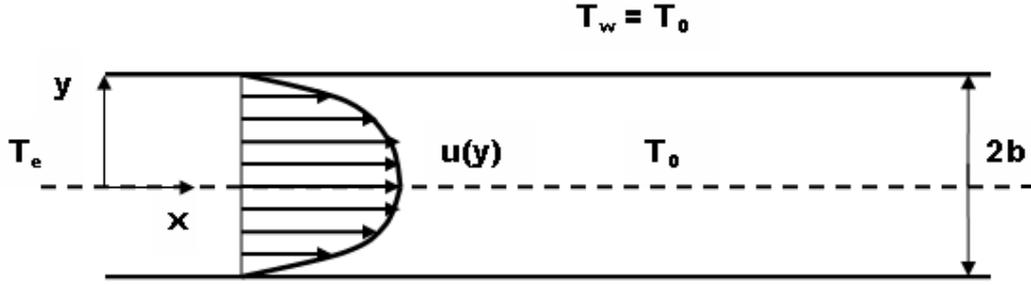


Figura 5.1: Problema Físico - Convecção Laminar Forçada Transiente com Escoamento Laminar Hidrodinamicamente Desenvolvido na Região de Entrada Térmica de um Canal de Placas-Paralelas.

nar hidrodinamicamente desenvolvido na região de entrada térmica de um canal de placas-paralelas sujeito a uma mudança de degrau da temperatura de entrada. A condução axial ao longo do fluido, a dissipação viscosa e a convecção livre são desprezadas e as propriedades físicas do fluido são consideradas constantes. O problema pode ser representado através da equação de energia do fluido como:

$$\frac{\partial T(x, y, t)}{\partial t} + u(y) \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial x} = \alpha \frac{\partial^2 T(x, y, t)}{\partial y^2}, \quad x > 0, \quad 0 < y < b, \quad t > 0, \quad (5.1)$$

com as condições de contorno, de entrada e inicial relacionadas por

$$\frac{\partial T(x, 0, t)}{\partial y} = 0, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad (5.2)$$

$$T(x, b, t) = T_w, \quad x > 0, \quad t > 0, \quad (5.3)$$

$$T(0, y, t) = T_e(y, t) \quad 0 < y < b, \quad t > 0, \quad (5.4)$$

$$T(x, y, 0) = T_0(x, y), \quad x > 0, \quad 0 < y < b, \quad (5.5)$$

onde x e y são as coordenadas longitudinal e transversal, respectivamente, t o tempo, b é a distância das superfícies das paredes à linha central do canal, T é a temperatura

do fluido, $\alpha = k/\rho c_p$ a difusividade térmica do fluido, k a condutividade térmica do fluido, T_w a temperatura constante do fluido ambiente e $u(y)$ é o perfil de velocidade do fluido.

O problema é agora reescrito na forma adimensional através do uso dos seguintes grupos adimensionais:

$$\eta = \frac{y}{b}; \quad \tau = \frac{t\alpha}{b^2}; \quad \xi = \frac{x}{b} \frac{1}{Pe}; \quad Pe = \frac{\bar{u}D_h}{\alpha};$$

$$U(\eta) = \frac{u(y)}{\bar{u}} = \frac{3}{2}(1 - \eta^2); \quad \theta(\xi, \eta, \tau) = \frac{T(x, y, t) - T_w}{T_0 - T_w}; \quad W(\eta) = \frac{U(\eta)}{4}, \quad (5.6)$$

onde $D_h (= 4b)$ é o diâmetro hidráulico do canal.

Fazendo o uso destes grupos adimensionais, podemos agora reescrever a equação de energia do fluido, Eq. (5.1), na forma adimensional como:

$$\frac{\partial \theta(\xi, \eta, \tau)}{\partial \tau} + W(\eta) \frac{\partial \theta(\xi, \eta, \tau)}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \theta(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta^2}, \quad \xi > 0, \quad 0 \leq \eta \leq 1, \quad \tau > 0, \quad (5.7)$$

com as condições de contorno e de entrada

$$\frac{\partial \theta(\xi, 0, \tau)}{\partial \eta} = 0, \quad \xi > 0, \quad \tau > 0, \quad (5.8)$$

$$\theta(\xi, 1, \tau) = 0, \quad \xi > 0, \quad \tau > 0, \quad (5.9)$$

$$\theta(0, \eta, \tau) = \theta_e(\eta, \tau), \quad 0 \leq \eta \leq 1, \quad \tau > 0, \quad (5.10)$$

e a condição inicial

$$\theta(\xi, \eta, 0) = \theta_0(\xi, \eta), \quad \xi > 0, \quad 0 \leq \eta \leq 1. \quad (5.11)$$

De posse das equações para o problema físico em questão, nas seções subsequentes é apresentado o método de solução usado para a resolução do problema proposto.

5.2 Solução Híbrida - Esquema Misto de Diferenças Finitas/Transformada Integral

À partir da transformação integral do problema definido pelas Eqs. (5.7)-(5.11) os operadores difusivos são eliminados. O sistema de equações diferenciais obtido é resolvido através de dois esquemas de diferenças finitas, sendo o primeiro, o esquema de diferenças finitas proposto por Warming e Beam (1976) e o segundo, o Esquema de Fluxo de Transporte (FCT - "*Flux-Correcting Transport*"), proposto por Boris e Book (1973) que são utilizados juntamente com a fórmula da inversa, Eq. (5.16), para recuperar explicitamente o potencial original, $\theta(\xi, \eta, \tau)$.

5.2.1 Técnica da Transformada Integral

A Técnica de Transformada Integral Generalizada

A técnica de transformação integral clássica ("*Classical Integral Transform Technique*" — CITT) consiste na transformação de equações diferenciais parciais lineares (PDE) em um sistema de equações algébricas (AE) ou em um sistema de equações diferenciais ordinárias (ODE). O sistema resultante é então resolvido analiticamente e uma fórmula de inversão é usada para obter-se a solução do problema original Cotta (1993), Cotta e Mikhailov (1997), Cotta (1998).

A aproximação clássica (CITT) não é aplicável na determinação da solução exata do sistema diferencial parcial original de problemas não-lineares, quando o problema de autovalor associado produz um sistema acoplado de ODE's e este, por sua vez, não pode ser resolvido. Assim, CITT passou a ter uma estrutura híbrida numérico-analítica, oferecendo um controle automático de erro e uma performance computacional razoavelmente eficiente para uma grande variedade de problemas não transformáveis, incluindo as formulações não lineares de interesse em escoamentos e transferência de calor, passando a ser referenciada com Técnica de Transformação Integral Generalizada (GITTT).

A Técnica da Transformada Integral Generalizada (GITTT - "*Generalized Integral Transform Technique*") consiste em uma combinação de técnicas analíticas

associadas à aproximação numérica, tendo sido amplamente utilizada na solução de problemas de difusão e convecção-difusão de calor e massa. Dependendo da aplicação do problema, este método analítico-numérico permite o controle do erro global presente na solução desta classe de problemas.

Os passos básicos na aplicação de GITT são:

1. Escolher um problema auxiliar associado conveniente (um caso particular do problema clássico de Sturm-Liouville);
2. Desenvolver um par transformada integral apropriado;
3. Transformar o sistema original de Equações Diferenciais Parciais (P.D.E.) em um sistema acoplado de Equações Diferenciais Ordinárias (O.D.E.);
4. Avaliar o potencial transformado:
 - Truncando o sistema infinito a uma ordem suficientemente grande e então resolvê-lo através de procedimentos padrões, obtendo-se desta maneira a solução completa do problema original;
 - Sob uma mudança conveniente do problema auxiliar, os termos acoplados no sistema infinito podem ser desprezados com relação aos elementos da diagonal principal da matriz dos coeficientes. Desta forma, obtêm-se soluções aproximadas explícitas, ou seja, desprezam-se os termos fora da matriz dos coeficientes, resultando assim em uma solução de menor ordem. Outro procedimento que pode ser adotado é obtido desprezando-se os termos acoplados através de iterações analíticas sob a solução de menor ordem, resultando, desta maneira, na solução de menor ordem iterativa;
5. Usar a fórmula da inversa para obter o potencial original.

Solução Através da Técnica de Transformada Integral Generalizada

A solução formal para o problema de convecção no fluido é obtida através da técnica da transformada integral e esta pode ser resolvida adotando-se o problema de autovalor auxiliar apropriado dado por:

$$\frac{d^2\psi_i(\eta)}{d\eta^2} + \mu_i^2\psi_i(\eta) = 0, \quad 0 \leq \eta \leq 1, \quad (5.12)$$

com as respectivas condições de contorno homogêneas:

$$\frac{d\psi_i(0)}{d\eta} = 0, \quad (5.13)$$

$$\psi_i(1) = 0. \quad (5.14)$$

À partir do problema de autovalor auxiliar acima, podemos definir o seguinte par transformada integral:

Transformada

$$\bar{\theta}_i(\xi, \tau) = \int_0^1 \frac{\psi_i(\eta)}{N_i^{1/2}} \theta(\xi, \eta, \tau) d\eta, \quad (5.15)$$

Inversa

$$\theta(\xi, \eta, \tau) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\psi_i(\eta)}{N_i^{1/2}} \bar{\theta}_i(\xi, \tau), \quad (5.16)$$

onde a norma N_i é definida como

$$N_i = \int_0^1 \psi_i^2(\eta) d\eta. \quad (5.17)$$

A solução do problema dado pelas Eqs. (5.12)-(5.17) é conhecido como problema de Sturm-Liouville para os autovalores μ_i , as autofunções $\psi_i(\eta)$ e as normas N_i . Aplicando-se o operador $\int_0^1 \frac{\psi_i(\eta)}{N_i^{1/2}} d\eta$ as Eqs. (5.7), (5.10) e (5.11), temos:

$$\begin{aligned} \int_0^1 \frac{\psi_i(\eta)}{N_i^{1/2}} \left(\frac{\partial \theta(\xi, \eta, \tau)}{\partial \tau} \right) d\eta + \int_0^1 W(\eta) \frac{\psi_i(\eta)}{N_i^{1/2}} \left(\frac{\partial \theta(\xi, \eta, \tau)}{\partial \xi} \right) d\eta = \\ = \int_0^1 \frac{\psi_i(\eta)}{N_i^{1/2}} \frac{\partial^2 \theta(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta^2} d\eta. \end{aligned} \quad (5.18)$$

Usando a forma inversa, Eq. (5.16), podemos reescrever a Eq. (5.18), após a integração, como:

$$\frac{\partial \bar{\theta}_j(\xi, \tau)}{\partial \tau} + \sum_{j=1}^{\infty} A_{ij} \frac{\partial \bar{\theta}_i(\xi, \tau)}{\partial \xi} + \mu_i^2 \bar{\theta}_i(\xi, \tau) = 0, \quad (5.19)$$

onde

$$A_{ij} = \int_0^1 W(\eta) \frac{\psi_i(\eta)\psi_j(\eta)}{N_i^{1/2}N_j^{1/2}} d\eta. \quad (5.20)$$

Aplicando-se o mesmo $\int_0^1 \frac{\psi_i(\eta)}{N_i^{1/2}} d\eta$ às condições de inicial e de entrada, Eqs. (5.10) e (5.11), e usando a definição da transformada, Eq. (5.15), temos:

$$\bar{\theta}_i(0, \tau) = \bar{\theta}_{e,i}(\tau), \quad (5.21)$$

$$\bar{\theta}_i(\xi, 0) = \bar{\theta}_{0,i}(\xi), \quad (5.22)$$

onde

$$\bar{\theta}_{e,i}(\tau) = \frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 \theta_{e,i}(\eta, \tau) \psi_i(\eta) d\eta, \quad (5.23)$$

$$\bar{\theta}_{0,i}(\xi) = \frac{1}{N_i^{1/2}} \int_0^1 \theta_{0,i}(\xi, \eta) \psi_i(\eta) d\eta. \quad (5.24)$$

A Eq. (5.19) é resolvida juntamente com as seguintes condições de contorno e inicial dadas pelas equações transformadas para as condições de contorno e inicial dadas acima. O problema está agora reduzido a solução de um sistema finito de equações hiperbólicas, com a Eq. (5.19) sujeita às condições dadas pelas Eqs. (5.21)-(5.24) para a temperatura transformada, $\bar{\theta}(\xi, \tau)$.

Este sistema, Eq. (5.19), é truncado em um número suficientemente grande de termos na expansão, N , reduzindo o problema a ser resolvido no campo transformado ao seguinte sistema acoplado de equações hiperbólicas:

$$\frac{\partial \bar{\theta}_j(\xi, \tau)}{\partial \tau} + \sum_{j=1}^N A_{ij} \frac{\partial \bar{\theta}_i(\xi, \tau)}{\partial \xi} + \mu_i^2 \bar{\theta}_i(\xi, \tau) = 0, \quad (5.25)$$

onde A_{ij} é definido pela Eq. (5.20), sujeito às condições dadas pelas Eqs. (5.21)-(5.24). Após o truncamento do sistema, a solução numérica para o problema abordado deve ser obtida. Nas seções seguintes são apresentados os modelos de diferenças finitas que são usados nesta solução.

5.2.2 Esquema *Upwind* de Diferenças Finitas

Nesta seção é proposta uma solução numérica para o sistema truncado dado pela Eq. (5.25). Baseados em trabalhos anteriores (Cotta e Gerk, 1994, Cotta et al., 1986, Warming e Beam, 1976), um esquema de diferenças finitas explícito de segunda ordem de precisão é adotado. O sistema truncado dado pela Eq. (5.25) pode ser resolvido por diferenças finitas baseado em uma extensão do esquema de diferenças avançadas de Warming e Beam para a equação clássica de onda (Warming e Beam, 1976). Aplicando-se o esquema de diferenças finitas de Warming e Beam (1976) ao sistema de equações, Eqs. (5.19)-(5.24), escrito na forma de diferenças finitas torna-se:

Preditor

$$\bar{\theta}_{i,k}^{n+1} = \bar{\theta}_{i,k}^n - \lambda \sum_{j=1}^N A_{ij} (\bar{\theta}_{j,k}^n - \bar{\theta}_{j,k-1}^n) - \mu_i^2 \Delta\tau \bar{\theta}_{i,k}^n, \quad (5.26)$$

Corretor

$$\bar{\theta}_{i,k}^{n+1} = \frac{1}{2} [a_1 + a_2 - \lambda a_3 - \lambda a_4 - a_5], \quad (5.27)$$

com

$$a_1 = \bar{\theta}_{i,k}^n, \quad a_2 = \bar{\theta}_{i,k}^{n+1}, \quad a_3 = \sum_{j=1}^N A_{ij} (\bar{\theta}_{j,k}^{n+1} - \bar{\theta}_{j,k-1}^{n+1}),$$

$$a_4 = \sum_{j=1}^N A_{ij} (\bar{\theta}_{j,k}^n - 2\bar{\theta}_{j,k-1}^n + \bar{\theta}_{j,k-2}^n), \quad a_5 = \mu_i^2 \Delta\tau \bar{\theta}_{i,k}^{n+1},$$

nas equações acima, o sobrescrito n refere-se a variável temporal, k para a coordenada ξ e $\overline{n+1}$ para uma avaliação intermediária no tempo. Além disso,

$$\lambda = \frac{\Delta\tau}{\Delta\xi}. \quad (5.28)$$

No entanto, o critério de estabilidade dado por Warming e Beam (1976) desenvolvido para sistemas de equações hiperbólicas é dado por:

$$0 \leq \nu_i \leq 2, \quad i = 1, \dots, N, \quad (5.29)$$

$$\nu_i = \frac{c_i \Delta\tau}{\Delta\xi}, \quad (5.30)$$

onde ν_i é o número de Courant que, deve satisfazer a Eq. (5.29) para todos os autovalores c_i , com a restrição de que todos os autovalores devem ser positivos.

Uma vez que o algoritmo dado pelas Eqs. (5.26) e (5.27) é marchante ao longo da direção ξ e no tempo τ até a posição e tempo finais, a fórmula explícita da inversa, Eq. (5.16), será usada para obter o potencial original, $\theta(\xi, \eta, \tau)$ em alguma posição desejada. A obtenção de $\theta(\xi, \eta, \tau)$ é dada nas seções seguintes. Na próxima seção é apresentado o Esquema de Fluxo de Transporte (FCT - "*Flux-Correcting Transport*"), proposto por Boris e Book (1973) e aqui aplicada para contornar os problemas de instabilidade apresentado pelo método de Warming e Beam e proporcionar um parâmetro de comparação entre os dois métodos de diferenças finitas.

5.2.3 Esquema de Fluxo de Transporte (FCT - "*Flux-Correcting Transport*")

Devido a restrição e ao critério de estabilidade, imposto pelo método proposto por Warming e Beam, exposto na seção anterior e, sabendo que os esquemas de diferenças finitas de segunda ordem introduzem oscilações numéricas em torno das discontinuidades, é apresentado nesta seção o método proposto por Boris e Book (1973), o Esquema de Fluxo de Transporte (FCT - "*Flux-Correcting Transport*"), para contornar tais inconveniências e proporcionar um parâmetro de comparação entre os dois métodos.

Antes de introduzir o método FCT, faremos uma mudança de notação, dada por:

$$\mathbf{y} = \{ \bar{\theta}_1(\xi, \tau), \bar{\theta}_2(\xi, \tau), \dots, \bar{\theta}_N(\xi, \tau) \}. \quad (5.31)$$

O Esquema de Fluxo de Transporte (FCT) é implementada através dos seguintes passos:

i) Solução Difusiva \mathbf{y}^{n+1} através da regra

$$\bar{\mathbf{y}}_k^{n+1} = \mathbf{y}_k^{n+1} + \sigma(\mathbf{y}_{k+1}^{n+1} - \mathbf{y}_k^{n+1} + \mathbf{y}_{k-1}^{n+1}), \quad (5.32)$$

onde σ é um coeficiente de amortecimento.

ii) Antidifusiva $\bar{\mathbf{y}}^{n+1}$ através da regra

$$\mathbf{y}_k^{n+1} = \bar{\mathbf{y}}_k^{n+1} - \sigma(\mathbf{D}_{k+1/2} - \mathbf{D}_{k-1/2}), \quad (5.33)$$

onde $\mathbf{D}_{k+1/2}$ é obtida pela seguinte método

$$\mathbf{D}_{k+1/2} = S \max[0, \min[S\Delta_{k-1/2}, |D_{k+1/2}^1|, S\Delta_{k+3/2}]], \quad (5.34)$$

$$D_{k+1/2}^1 = \frac{1}{\delta}(\mathbf{y}_{k+1}^{n+1} - \mathbf{y}_k^{n+1}), \quad (5.35)$$

$$S = \text{sign}(\Delta_{k+1/2}), \quad (5.36)$$

$$\Delta_{k+1/2} = \bar{\mathbf{y}}_{k+1}^{n+1} - \bar{\mathbf{y}}_k^{n+1}, \quad \Delta_{k-1/2} = \bar{\mathbf{y}}_k^{n+1} - \bar{\mathbf{y}}_{k-1}^{n+1}, \quad \Delta_{k+3/2} = \bar{\mathbf{y}}_{k+2}^{n+1} - \bar{\mathbf{y}}_{k+1}^{n+1}. \quad (5.37)$$

O algoritmo dado pelas Eqs. (5.32) e (5.37) é marchante ao longo da direção ξ e no tempo τ até a posição e tempo finais, a fórmula explícita da inversa, Eq. (5.16), será usada para obter o potencial original, $\theta(\xi, \eta, \tau)$ em alguma posição desejada, como feito na seção anterior para o método “upwind” de Warming e Beam. Na seção seguinte são apresentados os parâmetros usados para a solução do problema apresentado.

5.3 Expressões Finais

Nesta seção são apresentados os parâmetros usados na solução do problema apresentado, entre eles, o potencial transformado, $\theta(\xi, \eta, \tau)$, a temperatura média do fluido, $\theta_{av}(\xi, \tau)$, o fluxo de calor adimensional $\left. \frac{\partial \theta(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta} \right|_{\eta=1}$ e o número de Nusselt local, $Nu(\xi, \tau)$. Primeiramente são apresentados alguns resultados importantes obtidos à partir dos dados referentes as seções anteriores, necessários para a obtenção dos parâmetros listados.

A solução do problema de autovalor associado, Eqs. (5.12) - (5.14) é imediata e dada por:

$$\psi_i(\eta) = \sqrt{2} \cos \mu_i \eta, \quad (5.38)$$

$$\mu_i = \left(\frac{2i-1}{2} \right) \pi, \quad (5.39)$$

e a norma, N_i definida pela Eq. (5.17) dada por:

$$N_i = \int_0^1 \cos^2 \mu_i \eta d\eta = \frac{1}{2}. \quad (5.40)$$

Após a resolução do problema no campo transformado, obtido por diferenças finitas como mostrado nas seções anteriores, aplicamos agora a expressão da inversa, Eq. (5.16), para retornar ao potencial original:

$$\theta(\xi, \eta, \tau) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{N_i^{1/2}} \psi_i(\eta) \bar{\theta}_i(\xi, \tau), \quad (5.41)$$

Além do potencial, $\theta(\xi, \eta, \tau)$, outra quantidade de interesse prático é o potencial médio, definido como

$$\theta_{av}(\xi, \tau) = \frac{\int_0^1 W(\eta) \theta(\xi, \eta, \tau) d\eta}{\int_0^1 W(\eta) d\eta}, \quad (5.42)$$

usando a definição da inversa, Eq. (5.41), podemos escrever:

$$\theta_{av}(\xi, \tau) = \sum_{i=1}^N \bar{H}_i \bar{\theta}_i(\xi, \tau), \quad (5.43)$$

onde

$$\bar{H}_i = \frac{\int_0^1 \psi_i(\eta) W(\eta) d\eta}{N_i^{1/2} \int_0^1 W(\eta) d\eta}. \quad (5.44)$$

O fluxo de calor na parede ($\eta = 1$) é obtido através da equação da inversa, Eq. (5.41), resultando:

$$\left| \frac{\partial \theta(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta} \right|_{\eta=1} = -\sqrt{2} \sum_{i=1}^N \mu_i \sin(\mu_i) \bar{\theta}_i(\xi, \tau). \quad (5.45)$$

O número de Nusselt local é definido por:

$$Nu(\xi, \tau) = \frac{D_h}{b} \frac{\left| \frac{\partial \theta(\xi, \eta, \tau)}{\partial \eta} \right|_{\eta=1}}{\theta(\xi, 1, \tau) - \theta_{av}(\xi, \tau)}, \quad (5.46)$$

o que nos dá

$$Nu(\xi, \tau) = \frac{4\sqrt{2} \sum_{i=1}^N \mu_i \sin(\mu_i) \bar{\theta}_i(\xi, \tau)}{\theta_{av}(\xi, \tau)}. \quad (5.47)$$

De posse das equações, apresentamos, no Capítulo 6, os resultados numéricos correspondentes ao problema da convecção laminar forçada transiente, em um canal de placas-paralelas com escoamento laminar, o qual resulta no conhecido perfil de velocidade parabólico para condição de escoamento plenamente desenvolvido de um fluido Newtoniano. Foram gerados resultados com e sem o Esquema de Fluxo de Transporte (FCT) com o objetivo de comparar tais resultados, cabe aqui lembrar que os resultados sem o esquema adotado (FCT) foram apresentados por Cotta e Gerik (1994) e Guedes et al. (1994) em seus trabalhos originais. Como uma primeira verificação, o uso do esquema FCT elimina as instabilidades apontadas por Warming e Beam para o método *upwind* na solução do problema e este ainda possui um comportamento mais satisfatório do problema de convecção laminar forçada transiente em um canal de placas-paralelas apresentado. Mais detalhes à respeito dos resultados são mostradas no Capítulo 6.

Capítulo 6

Resultados e Discussões

Neste Capítulo, são apresentados os resultados obtidos à partir das formulações apresentadas nos Capítulos 3, 4 e 5, à fim de se investigar os efeitos dos parâmetros considerados em cada um dos casos abordados. Primeiramente, os resultados obtidos para o PIP ativamente aquecido são mostrados e analisados, na seqüência, os resultados gerados para a transferência de calor forçada turbulenta e laminar são apresentados.

6.1 Tubulações Compostas Multicamadas com Aquecimento Elétrico Ativo

A solução numérica proposta para o modelo matemático foi implementada em um programa de computador em Fortran90. Todos os aspectos descritos no Capítulo 3 foram incluídas na implementação computacional. Devido a deficiência de dados mais realísticos da tubulação, condições hipotéticas foram assumidas nas simulações e, os dados apresentados por Fleyfel et al. (2004), referentes a produção de óleo em águas profundas na África, também foram usados. O objetivo é analisar o comportamento da tubulação composta multicamadas em condições de estado estacionário e durante a reativação da produção, avaliando a capacidade desta em manter a temperatura acima da temperatura máxima de aparecimento de parafinas ($WAT = 40.56^{\circ}C$). Três configurações de aquecimento foram simuladas: Tubulação

sem Aquecimento Elétrico Ativo, Tubulação com Aquecimento Elétrico em toda a sua extensão e Tubulação com Aquecimento Elétrico Segmentado.

As tubulações estão na configuração pipe-in-pipe (PIP) com dutos interno e externo de aço e com polipropileno como material de isolamento no espaço anular do PIP. Quatro diferentes configurações geométricas foram assumidas. As propriedades geométricas das tubulações estão listadas na Tabela 6.1 e, suas propriedades termo físicas na Tabela 6.3. As propriedades termo físicas do fluido de produção são dadas na Tabela 6.4. A temperatura mínima da água do mar circunvizinha é assumida como $4^{\circ}C$ e três diferentes valores para a temperatura de entrada são abordados: $99^{\circ}F$ ($210^{\circ}C$), $87.8^{\circ}C$ ($190^{\circ}F$) e $76.66^{\circ}C$ ($170^{\circ}F$). Neste estudo, consideramos que o fluido é aquecido acima de uma temperatura máxima de entrada $99^{\circ}C$ ($210^{\circ}C$) antes de entrar na tubulação. Para análise de sensibilidade, também a temperatura de entrada (*wellhead*) do fluido produzido de $76.66^{\circ}C$ ($170^{\circ}C$) é assumida. Três diferentes comprimentos da linha de transporte de produção, $18km$, $36km$ e $90km$ e seis diferentes vazões, $12.0761kg/s$, $16.1014kg/s$, $20.1268kg/s$, $24.1521kg/s$, $28.1775kg/s$ e $32.2028kg/s$ são considerados. Portanto, para cada configuração da tubulação, 54 diferentes casos são gerados, cada um deles abrangendo as três configurações de aquecimento simuladas. Deste modo, os 768 casos abrangem todas as configurações de PIP abordadas. O coeficiente de transferência de calor entre o fluido ambiente (água do mar) e a camada mais externa da tubulação, h_a , o coeficiente de transferência de calor entre a camada mais interna da tubulação e o fluido de produção, h_1 e o coeficiente de transferência de calor global, U , para cada uma das configurações geométricas do PIP estão listados na Tabela 6.2. À seguir, é apresentada a análise dos resultados obtidos.

Tabela 6.1: Propriedades Geométricas dos Dutos Compostos Multicamadas.

Notação	Configuração da Linha	r_1 (m)	r_2 (m)	r_3 (m)	r_4 (m)
6A	$6'' + \frac{1}{8}'' + 2'' + \frac{1}{8}''$	0.0762	0.079375	0.130175	0.13335
6B	$6'' + \frac{1}{8}'' + 3'' + \frac{1}{8}''$	0.0762	0.079375	0.155575	0.15875
8A	$8'' + \frac{1}{8}'' + 2'' + \frac{1}{8}''$	0.1016	0.10795	0.15875	0.165
8B	$8'' + \frac{1}{8}'' + 3'' + \frac{1}{8}''$	0.1016	0.10795	0.18415	0.1905

Tabela 6.2: Coeficiente de Transferência de Calor Global para as Configurações do PIP.

Notação	Configuração da Linha	h_1 (W/m)	h_a (W/m)	U (W/m ² °C)
6A	$6'' + \frac{1}{8}'' + 2'' + \frac{1}{8}''$	500	100	4.50786
6B	$6'' + \frac{1}{8}'' + 3'' + \frac{1}{8}''$	500	100	3.31426
8A	$8'' + \frac{1}{8}'' + 2'' + \frac{1}{8}''$	500	100	4.33494
8B	$8'' + \frac{1}{8}'' + 3'' + \frac{1}{8}''$	500	100	3.96564

Tabela 6.3: Propriedades Termo Físicas dos Dutos Compostos Multicamadas.

Material	ρ (kg/m ³)	C_p (J/kg°C)	κ (W/m°C)
Aço	7700	502.1	52.34
Polipropileno	775	2000	0.17
Aço	7700	502.1	52.34

Tabela 6.4: Propriedades do Fluido.

Propriedade	$T_{f,in}$ (°C)	WAT (°C)	μ (kg/ms)	C_p (J/kg°K)	ρ (kg/m ³)
Valor	76.0	40.56	0.012 a 60°C 0.02 a 45.55°C	2700.0	875.0

6.1.1 Análise dos Resultados

Para ilustrar os resultados obtidos através da simulação computacional do problema de análise térmica em tubulações multicamadas com aquecimento elétrico, alguns casos foram selecionados, e estão ilustrados pelas Figuras (6.1)-(6.24) e também pelas Tabelas (6.5)-(6.11). Com o objetivo de analisar os dados expostos de forma mais concisa, os dados foram subdivididos com base no comprimento da linha. Em todas as simulações foi assumido para a temperatura mínima do fluido, $T_{min} = 4^{\circ}C$ e $T_{f,out} \approx WAT(^{\circ}C) = 42^{\circ}C$ para a temperatura de saída (TLP) do fluido produzido. $h_1 = 500W/m$ e $h_a = 100W/m$. Adotou-se o tempo de simulação de 10 horas para a geração dos resultados. Para avaliar a eficiência do aquecimento direto segmentado, a tubulação foi dividida em nove seções, $n_{heat} = 9$. Para o caso da tubulação sem aquecimento elétrico direto, $n_{heat} = 0$ e, no caso de aquecimento total, $n_{heat} = 9$.

Linha de Transporte com 18km de Extensão

A análise das tubulações com 18km de extensão é ilustrada através das Figuras (6.1) a (6.8) e das Tabelas 6.5 a 6.7. As Figuras (6.1) e (6.2) apresentam os resultados obtidos para o PIP 6A ($6'' + \frac{1}{8}'' + 2'' + \frac{1}{8}''$) com $L = 18km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$. A Figura (6.1) mostra a evolução temporal do aquecimento da tubulação após a reativação da produção bem como a evolução da temperatura de estado estacionário para a configuração dada, sem a presença de aquecimento ativo. Pode-se perceber que, após aproximadamente 10 horas toda a tubulação está aquecida acima da temperatura de formação de hidratos ($WAT = 40.56^{\circ}C$) para as condições de produção em águas profundas e ultra-profundas. Na Figura (6.2) são apresentadas as evoluções temporais para os casos de aquecimento total da tubulação e aquecimento segmentado. À partir da análise da figura, percebe-se a baixa discrepância entre os resultados obtidos para as duas situações. Nesta configuração, a entrada linear de aquecimento requerida calculada de $\dot{q} = 13.1601W/m$, e conseqüentemente a demanda de aquecimento total requerida, para os 18km da tubulação, $n_{heat} = 9$, $\dot{Q} = 236.882kW$ na situação de aquecimento total desta. A taxa volumétrica de entrada de energia de aquecimento elétrico direto à tubulação

calculada é $\dot{q} = 8480.586W/m^3$. Com o intuito de prover uma maior compreensão da evolução do aquecimento temporal da tubulação, na Tabela 6.5 é apresentada a análise temporal para o caso de aquecimento segmentado da tubulação. O número de seções aquecidas para esta configuração é decrescente à medida que o tempo evolui. Ao final de 10 horas, apenas 2km da tubulação estão aquecidos, ou seja, $n_{heat} = 1$. Isto representa uma economia de 88,89% na demanda de aquecimento elétrico requerido, pois apenas $26.320kW$ são necessários para aquecer a tubulação acima de WAT. Portanto, à partir da análise dos resultados mostrados na Tabela 6.5, os $210.562kW$, resultantes da diferença entre os dois métodos de aquecimento, são despendidos para o ambiente e não influenciam no aquecimento final da tubulação. A pequena diferença apresentada na Figura (6.2) é devida ao tempo de estabilização requerido pelo sistema de aquecimento segmentado, superior ao tempo de 10 horas usado nas simulações.

As Figuras (6.3) e (6.4) ilustram os resultados obtidos para o PIP 6B ($6'' + \frac{1}{8}'' + 3'' + \frac{1}{8}''$) com $L = 18km$, $T_{f,in} = 87.8^\circ C$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$ para as três situações de aquecimento. A análise das Figuras mostra o comportamento similar destas com os apresentados nas Figuras (6.1) e (6.2). O aumento da espessura do isolamento se reflete na queda mais acentuada do número de seções aquecidas com o decorrer do tempo, como pode ser observado na Tabela 6.6, que mostra a distribuição temporal de temperatura ao longo da tubulação, em cada uma das seções de 2km de comprimento, bem como o número de seções aquecidas, n_{heat} para cada situação. No caso do aumento da espessura do isolamento, para o mesma configuração da tubulação, pode-se perceber que, ao final das 10 horas de simulação, a demanda de aquecimento elétrico após 8 horas é 88,89% menor do que a apresentada para o caso onde a linha de transporte é aquecida em toda a sua extensão e, ao final das 10 horas de simulação esta é nula, ou seja, não há necessidade de aquecer a tubulação.

Uma análise similar a apresentada para o PIP de $6''$ é feita para o PIP de $8''$. As Figuras (6.5) e (6.6) para o PIP 8A ($8'' + \frac{1}{8}'' + 2'' + \frac{1}{8}''$) com $L = 18km$, $T_{f,in} = 87.8^\circ C$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$ para as três situações de aquecimento. Após 10 horas, para a situação de não aquecimento, a temperatura de estado estacionário não é alcançada. A demanda linear de aquecimento requerida para esta configu-

ração é calculada como $\dot{q} = 45.564W/m$, totalizando uma entrada de aquecimento de $\dot{Q} = 821.482kW$ para o aquecimento total da tubulação. Com o aquecimento segmentado, após 10 horas, apenas $273.383kW$ ($n_{heat} = 3$) são necessários para aquecer a tubulação acima de WAT, assim, $546.765kW$ são economizados através do uso deste método de aquecimento. As Figuras (6.7) e (6.8) para o PIP 8B (3" de isolamento) mostram um comportamento similar ao apresentado pelo PIP 8A (2" de isolamento). Ao final de 10 horas, $n_{heat} = 3$, com uma demanda de aquecimento linear de $4.627W/m$, uma entrada de aquecimento de $27.760kW$ são necessários para o aquecimento através do sistema segmentado, gerando uma economia de $55,519kW$ em relação ao sistema totalmente aquecido. Para ambos os PIP 8B (3" de isolamento) e PIP 8A (2" de isolamento) o uso do aquecimento segmentado representa uma economia de 66.67% na demanda de energia de aquecimento do sistema.

Na Tabela 6.7 é apresentada a análise do número de seções aquecidas, geradas pelo método de aquecimento segmentado, para cada uma das configurações de PIP simuladas. Pode-se perceber, através da análise dos dados apresentados que, para uma tubulação de 18km de extensão após 10 horas de simulação, para o PIP de 6" para vazões acima de $16kg/s$ e, para o PIP de 8" com vazões superiores a $24kg/s$ o aquecimento ativo é desnecessário, considerando-se as temperaturas de entrada especificadas para o fluido.

Tabela 6.5: Análise da Eficiência do Aquecimento Elétrico Segmentado: PIP 6A,
 $L = 18km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$.

t (horas)	n_{heat}	\dot{q} (kW/m)	\dot{Q} (kW)	\dot{Q}_{seg} (kW)	Economia (kW)	Economia (%)
1	9	0.013	236.882	236.882	0.0	0.00
2	8	0.013	236.882	210.562	26.320	11.11
3	7	0.013	236.882	184.241	52.640	22.22
4	6	0.013	236.882	157.921	78.961	33.33
5	5	0.013	236.882	131.601	105.281	44.44
6	4	0.013	236.882	105.281	131.601	55.56
7	3	0.013	236.882	78.961	157.921	66.67
8	2	0.013	236.882	52.640	184.241	77.78
9	2	0.013	236.882	52.640	184.241	77.78
10	1	0.013	236.882	26.320	210.562	88.89

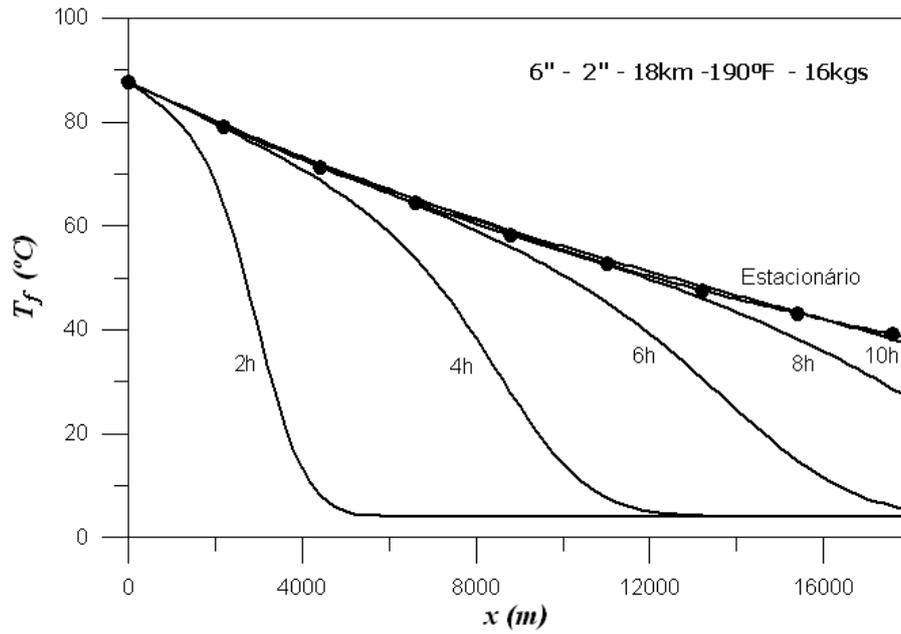


Figura 6.1: Linha de Transporte sem Aquecimento Ativo: PIP 6A, $L = 18km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$.

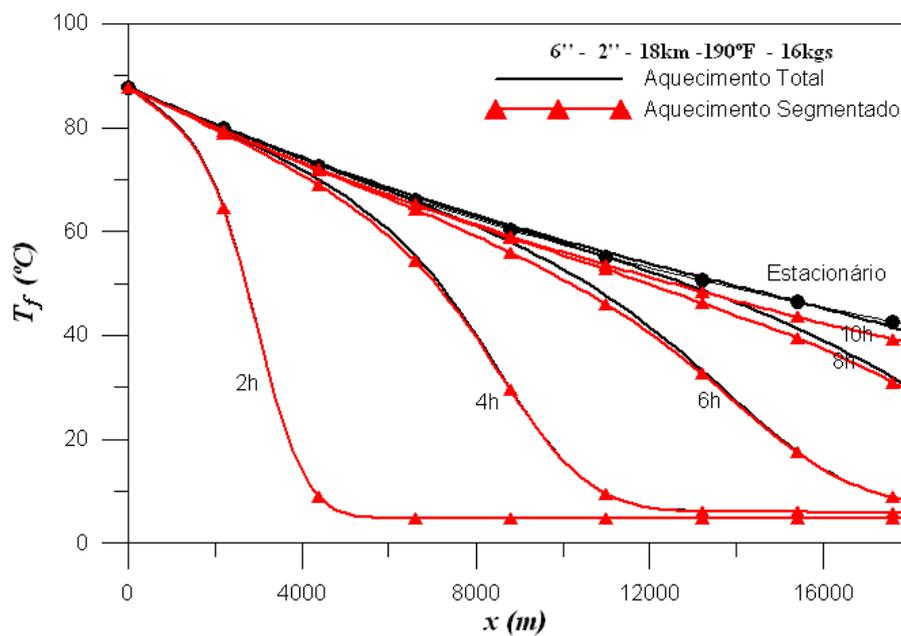


Figura 6.2: Linha de Transporte com Aquecimento Ativo em Toda Extensão e com Aquecimento Segmentado: PIP 6A, $L = 18km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}F(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$.

Tabela 6.6: Distribuição de Temperatura [Linha de Transporte sem Aquecimento Ativo, com Aquecimento Ativo em Toda Extensão e com Aquecimento Segmentado], Número de Seções Aquecidas: PIP 6B, $L = 18\text{km}$, $T_{f,in} = 87.8^\circ\text{C}(190^\circ\text{F})$ e $\dot{M}_f = 16.1014\text{kg/s}$.

L	T(0h)	T(2h)	T(4h)	T(6h)	T(8h)	T(9h)	T(10h)	T(est)
0 km	87.80	87.80	87.80	87.80	87.80	87.80	87.80	87.80
2 km	4.00	78.60	81.25	81.94	82.13	82.17	82.19	81.91
4 km	4.00	64.43	74.13	76.13	76.13	76.85	76.92	76.44
6 km	4.00	33.12	65.92	70.18	71.51	71.78	71.93	71.35
8 km	4.00	7.27	55.71	63.85	66.33	66.86	67.17	66.62
10 km	4.00	4.06	41.47	56.86	61.08	62.01	62.56	62.22
12 km	4.00	4.00	22.54	48.88	55.59	57.09	58.01	58.13
14 km	4.00	4.00	8.46	39.42	49.70	52.00	53.43	54.33
16 km	4.00	4.00	4.42	28.07	43.26	46.59	48.70	50.79
18 km	4.00	4.00	4.01	16.19	36.13	40.77	43.74	47.50
n_{heat} Sem Aquec.	0	0	0	0	0	0	0	-
n_{heat} Aquec. Tot.	9	9	9	9	9	9	9	-
n_{heat} Aquec. Seg.	9	7	5	3	1	1	0	-

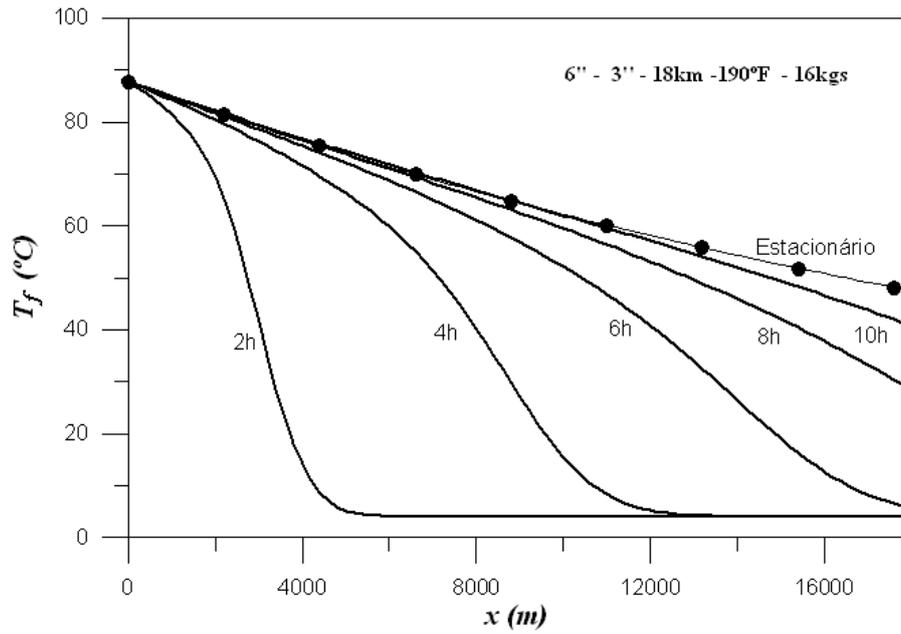


Figura 6.3: Linha de Transporte sem Aquecimento Ativo: PIP 6B, $L = 18km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$.

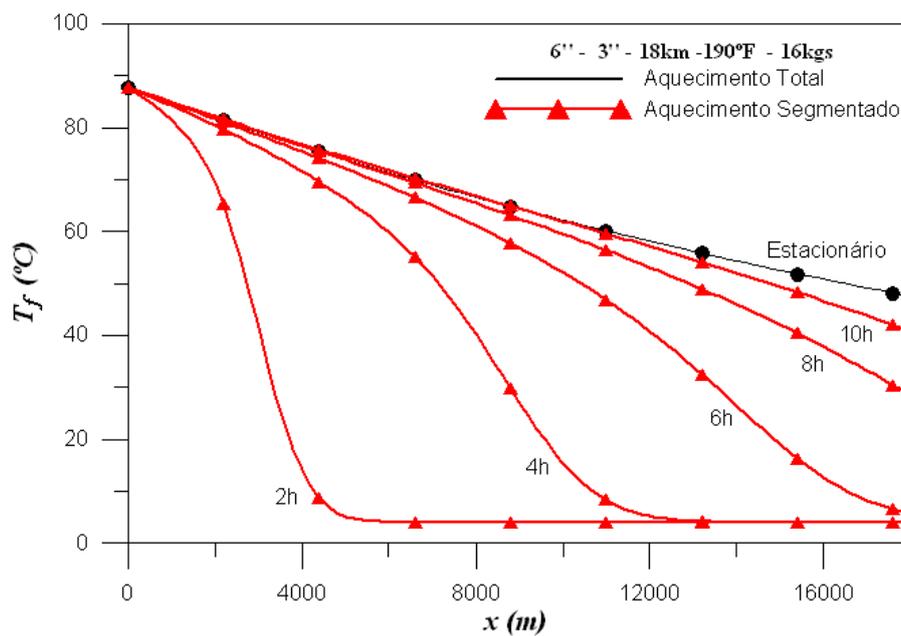


Figura 6.4: Linha de Transporte com Aquecimento Ativo em Toda Extensão e com Aquecimento Segmentado: PIP 6B, $L = 18km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$.

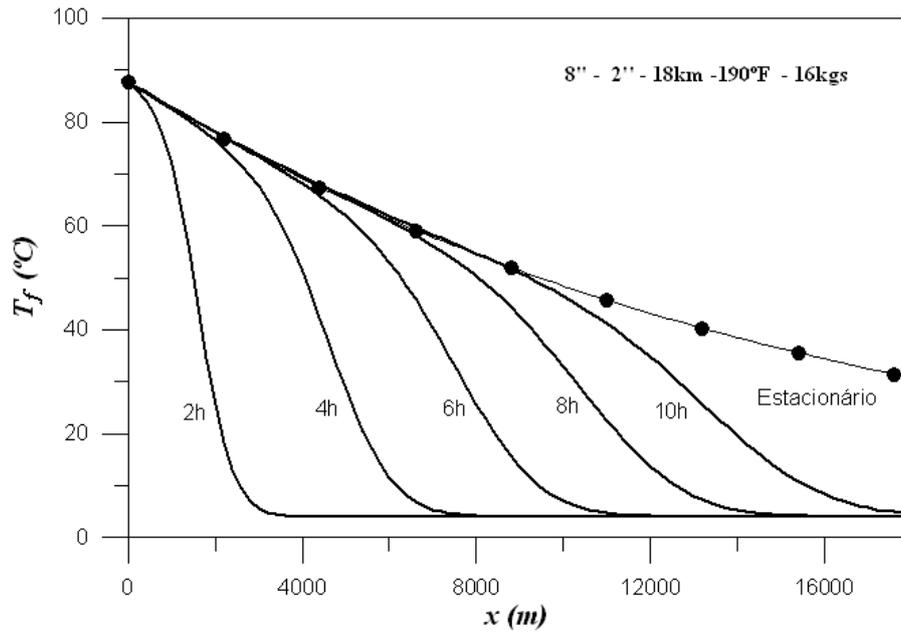


Figura 6.5: Linha de Transporte sem Aquecimento Ativo: PIP 8A, $L = 18km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$.

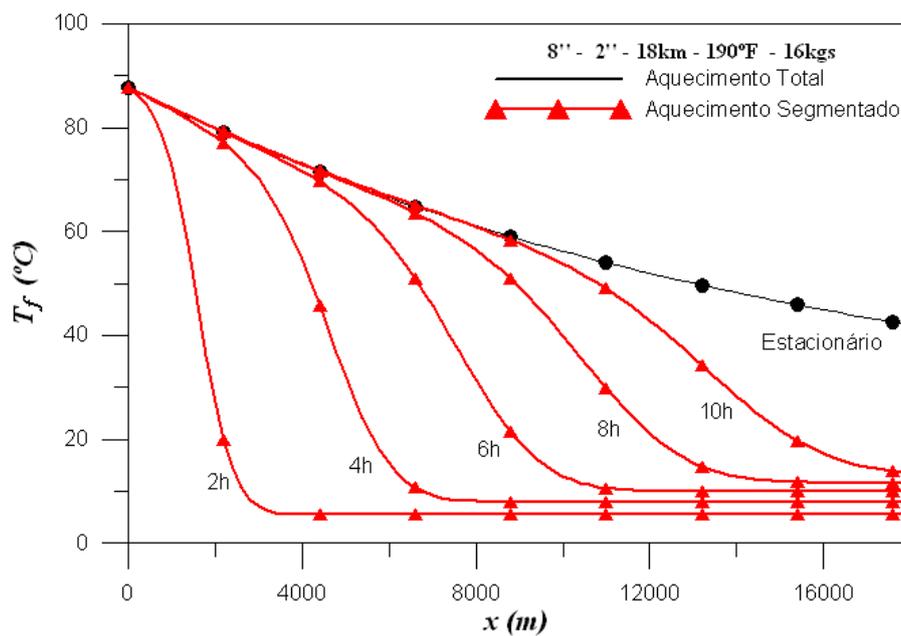


Figura 6.6: Linha de Transporte com Aquecimento Ativo em Toda Extensão e com Aquecimento Segmentado: PIP 8A, $L = 18km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$.

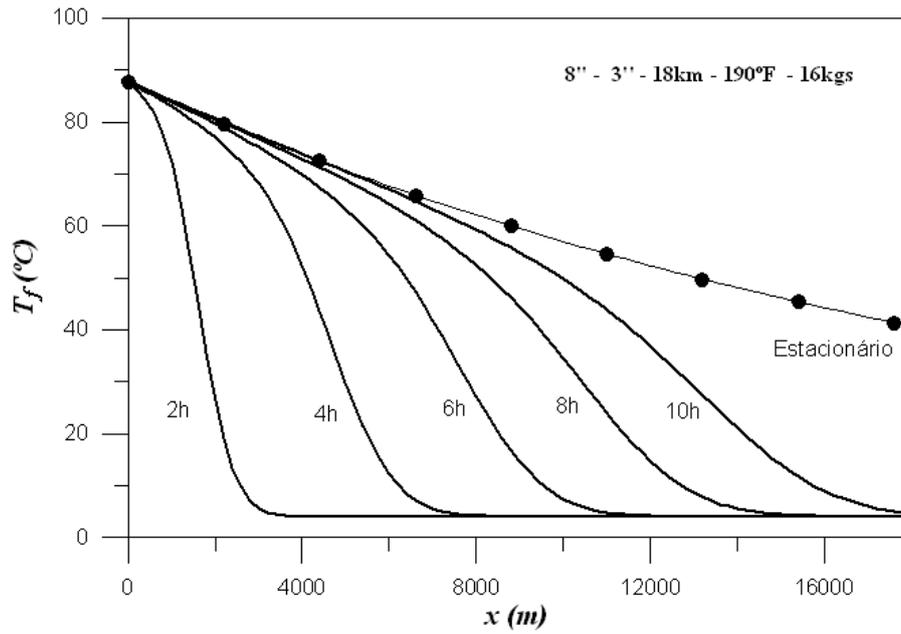


Figura 6.7: Linha de Transporte sem Aquecimento Ativo: PIP 8B, $L = 18km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$.

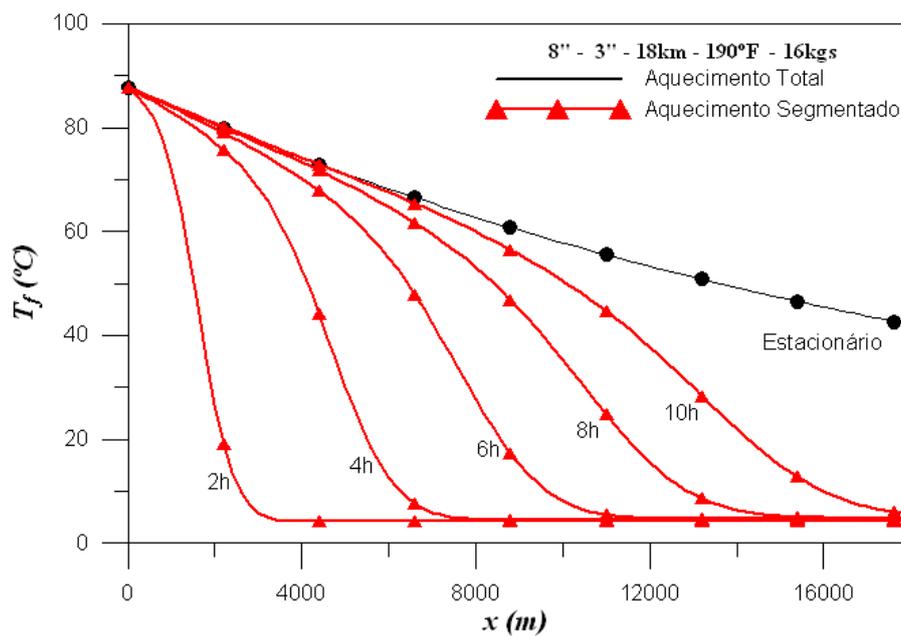


Figura 6.8: Linha de Transporte com Aquecimento Ativo em Toda Extensão e com Aquecimento Segmentado: PIP 8B, $L = 18km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$.

Tabela 6.7: Número de Seções Aquecidas após 10h: Linha de Transporte com 18km de Extensão.

PIP	$T_{f,in}$	\dot{M}_f					
		12 kg/s	16 kg/s	20 kg/s	24 kg/s	28 kg/s	32 kg/s
6A	76.66°C (170°F)	4	3	1	0	0	0
6A	87.8°C (190°F)	3	1	0	0	0	0
6A	99°C (210°F)	2	0	0	0	0	0
6B	76.66°C (170°F)	3	1	0	0	0	0
6B	87.8°C (190°F)	3	1	0	0	0	0
6B	99°C (210°F)	2	0	0	0	0	0
8A	76.66°C (170°F)	5	4	3	2	1	0
8A	87.8°C (190°F)	5	3	2	1	0	0
8A	99°C (210°F)	4	3	2	0	0	0
8B	76.66°C (170°F)	5	4	3	1	0	0
8B	87.8°C (190°F)	5	3	2	0	0	0
8B	99°C (210°F)	5	3	1	0	0	0

Linha de Transporte com 36km de Extensão

Quatro casos abrangendo as linhas de escoamento com 36 km estão ilustrados nas Figuras (6.9) a (6.16). Devido aos critérios adotados nas simulações, de que a entrada linear de energia deve satisfazer a condição de manter a temperatura do sistema acima de WAT, e devido a extensão relativamente grande da tubulação, em nenhum dos casos, como pode ser observado nas figuras, a temperatura de estado estacionário foi alcançada. Para resolver este problema, um aumento na demanda de energia de aquecimento e o tempo de simulação devem ser adotados. O objetivo deste trabalho é analisar a eficiência do sistema de aquecimento segmentado proposto e, para tal fim, os resultados aqui apresentados são suficientes para realizar tal análise.

Nas Figuras (6.9) e (6.10) mostram a evolução do campo de temperatura para o caso do PIP 6A com $L = 36km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$ para os três casos simulados. Uma taxa de aquecimento de $61.777W/m$ é necessária para aquecer a linha acima de WAT. Uma economia de demanda de aquecimento, após 10 horas, de 44,44% ($988.432W$) para o aquecimento segmentado é obtida usando-se $1235.540W$, que é a demanda exigida através do método de aquecimento segmentado. Para o PIP 6B com $L = 36km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$, os perfis de temperatura para os três casos são mostrados nas Figuras (6.11) e (6.12), para uma demanda de aquecimento linear de $33.410W/m$, uma economia de $668.208W$ (55,56%) é alcançada usando o método de aquecimento segmentado. A Tabela 6.8 mostra a evolução do aquecimento segmentado para os PIP 6A e 6B. Novamente a queda temporal no número de seções aquecidas é alcançada, aumentando-se a espessura da camada de isolamento térmico, como pode ser observado à partir dos dados apresentados na Tabela 6.8.

Os resultados obtidos para os PIP 8A e PIP 8B com $L = 36km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$ são ilustrados nas Figuras (6.13) a (6.15). Os resultados também podem ser vistos na Tabela 6.9 na qual é feita uma análise da eficiência do aquecimento segmentado, comparando os resultados obtidos para a linha de transporte de 8" com 2" e 3". Para uma entrada linear de energia de aquecimento de $90.456W/m$, uma queda de 66.67% na demanda de potência de aquecimento usando o sistema segmentado para o PIP 8A. O PIP 8B apresenta a mesma redução

de 66.67% na demanda de potência de aquecimento para o sistema segmentado, e possui uma entrada linear de energia calculada de $54.111W/m$. Analisando os resultados apresentados na Tabela 6.9, o comportamento das duas configurações em relação a evolução temporal é idêntico, variando apenas a demanda de potência de aquecimento requerida para cada configuração. Ao final de 10 horas, apenas 33.33% da demanda de potência de aquecimento ativo quando a linha de transporte é aquecida em toda sua extensão é necessário para manter a temperatura acima da temperatura de WAT.

Na Tabela 6.10 a análise do número de seções aquecidas para as configurações de PIP com 36km de extensão é apresentada. Pode-se observar que com o aumento da vazão e, para temperaturas de entrada mais elevadas, o número de seções a serem aquecidas diminui, diminuindo assim o consumo de energia de aquecimento para cada configuração.

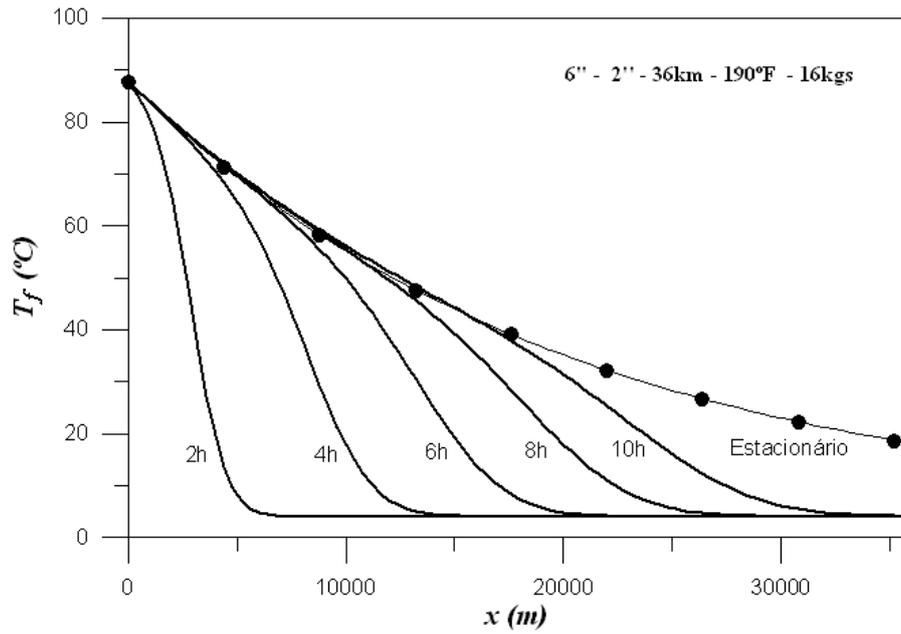


Figura 6.9: Linha de Transporte sem Aquecimento Ativo: PIP 6A, $L = 36km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$.

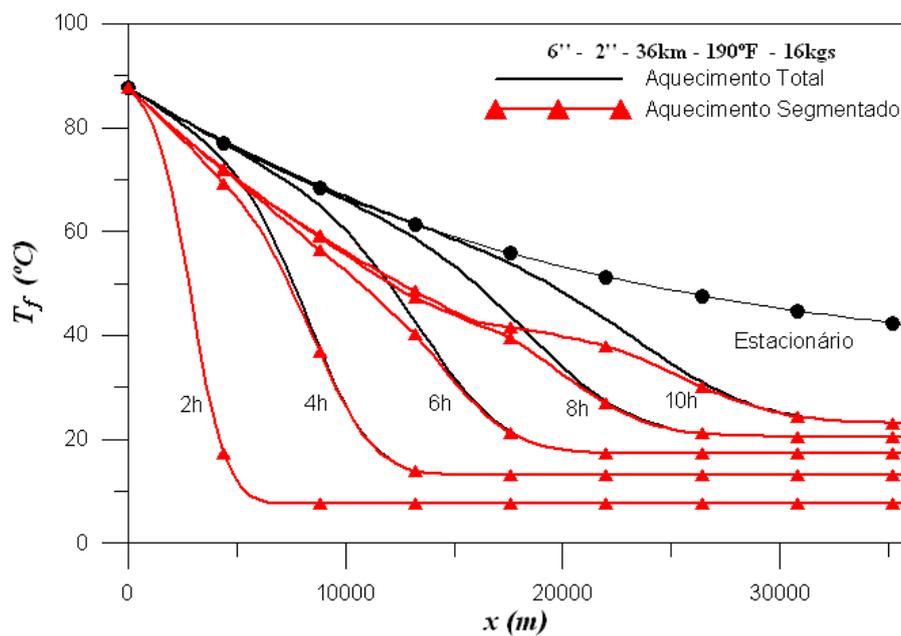


Figura 6.10: Linha de Transporte com Aquecimento Ativo em Toda Extensão e com Aquecimento Segmentado: PIP 6A, $L = 36km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$.

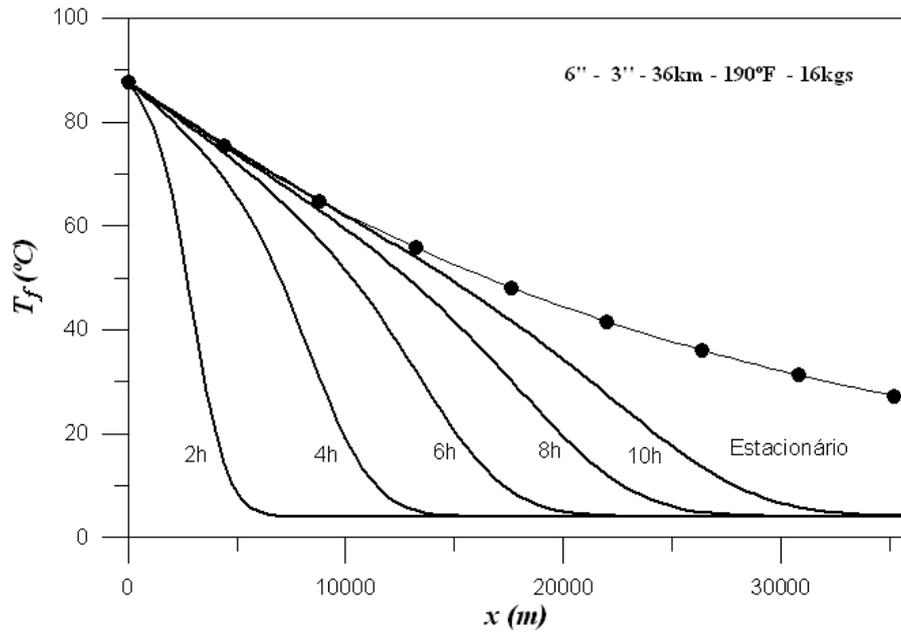


Figura 6.11: Linha de Transporte sem Aquecimento Ativo: PIP 6B, $L = 36km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$.

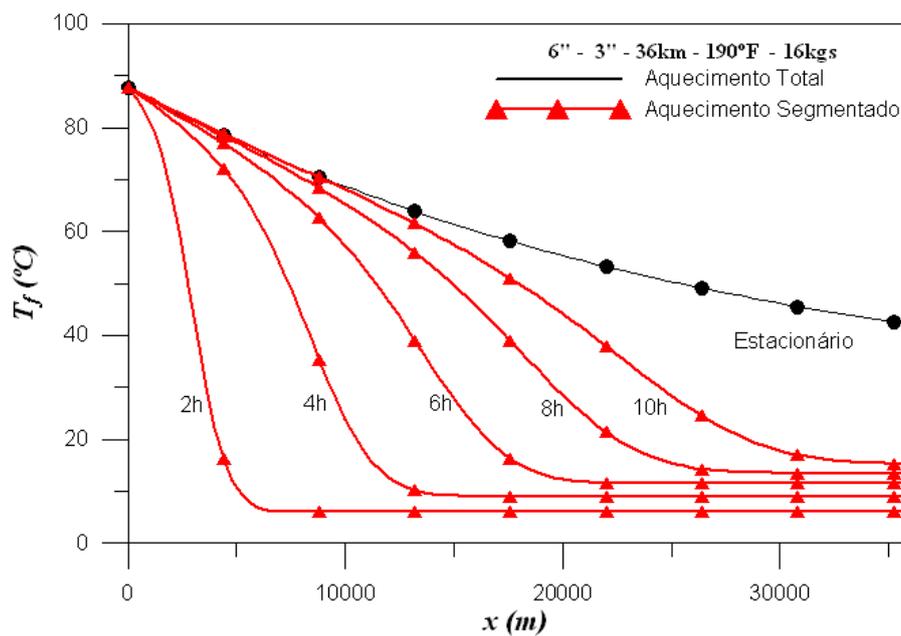


Figura 6.12: Linha de Transporte com Aquecimento Ativo em Toda Extensão e com Aquecimento Segmentado: PIP 6B, $L = 36km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$.

Tabela 6.8: Análise da Eficiência do Aquecimento Elétrico Segmentado: PIP 6, $L = 36km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$.

		6A			6B			
t	n_{heat}	\dot{Q}_{seg}	Econ.	Econ.	n_{heat}	\dot{Q}_{seg}	Econ.	Econ.
(horas)		(kW)	(kW)	(%)		(kW)	(kW)	(%)
1	9	3256.419	0.0	0.00	9	120.187	0.0	0.00
2	9	3256.419	0.0	0.00	8	106.833	13.354	11.11
3	8	2894.595	361.824	11.11	8	106.833	13.354	11.11
4	8	2894.595	361.824	11.11	7	93.479	26.708	22.22
5	8	2894.595	361.824	11.11	6	80.125	40.062	33.33
6	7	2532.770	723.649	22.22	6	80.125	40.062	33.33
7	7	2532.770	723.649	22.22	5	66.771	53.416	44.44
8	7	2532.770	723.649	22.22	5	66.771	53.416	44.44
9	6	2170.946	1085.473	33.33	4	53.416	66.771	55.56
10	6	2170.946	1085.473	33.33	4	53.416	66.771	55.56

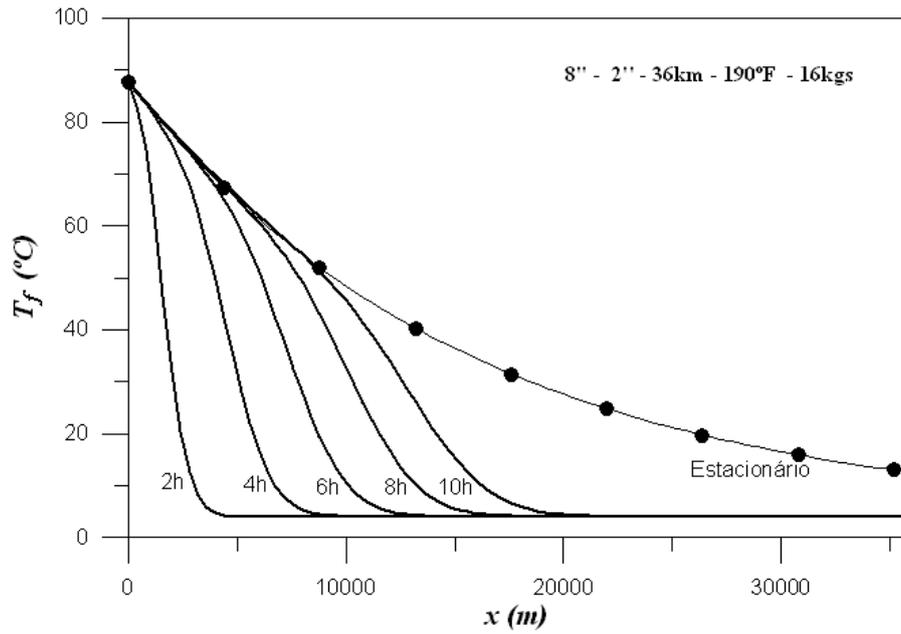


Figura 6.13: Linha de Transporte sem Aquecimento Ativo: PIP 8A, $L = 36km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$.

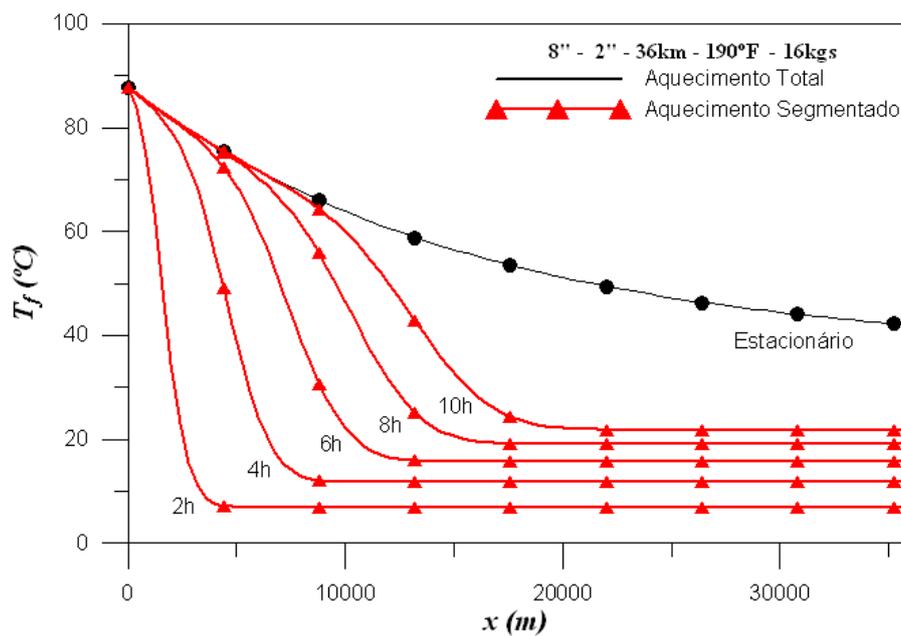


Figura 6.14: Linha de Transporte com Aquecimento Ativo em Toda Extensão e com Aquecimento Segmentado: PIP 8A, $L = 36km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$.

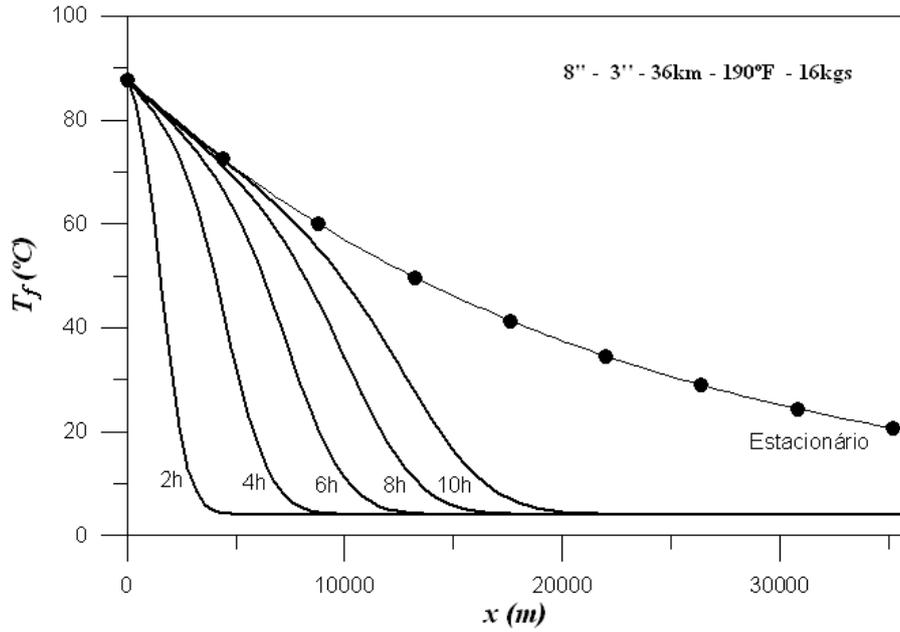


Figura 6.15: Linha de Transporte sem Aquecimento Ativo: PIP 8B, $L = 36km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$.

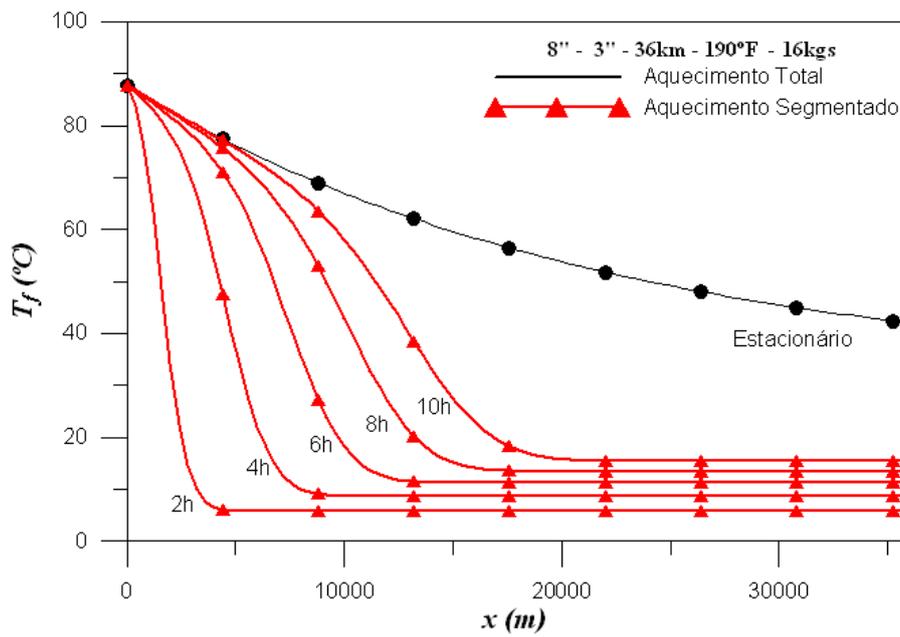


Figura 6.16: Linha de Transporte com Aquecimento Ativo em Toda Extensão e com Aquecimento Segmentado: PIP 8B, $L = 36km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$.

Tabela 6.9: Análise da Eficiência do Aquecimento Elétrico Segmentado: PIP 8, $L = 36km$, $T_{f,in} = 87.8^{\circ}C(190^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 16.1014kg/s$.

		8A			8B			
t	n_{heat}	\dot{Q}_{seg}	Econ.	Econ.	n_{heat}	\dot{Q}_{seg}	Econ.	Econ.
(horas)		(kW)	(kW)	(%)		(kW)	(kW)	(%)
1	9	3256.419	0.0	0.00	9	1948.009	0.0	0.00
2	9	3256.419	0.0	0.00	9	1948.009	0.0	0.00
3	8	2894.595	361.824	11.11	8	1731.563	216.445	11.11
4	8	2894.595	361.824	11.11	8	1731.563	216.445	11.11
5	8	2894.595	361.824	11.11	8	1731.563	216.445	11.11
6	7	2532.770	723.649	22.22	7	1515.118	432.891	22.22
7	7	2532.770	723.649	22.22	7	1515.118	432.891	22.22
8	7	2532.770	723.649	22.22	7	1515.118	432.891	22.22
9	6	2170.946	1085.473	33.33	6	1298.672	649.336	33.33
10	6	2170.946	1085.473	33.33	6	1298.672	649.336	33.33

Tabela 6.10: Número de Seções Aquecidas após 10h: Linha de Transporte com 36km de Extensão.

PIP	$T_{f,in}$	\dot{M}_f					
		12 kg/s	16 kg/s	20 kg/s	24 kg/s	28 kg/s	32 kg/s
6A	76.66°C (170°F)	7	6	5	4	3	3
6A	87.8°C (190°F)	6	5	4	3	2	1
6A	99°C (210°F)	6	5	4	2	1	0
6B	76.66°C (170°F)	6	5	4	3	2	1
6B	87.8°C (190°F)	6	4	3	2	1	0
6B	99°C (210°F)	5	4	3	2	1	0
8A	76.66°C (170°F)	7	7	6	5	5	4
8A	87.8°C (190°F)	7	6	5	5	4	3
8A	99°C (210°F)	7	6	5	4	4	3
8B	76.66°C (170°F)	7	6	6	5	4	4
8B	87.8°C (190°F)	7	6	5	5	4	3
8B	99°C (210°F)	7	6	5	5	4	3

Linha de Transporte com 90km de Extensão

Os resultados obtidos para as tubulações com aquecimento ativo de 90km de extensão estão ilustrados nas Figuras (6.17) a (6.24) e na Tabela 6.11. Devido a extensão da linha e ao tempo computacional adotado, novamente nenhum dos casos abordados atingiu a temperatura de estado estacionário. Os resultados obtidos para o PIP de 6'' com aquecimento ativo segmentado mostram uma redução típica de 33.33% na demanda de potência de aquecimento e, para o PIP de 8'' esta representa uma redução de 22.22%.

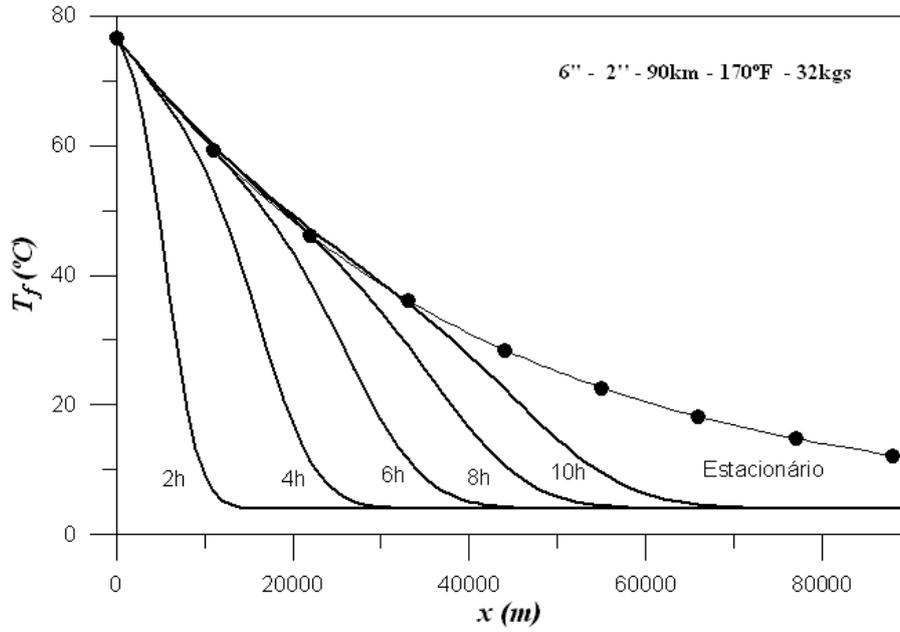


Figura 6.17: Linha de Transporte sem Aquecimento Ativo: PIP 6A, $L = 90km$, $T_{f,in} = 76.66^{\circ}C(170^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 32.2028kg/s$.

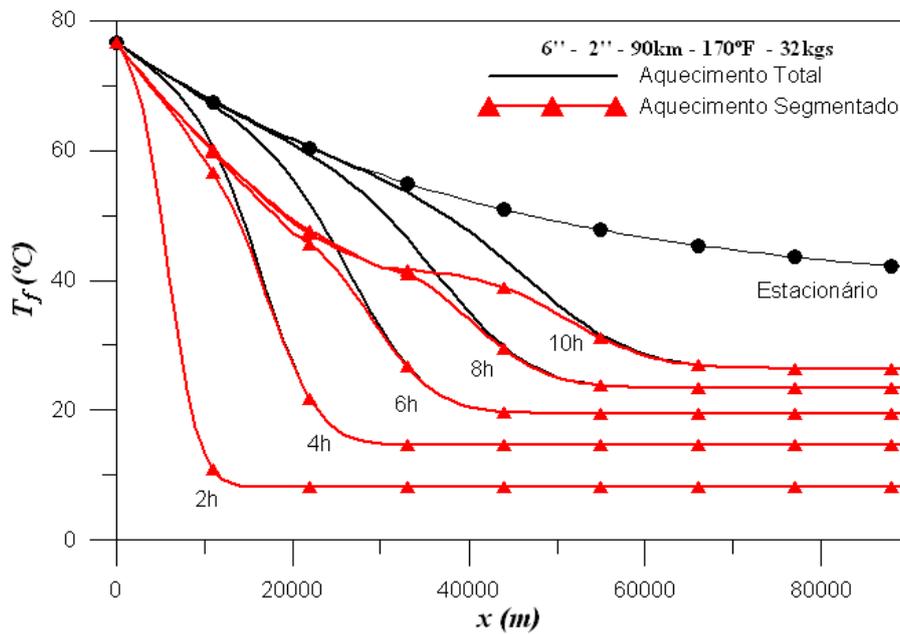


Figura 6.18: Linha de Transporte com Aquecimento Ativo em Toda Extensão e com Aquecimento Segmentado: PIP 6A, $L = 90km$, $T_{f,in} = 76.66^{\circ}C(170^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 32.2028kg/s$.

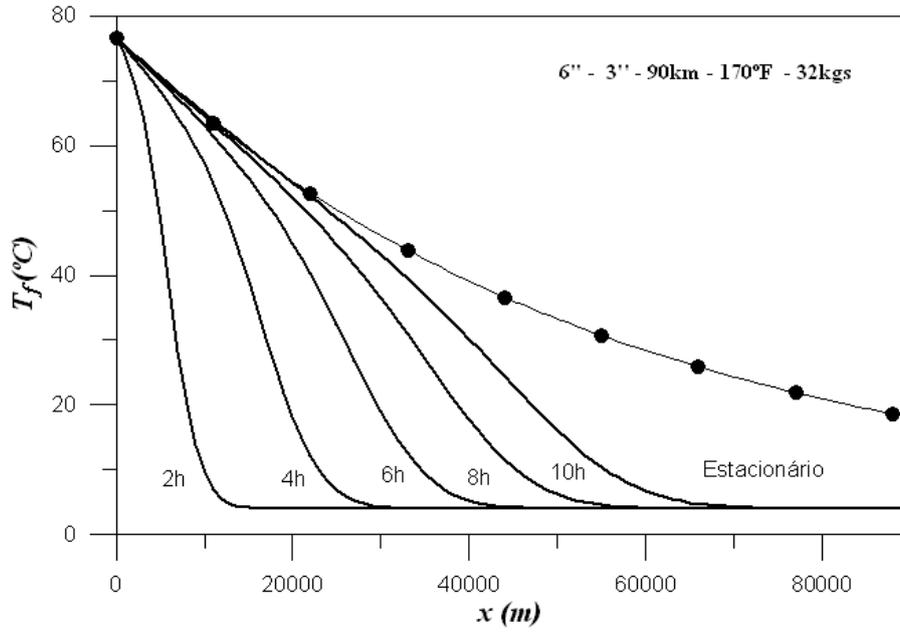


Figura 6.19: Linha de Transporte sem Aquecimento Ativo: PIP 6B, $L = 90km$, $T_{f,in} = 76.66^{\circ}C(170^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 32.2028kg/s$.

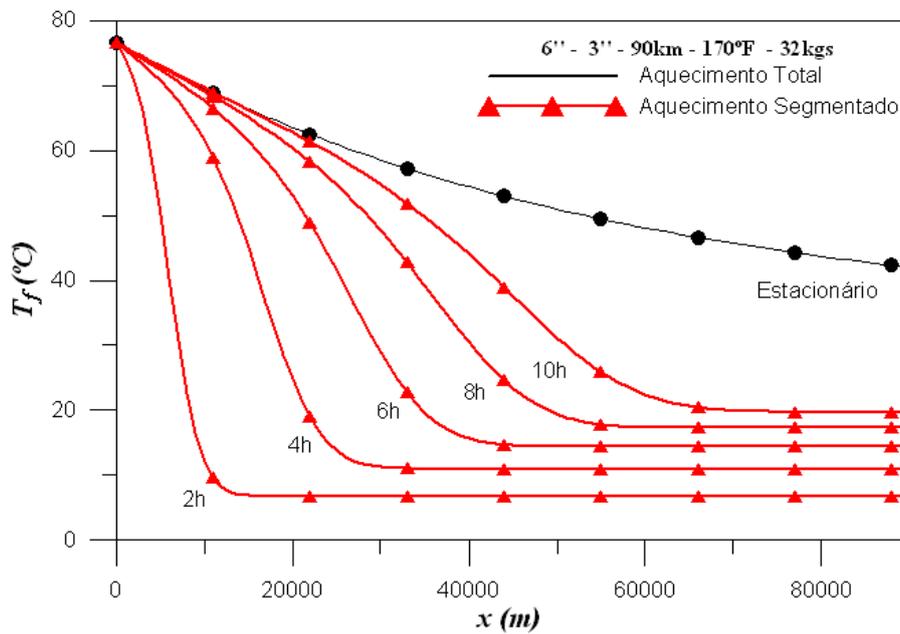


Figura 6.20: Linha de Transporte com Aquecimento Ativo em Toda Extensão e com Aquecimento Segmentado: PIP 6B, $L = 90km$, $T_{f,in} = 76.66^{\circ}C(170^{\circ}F)$ e $\dot{M}_f = 32.2028kg/s$.

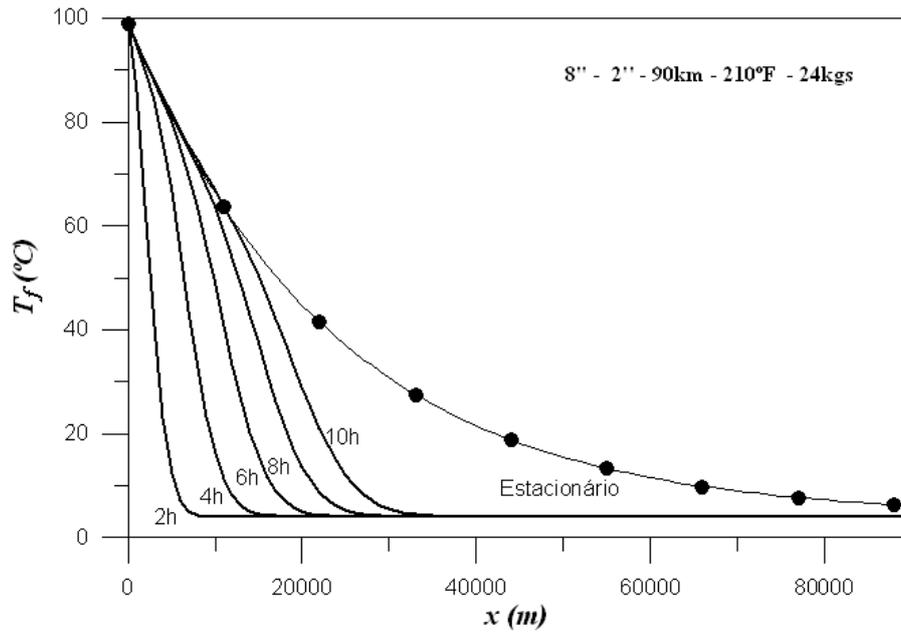


Figura 6.21: Linha de Transporte sem Aquecimento Ativo: PIP 8A, $L = 90km$, $T_{f,in} = 99^{\circ}C$ ($210^{\circ}F$) e $\dot{M}_f = 24.1521kg/s$.

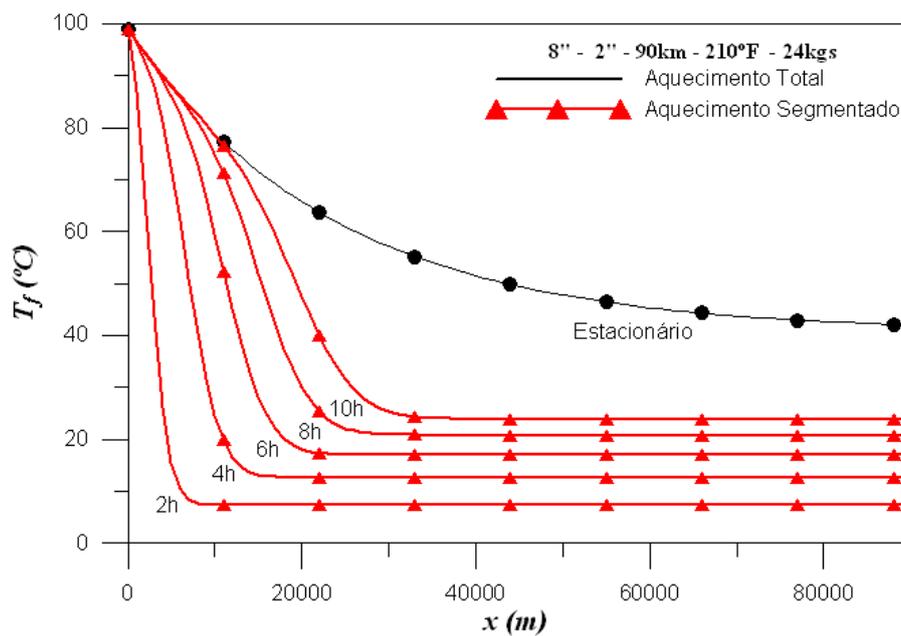


Figura 6.22: Linha de Transporte com Aquecimento Ativo em Toda Extensão e com Aquecimento Segmentado: PIP 8A, $L = 90km$, $T_{f,in} = 99^{\circ}C$ ($210^{\circ}F$) e $\dot{M}_f = 24.1521kg/s$.

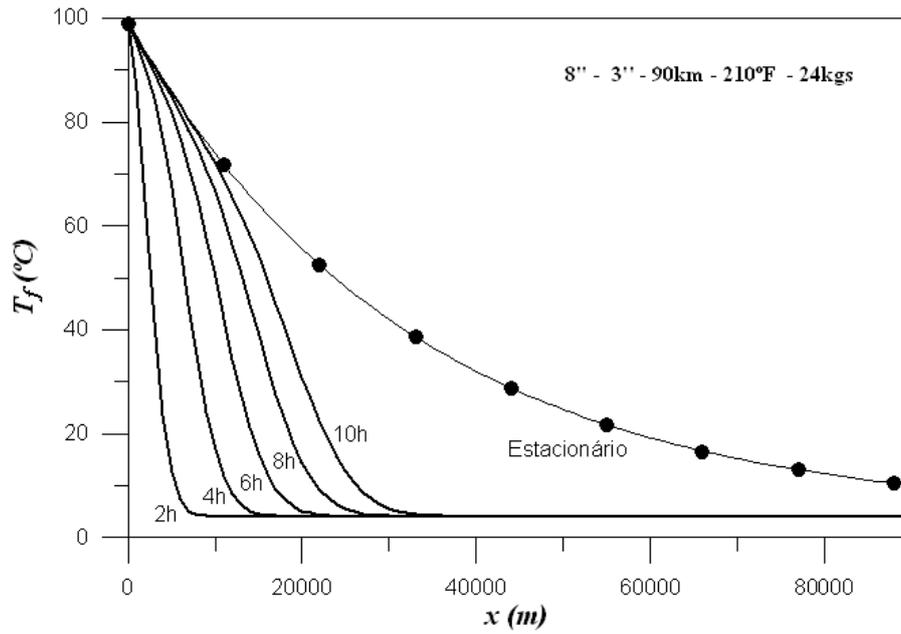


Figura 6.23: Linha de Transporte sem Aquecimento Ativo: PIP 8B, $L = 90km$, $T_{f,in} = 99^{\circ}C$ ($210^{\circ}F$) e $\dot{M}_f = 24.1521kg/s$.

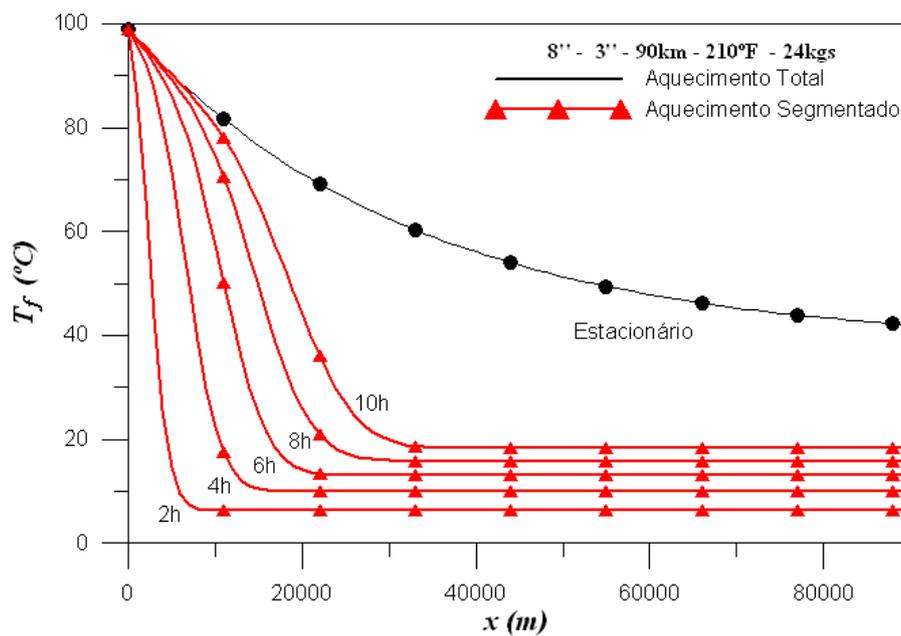


Figura 6.24: Linha de Transporte com Aquecimento Ativo em Toda Extensão e com Aquecimento Segmentado: PIP 8B, $L = 90km$, $T_{f,in} = 99^{\circ}C$ ($210^{\circ}F$) e $\dot{M}_f = 24.1521kg/s$.

Tabela 6.11: Número de Seções Aquecidas após 10h: Linha de Transporte com 90km de Extensão.

PIP	$T_{f,in}$	\dot{M}_f					
		12 kg/s	16 kg/s	20 kg/s	24 kg/s	28 kg/s	32 kg/s
6A	76.66°C (170°F)	8	8	7	7	7	6
6A	87.8°C (190°F)	8	8	7	7	6	6
6A	99°C (210°F)	8	7	7	6	6	5
6B	76.66°C (170°F)	8	8	7	7	6	6
6B	87.8°C (190°F)	8	7	7	6	6	5
6B	99°C (210°F)	8	7	6	6	5	5
8A	76.66°C (170°F)	8	8	8	7	7	7
8A	87.8°C (190°F)	8	8	8	7	7	7
8A	99°C (210°F)	8	8	8	7	7	7
8B	76.66°C (170°F)	8	8	8	7	7	7
8B	87.8°C (190°F)	8	8	8	7	7	7
8B	99°C (210°F)	8	8	8	7	7	7

Comentários

Como era previsto, o sistema que combina o aquecimento ativo usado em conjunto com o isolamento passivo da tubulação de transporte do fluido de produção reduz a probabilidade de aparecimento de hidratos e ceras durante a produção em estado permanente. O uso do aquecimento ativo segmentado aqui proposto apresenta uma redução na demanda de potência de aquecimento que varia entre 22%, para as tubulações mais extensas, a 88.89% no caso de linhas de transporte mais curtas. Assim, podemos inferir que o uso do sistema de aquecimento segmentado é uma solução viável para sistemas de produção de petróleo e gás em condições típicas de águas profundas e ultra-profundas. Para obter-se tempos de aquecimento mais efetivos para as linhas com extensão acima de 90km, a entrada de potência de aquecimento pode ser aumentada. Neste estudo, usamos como base de cálculo, o valor mínimo de demanda de aquecimento necessária para manter a temperatura acima da temperatura de formação de hidratos (WAT) para as condições adotadas.

6.2 Convecção Forçada Turbulenta na Região de Entrada Térmica de Dutos Circulares e Canais de Placas-Paralelas

Nesta seção são apresentados os resultados para o fator de atrito e para o número de Nusselt assintótico da convecção forçada turbulenta na região de entrada térmica de dutos circulares e canais de placas-paralelas que são ilustrados e comparados com as correlações empíricas, para uma ampla faixa de números de Reynolds ($1 \times 10^4 \leq Re \leq 2 \times 10^6$) e diferentes números de Prandtl (0.01, 0.1, 0.72, 1.0 e 10.0). Sob condições, podemos verificar a influência de cada parâmetro sobre os modelos de turbulência, bem como suas limitações previstas.

6.2.1 Fator de Atrito

As Tabelas 6.12 e 6.13, bem como as Figuras (6.25) e (6.26) ilustram o comportamento do fator de atrito frente aos modelos de turbulência adotados em função do número de Reynolds e da geometria analisada.

Na Tabela 6.12, os valores calculados para fator de atrito do escoamento turbulento em um duto circular liso são apresentados. Os resultados são dados para os dois modelos de turbulência adotados, modelo de Três - Camadas e modelo de Churchill (2001), comparados aos resultados obtidos através da correlação clássica de Prandtl-Kármán-Nikuradse (PKN) (Nikuradse, 1932, Prandtl, 1944, von Kármán, 1934) para o duto circular. Na Figura (6.25) os resultados apresentados são apresentados de forma gráfica para melhor visualização dos valores apresentados. Da análise dos valores mostrados na Tabela 6.12, pode-se perceber ambos os modelos produzem resultados similares aos dados pela correlação empírica. Além disso, uma análise mais detalhada mostra que os resultados que melhor se aproximam dos apresentados através da correlação empírica são os calculados através do modelo de Churchill (2001). De modo geral, para esta situação, os resultados diferem apenas à partir da terceira casa decimal, justificando o comportamento aproximadamente idêntico deste dois modelos na Figura (6.25).

De modo análogo, na Tabela 6.13, os valores obtidos para o fator de atrito do escoamento turbulento em um canal de placas-paralelas liso através da correlação empírica de Dean (1978), são comparados aos obtidos à partir do modelo de Três - Camadas e do modelo de Churchill (2001). Novamente, ambos os modelos podem ser usados para estimar o fator de atrito do escoamento turbulento no canal de placas-paralelas. Os resultados obtidos para ambos os modelos considerados apresentam discrepâncias à partir da segunda casa decimal, quando comparados aos valores calculados através da correlação empírica. A análise mais detalhada destes resultados mostra que, novamente, os resultados obtidos através do modelo de Churchill (2001) são os que melhor se aproximam dos obtidos através da correlação empírica, como pode ser visto na Figura (6.26).

Comparando-se os resultados mostrados nas Tabelas 6.12 e 6.13 percebe-se que, para a faixa de números de Reynolds considerada, os resultados para o fator de atrito obtidos para o canal de placas-paralelas podem, em princípio, ser aplicados diretamente para o tubo de geometria circular e vice-versa. Além disso, o modelo de Churchill (2001) comporta-se de modo mais satisfatório do que o modelo de Três - Camadas sistematicamente nas duas geometrias e na faixa de números de Reynolds considerada.

Tabela 6.12: Fator de Atrito para o Duto Circular Resultante da Análise Proposta e para a Correlação Empírica.

Re	3-Camadas	Churchill	PKN
1×10^4	0.03015494	0.03140044	0.03104903
5×10^4	0.01979200	0.02088789	0.02100580
1×10^5	0.01699692	0.01805000	0.01808885
5×10^5	0.01242937	0.01337735	0.01323124
1×10^6	0.01100879	0.01190867	0.01171017

Tabela 6.13: Fator de Atrito para o Canal de Placas-Paralelas Resultante da Análise Proposta e para a Correlação Empírica.

Re	3-Camadas	Churchill	Dean
1×10^4	0.03113116	0.03186152	0.03200216
5×10^4	0.02027690	0.02108828	0.02321866
1×10^5	0.01738444	0.01821031	0.01952449
5×10^5	0.01267484	0.01348068	0.01305681
1×10^6	0.01121436	0.01199586	0.01097943

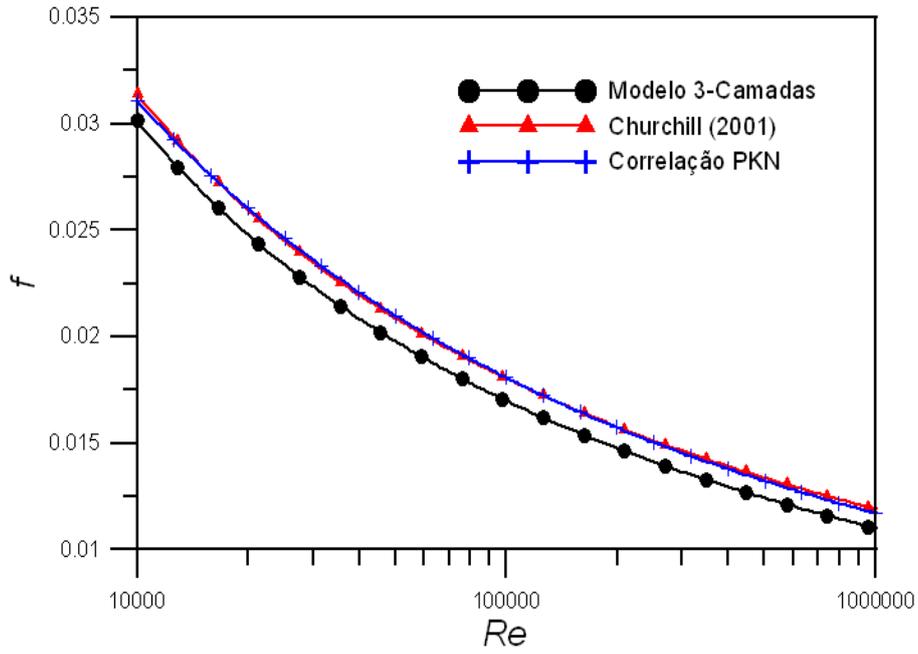


Figura 6.25: Fator de Atrito para o Escoamento Turbulento em um Duto Circular.

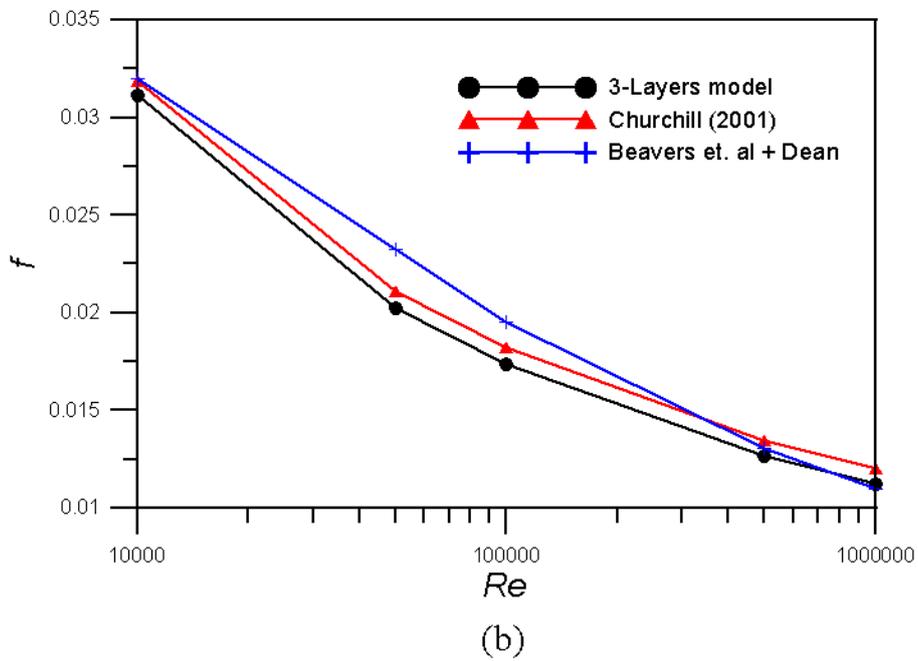


Figura 6.26: Fator de Atrito para o Escoamento Turbulento em um Canal de Placas-Paralelas.

6.2.2 Número de Nusselt Assintótico

As Tabelas 6.14 a 6.21, de modo similar ao demonstrado para o fator de atrito, ilustram o número de Reynolds assintótico, como função dos números de Prandtl e Reynolds e da geometria envolvida, comparados aos valores obtidos através da comparação com a correlação de Gnielinski (1976) combinada com as correlações para o fator de atrito dada pelo modelo de turbulência adotado, modelo de Três - Camadas e Modelo de Churchill (2001).

As Tabelas 6.14 e 6.15 mostram o número de Nusselt assintótico para o duto circular, obtidos através do modelo de modelo de Três - Camadas, para cinco diferentes modelos para o número de Prandtl turbulento. Os resultados são comparados aos valores obtidos para o número de Nusselt assintótico à partir da correlação empírica de Gnielinski (1976), com o fator de atrito dado pela Eq. (4.16), para o modelo de Três - Camadas. As Tabelas 6.16 e 6.17 mostram o número de Nusselt assintótico para o duto circular obtidos pelo modelo de Churchill (2001), para cinco diferentes modelos para o número de Prandtl turbulento. Os resultados são comparados aos valores obtidos para o número de Nusselt assintótico à partir da correlação empírica de Gnielinski (1976), com o fator de atrito dado pela Eq. (2.63), para o modelo de Churchill (2001).

Nas Tabelas 6.18 e 6.19 são apresentados os valores obtidos para o número de Nusselt assintótico para o canal de placas-paralelas obtidos através do modelo de Três - Camadas com cinco diferentes modelos para o número de Prandtl turbulento, comparados aos resultados obtidos através da correlação empírica de Gnielinski (1976), com o fator de atrito dado pela Eq. (4.16), para o modelo de Três - Camadas. Nas Tabelas 6.20 e 6.21 o número de Nusselt obtido para o canal de placas paralelas através do modelo de Churchill (2001), com os diferentes modelos para o número de Prandtl turbulento e para a correlação empírica de Gnielinski (1976), com o fator de atrito dado pela Eq. (2.61), para o modelo de Churchill (2001).

Analisando-se os resultados obtidos para o para o duto de geometria circular e para o canal de placas-paralelas, dados nas Tabelas 6.14 e 6.15, pode-se perceber que os números de Nusselt assintótico são fortemente influenciados pelos modelos de turbulência para o campo de velocidade e para o número de Prandtl turbu-

lento. Ainda, é observada a notável influência dos números de Prandtl e Reynolds na determinação do número de Nusselt assintótico. Para um determinado número de Reynolds, o aumento do número de Prandtl conduz a um aumento no número de Nusselt assintótico. Quando observamos a variação do número de Reynolds, mantendo o número de Prandtl fixo, este comportamento torna-se ainda mais evidente. As discrepâncias apresentadas pelos modelos para determinados números de Reynolds deve-se ao fato de estes estarem fora da faixa de números de Reynolds onde o modelo para o número de Prandtl turbulento e modelo de turbulência são válidos. Também, pode-se perceber que o modelo de Três - Camadas perde fidelidade quando comparado ao modelo de Churchill (2001) para as duas geometrias analisadas, à medida que os valores de Prandtl e Reynolds aumentam. Além disso, pode-se observar a influência dos números de Prandtl e Reynolds nos valores obtidos através da correlação empírica de Gnielinski (1976), para o fator de atrito dado pelo modelo de Tre - Camadas e pelo modelo de Churchill (2001) para as duas geometrias analisadas. Pode-se concluir, à partir desta análise, que o valores para o número de Nusselt assintótico, calculados através desta correlação, não são sensíveis ao modelo de turbulência empregado.

Portanto, à partir da análise dos resultados numéricos obtidos nas Tabelas 6.14 a 6.21, pode-se notar que o modelo de Churchill (2001) para o campo de velocidade, combinado com o modelo de Yakhot-Orszag-Yakhot (Y-O-Y) para o número de Prandtl turbulento, tem uma melhor resposta na determinação do número de Nusselt assintótico, do que a apresentada por todos os outros modelos, para as faixas de números de Reynolds e números de Prandtl consideradas.

Tabela 6.14: $Nu_\infty(\xi)$ Calculado Através da Análise Proposta e Através da Correlação Empírica para o Duto Circular – Modelo de Três - Camadas com Diferentes Modelos para Pr_t e a Correlação Empírica.

Modelo- Pr_t	Re	$Pr = 0.01$	$Pr = 0.1$	$Pr = 0.72$	$Pr = 1.0$	$Pr = 10.0$
$Pr_t = 1$		-	-	28.9633	33.6539	80.9750
J-R		-	-	30.8753	35.8892	85.2040
W-F-C		5.0095	9.4962	28.5477	33.3495	80.3299
N-S	1×10^4	4.8857	7.7780	31.5474	36.7444	87.1993
Y-O-Y		5.0707	10.3150	30.9192	36.5991	97.2410
Empírica		5.3409	9.4039	29.7846	34.9302	89.9983
$Pr_t = 1$		-	-	95.5818	114.5193	314.2779
J-R		-	-	103.2569	123.6613	332.2528
W-F-C		6.6043	27.0898	98.1011	117.2763	314.2330
N-S	5×10^4	5.1718	12.7298	104.0255	124.8589	338.4896
Y-O-Y		6.9410	27.8513	103.8494	126.1179	377.1550
Empírica		6.9245	22.8821	106.2327	128.6605	381.8000
$Pr_t = 1$		-	-	164.1934	198.7092	571.9666
J-R		-	-	178.1443	215.4751	605.8067
W-F-C		8.7804	44.7711	170.4801	205.5017	573.5637
N-S	1×10^5	5.3962	21.1658	179.3437	216.2765	615.3814
Y-O-Y		9.2749	45.3267	179.4288	219.7519	686.1304
Empírica		8.6293	37.3930	182.8950	223.8495	699.7152
$Pr_t = 1$		-	-	599.3646	739.0798	2344.7259
J-R		-	-	655.5015	807.8829	2493.7426
W-F-C		24.0619	151.4941	634.4848	777.6598	2365.6375
N-S	5×10^5	8.7565	91.0891	710.0208	811.7808	2514.7683
Y-O-Y		24.3675	151.0028	662.0221	823.8996	2810.8816
Empírica		19.8400	132.8116	661.4022	825.2987	2864.7933

Tabela 6.15: Continuação: $Nu_\infty(\xi)$ Calculado Através da Análise Proposta e Através da Correlação Empírica para o Duto Circular – Modelo de Três - Camadas com Diferentes Modelos para Pr_t e a Correlação Empírica.

Modelo- Pr_t	Re	$Pr = 0.01$	$Pr = 0.1$	$Pr = 0.72$	$Pr = 1.0$	$Pr = 10.0$
$Pr_t = 1$		-	-	1059.8115	1315.6101	4356.1739
J-R		-	-	1162.3463	1442.2783	4646.7845
W-F-C		39.7313	260.4645	1129.0032	1392.4493	4397.0278
N-S	1×10^6	14.5620	173.9156	1351.0598	1466.5894	4673.9499
Y-O-Y		39.6055	259.0751	1175.0174	1470.8949	5235.8847
Empírica		31.9097	235.5410	1164.1105	1462.3078	5280.1923
$Pr_t = 1$		-	-	1886.4691	2355.3335	7581.2573
J-R		-	-	2074.0825	2588.3188	8017.5652
W-F-C		66.7123	451.9679	2020.8902	2507.4954	7684.0391
N-S	2×10^6	26.8844	332.0217	2580.3437	2687.4713	8015.6214
Y-O-Y		65.8691	449.1678	2098.6180	2638.8852	8891.4491
Empírica		53.6653	420.7108	2062.7097	2606.4755	9762.1005

Tabela 6.16: $Nu_\infty(\xi)$ Calculado Através da Análise Proposta e Através da Correlação Empírica para o Duto Circular – Modelo de Churchill (2001) com Diferentes Modelos para Pr_t e a Correlação Empírica.

Modelo- Pr_t	Re	$Pr = 0.01$	$Pr = 0.1$	$Pr = 0.72$	$Pr = 1.0$	$Pr = 10.0$
$Pr_t = 1$		-	-	29.0755	34.1692	91.3757
J-R		-	-	31.1399	36.6306	97.1174
W-F-C		4.9657	9.1493	28.6771	33.9103	90.4024
N-S	1×10^4	4.8530	7.6714	31.8869	37.5920	99.8795
Y-O-Y		5.0133	9.9088	31.1942	37.4071	114.1703
Empírica		5.3409	9.4039	29.7846	34.9302	89.9983
$Pr_t = 1$		-	-	100.3753	120.9886	359.2886
J-R		-	-	108.6993	131.0311	383.2936
W-F-C		6.5950	27.8568	103.1146	124.0072	358.0836
N-S	5×10^4	5.1506	12.7942	109.5021	132.3025	391.8830
Y-O-Y		6.9446	28.6540	109.3436	133.7447	447.2930
Empírica		6.9245	22.8821	106.2327	128.6605	381.8000
$Pr_t = 1$		-	-	174.3529	212.0112	656.3496
J-R		-	-	189.5260	230.4516	701.3562
W-F-C		8.8827	46.8953	181.0946	219.3301	656.0609
N-S	1×10^5	5.3790	22.2955	190.9603	231.3216	714.7093
Y-O-Y		9.4406	47.4808	190.9098	235.2010	816.1172
Empírica		8.6293	37.3930	182.8950	223.8495	699.7152
$Pr_t = 1$		-	-	647.5590	800.9124	2708.0914
J-R		-	-	709.0254	876.9129	2904.6465
W-F-C		25.5047	162.9487	685.0838	842.2721	2724.6321
N-S	5×10^5	8.9951	102.8068	778.3678	883.4382	2936.8918
Y-O-Y		25.9607	162.3659	716.0262	894.8777	3358.3797
Empírica		19.8400	132.8116	661.4022	825.2987	2864.7933

Tabela 6.17: Continuação: $Nu_\infty(\xi)$ Calculado Através da Análise Proposta e Através da Correlação Empírica para o Duto Circular – Modelo de Churchill (2001) com Diferentes Modelos para Pr_t e a Correlação Empírica.

Modelo- Pr_t	Re	$Pr = 0.01$	$Pr = 0.1$	$Pr = 0.72$	$Pr = 1.0$	$Pr = 10.0$
$Pr_t = 1$		-	-	1151.9558	1433.5245	5004.0798
J-R		-	-	1264.5776	1573.7410	5368.7575
W-F-C		42.7637	282.4287	1226.1226	1516.1272	5070.1802
N-S	1×10^6	15.6527	197.3468	1497.6873	1607.6353	5406.8725
Y-O-Y		42.7781	280.8218	1278.2211	1605.9257	6140.7524
Empírica		31.9097	235.5410	1164.1105	1462.3078	5280.1923
$Pr_t = 1$		-	-	2060.5908	2577.6658	9145.6151
J-R		-	-	2267.1329	2835.8002	9884.4682
W-F-C		72.6210	493.2939	2205.4624	2742.9760	8987.7823
N-S	2×10^6	30.1069	377.1084	2867.7799	2964.7777	9973.3306
Y-O-Y		71.8775	490.0554	2293.6837	2892.7268	12017.2521
Empírica		53.6653	420.7108	2062.7097	2606.4755	9762.1005

Tabela 6.18: $Nu_\infty(\xi)$ Calculado Através da Análise Proposta e Através da Correlação Empírica para o Canal de Placas-Paralelas – Modelo de Três - Camadas com Diferentes Modelos para Pr_t e a Correlação Empírica.

Modelo- Pr_t	Re	$Pr = 0.01$	$Pr = 0.1$	$Pr = 0.72$	$Pr = 1.0$	$Pr = 10.0$
$Pr_t = 1$		-	-	32.4907	37.1869	84.5803
J-R		-	-	34.4049	39.4248	88.8232
W-F-C		8.8025	12.7840	31.6940	36.5291	83.7144
N-S	1×10^4	8.6980	12.2896	35.2755	40.4737	90.9504
Y-O-Y		8.8067	13.3497	34.3888	40.1952	101.4135
Empírica		6.5962	10.8238	30.7853	36.0024	91.7238
$Pr_t = 1$		-	-	101.0022	120.2097	321.5548
J-R		-	-	108.7923	129.4668	339.6445
W-F-C		10.2765	30.2971	103.0112	122.4803	321.1239
N-S	5×10^4	9.0681	16.6660	110.1501	131.4771	346.6629
Y-O-Y		10.2341	30.8930	109.3015	132.0477	385.8695
Empírica		8.6854	24.0056	118.3157	142.2143	407.3109
$Pr_t = 1$		-	-	171.6881	206.7366	583.1665
J-R		-	-	185.8654	223.7311	617.2286
W-F-C		12.2001	48.5595	177.3999	212.9565	584.2094
N-S	1×10^5	9.2255	22.0995	186.9281	225.4870	628.1878
Y-O-Y		12.1863	48.9658	187.0559	228.1850	699.6128
Empírica		10.8238	37.4979	198.4519	241.6156	735.5667
$Pr_t = 1$		-	-	618.8027	760.7728	2380.8899
J-R		-	-	675.8874	830.5701	2530.7953
W-F-C		27.2184	159.1500	653.2188	798.5242	2400.7978
N-S	5×10^5	11.1458	86.0632	698.5044	829.8239	2555.7076
Y-O-Y		27.0825	158.4526	682.2989	847.0561	2854.0110
Empírica		24.0056	120.6698	652.1952	814.4188	2839.2858

Tabela 6.19: Continuação: $Nu_\infty(\xi)$ Calculado Através da Análise Proposta e Através da Correlação Empírica para o Canal de Placas-Paralelas – Modelo de Três - Camadas com Diferentes Modelos para Pr_t e a Correlação Empírica.

Modelo- Pr_t	Re	$Pr = 0.01$	$Pr = 0.1$	$Pr = 0.72$	$Pr = 1.0$	$Pr = 10.0$
$Pr_t = 1$		-	-	1091.4700	1351.4624	4396.2144
J-R		-	-	1195.7629	1479.9884	4681.0391
W-F-C		43.3222	271.9214	1160.0670	1427.4579	4444.1643
N-S	1×10^6	15.1989	167.3074	1312.7599	1487.0462	4711.5269
Y-O-Y		42.7839	270.2729	1208.3523	1509.3485	5268.4905
Empírica		37.4979	205.8000	1087.8230	1371.0561	5053.0497
$Pr_t = 1$		-	-	1939.3422	2416.5247	8176.9182
J-R		-	-	2130.3358	2653.6333	8731.4200
W-F-C		71.2477	469.7052	2073.4916	2566.6425	8260.7044
N-S	2×10^6	25.5154	324.5644	2542.8221	2705.6105	8765.3691
Y-O-Y		69.9766	466.5720	2154.7321	2706.2574	9841.8568
Empírica		60.9892	354.0203	1815.0473	2306.9864	8972.6729

Tabela 6.20: $Nu_\infty(\xi)$ Calculado Através da Análise Proposta e Através da Correlação Empírica para o Canal de Placas-Paralelas – Modelo de Churchill (2001) com Diferentes Modelos para Pr_t e a Correlação Empírica.

Modelo- Pr_t	Re	$Pr = 0.01$	$Pr = 0.1$	$Pr = 0.72$	$Pr = 1.0$	$Pr = 10.0$
$Pr_t = 1$		-	-	30.8595	35.8655	93.3102
J-R		-	-	32.8824	38.3000	99.1049
W-F-C		8.7164	11.8140	30.0293	35.2401	92.2360
N-S	1×10^4	8.6396	11.8500	33.8695	39.5032	102.0735
Y-O-Y		8.7047	12.1775	32.8658	39.1351	116.7173
Empírica		6.5962	10.8238	30.7853	36.0024	91.7238
$Pr_t = 1$		-	-	103.1715	123.8302	363.0071
J-R		-	-	111.5123	133.8987	387.1138
W-F-C		10.1779	29.9593	105.4320	126.4334	361.5900
N-S	5×10^4	9.0214	16.4624	112.9611	136.0821	396.6869
Y-O-Y		10.1132	30.5495	112.0742	136.7019	452.1356
Empírica		8.6854	24.0056	118.3157	142.2143	407.3109
$Pr_t = 1$		-	-	178.2990	216.1328	662.0797
J-R		-	-	193.5450	234.6532	707.2458
W-F-C		12.1191	49.2322	184.5250	222.9800	661.4540
N-S	1×10^5	9.1804	21.8739	194.5923	236.4613	722.2077
Y-O-Y		12.0960	49.6561	194.8398	239.5200	823.5274
Empírica		10.8238	37.4979	198.4519	241.6156	735.5667
$Pr_t = 1$		-	-	658.1029	812.4913	2727.0429
J-R		-	-	720.0055	888.9458	2924.2681
W-F-C		27.9432	167.4667	694.9707	853.1412	2742.3295
N-S	5×10^5	11.1080	93.9522	747.6334	888.6848	2960.2250
Y-O-Y		27.9264	166.7122	726.8972	907.1891	3383.0851
Empírica		24.0056	120.6698	652.1952	814.4188	2839.2858

Tabela 6.21: Continuação: $Nu_\infty(\xi)$ Calculado Através da Análise Proposta e Através da Correlação Empírica para o Canal de Placas-Paralelas – Modelo de Churchill (2001) com Diferentes Modelos para Pr_t e a Correlação Empírica.

Modelo- Pr_t	Re	$Pr = 0.01$	$Pr = 0.1$	$Pr = 0.72$	$Pr = 1.0$	$Pr = 10.0$
$Pr_t = 1$		-	-	1168.8567	1452.4181	5049.9825
J-R		-	-	1282.3127	1593.5241	5423.7321
W-F-C		45.2944	289.0562	1242.2957	1534.1464	5092.1855
N-S	1×10^6	15.3702	186.8615	1427.0294	1604.6270	5471.2045
Y-O-Y		44.9081	287.2413	1295.8396	1626.1560	6257.8120
Empírica		37.4979	205.8000	1087.8230	1371.0561	5053.0497
$Pr_t = 1$		-	-	2088.5134	2610.2834	9366.0372
J-R		-	-	2296.8651	2871.1223	10065.3603
W-F-C		75.6247	503.3466	2232.2018	2771.7682	9499.3386
N-S	2×10^6	26.8380	365.8436	2803.0616	2940.6504	10114.3635
Y-O-Y		74.5055	499.8412	2323.0920	2929.8134	11502.7062
Empírica		60.9892	354.0203	1815.0473	2306.9864	8972.6729

6.2.3 Entrada Térmica

A influência dos modelos de turbulência, tanto para o número de Nusselt, quanto para a temperatura média do fluido na região de entrada térmica para o duto circular e para o canal de placas paralelas, são examinados através das Figuras (6.27.a) a (6.34.b). Considerando o caso particular de $Re = 5 \times 10^5$ e $Pr = 0.72$, de acordo com o resultados apresentados na seção anterior, nas Figuras (6.27.a) a (6.30.b), plotamos apenas o modelo de Churchill (2001), devido ao seu melhor comportamento, para os cinco modelos de números de Prandtl turbulento propostos. As Figuras (6.27.a) e (6.27.b) mostram os números de Nusselt na região de entrada térmica de um duto circular e de um canal de placas-paralelas, respectivamente, usando o modelo de Churchill (2001) para cinco diferentes números de Prandtl turbulento e, nas Figuras (6.29.a) e (6.29.b) a temperatura média é apresentada para as mesmas condições.

Nas Figuras (6.28.a), (6.28.b), (6.30.a) e (6.30.b) comparamos o modelo de Três - Camadas com o modelo de Churchill usando dois modelos para o número de Prandtl turbulento para demonstrar os números de Nusselt e a temperatura média na região de entrada térmica de dutos circulares e canais de placas paralelas.

Nas Figuras (6.31.a) a (6.34.b) o número de Nusselt para o duto circular e para o canal de placas-paralelas são plotados para os dois modelos de turbulência adotados, modelo de Churchill (2001) e modelo de Três - Camadas, para os mesmos valores de números de Prandtl e Reynolds. Da análise destas figuras, pode-se concluir que, tanto para o duto circular quanto para o canal de placas-paralelas, através do uso do modelo de Churchill (2001) a região plenamente desenvolvida é alcançada nas posições próximas a região de entrada térmica. Com o aumento do número de Reynolds, mantendo-se o mesmo valor para o número de Prandtl, neste caso, $Pr_t = 10.0$ pode-se considerar que a transferência de calor é praticamente, plenamente desenvolvida nas regiões extremamente próximas a região de entrada dos dutos. Assim, a análise destas figuras indica que, com o aumento do número de Reynolds, mais rápido é o desenvolvimento da transferência de calor.

Nas Figuras (6.29.a), (6.29.b), (6.30.a), (6.30.b), (6.33.a), (6.33.b), (6.34.a) e (6.33.b) ilustram o comportamento da temperatura média do fluido na região de

entrada térmica, tanto para o duto circular quanto para o canal de placas-paralelas, para os modelos de Três - Camadas e para o modelo de Churchill (2001) para diferentes configurações de escolha dos modelos de número de Prandtl turbulento.

À partir da análise dos casos apresentados, pode-se observar que o número de Nusselt na região de entrada é fortemente influenciado pela escolha do modelo de turbulência, enquanto que a temperatura média do fluido para a mesma situação, é menos sensível ao modelo de turbulência adotado. Como um apanhado geral das soluções, percebe-se que o modelo de Churchill (2001), apresenta os melhores resultados para as situações abordadas, do que os resultados obtidos através do modelo de Três - Camadas.

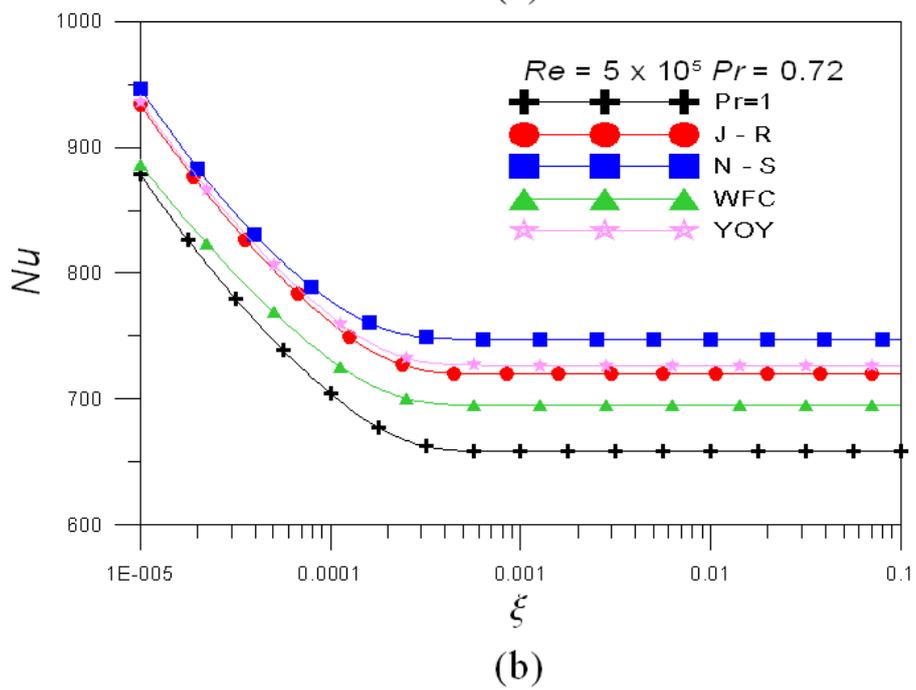
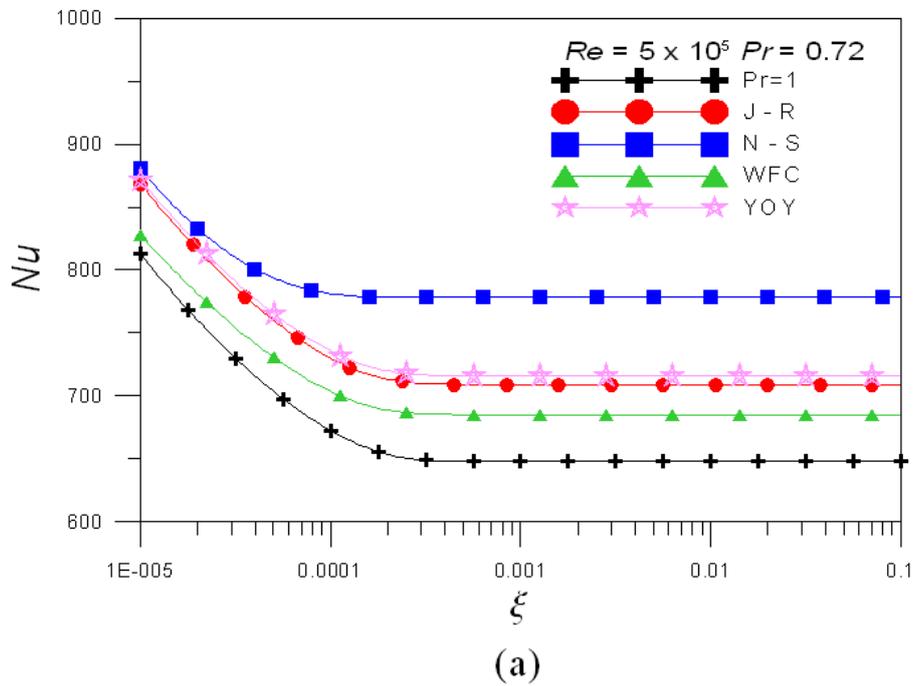
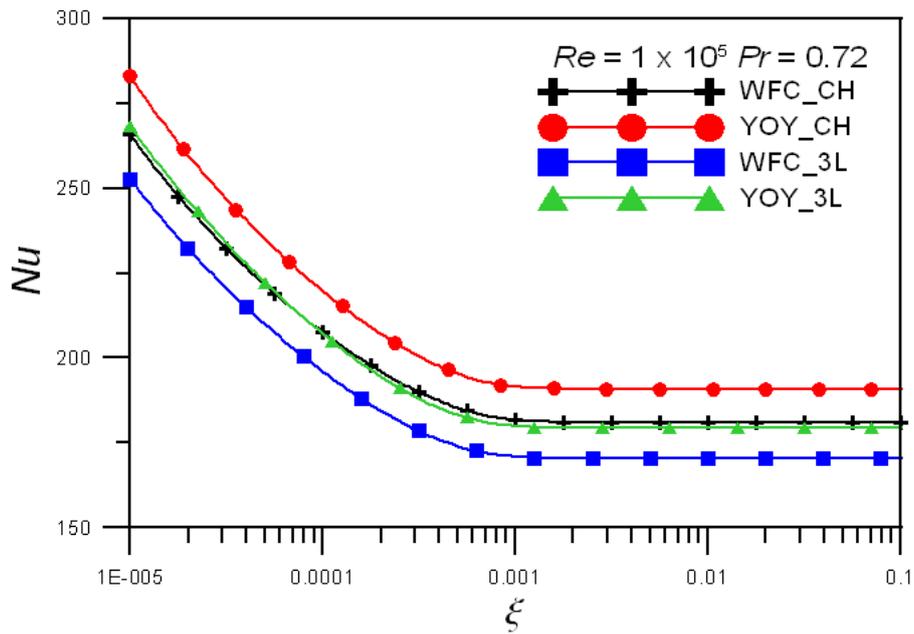
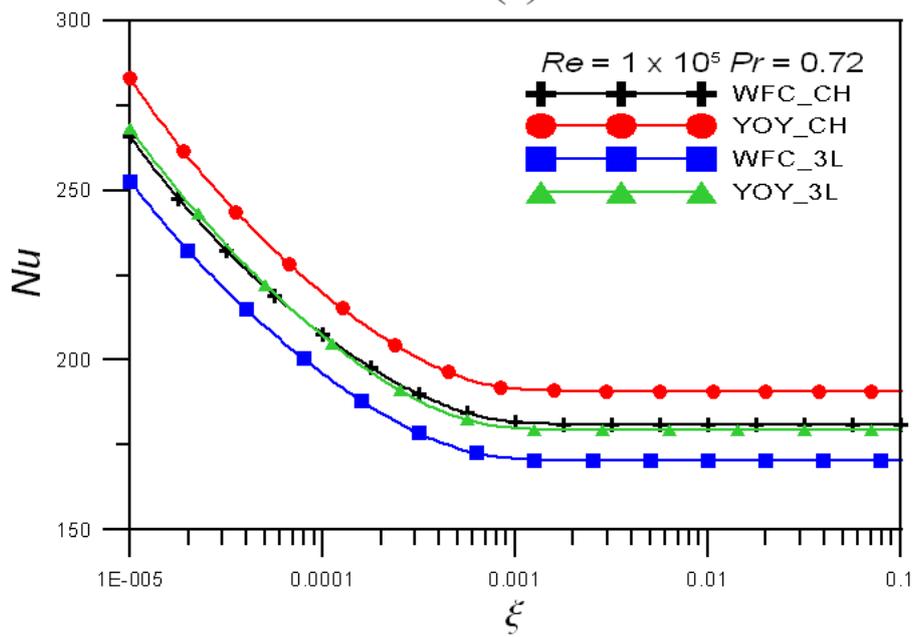


Figura 6.27: $Nu(\xi)$ na Região de Entrada Térmica – Modelo de Churchill – Cinco Modelos para Pr_t – (a) Duto Circular; (b) Canal de Placas-Paralelas.



(a)



(b)

Figura 6.28: $Nu(\xi)$ na Região de Entrada Térmica – Modelo de Churchill e Modelo de Três - Camadas – Dois Modelos para Pr_t – (a) Duto Circular; (b) Canal de Placas-Paralelas.

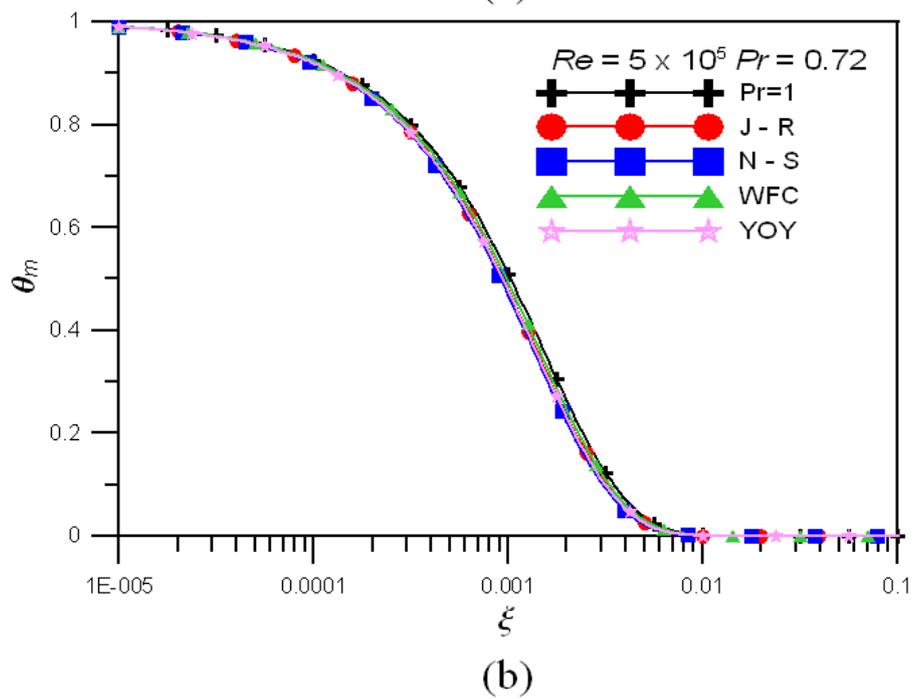
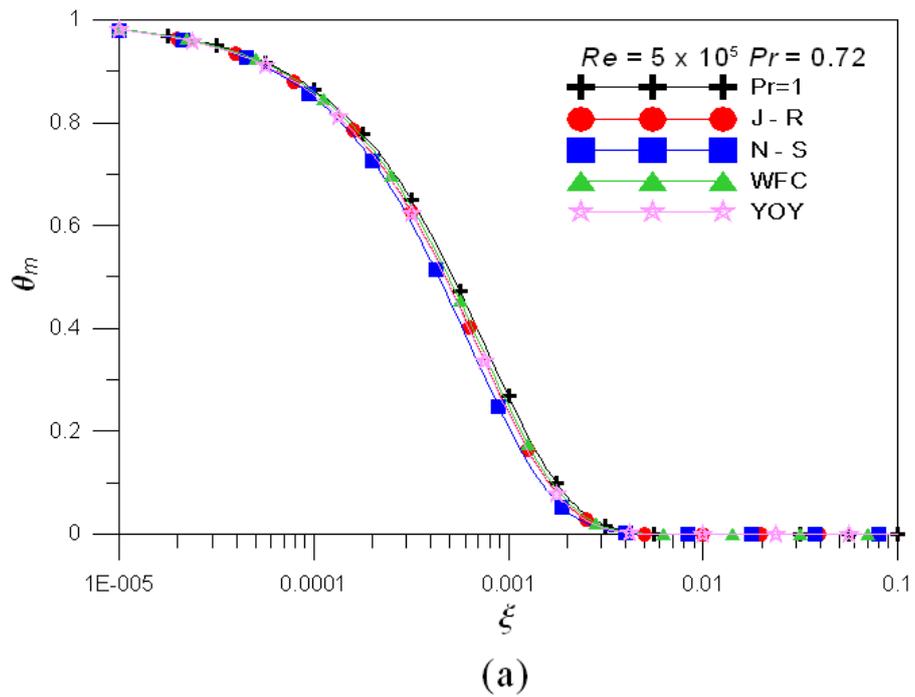


Figura 6.29: $\theta_m(\xi)$ na Região de Entrada Térmica – Modelo de Churchill – Cinco Modelos para Pr_t – (a) Duto Circular; (b) Canal de Placas-Paralelas.

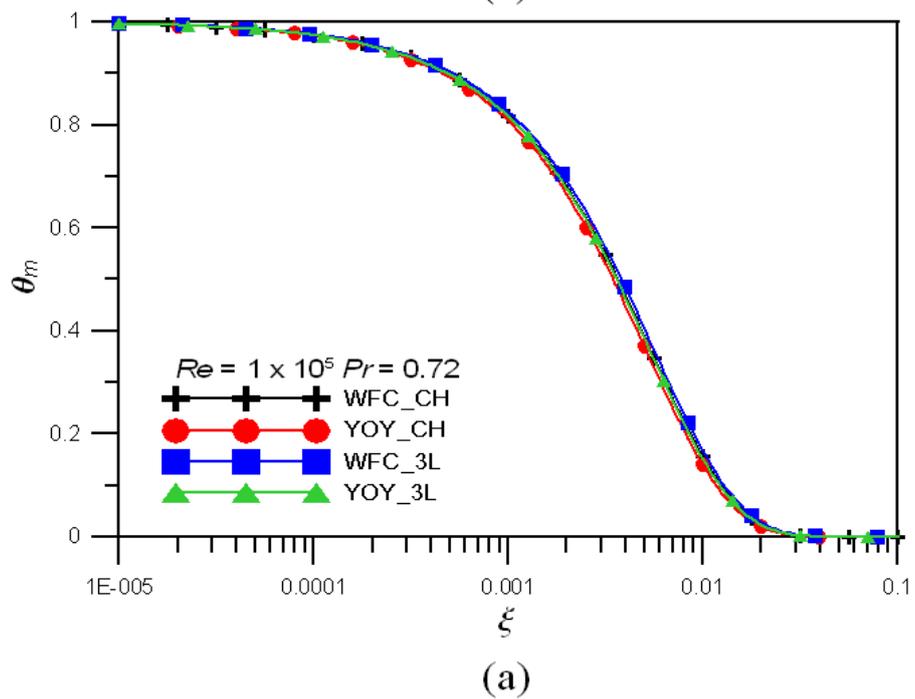
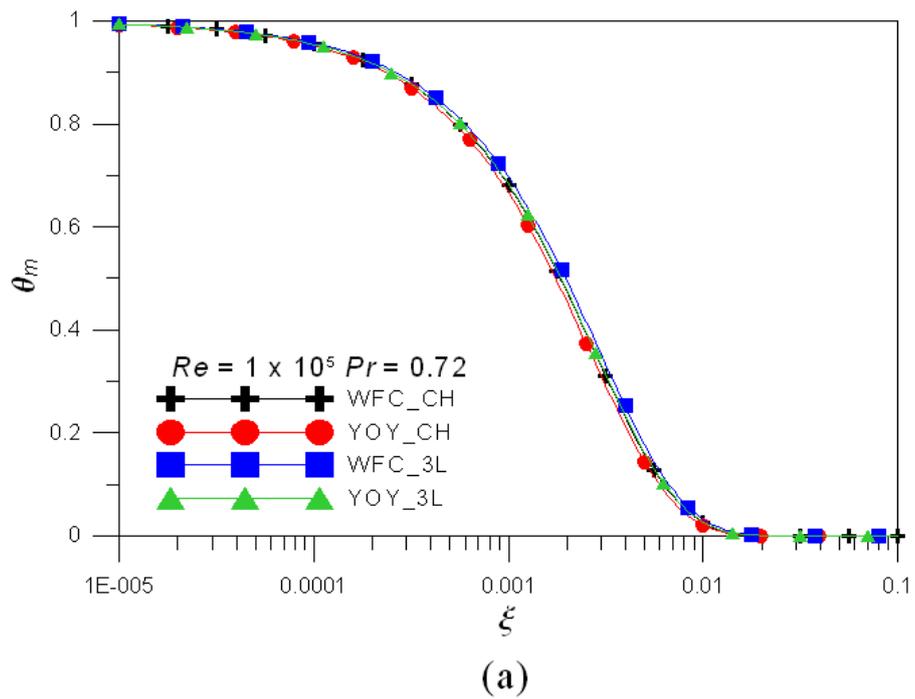


Figura 6.30: $\theta_m(\xi)$ na Região de Entrada Térmica – Modelo de Churchill e Modelo de Três - Camadas – Dois Modelos para Pr_t – (a) Duto Circular; (b) Canal de Placas-Paralelas.

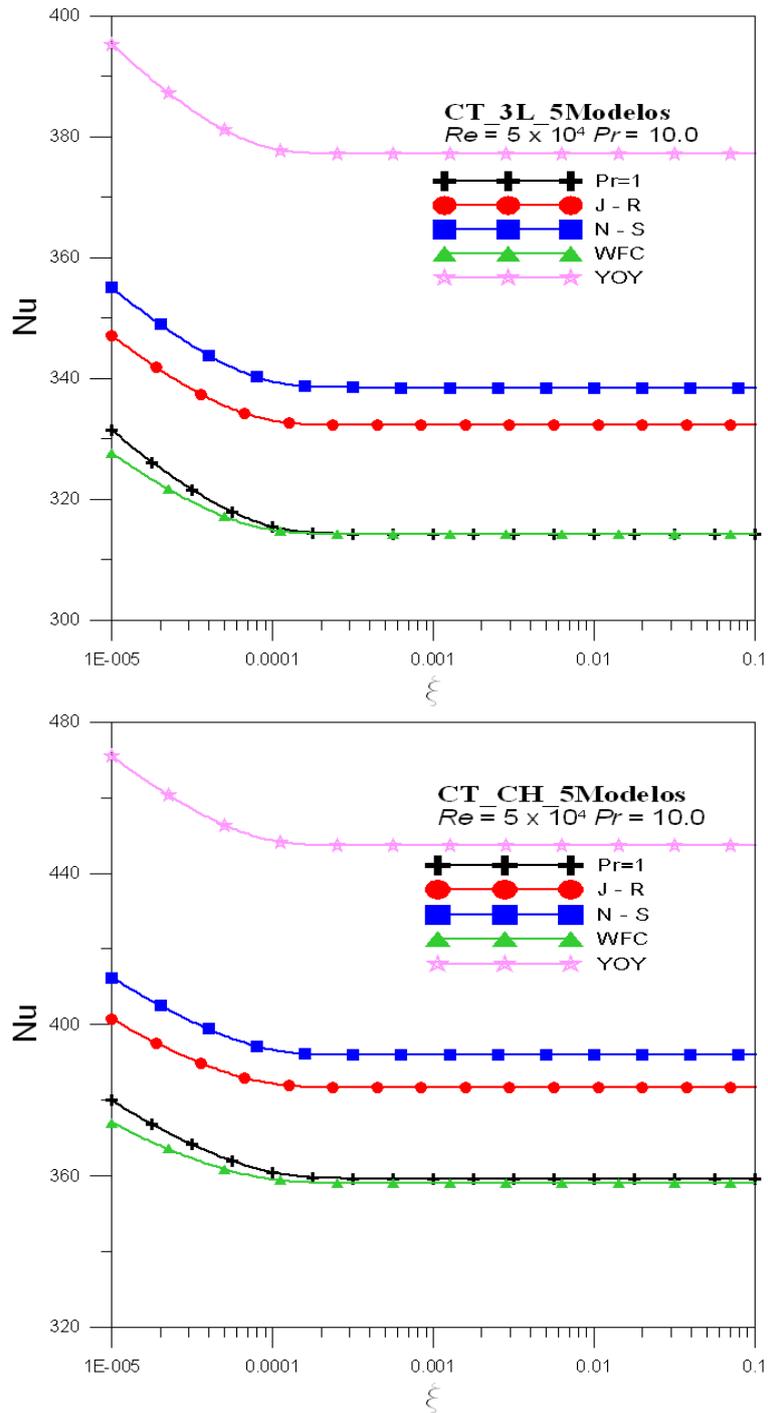


Figura 6.31: $Nu(\xi)$ na Região de Entrada Térmica – Modelo de Churchill e Modelo de Três - Camadas – Cinco Modelos para Pr_t – Duto Circular.

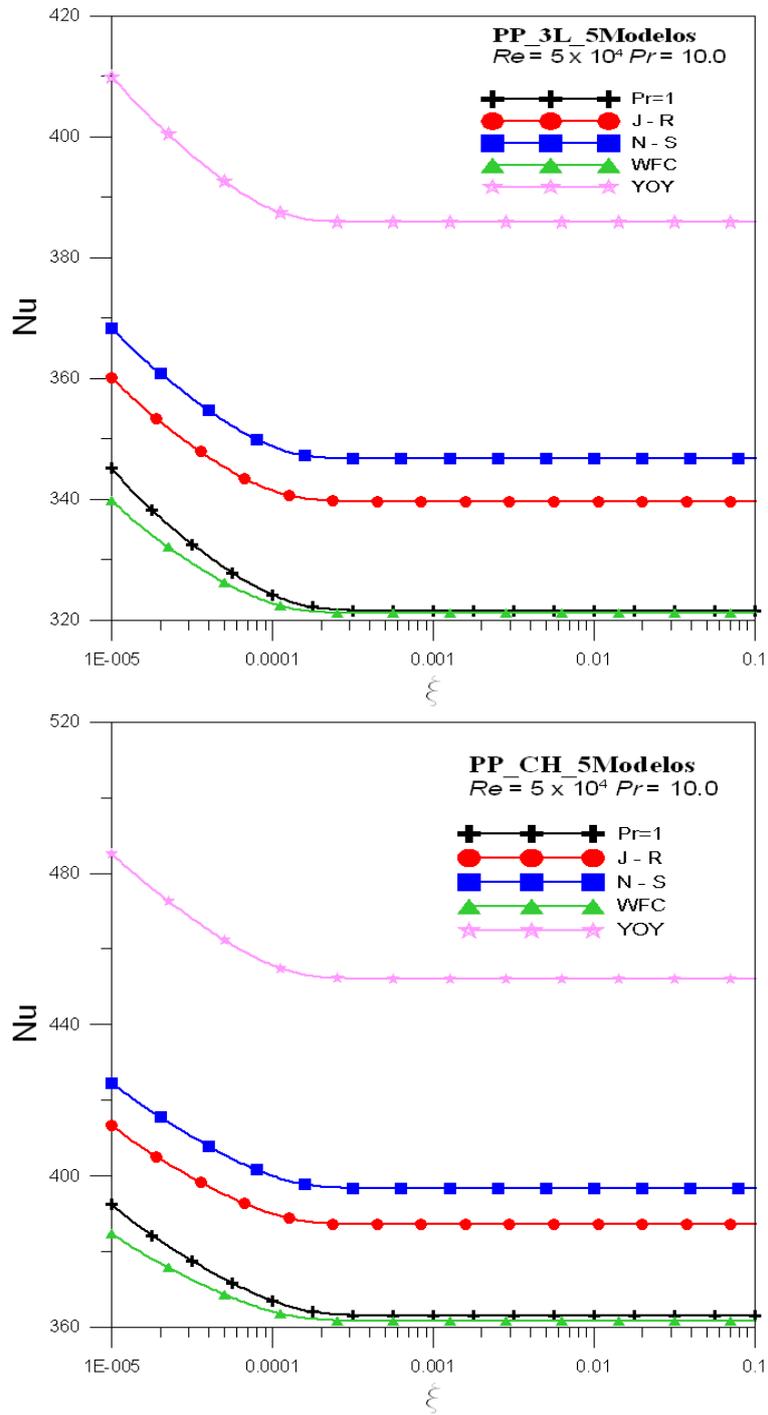


Figura 6.32: $Nu(\xi)$ na Região de Entrada Térmica – Modelo de Churchill e Modelo de Três - Camadas – Cinco Modelos para Pr_t – Canal de Placas-Paralelas.

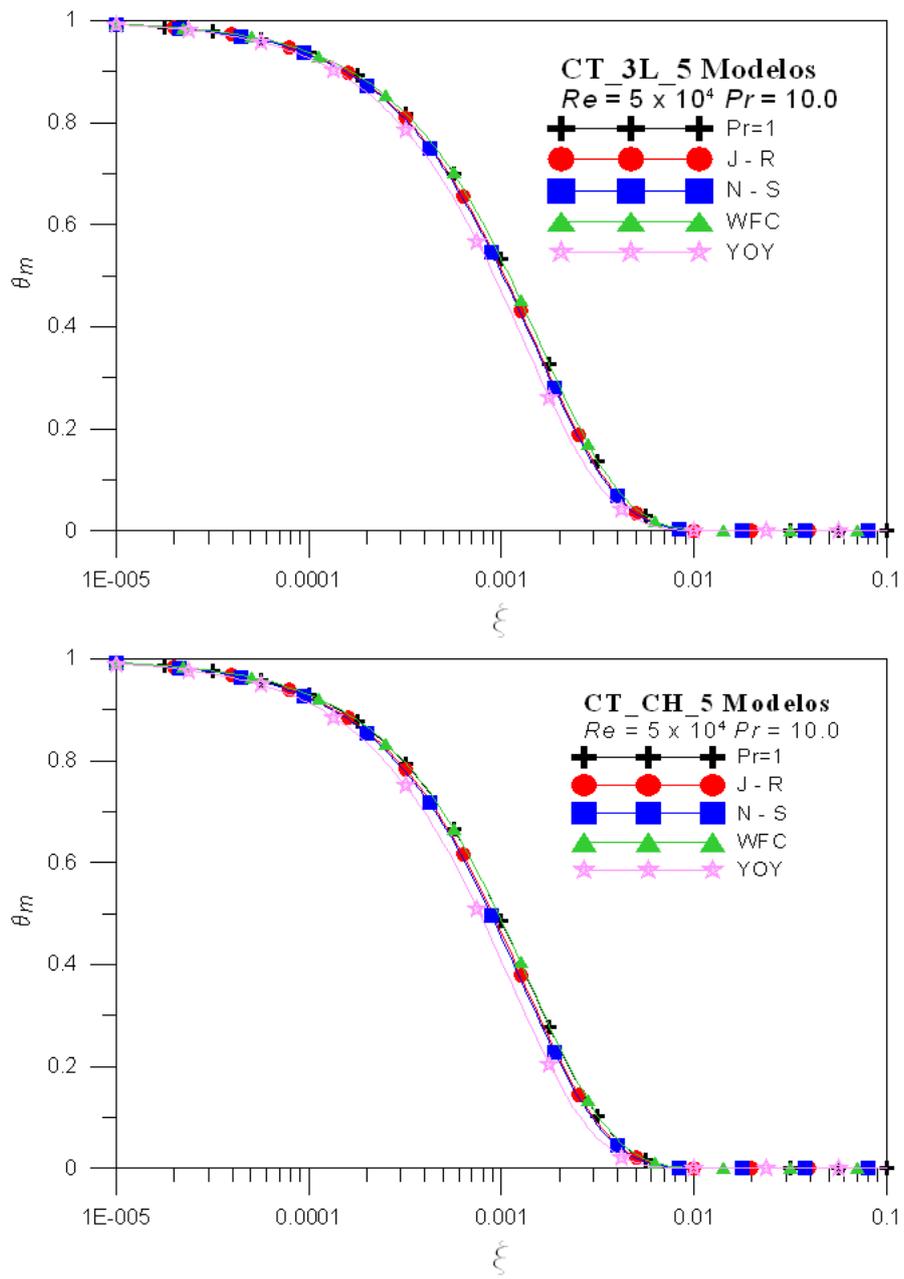


Figura 6.33: $\theta_m(\xi)$ na Região de Entrada Térmica – Modelo de Churchill – Cinco Modelos para Pr_t – Duto Circular.

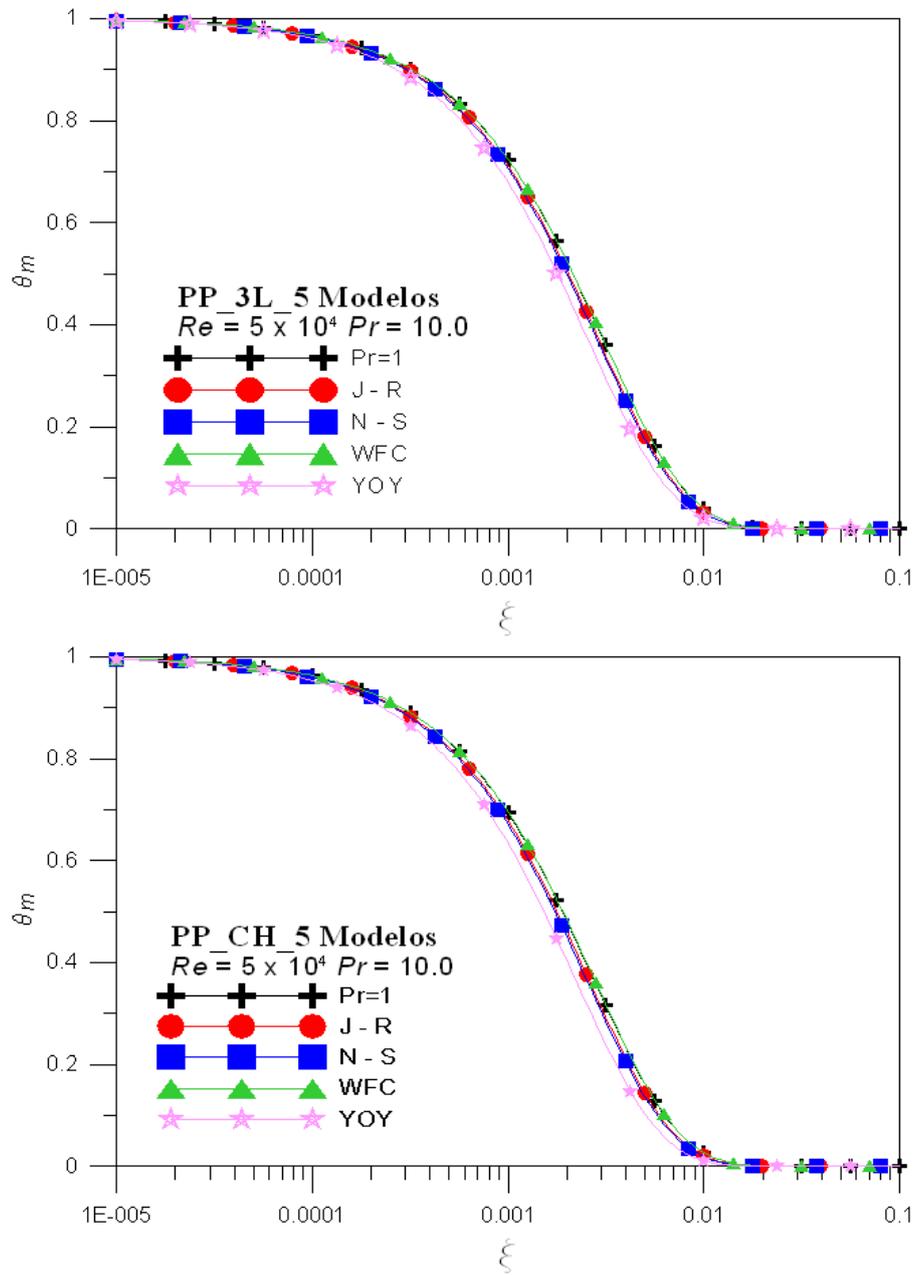


Figura 6.34: $\theta_m(\xi)$ na Região de Entrada Térmica – Modelo de Churchill – Cinco Modelos para Pr_t – Canal de Placas-Paralelas.

6.3 Convecção Laminar Forçada Transiente com Escoamento Laminar Plenamente Desenvolvido Hidrodinamicamente na Região de Entrada Térmica de um Canal de Placas-Paralelas

Nesta seção, apresentamos os resultados numéricos correspondentes ao problema da convecção laminar forçada transiente em um canal de placas-paralelas com escoamento laminar, o qual resulta no conhecido perfil de velocidade parabólica para condição de plenamente desenvolvido e um fluido Newtoniano. Geramos resultados com e sem o Esquema de Fluxo de Transporte (FCT), com o objetivo de comparar tais resultados. Cabe, aqui, lembrar que os resultados obtidos sem o esquema adotado (FCT) foram apresentados por Cotta e Gerck (1994) e Guedes et al. (1994) em seus trabalhos originais. Para gerar estes resultados, foram usados, para o comprimento máximo na coordenada longitudinal adimensional, $\xi_{max} = 0.01$, tempo máximo adimensional, $\tau_{max} = 0.02$, ordem de truncamento, $NR = 50$, número de intervalos na direção longitudinal adimensional, $N\xi = 500$ e número de passos de tempo adimensional, $N\tau = 5000$.

Temperatura Média do Fluido

Quando os resultados apresentados nas Figuras (6.35) e (6.36) são comparados, para a temperatura média do fluido, pode-se perceber que a oscilação dada pelo esquema usado por Cotta e Gerck (1994) e Guedes et al. (1994), esquema “*upwind*” modificado de Warming e Beam (1976), em seus trabalhos originais e reproduzida aqui, é totalmente eliminada quando usamos a aproximação aqui introduzida, ou seja, o esquema FCT (“*Flux-Correcting Transport*”), proposta por Boris e Book (1973). Portanto, com a solução híbrida analítico numérica proposta, o proeminente *overshoot* devido ao perfil de velocidade variável na seção transversal do duto é eliminada e, este *overshoot* é sustentada ao longo da direção do escoamento, de acordo com os resultados prévios obtidos por Cotta e Gerck (1994) em seu trabalho original para situação de escoamento com perfil de velocidade constante (“*slug flow*”)

e o comportamento da solução numérica é esperado para sustentar muito mais lentamente os efeitos dos erros de dispersão devido aos gradientes pronunciados muito menores agora existentes. Assim, o acordo entre os dois esquemas é excelente, incluindo a região de entrada do canal, a frente de onda e a região de dispersão. Deve-se recordar que uma solução exata para propósitos de comparação não está disponível neste caso.

Número de Nusselt

A Figuras (6.37) e (6.38) apresenta o número de Nusselt local em resposta a uma mudança de degrau na temperatura de entrada com e sem o uso do esquema FCT, respectivamente. Pode-se perceber que, existe um bom acordo entre ambos os resultados, exceto para os casos limitantes, ou seja, para $\tau = 0.004$ e $\tau = 0.02$, embora, com o esquema FCT, a condição de estado estacionária seja mais rapidamente alcançada.

Fluxo de Calor Adimensional na Parede

Nas Figuras (6.39) e (6.40) ilustramos $\partial\theta(\xi, 1, \tau)/\partial\eta$ para ambos os esquemas com e sem o esquema FCT, respectivamente. Pode-se perceber que aqui também um bom acordo entre os resultados é conseguido, embora novamente possa-se ver que, com o uso do esquema FCT, a condição de estado estacionário é alcançada mais rapidamente.

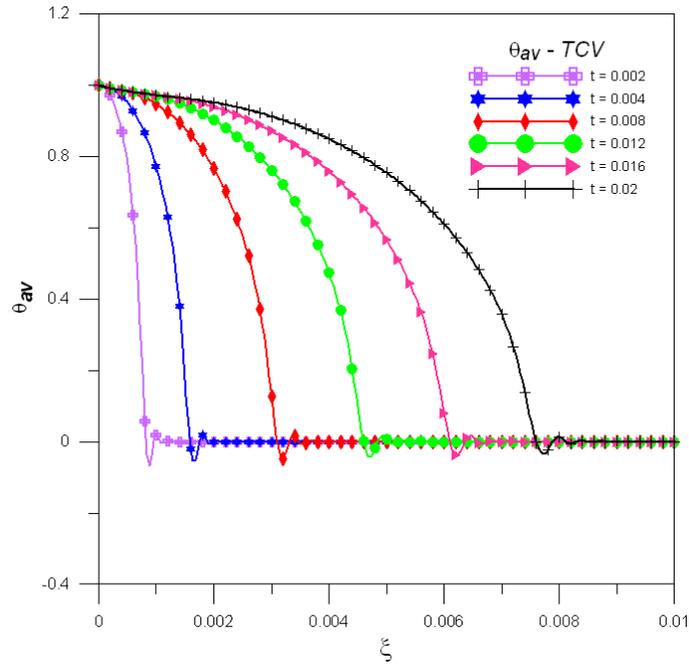


Figura 6.35: Temperatura Média do Fluido, θ_{av} , sem o uso do Esquema FCT ("Flux-Correcting Transport").

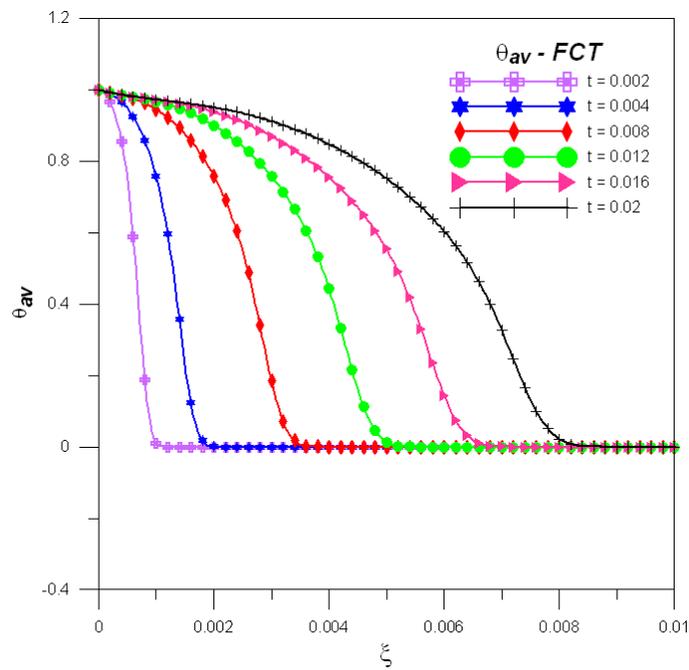


Figura 6.36: Temperatura Média do Fluido, θ_{av} , Usando o Esquema FCT ("Flux-Correcting Transport").

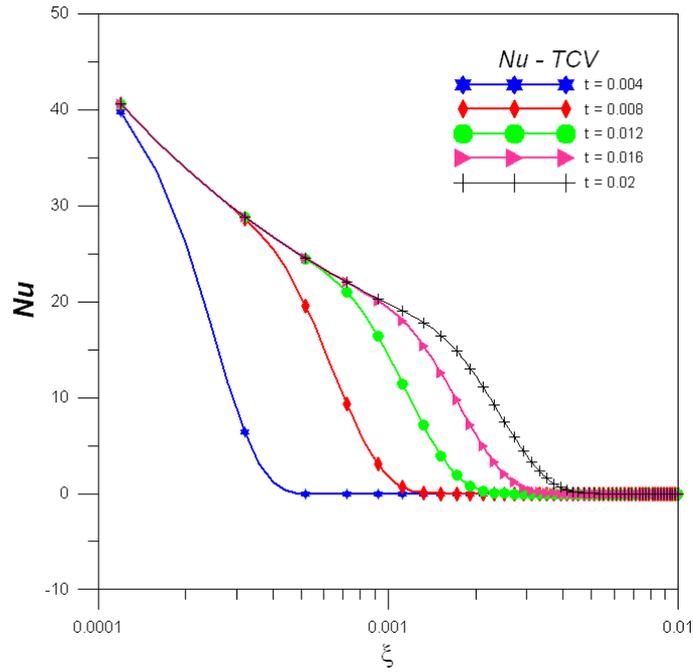


Figura 6.37: Número de Nusselt sem o uso do Esquema FCT ("*Flux-Correcting Transport*").

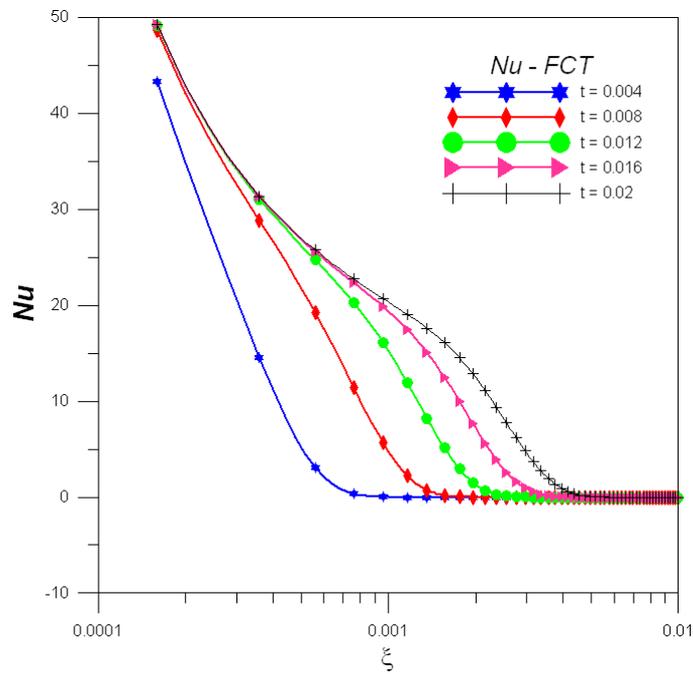


Figura 6.38: Número de Nusselt Usando o Esquema FCT ("*Flux-Correcting Transport*").

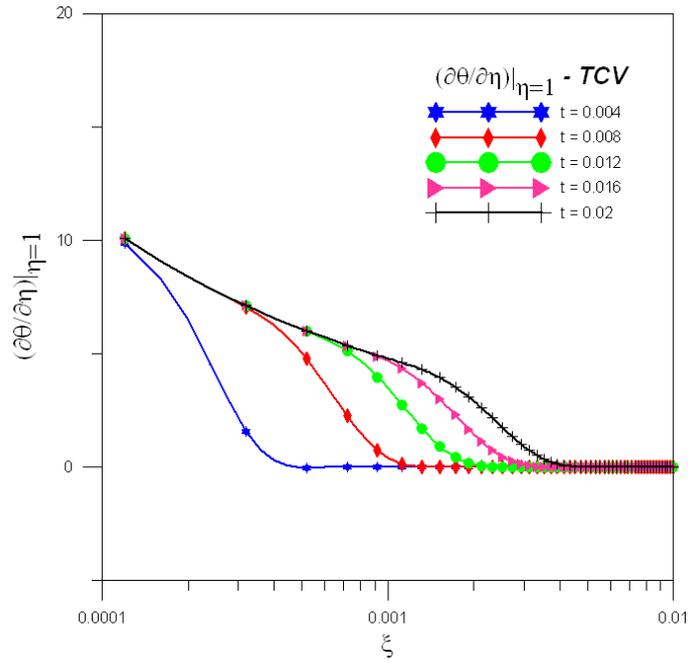


Figura 6.39: Fluxo de Calor Adimensional na Parede, $(\partial\theta/\partial\eta)_{\eta=1}$, sem o uso do Esquema FCT ("*Flux-Correcting Transport*").

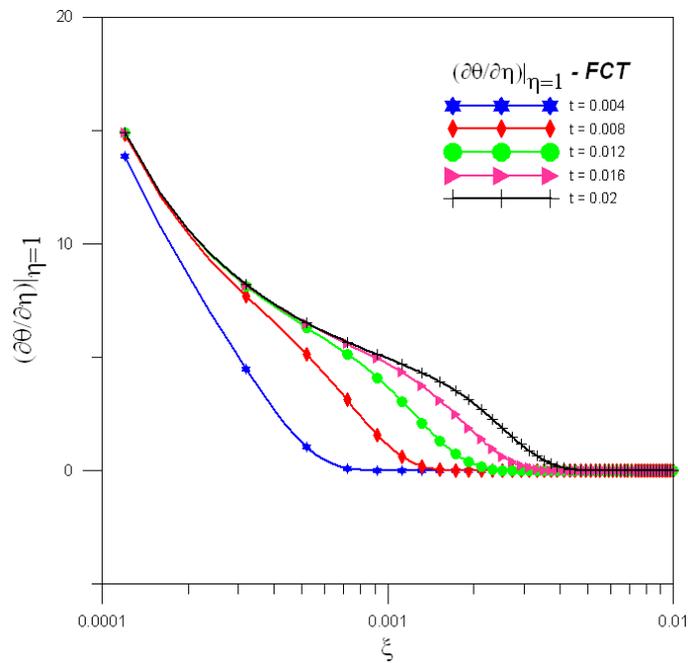


Figura 6.40: Fluxo de Calor Adimensional na Parede, $(\partial\theta/\partial\eta)_{\eta=1}$, Usando o Esquema FCT ("*Flux-Correcting Transport*").

Comentários

Pode-se perceber que, através dos resultados apresentados nesta seção para os números de Nusselt, para a temperatura média do fluido e para o fluxo de calor adimensional na parede, o uso do Esquema FCT (*"Flux-Correcting Transport"*) de Boris e Book (1973), que consiste em um esquema de diferenças finitas de primeira ordem, aqui aplicado nos *overshoot* do esquema finito de segunda ordem "*upwind*" modificado de Warming e Beam (1976), e utilizado por Cotta e Gerk (1994) e Guedes et al. (1994) em seus trabalhos originais, elimina completamente as oscilações numéricas presentes nos resultados apresentados. Ainda, através do uso do método proposto, através do uso do Esquema FCT (*"Flux-Correcting Transport"*), a condição de estado permanente é alcançada mais rapidamente, tanto para temperatura média do fluido, quanto para o fluxo de calor adimensional na parede, quando comparados aos resultados apresentados por Cotta e Gerk (1994) e Guedes et al. (1994) para os mesmos parâmetros.

Capítulo 7

Conclusões e Sugestões

Neste trabalho, é desenvolvido um estudo analítico-numérico de transferência de calor em dutos com aquecimento ativo na parede, visando as suas aplicações na produção de petróleo e gás natural em águas profundas e ultra-profundas, bem como, sua aplicação na simulação termo-hidráulica de reatores nucleares. É proposto um sistema otimizado de aquecimento elétrico segmentado, com o objetivo de minimizar a demanda energética de aquecimento das linhas de transporte de petróleo e gás natural em águas profundas. Dois problemas clássicos de transferência de calor convectiva foram estudados usando-se técnicas analítica ou híbrida analítico-numérica, por serem diretamente associados ao problema físico em questão. Foi investigada a influência dos modelos de escoamento turbulento e de número de Prandtl turbulento no cálculo de número de Nusselt na região de entrada térmica, assim como seus valores na região plenamente desenvolvida. Por fim, uma solução híbrida analítico-numérica da convecção laminar transiente em dutos foi obtida usando-se a técnica de transformada integral e o método de diferenças finitas.

Baseado nas análises e resultados apresentados nos capítulos anteriores, as seguintes conclusões são obtidas:

1. Concluimos que o método proposto de aquecimento segmentado, reduzirá significativamente a demanda de potência elétrica de aquecimento para a garantia de escoamento através do aquecimento elétrico direto segmentado.
2. É mostrado que ambos, os números de Nusselt assintótico e de entrada são

fortemente influenciados pelos modelos de turbulência adotados para o campo de velocidade e pelo número de Prandtl turbulento.

3. Os resultados numéricos indicam que o modelo de Churchill (2001) combinado com o modelo de Yakhot-Orszag-Yakhot possui melhor performance do que outras combinações na faixa de números de Reynolds e Prandtl considerados.
4. Observa-se que a solução híbrida proposta para a convecção transiente laminar remove com sucesso as oscilações numéricas presentes na solução da temperatura média obtidas sem o uso da correção FCT, os resultados do fluxo de calor adimensional e assim do número de Nusselt diferem das soluções obtidas sem o uso da correção FCT.

A fim de dar continuidade ao presente trabalho, as seguintes sugestões são propostas para trabalhos futuros:

1. Implementar experimentalmente o esquema elétrico proposto para o aquecimento elétrico segmentado em laboratório, visando a possível implementação em campo.
2. Realizar simulações de transiente térmica usando dados reais do campo de propriedades termo físicas e da especificação de tubulações, objetivando uma avaliação mais precisa do desempenho do método de aquecimento proposto.
3. Implementar correlações de transferência de calor multifásica na análise transiente de tubulações compostas multicamadas, aperfeiçoando a modelagem dos fenômenos físicos envolvidos.
4. Estuda-se a convecção turbulenta transiente em dutos circulares e de placas paralelas, usando os modelos de turbulência investigados no Capítulo 4 e o método de solução proposto no Capítulo 5.
5. Estudar a transferência de calor conjugada estacionária de convecção forçada, laminar e turbulento, em dutos com aquecimento na parede.
6. Estudar a transferência de calor conjugada transiente de convecção forçada, laminar e turbulento, em dutos com aquecimento na parede.

Aspectos Elétricos: Circuitos

Trifásicos

A quase totalidade da energia elétrica no mundo é gerada e transmitida por meio de sistemas elétricos trifásicos (aproximadamente) equilibrados e simétricos. O sistema de aquecimento elétrico segmentado proposto para gerar o aquecimento ativo das linhas de escoamento da produção de petróleo e gás natural em águas profundas utiliza ligações em configuração estrela trifásicas. Para um melhor posicionamento da dissertação, alguns fatores preponderantes relacionados a este tipo de ligação elétrica são expostos nesta seção.

Representação Senoidal

O ângulo característico de um sistema trifásico é dado por

$$\theta_c = \frac{2\pi}{3} = 120^\circ. \quad (1)$$

Sendo que:

- Um circuito trifásico é simétrico quando ele possui tensões e correntes trifásicas simétricas em qualquer ponto de sua configuração;
- As tensões (ou correntes) trifásicas de um circuito trifásico são ditas simétricas quando elas podem ser representadas por fasores balanceados;
- Diz-se que um conjunto de três fasores, representativos de três tensões (ou correntes) de um certo sistema trifásico, são balanceados, quando eles possuem o mesmo módulo e estão defasados um do outro de um mesmo ângulo, igual ao ângulo característico θ_c do sistema trifásico;

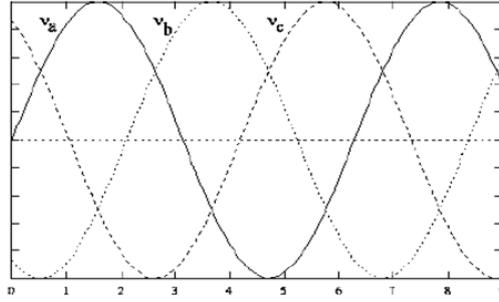


Figura 1: Tensões de Fase de um Sistema Trifásico.

- Diz-se que um circuito trifásico é equilibrado quando ele é composto por equipamentos equilibrados, ou seja, que podem ser representados por matrizes de impedâncias de fase equilibradas;
- Diz-se que uma matriz de impedâncias de fase é equilibrada quando ela é composta de elementos na diagonal iguais entre si e, elementos fora da diagonal, também iguais entre si. A matriz \tilde{Z}_f abaixo é uma matriz equilibrada e pode ser utilizada para representar um equipamento elétrico trifásico equilibrado.

$$\tilde{Z}_f = \begin{bmatrix} Z_p & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_p & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_p \end{bmatrix}$$

Quando o elemento não possui impedâncias mútuas, a matriz de impedâncias de fase vai ser diagonal, com elementos iguais entre si.

As *tensões de fase* são referidas a um ponto comum chamado neutro (n), que pode estar aterrado (potencial zero) ou não. Assim, as tensões de fase podem ser formalizadas pelas equações que se seguem:

$$v_a = V_p \sin(\omega t); \quad v_b = V_p \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right); \quad v_c = V_p \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right), \quad (2)$$

cujos gráficos são mostrados na Figura (1). Em termos de fasores teremos:

$$\hat{V}_a = \frac{V_p}{\sqrt{2}} e^{-j0} = V_{ef} \angle 0^\circ, \quad (3)$$

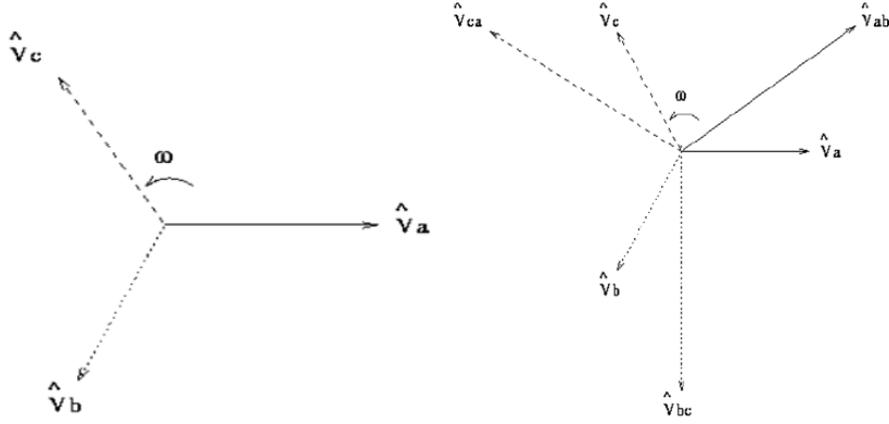


Figura 2: Diagrama Fasorial: (a) Tensões de Fase; (b) Tensões de Fase e de Linha.

$$\hat{V}_b = \frac{V_p}{\sqrt{2}} e^{-j\frac{2\pi}{3}} = V_{ef} \angle -120^\circ, \quad (4)$$

$$\hat{V}_c = \frac{V_p}{\sqrt{2}} e^{-j\frac{4\pi}{3}} = V_{ef} \angle -240^\circ, \quad (5)$$

cujo diagrama é mostrado na Figura (2). As tensões de linha são definidas pelas equações:

$$\hat{V}_{ab} = \hat{V}_a - \hat{V}_b = (V_{ef} \angle 0^\circ - V_{ef} \angle -120^\circ) = \sqrt{3} V_{ef} \angle 30^\circ, \quad (6)$$

$$\hat{V}_{bc} = \hat{V}_b - \hat{V}_c = (V_{ef} \angle -120^\circ - V_{ef} \angle -240^\circ) = \sqrt{3} V_{ef} \angle -90^\circ, \quad (7)$$

$$\hat{V}_{ca} = \hat{V}_c - \hat{V}_a = (V_{ef} \angle -240^\circ - V_{ef} \angle 0^\circ) = \sqrt{3} V_{ef} \angle -210^\circ. \quad (8)$$

Cargas Ligadas em Estrela

Considerando $Z_a = Z_b = Z_c = |Z| e^{j\theta}$, Figura (3) (carga equilibrada), as correntes de fase são dadas pelas expressões:

$$i_a = \frac{v_a}{Z_a} = I_p \sin(\omega t - \varphi), \quad (9)$$

$$i_b = \frac{v_b}{Z_b} = I_p \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \varphi), \quad (10)$$

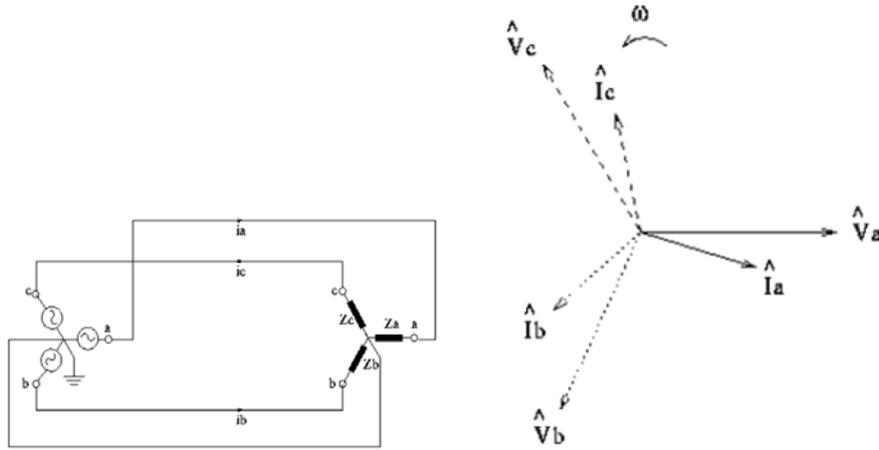


Figura 3: (a) Ligação Estrela com Neutro aterrado; (b) Diagramas Fasoriais: Tensões e Correntes de Fase.

$$i_c = \frac{v_c}{Z_c} = I_p \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3} - \varphi). \quad (11)$$

Em termos de fasores teremos:

$$\hat{I}_a = \frac{I_p}{\sqrt{2}} = I_{ef} \angle -\varphi, \quad (12)$$

$$\hat{I}_b = \frac{I_p}{\sqrt{2}} e^{(-j\frac{2\pi}{3} + \varphi)} = I_{ef} \angle (-(120^\circ) + \varphi), \quad (13)$$

$$\hat{I}_c = \frac{I_p}{\sqrt{2}} e^{(-j\frac{4\pi}{3} + \varphi)} = I_{ef} \angle (-(240^\circ) + \varphi). \quad (14)$$

A Figura (3) mostra os diagramas fasoriais das tensões e das correntes. Deve-se frisar que em condições normais as cargas são equilibradas, portanto:

$$\hat{I}_a = \hat{I}_b = \hat{I}_c = 0. \quad (15)$$

Vamos analisar uma situação em que as cargas estejam desequilibradas, $Z_a \neq Z_b \neq Z_c$, isto é:

$$Z_a = |Z_a| e^{-j\theta_a}; \quad Z_b = |Z_b| e^{-j\theta_b}; \quad Z_c = |Z_c| e^{-j\theta_c}. \quad (16)$$

Neste caso teremos $|Z_a| \neq |Z_b| \neq |Z_c|$ e $\varphi_a \neq \varphi_b \neq \varphi_c$ e, como conseqüência, $\hat{I}_a \neq \hat{I}_b \neq \hat{I}_c$. Considerando o neutro aterrado, teremos:

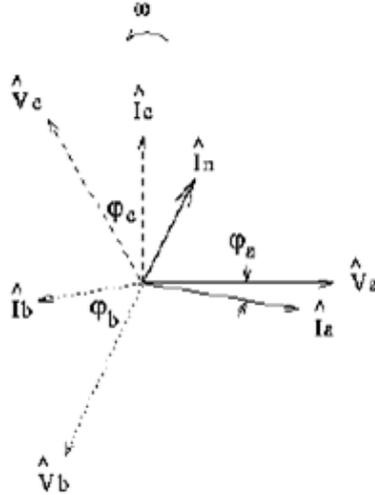


Figura 4: Diagramas Fasoriais: Tensões e Correntes de Fase (Cargas Desequilibradas).

$$\hat{I}_a + \hat{I}_b + \hat{I}_c = \hat{I}_n. \quad (17)$$

A Figura (5) mostra os diagramas fasoriais das tensões e das correntes. Podemos notar que o ponto neutro permanece fixo, o que permite concluir que as quedas de tensão nas cargas (\hat{V}_a , \hat{V}_b e \hat{V}_c) são equilibradas. O desequilíbrio se manifesta nas correntes, com o aparecimento da corrente de neutro \hat{I}_n .

No caso de neutro isolado teremos $\hat{I}_a \neq \hat{I}_b \neq \hat{I}_c$ e $\hat{I}_a + \hat{I}_b + \hat{I}_c = 0$. Nesta ligação o ponto neutro não é mais fixo, mas é livre para flutuar, isto é, assumir um potencial determinado pelos valores das impedâncias das cargas. A Figura (5) mostra o diagrama fasorial das tensões de fase.

Potência Trifásica

A potência ativa para uma ligação monofásica pode ser calculada pela fórmula:

$$P_{1\phi} = V_{ef} I_{ef} \cos \varphi. \quad (18)$$

Para uma ligação trifásica:

$$P_{3\phi} = P_a + P_b + P_c. \quad (19)$$

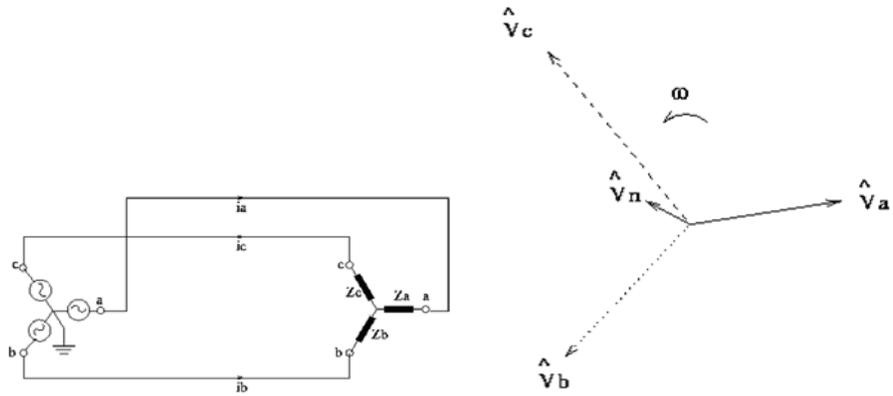


Figura 5: (a) Ligação Estrela com Neutro Isolado; (b) Diagramas Fasoriais: Tensões de Fase.

Se as cargas forem equilibradas:

$$P_{1\phi} = 3P_{3\phi} = 3V_{ef}I_{ef} \cos \varphi. \quad (20)$$

Na ligação estrela temos:

$$V_f = \frac{V_i}{\sqrt{3}}, \quad (21)$$

e

$$I_f = I_i. \quad (22)$$

Substituindo as Eqs. (21) e (22) na Eq. (20) teremos:

$$V_f = \frac{P_{3\phi}}{\sqrt{3}} I_i \cos \varphi. \quad (23)$$

Referências Bibliográficas

- Arik, M., Santos, C. A. C., e Kakaç, S. (1996). Turbulent forced convection with sinusoidal variation of inlet temperature between two parallel-plates. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 23:1121–1132.
- B. Weigand, J. S. e Beer, H. (1993). An analytic study of liquid solidification in low peclet number forced flows inside a parallel plate channel concerning axial heat conduction. In *Proceedings of the Fourth International Symposium on Thermal Engineering Science for Cold Regions*.
- Batchelor, G. (1950). Note on free turbulent flows with special reference to the two-dimensional wake. *J. Aeronaut. Sci.*, 17:441.
- Bhatti, M. S. e Shah, R. K. (1987). *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer*. John Wiley, New York.
- Book, D. L., Boris, J. P., e Hain, K. (1975). Flux-corrected transport ii – generalizations of method. *J. Computational Physics*, 18:248–283.
- Boris, J. P. e Book, D. L. (1973). Flux-corrected transport i – shasta, a fluid transport algorithm that works. *J. Computational Physics*, 11 (1):38–69.
- Boris, J. P. e Book, D. L. (1976). Flux-corrected transport iii – minimal-error fct algorithms. *J. Computational Physics*, 20:397–431.
- Boussinesq, J. (1877). Essai sur la théorie des eaux courantes, mém. présentes divers savants. *Acad. Sci. Inst. Fr.*, 23:1–680.

- Brown, D. M., Santos, C. A. C., Cotta, R. M., e Kakaç, S. (1997). Analysis of steady forced convection in thermally developing turbulent duct flows. *Int. J. Numer. Meth. Heat Fluid Flow*, 7:425–437.
- Brown, L. D. (2002). Flow assurance: A π^3 discipline. In *Proceedings of Offshore Technology Conference*, OTC 14010, Houston, Texas, U.S.A.
- Cerqueira, D. R., Su, J., e Estefen, S. F. (2004). Simulation of transient heat transfer of sandwich pipes with active electrical heating. In *Proceedings of 23rd International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, OMAE2004–51233, Vancouver, Canada.
- Chen, S. C., Anand, N. K., e Tree, D. R. (1983). Analysis of transient laminar convective heat transfer inside a circular duct. *J. Heat Transfer*, 105:922–924.
- Cheroto, S., Mikhailov, M. D., Kakaç, S., e Cotta, R. M. (1999). Periodic laminar forced convection: solution via symbolic computation and integral transforms. *Int. J. Therm. Sci.*, 32:613–621.
- Cheroto, S., Santos, C. A. C., e Kakaç, S. (1997). Hybrid analytical investigation of unsteady forced convection in parallel-plate channels for thermally developing flow. *J. Heat Mass Transfer*, 32:317–324.
- Chin, Y. D. e Roberts, I. (2002). Heat transfer during gas/condensate flow shut down/cool down in deepwater lazy wave risers. In *Proceedings of 21st International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE'02)*, Oslo, Norway.
- Churchill, S. W. (1997). New simplified models and formulations for turbulent flow and convection. *AIChE J.*, 43:1125–1140.
- Churchill, S. W. (2001). Turbulent flow and convection: the prediction of turbulent flow and convection in a circular tube. *Advances in Heat Transfer*, 44:255–361.
- Churchill, S. W. (2002). A reinterpretation of the turbulent prandtl number. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 41:6393–6401.

- Churchill, S. W. e Chan, C. (1995a). Theoretically based correlating equations for the local characteristics of fully turbulent flow in round tubes and between parallel plates. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 34:1332–1341.
- Churchill, S. W. e Chan, C. (1995b). Turbulent flow in channels in terms of local turbulent shear and normal stresses. *AIChE J.*, 41:2513–2521.
- Churchill, S. W. e Usagi, R. (1972). A general expression for the correlation of rates of transfer and other phenomena. *AIChE J.*, 18:1121–1128.
- Cotta, R. M. (1993). *Integral Transforms in Computational Heat and Fluid Flow*. CRC Press, Boca Raton.
- Cotta, R. M. (1998). *The Integral Transform Method in Thermal and Fluids Science and Engineering*. Begell House, New York.
- Cotta, R. M. e Gerck, J. E. V. (1994). Mixed finite-difference/integral transform approach for parabolic-hyperbolic problems in transient forced convection. *Num. Heat Transfer, Part B*, 25:433–448.
- Cotta, R. M. e Mikhailov, M. D. (1997). *Heat Conduction – Lumped Analysis, Integral Transforms, Symbolic Computation*. Ed. John Wiley & Sons, Chichester, England.
- Cotta, R. M. e Özisik, M. N. (1986). Transient forced convection in laminar channel flow with stepwise variations of wall temperature. *Can. J. Chem. Eng.*, 64:734–742.
- Cotta, R. M. e Özisik, M. N. (November, 1985). Transient forced convection in laminar channel flow with timewise variations of wall temperature. *ASME, Winter Annual Meeting, Miami Beach*, Paper No.85-WA/HT-72:x.
- Cotta, R. M., Özisik, M. N., e McRae, D. S. (1986). Transient heat transfer in channel with step change in inlet temperature. *Num. Heat Transfer*, 9 (5):619–630.

- Davalath, J., Hurtado, M., e Keig, R. (2002). Flow assurance management for bijupira and salema field development. In *Proceedings of Offshore Technology Conference*, OTC 14052, Houston, Texas, U.S.A.
- Dean, R. B. (1978). Reynolds number dependence of skin friction and other bulk flow variables in two-dimensional rectangular duct flow. *J. Fluids Eng.*, 100:215–223.
- El-Shaarawi, M. A. I. e Alkam, M. K. (1992). Transient forced convection in the entrance region of concentric annuli. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 35:3335–3344.
- Esaklul, K. A., Fung, G., Harrison, G., e Perego, R. (2003). Active heating for flow assurance control in deepwater flowlines. In *Proceedings of Offshore Technology Conference*, OTC 15188, Houston, Texas, U.S.A.
- Felix-Henry, A. e Secher, P. (2002). Flexible risers with active heating – recent developments with electrical heating. In *Proceedings of 3rd Workshop on Subsea Pipelines*, Rio de Janeiro, Brazil.
- Fleyfel, F., Henandez, O., Sturgis, R., e Meng, W. (2004). Evaluation of pipeline configurations with active heating for export of waxy crude oil. In *Proceedings of SPE Annual Technical Conference*, SPE90054, Houston, Texas, U.S.A.
- Gnielinski, V. (1976). New equations for heat and mass transfer in turbulent pipe and channel flow. *Int. Chem. Eng.*, 16:359–368.
- Golczynski, T. S. e Niesen, V. G. (2001). A tale os two trees: Flow assurance challenges for wet tree and dry tree systems in ultradeepwater. In *Proceedings of 2001 SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, New Orleans, Louisiana.
- Guedes, R. O. C. e Özisik, M. N. (1994). Transient heat transfer in simultaneously developing channel flow with step change in inlet temperature. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 37:2699–2706.
- Guedes, R. O. C., Özisik, M. N., e Bardon, J. P. (1994). Turbulent transient heat transfer in channel flow with step change in inlet temperature. *Wärme-und Stoffübertragung*, 29:277–283.

- Halvorsen, V. H., Lervik, J. K., e Klevjer, G. (2000). Hydrate and wax prevention of risers by electrical heating. In *Proceedings of 10th International Offshore and Polar Engineering Conference*.
- Harrison, G. E. e Herring, D. G. (2000). Active heating, dual production flowlines design for king sub sea tie-back at 1670 meters water depth. In *Proceedings of OMAE 2000 / PIPE-5050, Proceedings of ETCE/OMAE2000 Joint Conference*, New Orleans.
- Hatay, F. F., Li, W., e Kakaç, S. (1991). Numerical and experimental analysis of unsteady laminar forced-convection in channels. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 18:407–417.
- Hudson, J. L. e Bankoff, S. G. (1964). Asymptotic solutions for the unsteady graetz problem. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 7:1303–1307.
- Jischa, M. e Rieke, H. B. (1979). About the prediction of turbulent prandtl and schmidt numbers. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 22:1547–1555.
- Kakaç, S. e Li, W. (1994). Unsteady turbulent forced convection in a parallel-plate channel with timewise variation of inlet temperature. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 37:447–456.
- Kays, W. M. (1994). Turbulent prandtl number – where are we? *J. Heat Transfer*, 116:284–295.
- Kays, W. M. e Crawford, M. E. (1993). *Convective Heat and Mass Transfer*, 3rd ed. McGraw-Hill, New York.
- Kim, W. S., Özisik, M. N., e Mikhailov, M. D. (1991). On the solution of a complex eigenvalue problem of sturm-liouville type and application to periodic internal turbulent flow. *J. Franklin Institute*, 328:431–443.
- Kolmogoroff, A. N. (1962). A refinement of previous hypotheses concerning the local structure of turbulence in a viscous incompressible fluid at high reynolds number. *J. Fluid Mech.*, 13:82–85.

- Laouir, N. e Denniel, S. (2001). Combining passive insulation and active heating for enhanced thermal performance. In *Proceedings of 20th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE'01)*, Rio de Janeiro, Brazil.
- Lauder, B. E. e Spalding, D. B. (1972). *Mathematical Models of Turbulence*. Academic Press, London.
- Lee, S. L. (1982). Forced convection heat transfer in low prandtl number turbulent flows – influence of axial conduction. *Canadian J. Chem. Eng.*, 60:482–486.
- Leonard, B. P. (1979). A stable and accurate convective modelling procedure based on quadratic upstream interpolation. *Comp. Meth. App. Mech. Eng.*, 19:5998.
- Lervik, J. K., Ahlbeck, M., Raphael, H., Lauvdal, T., e Holen, P. (1998). Direct electrical heating of pipelines as a method of preventing hydrate and wax plugs. In *Proceedings of 8th International Offshore and Polar Engineering Conference*.
- Li, W. G. e Kakaç, S. (1991). Unsteady thermal entrance heat transfer in laminar flow with a periodic variation of inlet temperature. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 34:2581–2592.
- Lin, T. F., Hawks, K. H., e Leidenfrost, W. (1983). Unsteady thermal entrance heat transfer in laminar flow with step change in ambient temperature. *Wärme- und Stoffübertragung*, 17:125–132.
- MacLeod, A. L. (1951). *Liquid Turbulence in a GasLiquid Absorption System*. PhD thesis, Carnegie Institute of Technology, Pittsburgh, PA.
- March, D. M. e Bass, R. M. (2003). Robust technology implementation process applied to a first deepwater electrical heating ready system. In *Proceedings of Offshore Technology Conference*, OTC 15145, Houston, Texas, U.S.A.
- Mikhailov, M. D. e Özisik, M. N. (1984). *Unified Analysis and Solutions of Heat and Mass Diffusion*. John Wiley, New York.

- Mikhailov, M. D. e Vulchanov, N. L. (1983). Computacional procedure for sturm-liouville problems. *J. Comp. Phys.*, 50:323–336.
- Millikan, C. B. (1938). A critical discussion of turbulent flows in channels and circular tubes. In *Proceedings of the Fifth International Congress in Applied Mechanics*, Cambridge, MA.
- Minami, K., Cardoso, C. A. B. R., Bezerra, M. C. M., e Melo, A. P. (2000). Rondonador field development – the impact of fluid properties. In *Paper OTC-12138, presented at the 2000 Offshore Technology Conference*, Houston, Texas.
- Minami, K., Kurban, A. P. A., Khalil, C. N., e Kuchpil, C. (1999a). Ensuring flow and production in deepwater environments. In *Paper OTC-11035, presented at the 1999 Offshore Technology Conference*, Houston, Texas.
- Minami, K., Kurban, A. P. A., Khalil, C. N., e Kuchpil, C. (1999b). Ensuring flow and production in deepwater environments. In *Proceedings of Offshore Technology Conference*, OTC 11035, Houston, Texas, U.S.A.
- Murphree, E. V. (1932). Relation between heat transfer and fluid friction. *Ind. Eng. Chem.*, 24:726736.
- Nikuradse, J. (1932). Gesetzmäßigkeiten der turbulenten strömung in glatten rohren. *Forsch. Arb. Ing.-Wes.*, (336).
- Notter, R. H. e Sleicher, C. A. (1972). A solution to turbulent graetz problem – iii. fully developed and entry region heat-transfer rates. *Chem. Eng. Sci.*, 27:2073–2093.
- Orszag, S. D. e Kells, L. C. (1980). Transition to turbulence in plane poiseuille and plane couette flow. *J. Fluid Mech.*, 96:159–205.
- Özisik, M. N., Cotta, R. M., e Kim, W. S. (1989). Heat transfer in turbulent forced convection between parallel-plates. *Can. J. Chem. Eng.*, 67:771–776.

- Pausche, M. P. e Creek, J. L. (2002). Typhoon project: Flow assurance issues – how they were identified and resolved. In *Proceedings of Offshore Technology Conference*, OTC 14053, Houston, Texas, U.S.A.
- Prandtl, L. (1921). über den reibungswiderstand strömender luft. *Ergebn. Aerodyn. Versanst. Göttingen III Lieferung., München-Berlin (1927) 15, first mentioned in I Lieferung (1921).*, páginas 1–136.
- Prandtl, L. (1925). Bericht über untersuchungen zur ausgebildeten turbulenz. *Z. Angew. Math. Mech.*, 5:136–139.
- Prandtl, L. (1944). *Furrer durch dir stomungslehre*. Vieweg, Braunschweig.
- Prandtl, L. (1945). über ein formelsystem für die ausgebildete turbulenz. *Nach. Akad. Wiss. Göttingen Math. Phys. Kl.*, 6:56.
- Quaresma, J. N. N., Pimental, L. C. G., e Lima, J. A. (2001). Turbulent flow. In *Convective heat transfer in ducts – The integral transform approach*. Eds. C. A. C. Santos and J. N. N. Quaresma and J. A. Lima.
- Reichardt, H. (1951). Volständige darstellung der turbulenten geschwindigkeitsverteilung in glatten leitungen. *ZAMM*, 31:208–219.
- Reynolds, A. J. (1975). The prediction of turbulent prandtl and schmidt numbers. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 18:1055–1069.
- Reynolds, O. (1895). On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criteria. *Philos. Proc. Ray. Soc. Lond. A*, 186:123164.
- Rutledge, J. e Sleicher, C. A. (1993). Direct simulation of turbulent flow and heat transfer in a channel. *Int. J. Num. Methods*, 16:1051–1078.
- Saint-Marcoux, J. F. (2002). Hybrid riser towers meet all flow assurance issues of deep and ultra deep field developments. In *Proceedings of 3rd Workshop on Subsea Pipelines*, Rio de Janeiro, Brazil.
- Saint-Marcoux, J. F. e Kennedy, B. F. (2002). Functional approach to flow assurance applied to deepwater field development. *Paragon Engineering*.

- Saint-Pierre, T. e Constant, A. (2002a). Girassol: The management of flow assurance constraints. In *Proceedings of Offshore Technology Conference*, OTC 14169, Houston, Texas, U.S.A.
- Saint-Pierre, T. e Constant, A. (2002b). Girassol: The subsea production system presentation and challenges. In *Proceedings of Offshore Technology Conference*, OTC 14170, Houston, Texas, U.S.A.
- Somasundaram, S., Anand, N. K., e Husain, S. R. (1988). Calculation of transient turbulent heat transfer in a rectangular channel – 2-layer model. *Num. Heat Transfer*, 13:467–480.
- Spalding, D. B. (1961). Heat transfer to a turbulent stream from a surface with a step-wise discontinuity in wall temperature. *Proceedings of the International Conference of Developments in Heat Transfer*, ASME, Part III:439–446.
- Su, J. (2003). Flow assurance of deepwater oil and gas production – a review. In *Proceedings of 22nd International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE'03)*, Cancun, Mexico.
- Su, J. e Cerqueira, D. R. (2001). Simulation of transient heat transfer in multilayered composite pipeline. In *Proceedings of 20th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, OMAE01/PIPE–4126, Rio de Janeiro, Brazil.
- Su, J., Cerqueira, D. R., e Estefen, S. F. (2003). Thermal analysis of sandwich pipes with active electrical heating. In *Proceedings of 22nd International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE'03)*, Cancun, Mexico.
- Su, J., Cerqueira, D. R., e Estefen, S. F. (2005). Simulation of transient heat transfer of sandwich pipes with active electrical heating. *Trans. ASME, J. Offshore Mech. Artic Eng.*, 127:366–370.
- Su, J. e Estefen, S. F. (2005). Thermal-hydraulic analysis of heavy oil transportation in heated sandwich pipelines. In *Proceedings of 24th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, OMAE2005–67109, Halkidiki, Greece.

- Su, J., Regis, C. R., e Botto, A. (2002). Thermal analysis of combined active heating and passive insulation of deepwater pipelines. In *Proceedings of 21th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE'02)*, Oslo, Norway.
- Sucec, J. (1986). Transient heat transfer in the thermal entry region of a pipe – an analytical solution. *Applied Scientific Research*, 43:115–125.
- Sucec, J. (1988). Analytical solution for unsteady heat-transfer in a pipe. *J. Heat Transfer, Trans. ASME*, 110:850–854.
- Sucec, J. e Radley, D. (1990). Unsteady forced convection heat transfer in a channel. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 33:683–690.
- Ünsal, M. (1998). A solution for the complex eigenvalues and eigenfuctions of the periodic graetz problem. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 25:585–592.
- Urdahl, O., Bornes, A. H., Kinnari, K. J., e Holme, R. (2003). Operational experience by applying direct electrical heating for hydrate prevention. In *Proceedings of Offshore Technology Conference*, OTC 15189, Houston, Texas, U.S.A.
- von Kármán, T. (1934). Turbulence and skin friction. *J. Aerosp. Sci.*, 7:1–20.
- Warming, R. F. e Beam, R. M. (1976). Upwind second-order difference schemes and applications in aerodynamic flows. *AIAA J.*, 14:1241–1249.
- Wei, T. e Willmarth, W. W. (1980). Reynolds number effects on the structure of a turbulent channel flow. *J. Fluid Mech.*, 204:5795.
- Weigand, B. (1996). An extract analytical solution for the extended turbulent graetz problem with dirichlet wall boundary conditions for pipe and channel flows. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 39:1625–1637.
- Weigand, B., Braun, J., e Neumann, S. O. (1997a). Freezing in forced convection flows inside ducts: a review. *Heat Mass Transfer*, 32:341–351.

- Weigand, B., Ferguson, J. R., e Crawford, M. E. (1997b). An extended kays and crawford turbulent prandtl number model. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 40:4191–4196.
- Weigand, B., Kanzamar, M., e Beer, H. (2001). The extended graetz problem with piecewise constant wall heat flux for pipe and channel flows. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 44:3941–3952.
- Weigand, B. e Lauffer, D. (2004). The extended graetz problem with piecewise constant wall temperature for pipe and channel flows. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 47:5303–5312.
- Weigand, B., Schwartzkopff, T., e Sommer, T. P. (2002). A numerical investigation of the heat transfer in a parallel plate channel with piecewise constant wall temperature boundary conditions. *J. Heat Transfer, Trans. ASME*, 124:626–634.
- Weigand, B., Wolf, M., e Beer, H. (1997c). Heat transfer in laminar and turbulent flows in the thermal entrance region of concentric annuli: axial heat conduction effects in the fluid. *Heat and Mass Transfer*, 33:67–80.
- Weigand, B. e Wrona, F. (2003). The extended graetz problem with piecewise constant wall heat flux for laminar and turbulent flows inside concentric annuli. *Heat Mass Transfer*, 39:313–320.
- Yakhot, V., Orszag, S. A., e Yakhot, A. (1987). Heat transfer in turbulent fluids – i. pipe flow. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 30:15–22.
- Zagarola, M. V. (1981). *Mean-flow Scaling of Turbulent Pipe Flow*. PhD thesis, Princeton University, Princeton, NJ.