

EQUAÇÕES DA CINÉTICA PONTUAL PARA SISTEMAS SUBCRÍTICOS
BASEADAS NA FUNÇÃO IMPORTÂNCIA ASSOCIADA À FONTE EXTERNA
DE NÊUTRONS

Wemerson de Carvalho Gonçalves

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Nuclear, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Nuclear.

Orientador(es): Aquilino Senra Martinez

Fernando Carvalho da Silva

Rio de Janeiro
Setembro de 2014

EQUAÇÕES DA CINÉTICA PONTUAL PARA SISTEMAS SUBCRÍTICOS
BASEADAS NA FUNÇÃO IMPORTÂNCIA ASSOCIADA À FONTE EXTERNA
DE NÊUTRONS

Wemerson de Carvalho Gonçalves

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA NUCLEAR.

Examinada por:

Prof. Aquilino Senra Martinez, D. Sc.

Prof. Fernando Carvalho da Silva, D. Sc.

Prof. Adimir dos Santos, Ph.D.

Prof. Hermes Alves Filho, D.Sc.

Prof. Ricardo Carvalho de Barros, Ph.D.

Prof. Antônio Carlos Marques Alvin, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

SETEMBRO DE 2014

Gonçalves, Wemerson de Carvalho

Equações da Cinética Pontual para Sistemas Subcríticos Baseadas na Função Importância Associada à Fonte Externa de Nêutrons/ Wemerson de Carvalho Gonçalves. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2014.

IX, 79 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Aquilino Senra Martinez

Fernando Carvalho da Silva

Tese (doutorado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Nuclear, 2014.

Referências Bibliográficas: p. 70-72.

1. Cinética de Reatores Nucleares. 2. Parâmetros Cinéticos. I. Martinez, Aquilino Senra, *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Nuclear. III. Título.

*Procurei encontrar inspiração
Num recanto de terra pequenina
Pra fazer um verso em descrição
Das histórias da vida nordestina
Mas olhando para a força dessa gente
Vi que um verso não é suficiente
Pra mostrar a beleza do que vejo
Um poema seria um disparate
Não há verso no mundo que retrate
A grandeza do povo sertanejo.*

Maurício Menezes

AGRADECIMENTOS

A Deus, que mesmo nos momentos mais difíceis desta longa caminhada sempre esteve presente não permitindo que eu desistisse.

À minha mãe, Maria de Carvalho Gonçalves, pelo amor, carinho, conselhos, amizade e por está por perto sempre sempre que precisei.

Aos meus irmãos Edney de Carvalho Gonçalves, Marcos Aurélio de Carvalho Sousa, Emília Augusta de Carvalho Sousa e Ariana, meus primos, meus avós, tios e sobrinhos.

Aos meus orientadores professores Aquilino Senra Martinez e Fernando Carvalho da Silva por todo o tempo, ensinamentos, atenção, pelos muitos conselhos, orientação e suporte.

Aos meus amigos da graduação Carlos Eduardo, Davidson Cruz, Emerson Paiva, Jefferson Martins, Juliana Barros, Luciano Fontes e Thomas Proença pelos grandes e inesquecíveis anos na UFRuralRJ.

A todos os meus professores, desde a infância.

Aos amigos do PEN Débora Trombetta, Sérgio Turibus, Paulo Igor, Fernando Augusto, Lenilson Moreira, Dalton Beltran, Adriano Figueira, Danielle Teixeira e Jerônimo Junior.

A todos os funcionários do programa de Engenharia Nuclear (PEN) da COPPE, que sempre nos atendem com boa vontade e paciência, em especial ao Washington, Liliane (Lili), Reginaldo, Josevalda (Jô) e Suzana.

Aos membros da banca por aceitarem participar da minha banca, dedicando parte de seus tempos na leitura e sugestões para o aprimoramento da tese.

Ao Cnpq pelo auxílio financeiro que possibilitou a realização deste trabalho.

A todos que de alguma forma, contribuíram positivamente com este trabalho.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

EQUAÇÕES DA CINÉTICA PONTUAL PARA SISTEMAS SUBCRÍTICOS
BASEADAS NA FUNÇÃO IMPORTÂNCIA ASSOCIADA À FONTE EXTERNA
DE NÊUTRONS

Wemerson de Carvalho Gonçalves

Setembro/2014

Orientadores: Aquilino Senra Martinez

Fernando Carvalho da Silva

Programa: Engenharia Nuclear

Este trabalho tem por objetivo determinar os parâmetros para o novo conjunto de equações da cinética pontual para sistemas subcríticos, tendo como base o conceito de importância da Teoria de Perturbação Generalizada Heurística (HGPT). A função importância, aqui definida, está relacionada tanto com a subcriticalidade do sistema quanto com o valor da fonte externa de nêutrons. Os parâmetros cinéticos, definidos neste trabalho, são comparados com os respectivos parâmetros quando adotando as funções importâncias propostas por GANDINI e SALVATORES (GANDINI e SALVATORES, 2002), DULLA et al (DULLA et al, 2006) e NISHIHARA et al (NISHIHARA et al, 2003).

Dos resultados obtidos verifica-se que há um comportamento idêntico, da solução das equações da cinética pontual, quando utilizados os parâmetros obtidos com as funções importâncias propostas por GANDINI e SALVATORES (GANDINI e SALVATORES, 2002) e DULLA et al (DULLA et al, 2006). Já, os parâmetros obtidos com a função importância proposta neste trabalho, verifica-se que a solução das equações da cinética pontual possui um comportamento bastante próximo daquele obtido quando utiliza-se os parâmetros calculados usando as funções importâncias de GANDINI e SALVATORES (GANDINI e SALVATORES, 2002), à medida que o sistema se aproxima da criticalidade. No entanto, isto já não se verifica quando o sistema se encontra longe da criticalidade.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

POINT KINETICS EQUATIONS FOR SUBCRITICAL SYSTEMS BASED ON THE
IMPORTANCE FUNCTION ASSOCIATED TO AN EXTERNAL NEUTRON
SOURCE

Wemerson de Carvalho Gonçalves

September/2014

Advisors: Aquilino Senra Martinez

Fernando Carvalho da Silva

Department: Nuclear Engineering

This work aims to determine the parameters for a new set of equations for the point kinetics subcritical systems, based on the concept of the importance of the Heuristic Generalized Perturbation Theory (HGPT). The importance function defined here is related to both the subcriticality of the system and the external neutron source worth. The kinetic parameters, defined in this work, are compared with the corresponding parameters when adopting the importance functions proposed by GANDINI and SALVATORES (GANDINI and SALVATORES, 2002), DULLA et al (DULLA et al, 2006) and NISHIHARA et al (NISHIHARA et al, 2003).

The results collected show that there is a similar behavior of the solution of the point kinetics equations, when used with the parameters obtained by the importance functions proposed by GANDINI and SALVATORES (GANDINI and SALVATORES, 2002) and DULLA et al (DULLA et al, 2006), specially near the criticality. However, this is not verified as the system gets farther from criticality.

ÍNDICE DO TEXTO

1	INTRODUÇÃO.....	01
1.1	Introdução – Motivação.....	01
1.2	Objetivo e Divisão do Trabalho.....	03
2	AS EQUAÇÕES CONVENCIONAIS DA CINÉTICA PONTUAL.....	06
2.1	Introdução.....	06
2.2	As Equações Convencionais da Cinética Pontual.....	06
3	REVISÃO DAS FUNÇÕES IMPORTÂNCIAS PROPOSTAS POR GANDINI, DULLA E NISHIHARA.....	18
3.1	Introdução.....	18
3.2	Equações da Cinética Pontual para Sistemas Subcríticos.....	19
3.3	Equações da Cinética Pontual Segundo GANDINI e SALVADORES (GANDINI e SALVADORES, 2002).....	26
3.4	Equações da Cinética Pontual Segundo DULLA et al (DULLA et al, 2006).....	30
3.5	Equações da Cinética Pontual Segundo NISHIHARA et al (NISHIHARA et al, 2003).....	33
4	EQUAÇÕES DA CINÉTICA PONTUAL PARA SISTEMAS SUBCRÍTICOS BASEADAS NA FUNÇÃO IMPORTÂNCIA ASSOCIADA À FONTE EXTERNA DE NÊUTRONS.....	39
4.1	Introdução.....	39
4.2	Obtenção da Função Importância.....	40

4.3	Equações da Cinética Pontual Obtidas Segundo a Nova Metodologia.....	44
5	METODOLOGIA E APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS.....	51
5.1	Introdução.....	51
5.2	Configuração do Núcleo.....	52
5.3	Resultados.....	53
5.4	Análise de Transientes.....	57
6	CONCLUSÕES	68
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	70
	APÊNDICE.....	73

CAPÍTULO 1

1. Introdução - Motivação

Estima-se que em 2050 o consumo de energia elétrica no Brasil seja de 1 624 TWh (EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA, 2014), sendo que o consumo e a oferta totais de energia elétrica em 2013 foram, respectivamente, 516,3 TWh e 609,9 TWh (EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA, 2014: Ano base 2013). Essa diferença exigirá investimentos pesados na expansão da oferta de energia elétrica no país. Entretanto, os reatores nucleares comerciais, em sua grande maioria, operam em um ciclo de combustível aberto, ou seja, não reciclam o combustível. Isto gera um acúmulo de combustível nuclear irradiado que, além dos valiosos Urânio e Plutônio, contém actínidos menores (Americício, Neptúnio e Cúrio) e produtos de fissão de meia vida longa extremamente radiotóxicos. Esse combustível, precisa ser armazenado de modo seguro por milhares de anos e seu manejo é considerado o grande desafio da energia nuclear (MAIORINO et al, 2003).

Nesse contexto e aliados às preocupações ambientais crescentes com relação às emissões de gases de efeito estufa, os sistemas subcríticos acionados por fonte externa de nêutrons aparecem como uma solução plausível para este problema, uma vez que estes vêm sendo reconhecidos mundialmente como uma poderosa ferramenta para transmutar grandes quantidades de material radioativo (GANDINI e SALVATORES, 2002).

Esses sistemas, normalmente conhecidos pela sigla ADS (*Accelerator – Driven Systems*), embora tenham sido inicialmente dedicados exclusivamente à transmutação desses rejeitos, de maneira a reduzir suas altas atividades e como consequência,

diminuir os requisitos mínimos nos repositórios geológicos, podem ser usados para a geração de energia já que podem extrair uma quantidade de energia equivalente a 30% do que é extraído na queima inicial de um PWR (RUBBIA, 1996).

Os sistemas ADS surgiram na década de 40 quando um alvo de urânio era bombardeado por prótons de alta energia ou deutérios para produzir uma grande quantidade de nêutrons. Ainda nessa década (mais precisamente em 1941) o primeiro plutônio artificial foi produzido por Glenn Seaborg utilizando um acelerador (PEREIRA, 2002).

O primeiro ADS voltado para a segurança e transmutação de rejeitos foi desenvolvido no Laboratório Nacional de Brookhaven na década de 80 por um grupo de pesquisa chefiado por H. Takahashi e G. Van Tuyle.

Os reatores ADS apresentam como vantagens menor probabilidade de acidentes de reatividade, alta capacidade de transmutação, baixa produção de rejeitos e melhor utilização dos recursos naturais a longo prazo. Eles basicamente são constituídos de (LEE, 2009):

- ✓ Um acelerador (Cíclotron ou Linac), que acelera o feixe de prótons;
- ✓ Um alvo (onde os nêutrons são produzidos por “spallation” ou qualquer reação nuclear);
- ✓ Refrigerante, que pode ser do tipo loop ou piscina, podendo ser usado sódio, chumbo, chumbo–bismuto fundido, ou gás Hélio e
- ✓ Núcleo subcrítico ($k_{eff} \sim 0,95-0,98$) consistindo de combustíveis em forma metálica, óxido ou nitreto de (U, Th e Pu).

Os reatores ADS consistem de um sistema subcrítico mantido em estado estacionário por uma fonte externa de nêutrons. A presença da fonte externa de nêutrons introduz novas considerações em relação à descrição matemática do processo físico que

ocorre no núcleo do reator nuclear (DULLA et al., 2006) como no caso da cinética pontual.

Sabe-se que a obtenção do conjunto de equações convencionais da cinética pontual é fundamentada na Teoria de Transporte de Nêutrons e no uso do fluxo angular adjunto $\varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$ como função peso, uma vez que em sistemas críticos, o fluxo angular adjunto é a importância associada à criticalidade.

A obtenção do conjunto de equações da cinética pontual para sistemas subcríticos acionados por fonte externa de nêutrons, não pode estar fundamentada no uso do fluxo angular adjunto como função peso, pois, esta não é a função importância adequada para os sistemas subcríticos.

A principal dificuldade para a descrição física completa dos sistemas subcríticos reside na escolha da função importância associada a uma dada quantidade integral (DULLA et al., 2006). Na literatura, as funções importâncias de maiores destaques são aquelas propostas por GANDINI e SALVATORES (GANDINI e SALVATORES, 2002), que leva em conta a presença das fontes externa e de fissão e o conceito de reatividade generalizada, DULLA et al (DULLA et al, 2006), que tem a mesma estrutura do modelo de cinética pontual clássico, NISHIHARA et al (NISHIHARA et al, 2003), que não leva em conta a presença da fonte de fissão no cálculo da função importância e, por fim, SILVA et al (SILVA et al, 2011), que é baseado na escolha de uma função importância híbrida.

1.2 Objetivo e Divisão do Trabalho

Embora os trabalhos desenvolvidos por GANDINI e SALVATORES

(GANDINI e SALVATORES, 2002), DULLA et al (DULLA et al, 2006), NISHIHARA et al (NISHIHARA et al, 2003) e SILVA et al (SILVA et al, 2011) tenham como objetivo principal estudar o comportamento dinâmico dos sistemas subcríticos acionados por fonte externa, esses trabalhos não levam em conta as principais características de tal sistema que são a subcriticalidade do sistema e o valor da fonte externa de nêutrons.

Nesse sentido, o objetivo desta tese visa uma nova formulação para a cinética pontual de sistemas subcríticos baseada na escolha de uma função importância que está associada tanto com a subcriticalidade do sistema quanto com o valor da fonte externa de nêutrons.

A quantidade integral, da qual obtém-se a referida função importância é, então definida relacionada com a Teoria de Perturbação Generalizada Heurística (HGPT - Heuristic Generalized Perturbation Theory) (GANDINI, 2001).

Esta tese está dividida em 6 capítulos, onde no Capítulo 2 será feita uma apresentação das equações da cinética pontual convencional escritas em termos dos operadores de transporte (L) e de produção (F). Essas equações foram obtidas a partir do conjunto de equações da cinética espacial e do conceito de função importância associada a uma quantidade integral mensurável. Será visto nesse capítulo que a função importância para sistemas críticos está relacionada com o fluxo angular adjunto $\varphi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$ que é a quantidade integral associada à criticalidade.

No Capítulo 3, será apresentada uma revisão dos trabalhos propostos por GANDINI e SALVATORES (GANDINI e SALVATORES, 2002), DULLA et al (DULLA et al, 2006) e NISHIHARA et al (NISHIHARA et al, 2003). Nesses trabalhos, as equações foram obtidas a partir do conjunto de equações da cinética espacial, do

conceito de Teoria de Perturbação Generalizada Heurística (Heuristic Generalized Perturbation Theory - HGPT) e de uma função importância associada à subcriticalidade.

A determinação da função importância associada à subcriticalidade é um dos principais desafios para a obtenção do novo conjunto de equações da cinética pontual para sistemas subcríticos. Nesse contexto, será apresentado no capítulo 4 o procedimento para determinação da função importância que, acredita ser a quantidade integral mais importante em reatores subcríticos guiados por fontes. Nesse capítulo, será apresentado também, o novo conjunto de equações da cinética pontual para tais sistemas obtido a partir das equações da cinética espacial, HGPT e do conceito de função importância associada à subcriticalidade.

O Capítulo 5 contém a metodologia adotada para a realização dos testes, a configuração do núcleo e a apresentação dos resultados. No Capítulo 6, são apresentadas as conclusões do trabalho.

CAPÍTULO 2

AS EQUAÇÕES DA CINÉTICA PONTUAL CONVENCIONAL

2.1. Introdução

Sabe-se que a uma fração muito pequena dos nêutrons emitidos na fissão surge com apreciável tempo de atraso, alcançando de menos de um segundo a um minuto (DUDERSTADT e HAMILTON, 1976). Esses nêutrons resultam quando do decaimento beta de um produto de fissão leva a um estado excitado no núcleo em que a emissão de nêutrons do núcleo filho é possível. São vários os produtos de fissão que dão origem a nêutrons atrasados, mas por conveniência, esses são divididos em seis grupos.

A fração dos nêutrons atrasados é muito pequena ($\beta \sim 0,7\%$) em comparação com a fração dos nêutrons prontos, mas considerá-los é de extrema importância para o controle do comportamento do reator (DUDERSTADT e HAMILTON, 1976).

Diante disso, será feita na seção seguinte, uma apresentação das equações convencionais da cinética pontual quando da consideração de tais nêutrons.

2.2 As Equações Convencionais da Cinética Pontual

Sejam as equações da cinética espacial considerando a presença dos nêutrons atrasados

$$\frac{1}{v(E)} \frac{\partial}{\partial t} \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) + L\varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) = F_p \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) + \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^6 \lambda_i \chi_i(E) C_i(\vec{r}, t) \quad (2.1)$$

e

$$\frac{\partial}{\partial t} C_i(\vec{r}, t) = \int_{4\pi} \int_0^{\infty} \beta_i \nu(E') \Sigma_f(\vec{r}, E', t) \varphi(\vec{r}, E', \hat{\Omega}', t) dE' d\hat{\Omega}' - \lambda_i C_i(\vec{r}, t);$$

$$(i = 1, 2, \dots, 6), \quad (2.2)$$

onde os operadores de transporte (L) e de produção de nêutrons prontos por fissão (F_p) são definidos por:

$$L \equiv \hat{\Omega} \cdot \vec{\nabla}(\cdot) + \Sigma_t(\vec{r}, E, t)(\cdot) - \int_{4\pi} \int_0^{\infty} \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega}, t)(\cdot) dE' d\hat{\Omega}', \quad (2.3)$$

$$F_p \equiv \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \int_0^{\infty} (1 - \beta) \chi_p(E) \nu(E') \Sigma_f(\vec{r}, E', t)(\cdot) dE' d\hat{\Omega}'. \quad (2.4)$$

Como condição para o conjunto de equações (2.1) e (2.2), admite-se que $\varphi(\vec{r}_s, E, \hat{\Omega}, t) = 0$ para $\hat{\Omega} \cdot \hat{e}_s < 0$, ou seja, não há nêutrons entrando no sistema (DUDERSTADT e HAMILTON, 1976).

Se o reator estava operando no estado estacionário até o instante t_0 , então, tem-se que:

$$\frac{\partial}{\partial t} \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} C_i(\vec{r}, t) = 0$$

para $t \leq t_0$.

Com isso, as equações (2.1) e (2.2) tornam-se:

$$L_0\varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) = F_{p,0}\varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) + \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^6 \lambda_i \chi_i(E) C_i(\vec{r}, t_0) \quad (2.5)$$

$$\lambda_i C_i(\vec{r}, t_0) = \int \int_{4\pi}^{\infty} \beta_i \nu(E') \Sigma_f(\vec{r}, E', t_0) \varphi_0(\vec{r}, E', \hat{\Omega}') dE' d\hat{\Omega}'; \quad (i = 1, 2, \dots, 6) \quad (2.6)$$

Combinando as equações (2.6) e (2.5), vem:

$$L_0\varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) = F_0\varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}), \quad (2.7)$$

onde:

$$L_0 \equiv \hat{\Omega} \cdot \vec{\nabla}(\cdot) + \Sigma_t(\vec{r}, E, t_0)(\cdot) - \int \int_{4\pi}^{\infty} \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega}, t_0)(\cdot) dE' d\hat{\Omega}' \quad (2.8)$$

$$F_0 \equiv \int \int_{4\pi}^{\infty} \left\{ (1 - \beta) \chi_p(E) + \sum_{i=1}^6 \beta_i \chi_i(E) \right\} \frac{\nu(E')}{4\pi} \Sigma_f(\vec{r}, E', t_0)(\cdot) dE' d\hat{\Omega}' \quad (2.9)$$

A equação adjunta à equação (2.7) pode ser assim escrita:

$$L_0^+ \varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) = F_0^+ \varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}), \quad (2.10)$$

onde da Teoria de Perturbação Generalizada Heurística (GANDINI, 1987), tem-se:

$$L_0^+ \equiv -\hat{\Omega} \cdot \vec{\nabla}(\cdot) + \Sigma_t(\vec{r}, E, t_0)(\cdot) - \int_{4\pi} \int_0^\infty \Sigma_s(\vec{r}, E \rightarrow E', \hat{\Omega} \rightarrow \hat{\Omega}', t_0)(\cdot) dE' d\hat{\Omega}' \quad (2.11)$$

$$F_0^+ \equiv \frac{1}{4\pi} \nu(E) \Sigma_f(\vec{r}, E, t_0) \int_{4\pi} \int_0^\infty \{(1-\beta)\chi_p(E') + \sum_{i=1}^6 \beta_i \chi_i(E')\}(\cdot) dE' d\hat{\Omega}' \quad (2.12)$$

A condição de contorno para a equação (2.10) consiste em admitir que $\varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) = 0$ para $\hat{\Omega} \cdot \hat{e}_s > 0$, ou seja, os nêutrons que saem do sistema não têm importância para a medida (DUDERSTADT e HAMILTON, 1976).

Agora, somando e subtraindo o termo de produção de nêutrons atrasados por fissão (F_i), dado por

$$\sum_{i=1}^6 F_i \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) \equiv \sum_{i=1}^6 \int_{4\pi} \int_0^\infty \beta_i \frac{\chi_i(E) \nu(E')}{4\pi} \Sigma_f(\vec{r}, E', t) \varphi(\vec{r}, E', \hat{\Omega}', t) dE' d\hat{\Omega}' \quad (2.13)$$

no lado direito da equação (2.1), segue que

$$\begin{aligned} \frac{1}{\nu(E)} \frac{\partial}{\partial t} \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) + L\varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) = F\varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) - \sum_{i=1}^6 F_i \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) + \\ + \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^6 \lambda_i \chi_i(E) C_i(\vec{r}, t). \end{aligned} \quad (2.14)$$

Onde o operador de produção (F), agora é escrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
F &\equiv F_p + F_i = \\
&= \int_{4\pi} \int_0^\infty \left\{ (1-\beta)\chi_p(E) + \sum_{i=1}^6 \beta_i \chi_i(E) \right\} \frac{v(E')}{4\pi} \Sigma_f(\vec{r}, E', t)(\cdot) dE' d\hat{\Omega}' .
\end{aligned}$$

Multiplicando a equação (2.14) pelo fluxo angular adjunto $\varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$ e integrando nas variáveis do espaço de fase $(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$, vem:

$$\begin{aligned}
&\frac{d}{dt} \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \frac{1}{v(E)} \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r + \\
&\quad + \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) L \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r = \\
&= \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r - \\
&\quad - \sum_{i=1}^6 \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F_i \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r + \\
&\quad + \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^6 \lambda_i \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \chi_i(E) C_i(\vec{r}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r . \tag{2.15}
\end{aligned}$$

Multiplicando a equação (2.10) pelo fluxo angular real $\varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t)$ e integrando nas variáveis de espaço de fase, segue que

$$\begin{aligned}
&\int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) L_0^+ \varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r = \\
&= \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) F_0^+ \varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r . \tag{2.16}
\end{aligned}$$

Como $\varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t)$ e $\varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$ satisfazem as condições homogêneas, a equação (2.16) pode ser reescrita, da seguinte forma ((DUDERSTADT e HAMILTON, 1976; MARCHUK et al, 1996),

$$\begin{aligned} & \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) L_0 \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r = \\ & = \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F_0 \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Subtraindo a equação (2.17) da equação (2.15) termo a termo, vem

$$\begin{aligned} & \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \frac{1}{v(E)} \frac{\partial}{\partial t} \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r = \\ & = \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) (\delta F - \delta L) \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r - \\ & \quad - \sum_{i=1}^6 \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F_i \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r + \\ & \quad + \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^6 \lambda_i \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \chi_i(E) C_i(\vec{r}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r \end{aligned} \quad (2.18)$$

onde, das definições dos operadores L e F , tem-se:

$$\delta L \equiv L - L_0 = \delta \Sigma_t(\vec{r}, E, t)(\cdot) - \int_{4\pi} \int_0^\infty \delta \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega}, t)(\cdot) dE' d\hat{\Omega}', \quad (2.19)$$

e

$$\delta F \equiv F - F_0 = \int_{4\pi} \int_0^\infty \left\{ (1-\beta)\chi_p(E) + \sum_{i=1}^6 \beta_i \chi_i(E) \right\} \frac{v(E')}{4\pi} \delta \Sigma_f(\vec{r}, E', t)(\cdot) dE' d\hat{\Omega}' \quad (2.20)$$

com

$$\delta \Sigma_f(\vec{r}, E', t) \equiv \Sigma_f(\vec{r}, E', t) - \Sigma_f(\vec{r}, E', t_0), \quad (2.21)$$

$$\delta \Sigma_i(\vec{r}, E', t) \equiv \Sigma_i(\vec{r}, E', t) - \Sigma_i(\vec{r}, E', t_0) \quad (2.22)$$

e

$$\delta \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega}, t) \equiv \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega}, t) - \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega}, t_0). \quad (2.23)$$

Mas $\varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t)$ é aproximado pelo produto de uma função forma ($f(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$), que é quase constante no tempo, e uma função amplitude ($T(t)$) que leva em conta a variação do fluxo angular no tempo devido ao transiente (BELL e GLASSTONE; 1976). Sendo assim, pode-se escrever:

$$\varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) \cong f(\vec{r}, E, \hat{\Omega})T(t). \quad (2.24)$$

Usando a equação (2.24) na equação (2.18), segue que

$$\left\{ \int_{4\pi} \int_0^\infty \varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \frac{1}{v(E)} f(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r \right\} \frac{dT(t)}{dt} =$$

$$\begin{aligned}
&= \left\{ \int \int \int_{V 4\pi 0}^{\infty} \varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) [\delta F - \delta L] f(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3 r \right\} T(t) - \\
&\quad - \left\{ \sum_{i=1}^6 \int \int \int_{V 4\pi 0}^{\infty} \varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F_i f(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3 r \right\} T(t) + \\
&\quad + \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^6 \lambda_i \int \int \int_{V 4\pi 0}^{\infty} \varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \chi_i(E) C_i(\vec{r}, t) dE d\hat{\Omega} d^3 r. \tag{2.25}
\end{aligned}$$

Dividindo a equação (2.25) por

$$I_f \equiv \int \int \int_{V 4\pi 0}^{\infty} \varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \left\{ \int \int_{4\pi 0}^{\infty} \chi(E) \frac{v(E')}{4\pi} \Sigma_f(\vec{r}, E', t) f(\vec{r}, E', \hat{\Omega}') dE' d\hat{\Omega}' \right\} dE d\hat{\Omega} d^3 \vec{r}, \tag{2.26}$$

onde:

$$\chi(E) \equiv (1 - \beta) \chi_p(E) + \sum_{i=1}^6 \beta_i \chi_i(E),$$

segue que:

$$\frac{d}{dt} T(t) = \frac{\rho(t) - \beta(t)}{\Lambda(t)} T(t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i(t) \tag{2.27}$$

com:

$$\rho(t) = \frac{1}{I_f} \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \{\delta F - \delta L\} f(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r, \quad (2.28)$$

$$\Lambda(t) = \frac{1}{I_f} \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \frac{1}{v(E)} f(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r, \quad (2.29)$$

$$C_i(t) \equiv \frac{1}{4\pi\Lambda(t)I_f} \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \chi_i(E) C_i(\vec{r}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (2.30)$$

e

$$\beta(t) \equiv \sum_{i=1}^6 \beta_i(t), \quad (2.31)$$

onde:

$$\beta_i(t) = \frac{1}{I_f} \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F_i f(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (2.32)$$

Multiplicando a equação (2.2) por $(\chi_i(E) / 4\pi) \varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$, integrando nas variáveis do espaço de fase e usando $\varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t)$ dado pela equação (2.24), vem

$$\frac{d}{dt} \left\{ \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \frac{\chi_i(E)}{4\pi} C_i(\vec{r}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r \right\} =$$

$$\begin{aligned}
&= \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \left[\int_{4\pi} \int_0^\infty \beta_i \chi_i(E) \frac{\nu(E')}{4\pi} \Sigma_f(\vec{r}, E', t) f(\vec{r}, E', \hat{\Omega}') dE' d\hat{\Omega}' \right] dE d\hat{\Omega} d^3r - \\
&\quad - \frac{1}{4\pi} \lambda_i \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \chi_i(E) C_i(\vec{r}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r. \tag{2.33}
\end{aligned}$$

Agora, dividindo a equação (2.33) por $\Lambda(t)I_f$ e usando as definições dadas pelas equações (2.29) e (2.32), segue que

$$\frac{d}{dt} C_i(t) = \frac{\beta_i(t)}{\Lambda(t)} T(t) - \lambda_i C_i(t) ; i = 1, 2, \dots, 6. \tag{2.34}$$

As equações (2.27) e (2.34) formam o conjunto de equações da cinética pontual convencional para 6 grupos de precursores de nêutrons atrasados. É comum encontrar esse conjunto de equações escritas em termos da potência do reator. Para tal, lembrando que a potência do reator é dada por:

$$P(t) = \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty w(E) \Sigma_f(\vec{r}, E, t) \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r, \tag{2.35}$$

onde da definição da equação (2.24) pode-se reescrever a equação (2.35) como

$$P(t) = \left\{ \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty w(E) \Sigma_f(\vec{r}, E, t) f(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r \right\} T(t). \tag{2.36}$$

Mas, da equação (2.36) para que $T(t)$ seja a própria potência $P(t)$, segue:

$$\int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty w(E) \Sigma_f(\vec{r}, E, t) f(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r = 1. \quad (2.37)$$

Assumindo agora que a função forma $f(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$ seja proporcional ao fluxo angular real no instante t_0 ($\varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t_0)$), ou seja,

$$f(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) = \alpha \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t_0), \quad (2.38)$$

das equações (2.37) e (2.38), resulta que

$$\alpha = 1 / \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty w(E) \Sigma_f(\vec{r}, E, t) \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t_0) dE d\hat{\Omega} d^3r. \quad (2.39)$$

Com isso, tem-se finalmente, as equações convencionais da Cinética Pontual para a potência, da seguinte forma:

$$\frac{d}{dt} P(t) = \frac{\rho(t) - \beta(t)}{\Lambda(t)} P(t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i(t) \quad (2.40)$$

$$\frac{d}{dt} C_i(t) = \frac{\beta_i(t)}{\Lambda(t)} P(t) - \lambda_i C_i(t); i = 1, 2, \dots, 6, \quad (2.41)$$

onde:

$$\rho(t) = \frac{1}{I_f} \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \{\delta F - \delta L\} \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t_0) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (2.42)$$

$$\Lambda(t) = \frac{1}{I_f} \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \frac{1}{v(E)} \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t_0) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (2.43)$$

$$\beta_i(t) = \frac{1}{I_f} \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F_i \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t_0) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (2.44)$$

e redefinindo $C_i(t)$ como:

$$C_i(t) \equiv \frac{1}{4\pi\alpha\Lambda(t)I_f} \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \chi_i(E) C_i(\vec{r}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r. \quad (2.45)$$

Com α definido na equação (2.39) e o novo I_f dado por

$$I_f \equiv \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \left\{ \int_{4\pi} \int_0^\infty \chi(E) \frac{v(E')}{4\pi} \Sigma_f(\vec{r}, E', t) \varphi(\vec{r}, E', \hat{\Omega}', t_0) dE' d\hat{\Omega}' \right\} dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (2.46)$$

CAPÍTULO 3

REVISÃO DAS FUNÇÕES IMPORTÂNCIAS PROPOSTAS POR GANDINI, DULLA E NISHIHARA

3.1. Introdução

No Capítulo 2 foi feita uma revisão do conjunto de equações convencionais da cinética pontual. A obtenção desse conjunto de equações foi fundamentada na Teoria de Transporte de Nêutrons e no uso do fluxo angular adjunto ($\varphi_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$) como função peso, uma vez que em sistemas críticos, o fluxo angular adjunto é a importância associada à criticalidade.

A obtenção do conjunto de equações da cinética pontual para sistemas subcríticos acionados por fonte externa de nêutrons, não pode estar fundamentada no uso do fluxo angular adjunto como função peso, pois, esta não é a função importância adequada para os sistemas subcríticos.

A escolha da função importância associada, e conseqüentemente a determinação da função peso, reside na maior dificuldade para a descrição física dos sistemas subcríticos. Tal função importância deve levar em conta a principal característica de um sistema subcrítico guiado por fonte externa que é a importância dos nêutrons gerados pela fissão e a importância dos nêutrons oriundos da fonte externa (DULLA et al, 2011; SILVA et al, 2011).

O fator de multiplicação k_{eff} é o principal parâmetro integral que quantifica o quão

próximo ou distante está um sistema da criticalidade (DULLA et al, 2011). Esse fator está diretamente relacionado com a reatividade do núcleo e contém um significado matemático preciso como o autovalor fundamental da equação de balanço de nêutrons no estado crítico e depende apenas das características físicas (geometria e composição). Entretanto, é completamente independente de qualquer fonte externa de nêutrons. Portanto, sua definição para sistemas subcríticos acionados por fontes externas está aberta à ambiguidade (DULLA et al, 2011; SILVA et al, 2011).

Sabe-se que um evento de fissão em um sistema subcrítico com uma fonte de nêutrons é causado pelos nêutrons de fissão e pelos nêutrons da fonte. Sabe-se também que o número médio de nêutrons desses dois tipos é diferente devido a distribuição espacial e ao espectro energético (GANDINI, 2002, SILVA et al, 2011). Essas duas observações são importantes para se ter em mente que uma descrição completa do fenômeno de multiplicação de um sistema subcrítico deve levar em conta a importância desses dois tipos de nêutrons.

Serão apresentados nesse capítulo as funções importâncias propostas por GANDINI e SALVATORES (GANDINI e SALVATORES, 2002), DULLA et al (DULLA et al, 2006) e NISHIHARA et al (NISHIHARA et al, 2003).

Mas antes de apresentar as propostas de função importância citadas acima, será apresentado na seção seguinte o procedimento para obtenção do conjunto de equações da cinética pontual para uma função importância genérica.

3.2. Equações da Cinética Pontual para Sistemas Subcríticos

Considere um sistema subcrítico, que é mantido em estado estacionário através de uma fonte externa de nêutrons. Se a partir de um instante t_0 ocorre um transiente, as equações que descrevem o comportamento desse sistema são as equações da cinética espacial. Sendo assim, pode-se escrever:

$$\begin{aligned} \frac{1}{v(E)} \frac{\partial}{\partial t} \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) + L\varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) = F\varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) - \sum_{i=1}^6 F_i \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) + \\ + \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^6 \lambda_i \chi_i(E) C_i(\vec{r}, t) + s(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) \end{aligned} \quad (3.1)$$

e

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{4\pi} \lambda_i \chi_i(E) C_i(\vec{r}, t) \right) = F_i \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) - \frac{1}{4\pi} \lambda_i \chi_i(E) C_i(\vec{r}, t); \quad (i = 1, 2, \dots, 6) \quad (3.2)$$

Multiplicando a equação (3.1) pela função importância $\Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$ e integrando no espaço de fase, segue que:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int \int \int_{V} \int_0^\infty \Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \frac{1}{v(E)} \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r + \\ + \int \int \int_{V} \int_0^\infty \Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) L\varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r = \int \int \int_{V} \int_0^\infty \Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F\varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \sum_{i=1}^6 \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F_i \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r + \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) s(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r + \\
& + \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^6 \lambda_i \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \chi_i(E) C_i(\vec{r}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r
\end{aligned} \tag{3.3}$$

onde a função importância é solução da seguinte equação (GANDINI, 1987):

$$L_0^+ \Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) = F_0^+ \Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) + s^+(\vec{r}, E, \hat{\Omega}). \tag{3.4}$$

A condição de contorno para a equação (3.4) consiste em admitir que $\Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) = 0$ para $\hat{\Omega} \cdot \hat{e}_s > 0$, ou seja, os nêutrons que saem do sistema não têm importância para a medida (DUDERSTADT e HAMILTON, 1976).

A fonte externa $s^+(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$ da função importância está relacionada a uma quantidade integral dada por:

$$Q = \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty s^+(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r \tag{3.5}$$

e o fluxo angular de nêutrons é solução do sistema em estado estacionário, dado por:

$$L_0\varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) = F_0\varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) + s_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \quad (3.6)$$

Agora, multiplicando a equação (3.4) pelo fluxo angular de nêutrons $\varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t)$, integrando no espaço de fases definido por $(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$, vem que:

$$\begin{aligned} \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) L_0^+ \Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r &= \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) F_0^+ \Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r + \\ &+ \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) s^+(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Como $\varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t)$ e $\Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$ satisfazem as condições homogêneas, a equação (3.7) pode ser reescrita, da seguinte forma (DUDERSTADT e HAMILTON, 1976; MARCHUK et al, 1996),

$$\begin{aligned} \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) L_0 \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r &= \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F_0 \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r + \\ &+ \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty s^+(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r, \end{aligned} \quad (3.8)$$

Subtraindo a equação (3.8) da equação (3.3), tem-se:

$$\begin{aligned}
& \frac{d}{dt} \int_{V} \int_{4\pi} \int_0^{\infty} \Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \frac{1}{v(E)} \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r = \\
& = \int_{V} \int_{4\pi} \int_0^{\infty} \Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) [\delta F - \delta L] \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r - \\
& \quad - \sum_{i=1}^6 \int_{V} \int_{4\pi} \int_0^{\infty} \Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F_i \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r + \\
& \quad + \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^6 \lambda_i \int_{V} \int_{4\pi} \int_0^{\infty} \Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \chi_i(E) C_i(\vec{r}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r + \\
& \quad + \int_{V} \int_{4\pi} \int_0^{\infty} \Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) s(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r - \int_{V} \int_{4\pi} \int_0^{\infty} s^+(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r. \quad (3.9)
\end{aligned}$$

Mas $\varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t)$ é aproximado pelo produto de uma função forma $\varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$, que é quase constante no tempo, e uma função amplitude $T(t)$, que leva em conta a variação do fluxo angular do tempo devido ao transiente (BELL e GLASSTONE; 1976), qual seja,

$$\varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) \cong \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) T(t). \quad (3.10)$$

Sendo assim, pode-se escrever a equação (3.9), como segue:

$$\begin{aligned}
& \left\{ \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \frac{1}{v(E)} \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r \right\} \frac{dT(t)}{dt} = \\
& = \left\{ \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) [\delta F - \delta L] \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r \right\} T(t) - \\
& - \sum_{i=1}^6 \left\{ \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F_i \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r \right\} T(t) + \\
& + \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^6 \lambda_i \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \chi_i(E) C_i(\vec{r}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r + \\
& + \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) s(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r - \\
& - \left\{ \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty s^+(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r \right\} T(t) \tag{3.11}
\end{aligned}$$

Dividindo a equação (3.11) por

$$I_F \equiv \frac{1}{4\pi} \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \chi(E) \left\{ \int_{4\pi} \int_0^\infty v(E') \Sigma_f(\vec{r}, E', t_0) \varphi_0(\vec{r}, E', \hat{\Omega}') dE' d\hat{\Omega}' \right\} dE d\hat{\Omega} d^3r, \tag{3.12}$$

em que:

$$\chi(E) \equiv (1 - \beta)\chi_p(E) + \sum_{i=1}^6 \beta_i \chi_i(E),$$

obtem-se:

$$\Lambda \frac{dT(t)}{dt} = \{\rho(t) - \beta(t)\}T(t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i(t) + \Gamma T(t) + q(t) \quad (3.13)$$

onde:

$$\Lambda \equiv \frac{1}{I_F} \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \frac{1}{v(E)} \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (3.14)$$

$$\rho(t) \equiv \frac{1}{I_F} \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \{\delta F - \delta L\} \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (3.15)$$

$$\beta = \sum_{i=1}^6 \beta_i \quad (3.16)$$

$$\beta_i \equiv \frac{1}{I_F} \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F_i \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (3.17)$$

$$C_i(t) \equiv \frac{1}{I_F} \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \frac{\chi_i(E)}{4\pi} C_i(\vec{r}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (3.18)$$

$$\Gamma \equiv -\frac{1}{I_F} \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty s^+(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (3.19)$$

$$q(t) \equiv \frac{1}{I_F} \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) s(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (3.20)$$

As equações das concentrações são obtidas de maneira idêntica e consiste em multiplicar a equação (3.2) por $\Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$, integrar no espaço de fase $(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$ e dividir pela equação (3.12), de modo a obter:

$$\frac{d}{dt} C_i(t) = \beta_i(t) T(t) - \lambda_i C_i(t). \quad (3.21)$$

Como já mencionado, uma das grandes dificuldades enfrentadas ao desenvolver as equações da cinética pontual para os sistemas ADS, consiste na escolha do termo fonte de importância $s^+(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$ da equação (3.4) e por consequência, na determinação da função importância $\Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$.

Nas próximas seções, serão apresentadas as principais funções importância propostas até o momento, a saber GANDINI e SALVATORES (GANDINI e SALVATORES, 2002), DULLA et al (DULLA et al, 2006) e NISHIHARA et al (NISHIHARA et al, 2003).

3.3. Equações da Cinética Pontual Segundo GANDINI e SALVATORES (GANDINI e SAVATORES, 2002)

GANDINI e SALVATORES (GANDINI e SAVATORES, 2002) propuseram uma definição de subcriticalidade mediante a introdução de uma função importância $\Psi_G^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$ associada com o nível de potência relativo do sistema subcrítico. Para isso, introduziram o conceito de função importância unicamente definida em relação a uma dada resposta do sistema (quantidade integral mensurável) (GANDINI, 2001; GANDINI e SAVATORES, 2002). Esta quantidade integral é dada por

$$Q_{\text{int}} \equiv \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \frac{w}{P_0} \Sigma_f(\vec{r}, E, t_0) \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r. \quad (3.22)$$

e é solução da seguinte equação (GANDINI e SAVATORES, 2002):

$$L_0^+ \Psi_G^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) = F_0^+ \Psi_G^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) + \frac{w}{P_0} \Sigma_f(\vec{r}, E, t_0), \quad (3.23)$$

onde w é a energia liberada por fissão, P_0 é a potência do reator no estado estacionário não-perturbado e Σ_f é a seção de choque macroscópica de fissão.

Assim, subtraindo a equação (3.23) da equação (3.11), vem

$$\Lambda_G \frac{dT_G(t)}{dt} = (\rho_G(t) - \beta_G(t)) T_G(t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i^G(t) + \Gamma_G T_G(t) + q_G(t). \quad (3.24)$$

e

$$\frac{dC_i^G(t)}{dt} = \beta_i^G(t)T_G(t) - \lambda_i C_i^G(t); \quad (i=1,2,\dots,6) \quad (3.25)$$

onde:

$$\Lambda_G \equiv \frac{1}{I_f} \int \int \int_{V} \int_0^\infty \Psi_G^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \frac{1}{v(E)} \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (3.26)$$

$$\rho_G(t) \equiv \frac{1}{I_f} \int \int \int_{V} \int_0^\infty \Psi_G^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \{\delta F - \delta L\} \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (3.27)$$

$$\beta_G(t) \equiv \sum_{i=1}^6 \beta_i^G(t) \quad (3.28)$$

$$\beta_i^G(t) \equiv \frac{1}{I_f} \int \int \int_{V} \int_0^\infty \Psi_G^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F_i \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (3.29)$$

$$C_i^G(t) \equiv \frac{1}{4\pi I_f} \int \int \int_{V} \int_0^\infty \Psi_G^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \chi_i(E) C_i(\vec{r}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (3.30)$$

$$\Gamma_G \equiv -\frac{1}{I_f} \quad (3.31)$$

$$q_G(t) \equiv \frac{1}{I_f} \int \int \int_{V} \int_0^\infty \Psi_G^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) s(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (3.32)$$

Para se chegar a essas equações, admitiu-se que:

$$\begin{aligned}
& \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi_G^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \delta s(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r = \\
& = \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi_G^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) s(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r - \\
& - \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi_G^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) s_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r,
\end{aligned}$$

usou-se a relação de reciprocidade de fontes, dada por (GANDINI, 2001)

$$\begin{aligned}
& \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi_{G,0}^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) s_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r = \\
& = \frac{W}{P_0} \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Sigma_f(\vec{r}, E, t_0) \varphi_{G,0}(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r = 1,
\end{aligned}$$

e I_F é definido por:

$$I_F \equiv \frac{1}{4\pi} \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi_G^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \chi(E) \left\{ \int_{4\pi} \int_0^\infty \nu(E') \Sigma_f(\vec{r}, E', t_0) \varphi_0(\vec{r}, E', \hat{\Omega}') dE' d\hat{\Omega}' \right\} dE d\hat{\Omega} d^3r.$$

Sendo $\rho_G(t)$ a reatividade generalizada, $q_G(t)$ a reatividade da fonte, Γ_G o termo de subcriticalidade introduzido pela função $\Psi_{G,0}^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$.

As equações (3.24) e (3.25) são as equações da cinética pontual para sistemas subcríticos acionados por fonte externa de acordo com a função importância $\Psi_G^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$.

3.4. Equações da Cinética Pontual Segundo DULLA et al (DULLA et al, 2006)

Segundo DULLA et al (DULLA et al, 2006), os parâmetros cinéticos para sistemas subcríticos guiados por fonte externa precisam de um melhor tratamento teórico na medida em que estes parâmetros variam com o grau de subcriticalidade e com a perturbação introduzida para os cálculos destes e que não é correto considerar o cálculo de tais parâmetros a partir da metodologia utilizada em sistemas críticos (DULLA, et al, 2006; LEE, 2009).

Ela introduziu um modelo de cinética para sistemas subcríticos que tem a mesma estrutura do modelo de cinética pontual convencional e que é consistente com o conceito de fator de multiplicação de fonte k_s . Sua função importância é muito parecida com a proposta por GANDINI e é solução da seguinte equação:

$$L_0^+ \Psi_D^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) = F_0^+ \Psi_D^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) + \nu \Sigma_f(\vec{r}, E, t_0) \quad (3.33)$$

onde a quantidade integral associada à equação (3.33) é escrita como

$$Q_{\text{int}} \equiv \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty v \Sigma_f(\vec{r}, E, t_0) \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (3.34)$$

As equações da cinética pontual são obtidas de maneira idêntica à obtenção das equações das seções anteriores, deste modo, tem-se:

$$\Lambda_D(t) \frac{dT_D(t)}{dt} = \{\rho_D(t) - \beta_D(t)\} T_D(t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i^D(t) + \Gamma_D T_D(t) + q_D(t) \quad (3.35)$$

e

$$\frac{dC_i^D(t)}{dt} = \beta_i^D(t) T_D(t) - \lambda_i^D C_i^D(t); \quad (i = 1, 2, \dots, 6) \quad (3.35)$$

onde:

$$\Lambda_D(t) = \frac{1}{I_F} \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi_D^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \frac{1}{v(E)} \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (3.36)$$

$$\rho_D(t) = \frac{1}{I_F} \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi_D^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) [\delta F - \delta L] \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (3.37)$$

$$\beta_D(t) \equiv \sum_{i=1}^6 \beta_i^D(t) \quad (3.38)$$

$$\beta_i^D(t) = \frac{1}{I_F} \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi_D^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F_i \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (3.39)$$

$$C_i^D(t) \equiv \frac{1}{4\pi I_F} \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi_D^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \chi_i(E) C_i(\vec{r}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (3.40)$$

$$\Gamma_D \equiv -\frac{1}{I_F} \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi_D^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) s_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (3.41)$$

$$q_D(t) \equiv \frac{1}{I_F} \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi_D^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) s(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (3.42)$$

O termo I_F é expresso como

$$I_f \equiv \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi_D^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \chi(E) \left\{ \int_{4\pi} \int_0^\infty v(E') \Sigma_f(\vec{r}, E', t) \varphi_0(\vec{r}, E', \hat{\Omega}') dE' d\hat{\Omega}' \right\} dE d\hat{\Omega} d^3r$$

e a relação de reciprocidade de fontes dada por (GANDINI, 2001):

$$\int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi_D^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) s_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r =$$

$$= \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty v \Sigma_f(\vec{r}, E, t_0) \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r$$

3.5. Equações da Cinética Pontual Segundo NISHIHARA et al (NISHIHARA et al, 2003)

NISHIHARA et al (NISHIHARA et al, 2003) propuseram uma função importância onde não existe o termo de fissão. Sua função importância é dada pela seguinte equação:

$$L_0^+ \Psi_N^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) = v \Sigma_f(\vec{r}, E, t_0) \quad (3.43)$$

A obtenção das equações da cinética pontual difere das obtenções das seções anteriores apenas pelo fato de não existir fonte de fissão na equação função importância proposta por NISHIHARA et al (NISHIHARA et al, 2003). Diante disso, a equação (3.3) é assim reescrita:

$$\begin{aligned}
& \frac{d}{dt} \int \int_{V 4\pi 0} \int \Psi_N^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \frac{1}{v(E)} \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dEd\hat{\Omega}d^3r + \\
& + \int \int_{V 4\pi 0} \int \Psi_N^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) L\varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dEd\hat{\Omega}d^3r = \int \int_{V 4\pi 0} \int \Psi_N^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F\varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dEd\hat{\Omega}d^3r - \\
& - \sum_{i=1}^6 \int \int_{V 4\pi 0} \int \Psi_N^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F_i \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dEd\hat{\Omega}d^3r + \int \int_{V 4\pi 0} \int \Psi_N^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) s(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dEd\hat{\Omega}d^3r + \\
& + \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^6 \lambda_i \int \int_{V 4\pi 0} \int \Psi_N^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \chi_i(E) C_i(\vec{r}, t) dEd\hat{\Omega}d^3r \tag{3.44}
\end{aligned}$$

Agora, multiplicando a equação (3.43) por $\varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t)$ e integrando no espaço de fase, segue que:

$$\int \int_{V 4\pi 0} \int \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) L_0^+ \Psi_N^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dEd\hat{\Omega}d^3r = \int \int_{V 4\pi 0} \int \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) \nu \Sigma_f(\vec{r}, E, t_0) dEd\hat{\Omega}d^3r \tag{3.45}$$

Como $\varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t)$ e $\Psi_N^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$ satisfazem as homogêneas, a equação (3.45) pode ser reescrita, da seguinte forma ((DUDERSTADT e HAMILTON, 1976; MARCHUK et al, 1996),

$$\int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi_N^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) L_0 \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r = \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \nu \Sigma_f(\vec{r}, E, t_0) \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r$$

(3.46)

Subtraindo a equação (3.44) da equação (3.46), tem-se que:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi_N^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \frac{1}{v(E)} \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r = \\ & = \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi_N^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) (F - \delta L) \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r - \\ & - \sum_{i=1}^6 \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi_N^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F_i \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r + \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi_N^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) s(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r + \\ & + \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^6 \lambda_i \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi_N^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \chi_i(E) C_i(\vec{r}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r - \\ & - \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \nu \Sigma_f(\vec{r}, E, t_0) \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r \end{aligned} \tag{3.47}$$

Mas lembrando-se que o operador F , após o transiente ser introduzido no sistema, é dado por

$$F = F_0 + \delta F,$$

A equação (3.47) pode ser reescrita como

$$\begin{aligned}
& \frac{d}{dt} \int \int \int_{V_{4\pi 0}} \Psi_N^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \frac{1}{v(E)} \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dEd\hat{\Omega}d^3r = \\
& = \int \int \int_{V_{4\pi 0}} \Psi_N^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) (\delta F - \delta L) \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dEd\hat{\Omega}d^3r - \\
& - \sum_{i=1}^6 \int \int \int_{V_{4\pi 0}} \Psi_N^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F_i \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dEd\hat{\Omega}d^3r + \int \int \int_{V_{4\pi 0}} \Psi_N^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) s(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dEd\hat{\Omega}d^3r + \\
& + \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^6 \lambda_i \int \int \int_{V_{4\pi 0}} \Psi_N^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \chi_i(E) C_i(\vec{r}, t) dEd\hat{\Omega}d^3r - \\
& \int \int \int_{V_{4\pi 0}} \Psi_N^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F_0 \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dEd\hat{\Omega}d^3r - \int \int \int_{V_{4\pi 0}} v \Sigma_f(\vec{r}, E, t_0) \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dEd\hat{\Omega}d^3r. \quad (3.48)
\end{aligned}$$

Mas usando a equação (3.10), pode-se reescrever a equação (3.48) como segue:

$$\begin{aligned}
& \left\{ \int \int \int_{V_{4\pi 0}} \Psi_N^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \frac{1}{v(E)} \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dEd\hat{\Omega}d^3r \right\} \frac{dT_N(t)}{dt} = \\
& = \left\{ \int \int \int_{V_{4\pi 0}} \Psi_N^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) (\delta F - \delta L) \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dEd\hat{\Omega}d^3r \right\} T_N(t) - \\
& - \left\{ \sum_{i=1}^6 \int \int \int_{V_{4\pi 0}} \Psi_N^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F_i \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dEd\hat{\Omega}d^3r \right\} T_N(t) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i=1}^6 \lambda_i \int_V \int_{4\pi 0}^{\infty} \int \Psi_N^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \chi_i(E) C_i(\vec{r}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r + \\
& + \left\{ \int_V \int_{4\pi 0}^{\infty} \int \Psi_N^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F_0 \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r \right\} T_N(t) - \\
& - \left\{ \int_V \int_{4\pi 0}^{\infty} \int \nu \Sigma_f(\vec{r}, E, t_0) \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r \right\} T_N(t) + \\
& + \int_V \int_{4\pi 0}^{\infty} \int \Psi_N^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) s(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r
\end{aligned} \tag{3.49}$$

Dividindo a equação (3.49) por

$$I_F \equiv \frac{1}{4\pi} \int_V \int_{4\pi 0}^{\infty} \int \Psi_N^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \chi(E) \left\{ \int_{4\pi 0}^{\infty} \int \nu(E') \Sigma_f(\vec{r}, E', t_0) \varphi_0(\vec{r}, E', \hat{\Omega}') dE' d\hat{\Omega}' \right\} dE d\hat{\Omega} d^3r,$$

tem-se:

$$\Lambda_N \frac{dT_N(t)}{dt} = \{\rho_N(t) - \beta_N(t)\} T_N(t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i^N(t) + \Gamma_N T_N(t) + q_N(t) \tag{3.50}$$

onde:

$$\Lambda \equiv \frac{1}{I_F} \int \int_{V} \int_0^\infty \Psi_N^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \frac{1}{v(E)} \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (3.51)$$

$$\rho_N(t) \equiv \frac{1}{I_F} \int \int_{V} \int_0^\infty \Psi_N^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \{\delta F - \delta L\} \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (3.52)$$

$$\beta_N = \sum_{i=1}^6 \beta_i^N \quad (3.53)$$

$$\beta_i^N \equiv \frac{1}{I_F} \int \int_{V} \int_0^\infty \Psi_N^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F_i \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (3.54)$$

$$C_i^N(t) \equiv \frac{1}{4\pi I_F} \int \int_{V} \int_0^\infty \Psi_N^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \chi_i(E) C_i^N(\vec{r}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (3.55)$$

$$\Gamma_N \equiv -1 + \frac{1}{I_F} \int \int_{V} \int_0^\infty v \Sigma_f(\vec{r}, E, t_0) \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (3.56)$$

$$q_N(t) \equiv \frac{1}{I_F} \int \int_{V} \int_0^\infty \Psi_N^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) s(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (3.57)$$

CAPÍTULO 4

EQUAÇÕES DA CINÉTICA PONTUAL PARA SISTEMAS SUBCRÍTICOS BASEADAS NA FUNÇÃO IMPORTÂNCIA ASSOCIADA À FONTE EXTERNA DE NÊUTRONS

4.1. Introdução

Viu-se no capítulo 3 que a obtenção do conjunto de equações da cinética pontual para sistemas subcríticos acionados por fonte externa de nêutrons está associada com a determinação de uma função importância relacionada à subcriticalidade. A determinação dessa função importância é a maior dificuldade para a adaptação dos parâmetros estáticos e dinâmicos para tais sistemas (DULLA et al., 2006).

Ainda no capítulo 3, foram apresentadas as funções importâncias propostas por GANDINI e SAVATORES (GANDINI e SAVATORES, 2002), DULLA et al (DULLA et al, 2006) e NISHIHARA et al (NISHIHATA et al, 2003). No entanto, essas ideias não trazem nenhuma informação sobre a fonte externa de nêutrons.

Nesse capítulo, será apresentada uma nova proposta para a função importância associada com o nível de subcriticalidade e com a fonte externa de nêutrons, bem como o novo conjunto de equações da cinética pontual.

4.2. Obtenção da Função Importância

Nesta seção será feita a obtenção da função importância proposta nesta tese. Esta função importância está associada a uma dada quantidade integral mensurável (GANDINI, 1987) e é obtida primeiramente admitindo que a equação (3.6) pode ser representada pelo seguinte problema de autovalor:

$$L_0 \hat{\phi}_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) = \frac{1}{k_{eff}} F_0 \hat{\phi}_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}), \quad (4.1)$$

com k_{eff} (fator de multiplicação efetivo) menor do que um, pois o sistema é subcrítico.

A equação adjunta à equação (4.1) pode ser escrita da seguinte forma:

$$L_0^+ \hat{\phi}_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) = \frac{1}{k_{eff}} F_0^+ \hat{\phi}_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \quad (4.2)$$

Multiplicando a equação (3.6) por $\hat{\phi}_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$ e integrando nas variáveis de fase $(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$, resulta que:

$$\begin{aligned}
& \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \hat{\varphi}_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) L_0 \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r = \\
& = \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \hat{\varphi}_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F_0 \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r + \\
& + \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \hat{\varphi}_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) s_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r . \tag{4.3}
\end{aligned}$$

Agora, multiplicando a equação (4.2) por $\varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$ e integrando nas mesmas variáveis de fase, ou seja, $(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$, temos que:

$$\begin{aligned}
& \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \hat{\varphi}_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) L_0^+ \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r = \\
& = \frac{1}{k_{eff}} \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \hat{\varphi}_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F_0^+ \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r \tag{4.4}
\end{aligned}$$

Subtraindo a equação (4.4) da equação (4.3), obtém-se o valor da fonte externa da seguinte forma:

$$\int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \hat{\varphi}_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) s_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r =$$

$$\begin{aligned}
&= -\left(1 - \frac{1}{k_{eff}}\right) \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \hat{\varphi}_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F_0 \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r \equiv \\
&\equiv -\rho_{sub} \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \hat{\varphi}_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F_0 \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (4.5)
\end{aligned}$$

Onde:

$$\rho_{sub} \equiv 1 - \frac{1}{k_{eff}} < 0, \quad (4.6)$$

pois, o sistema é subcrítico.

O valor da fonte externa (primeiro termo da equação 4.5) é a quantidade integral mais importante em reatores subcríticos guiados por fonte. Para justificar isto, observa-se que é a fonte de nêutrons quem controla o sistema em reatores ADS. A potência do reator depende diretamente do valor da fonte externa, pois quanto maior for este valor, maior será a potência. Por fim, para sistemas cada vez mais subcríticos maior deve ser o valor da fonte externa. Isto pode ser visto da própria equação (4.5), para um valor fixo da fonte de fissão, por exemplo.

Então, definindo a quantidade integral,

$$\begin{aligned}
Q &= \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \{ [-\rho_{sub} / \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \hat{\phi}_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) s_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dEd\hat{\Omega}d^3r] F_0^+ \hat{\phi}_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \} \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dEd\hat{\Omega}d^3r \equiv \\
&\equiv \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty s^+(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dEd\hat{\Omega}d^3r = 1,
\end{aligned} \tag{4.7}$$

pode-se escrever a equação função importância associada à quantidade integral Q da seguinte forma:

$$L_0^+ \Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) = F_0^+ \Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) - [\rho_{sub} F_0^+ \hat{\phi}_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) / \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \hat{\phi}_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) s_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dEd\hat{\Omega}d^3r] \tag{4.8}$$

Observa-se, da Relação de Reciprocidade de Fontes (GANDINI, 2001) e da equação (4.7), que:

$$\int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) s_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dEd\hat{\Omega}d^3r = 1$$

Após a obtenção da função importância, um dos objetivos dessa tese, na próxima seção será feito o desenvolvimento do conjunto de equação da cinética pontual adotando a função importância dessa seção.

4.3. Equações da Cinética Pontual Obtidas Segundo a Nova Metodologia

Se a partir do instante t_0 ocorre um transiente no sistema, as equações que passam a descrever o comportamento do sistema são as equações da cinética espacial, onde os nêutrons retardados passam a ser considerados. Sendo assim, pode-se escrever:

$$\begin{aligned} \frac{1}{v(E)} \frac{\partial}{\partial t} \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) + L\varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) = F\varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) - \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^6 F_i \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) + \\ + \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^6 \lambda_i \chi_i(E) C_i(\vec{r}, t) + s(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) \end{aligned} \quad (4.9)$$

e

$$\frac{1}{4\pi} \chi_i(E) C_i(\vec{r}, t) = F_i \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) - \frac{1}{4\pi} \lambda_i \chi_i(E) C_i(\vec{r}, t); \quad (i = 1, 2, \dots, 6) \quad (4.10)$$

Multiplicando a equação (4.9) por $\Psi_w^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$ e integrando no espaço de fase, segue que:

$$\begin{aligned}
& \frac{d}{dt} \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi_w^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \frac{1}{v(E)} \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dEd\hat{\Omega}d^3r + \\
& + \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi_w^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) L\varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dEd\hat{\Omega}d^3r = \\
& = \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi_w^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F\varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dEd\hat{\Omega}d^3r - \\
& - \sum_{i=1}^6 \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi_w^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F_i\varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dEd\hat{\Omega}d^3r + \\
& + \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi_w^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) s(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dEd\hat{\Omega}d^3r + \\
& + \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^6 \lambda_i \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty C_i(\vec{r}, t) \Psi_w^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \chi_i(E) dEd\hat{\Omega}d^3r
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Agora, multiplicando a equação (4.8) por $\varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t)$, integrando no espaço de fases definido por $(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$, vem:

$$\begin{aligned}
& \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) L_0^+ \Psi_w^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dEd\hat{\Omega}d^3r = \\
& = \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) F_0^+ \Psi_w^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dEd\hat{\Omega}d^3r -
\end{aligned}$$

$$-\int \int \int_{V} \int_{4\pi} \int_0^{\infty} \rho_{sub} \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) F_0^+ \hat{\varphi}_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r. \quad (4.11)$$

Como $\varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t)$ e $\Psi_w^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$ satisfazem as condições homogêneas, a equação (4.11) pode ser reescrita, da seguinte forma ((DUDERSTADT e HAMILTON, 1976; MARCHUK et al, 1996),

$$\begin{aligned} & \int \int \int_{V} \int_{4\pi} \int_0^{\infty} \Psi_w^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) L_0^+ \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r = \\ & = \int \int \int_{V} \int_{4\pi} \int_0^{\infty} \Psi_w^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F_0^+ \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r - \\ & - \int \int \int_{V} \int_{4\pi} \int_0^{\infty} \rho_{sub} \hat{\varphi}_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F_0^+ \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r, \end{aligned} \quad (4.12)$$

Subtraindo a equação (4.10) da equação (4.12), tem-se:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \int \int \int_{V} \int_{4\pi} \int_0^{\infty} \Psi_w^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \frac{1}{v(E)} \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r = \\ & = \int \int \int_{V} \int_{4\pi} \int_0^{\infty} \Psi_w^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) [\delta F - \delta L] \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\sum_{i=1}^6 \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi_W^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F_i \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dEd\hat{\Omega}d^3r + \\
& + \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^6 \lambda_i \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi_W^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \chi_i(E) C_i(\vec{r}, t) dEd\hat{\Omega}d^3r + \\
& + \rho_{sub} \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \hat{\varphi}_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F_0 \varphi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dEd\hat{\Omega}d^3r + \\
& + \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi_W^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) s(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dEd\hat{\Omega}d^3r
\end{aligned} \tag{4.13}$$

Usando a equação (3.10) na equação (4.13), segue que:

$$\begin{aligned}
& \left\{ \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi_W^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \frac{1}{v(E)} f(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dEd\hat{\Omega}d^3r \right\} \frac{dT_W(t)}{dt} = \\
& = \left\{ \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi_W^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) [\delta F - \delta L] f(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dEd\hat{\Omega}d^3r \right\} T_W(t) - \\
& - \sum_{i=1}^6 \left\{ \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi_W^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F_i f(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dEd\hat{\Omega}d^3r \right\} T_W(t) - \\
& - \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^6 \lambda_i \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \Psi_W^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \chi_i(E) C_i(\vec{r}, t) dEd\hat{\Omega}d^3r + \\
& + \rho_{sub} \left\{ \int_V \int_{4\pi} \int_0^\infty \hat{\varphi}_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F_0 f(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dEd\hat{\Omega}d^3r \right\} T_W(t) +
\end{aligned}$$

$$+\int \int \int_V \int_0^\infty \Psi_w^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) s(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (4.14)$$

Dividindo a equação (4.14) por

$$I_F \equiv \frac{1}{4\pi} \int \int \int_V \int_0^\infty \Psi_w^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \int \int_{4\pi} \chi(E) \nu(E') \Sigma_f(\vec{r}, E', t_0) f(\vec{r}, E', \hat{\Omega}') dE' d\hat{\Omega}' \} dE d\hat{\Omega} d^3r,$$

obtem-se

$$\Lambda_w \frac{dT_w(t)}{dt} = \{\rho_w(t) - \beta_w(t)\} T_w(t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i^w \xi_i^w(t) + \Gamma_w T_w(t) + q_w(t) \quad (4.15)$$

onde:

$$\Lambda_w \equiv \frac{1}{I_F} \int \int \int_V \int_0^\infty \Psi_w^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \frac{1}{v(E)} f(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (4.16)$$

$$\rho_w(t) \equiv \frac{1}{I_F} \int \int \int_V \int_0^\infty \Psi_w^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \{\delta F - \delta L\} f(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (4.17)$$

$$\beta_w = \sum_{i=1}^6 \beta_i^w \quad (4.18)$$

$$\beta_i^W \equiv \frac{1}{I_F} \int \int \int_V \int_{4\pi} \Psi_W^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F_i f(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (4.19)$$

$$C_i^W(t) \equiv \frac{1}{I_F} \int \int \int_V \int_{4\pi} \Psi_W^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \frac{\lambda_i(E)}{4\pi} C_i(\vec{r}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (4.20)$$

$$\Gamma_W \equiv \frac{1}{I_F} \rho_{sub} \int \int \int_V \int_{4\pi} \hat{\phi}_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) F_0 f(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (4.21)$$

$$q_W(t) \equiv \frac{1}{I_F} \int \int \int_V \int_{4\pi} \Psi_W^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) s(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d\hat{\Omega} d^3r \quad (4.22)$$

As equações das concentrações são obtidas de maneira idêntica e consiste em multiplicar a equação (4.12) por $\Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$, integrar no espaço de fase $(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$ e dividir pela equação (4.18), de modo a obter:

$$\frac{d}{dt} C_i^W(t) = \beta_i^W(t) T_W(t) - \lambda_i^W C_i^W(t), \quad (4.23)$$

A equação (4.15) torna-se a equação da cinética pontual de sistemas críticos fazendo-se tanto Γ_W quanto q_W iguais a zero. De fato, para reatores que operam críticos, onde $K_{eff} = 1$, $\rho_{sub} = 0$ e a fonte externa é desprezível em relação às fontes de fissão, Γ_W é nulo. Além disso, a equação da função importância, equação (4.9), torna-se:

$$L_0^+ \Psi_w^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) = F_0^+ \Psi_w^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega}), \quad (4.24)$$

que é a própria equação (2.10), equação do fluxo adjunto, para $k_{eff} = 1$. Portanto, a função peso usada nas equações (4.20), (4.21), (4.22) e (4.23) torna-se o fluxo adjunto de um sistema crítico, que é a função peso usada na dedução da equação da cinética pontual de sistemas que operam críticos.

CAPÍTULO 5

APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

5.1. Introdução

Neste capítulo são apresentados a configuração adotada na realização dos testes, os parâmetros cinéticos obtidos para o conjunto de equações da cinética pontual definido neste trabalho. Também são apresentados estes mesmos parâmetros cinéticos, definidos ao se adotar as funções importâncias propostas por GANDINI e SALVATORES (GANDINI e SALVATORES, 2002), DULLA et al (DULLA et al, 2006) e NISHIHARA et al (NISHIHARA et al, 2003).

Os dados nucleares (conjunto de seções de choque total, de fissão e de espalhamento para ordem de espalhamento igual a 3, etc.) necessários para a realização dos testes, foram gerados para quatro grupos de energia no Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares (IPEN – CNEN / SP) com a colaboração do Professor Adimir dos Santos (ver Apêndice).

Também neste capítulo, serão feitas as análises dos resultados obtidos.

Os testes foram inicialmente realizados com o programa de cálculo de transporte de nêutrons desenvolvido originalmente por (ABREU, 1994), utilizando o método numérico Diamond Difference (DD) malha fina (Lewis e Miller, 1993). Esse programa permite realizar cálculos de problemas de fonte fixa real (a equação (3.6)) e adjunto (equação (3.4)) e de problemas de autovalor real (equação (4.1)) e adjunto (equação (4.2)) para determinar $\varphi_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$, $\Psi^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$, $\hat{\varphi}_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$ e $\hat{\varphi}_0^*(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$, respectivamente.

Esse programa foi desenvolvido originalmente por ABREU (ABREU, 1994) para simular o transporte de nêutrons em reatores nucleares, resolvendo inicialmente

problemas de autovalor. Posteriormente, ele foi modificado duas vezes, primeiramente por (GARCIA, 2004) para resolver problemas de fonte fixa e, depois para resolver problemas de fonte fixa sem a presença de fontes de fissão GARCIA (GARCIA, 2009).

5.2. Configuração do Núcleo

A Figura 5.1 corresponde a um oitavo do núcleo adotado para os testes. Essa figura contém 6 Elementos Combustíveis (EC's) com um arranjo de 16x16 varetas de combustível, totalizando de 256 varetas de combustível por EC.

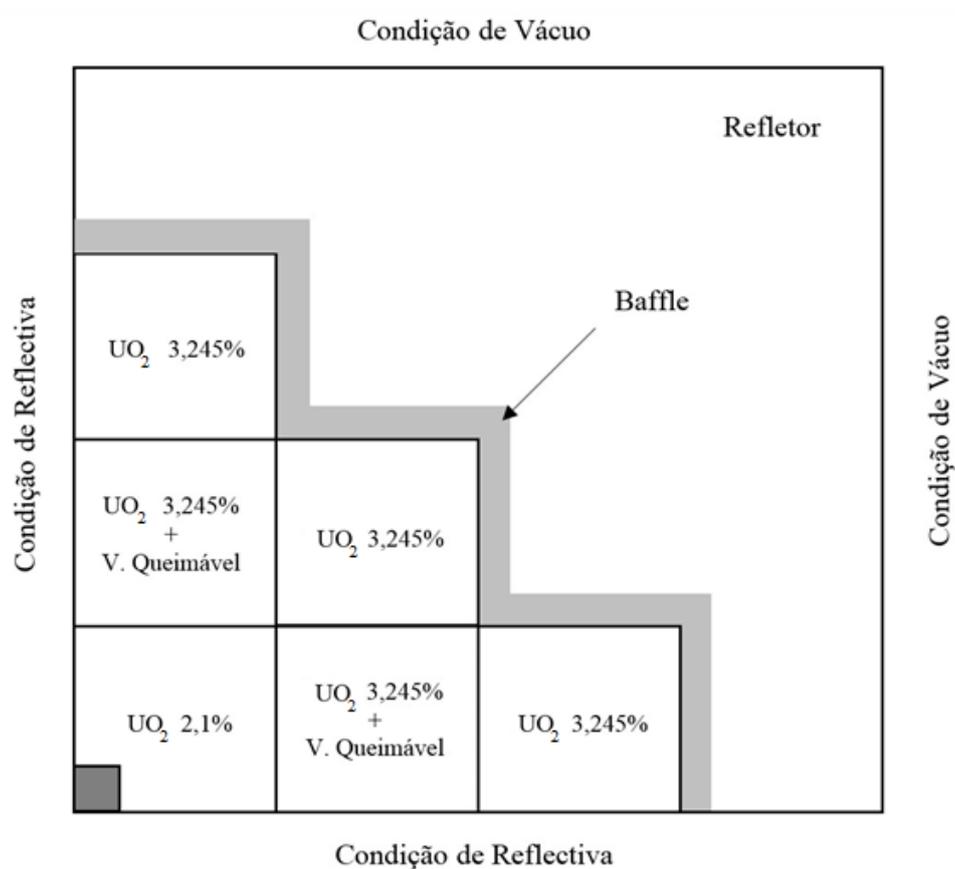


Figura 5.1: Arranjo das varetas de combustível dentro do EC

Da Figura 5.1, tem-se que há fonte externa apenas nos Elementos Combustíveis

centrais do núcleo. A Figura 5.2, mostra o arranjo das varetas de combustível em cada EC da Figura 5.1.

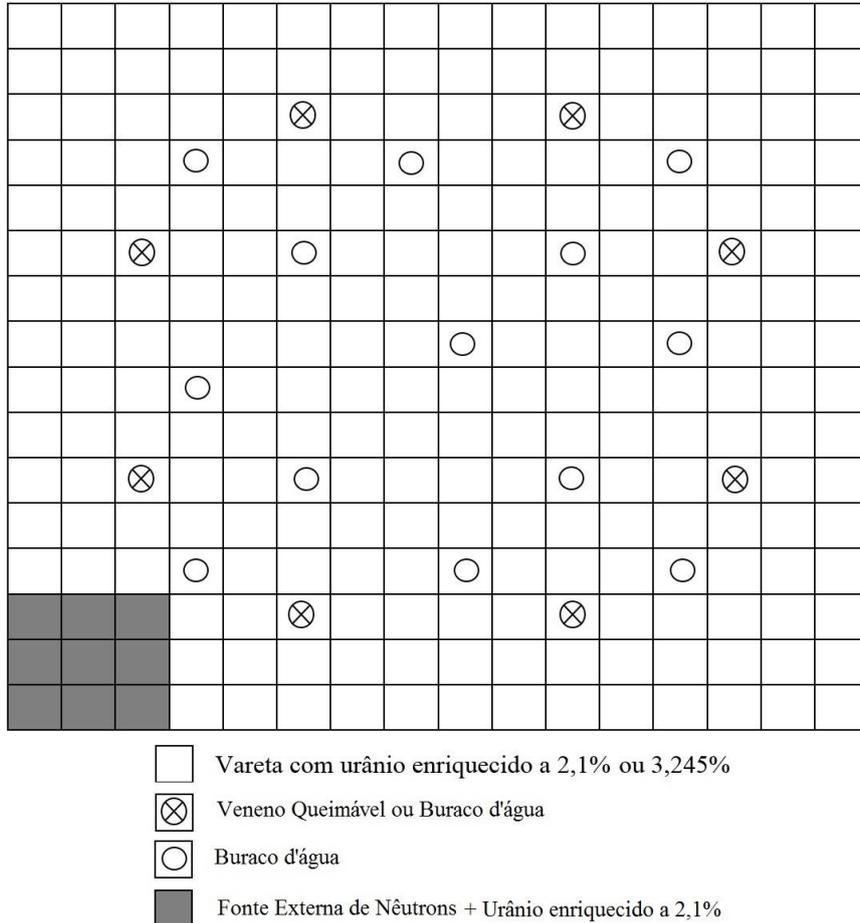


Figura 5.2: Arranjo das varetas de combustível dentro do EC

5.3. Resultados

Com o objetivo de analisar as equações da cinética pontual obtidas neste trabalho, calculou-se os parâmetros Λ , β , Γ e q para seis diferentes valores de k_{eff} , a saber: 0,930, 0,950, 0,960, 0,970, 0,980 e 0,990 e fonte externa de nêutrons constante no tempo $s(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) = 10^9 n / cm^3 .s$.

A fonte externa da Figura 5.2, adotada nos testes emite $10^9 n / cm^3 .s$. Essa fonte

emite nêutrons apenas nos grupos rápidos, ou seja,

$$s(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) = \begin{cases} 10^9 n / cm^3 .s; & g = 1, 2 \\ 0; & g = 3, 4 \end{cases} .$$

Para efeito de comparação, também foram calculados estes mesmos parâmetros, usando as funções importâncias propostas por GANDINI e SALVATORES (GANDINI e SALVATORES, 2002), DULLA et al (DULLA et al, 2006) e NISHIHARA et al (NISHIHARA et al, 2003).

Nas tabelas 5.1 a 5.8 estão os valores desses parâmetros cinéticos para os cinco diferentes valores de k_{eff} e as diferentes funções importâncias.

Tabela 5.1: Parâmetros obtidos para $k_{eff} = 0,930$.

Parâmetro Cinético	DULLA	GANDINI	NISHIHARA	GONÇALVES
Λ	1,62543E-03	1,62603E-03	1,56815E-03	1,64812E-03
Γ	-6,96619E-02	-6,96697E-02	-5,56370E-02	-7,52316E-02
Q	6,96619E-02	6,96697E-02	5,56370E-02	7,52316E-02
β_1	2,49689E-04	2,49767E-04	2,48612E-04	2,50047E-04
β_2	1,39911E-03	1,39952E-03	1,39338E-03	1,40101E-03
β_3	1,23604E-03	1,23644E-03	1,23044E-03	1,23789E-03
β_4	2,67063E-03	2,67134E-03	2,66077E-03	2,67391E-03
β_5	8,40400E-04	8,40641E-04	8,37068E-04	8,41506E-04
β_6	1,70671E-04	1,70719E-04	1,70068E-04	1,70891E-04
β	6,56654E-03	6,56844E-03	6,54027E-03	6,57526E-03

Tabela 5.2: Parâmetros obtidos para $k_{eff} = 0,950$.

Parâmetro Cinético	DULLA	GANDINI	NISHIHARA	GONÇALVES
Λ	1,58243E-03	1,58284E-03	1,53428E-03	1,59587E-03
Γ	-4,96486E-02	-4,96521E-02	-3,92284E-02	-5,25452E-02
Q	4,96485E-02	4,96521E-02	3,92284E-02	5,25452E-02
β_1	2,49544E-04	2,49599E-04	2,48811E-04	2,49692E-04
β_2	1,39832E-03	1,39861E-03	1,39443E-03	1,39911E-03
β_3	1,23527E-03	1,23556E-03	1,23147E-03	1,23604E-03
β_4	2,66929E-03	2,66980E-03	2,66528E-03	2,67064E-03
β_5	8,39949E-04	8,40121E-04	8,37684E-04	8,40406E-04
β_6	1,70852E-04	1,70616E-04	1,70131E-04	1,70673E-04
β	6,56296E-03	6,56431E-03	6,54510E-03	6,56656E-03

Tabela 5.3: Parâmetros obtidos para $k_{eff} = 0,960$.

Parâmetro Cinético	DULLA	GANDINI	NISHIHARA	GONÇALVES
Λ	1,56273E-03	1,56306E-03	1,51917E-03	1,57239E-03
Γ	-3,97772E-02	-3,97795E-02	-3,13132E-02	-4,16567E-02
Q	3,97772E-02	3,97795E-02	3,13132E-02	4,16567E-02
β_1	2,49553E-04	2,49598E-04	2,48977E-04	2,49631E-04
β_2	1,39836E-03	1,39860E-03	1,39530E-03	1,39878E-03
β_3	1,23532E-03	1,23555E-03	1,23233E-03	1,23572E-03
β_4	2,66937E-03	2,66978E-03	2,66410E-03	2,67009E-03
β_5	8,39978E-04	8,40115E-04	8,38195E-04	8,40219E-04
β_6	1,70588E-04	1,70615E-04	1,70233E-04	1,70636E-04
β	6,56317E-03	6,56425E-03	6,54913E-03	6,56507E-03

Tabela 5.4: Parâmetros obtidos para $k_{eff} = 0,970$.

Parâmetro Cinético	DULLA	GANDINI	NISHIHARA	GONÇALVES
Λ	1,54383E-03	1,54407E-03	1,50491E-03	1,55020E-03
Γ	-2,97890E-02	-2,97903E-02	-2,33231E-02	-3,08541E-02
Q	2,97890E-02	2,97903E-02	2,33232E-02	3,08541E-02
β_1	2,49614E-04	2,49647E-04	2,49185E-04	2,49643E-04
β_2	1,39868E-03	1,39886E-03	1,39640E-03	1,39884E-03
β_3	1,23563E-03	1,23580E-03	1,23340E-03	1,23578E-03
β_4	2,66992E-03	2,67023E-03	2,66600E-03	2,67019E-03
β_5	8,40165E-04	8,40268E-04	8,38837E-04	8,40256E-04
β_6	1,70625E-04	1,70645E-04	1,70361E-04	1,70643E-04
β	6,56464E-03	6,56545E-03	6,55418E-03	6,56535E-03

Tabela 5.5: Parâmetros obtidos para $k_{eff} = 0,980$.

Parâmetro Cinético	DULLA	GANDINI	NISHIHARA	GONÇALVES
Λ	1,52602E-03	1,52618E-03	1,49171E-03	1,52969E-03
Γ	-1,98505E-02	-1,98512E-02	-1,54529E-02	-2,03282E-02
Q	1,98505E-02	1,98512E-02	1,54530E-02	2,03282E-02
β_1	2,49724E-04	2,49746E-04	2,49428E-04	2,49725E-04
β_2	1,39926E-03	1,39938E-03	1,39770E-03	1,39927E-03
β_3	1,23620E-03	1,23631E-03	1,23467E-03	1,23620E-03
β_4	2,67093E-03	2,67113E-03	2,66823E-03	2,67094E-03
β_5	8,40504E-04	8,40572E-04	8,39591E-04	8,40507E-04
β_6	1,70692E-04	1,70706E-04	1,70511E-04	1,70693E-04
β	6,56730E-03	6,56784E-03	6,56012E-03	6,56733E-03

Tabela 5.6: Parâmetros obtidos para $k_{eff} = 0,990$.

Parâmetro Cinético	DULLA	GANDINI	NISHIHARA	GONÇALVES
Λ	1,50922E-03	1,50930E-03	1,47947E-03	1,51078E-03
Γ	-9,92635E-03	-9,92636E-03	-7,68035E-03	-1,00475E-02
Q	9,92635E-03	9,92636E-03	7,68055E-03	1,00475E-02
β_1	2,49880E-04	2,49891E-04	2,49705E-04	2,49872E-04
β_2	1,40008E-03	1,40015E-03	1,39917E-03	1,40005E-03
β_3	1,23701E-03	1,23707E-03	1,23611E-03	1,23697E-03
β_4	2,67236E-03	2,67246E-03	2,67076E-03	2,67228E-03
β_5	8,40987E-04	8,41022E-04	8,40448E-04	8,40963E-04
β_6	1,70788E-04	1,70795E-04	1,70681E-04	1,70783E-04
β	6,57511E-03	6,57138E-03	6,56687E-03	6,57091E-03

Dos resultados apresentados nestas tabelas, verifica-se que o parâmetro Γ (índice de subcriticalidade ou reatividade da fonte externa de nêutrons) aumenta à medida em que nos aproximamos da criticalidade.

A fração de nêutrons atrasados inicialmente diminui para os casos em que as funções importâncias propostas por GANDINI e SALVATORES (GANDINI e SALVATORES, 2002), DULLA et al (DULLA et al, 2006) e aquela deste trabalho são utilizadas, para depois crescer. Para o caso em que a função importância proposta por NISHIHARA et al (NISHIHARA et al, 2003) é utilizada, a fração de nêutrons atrasados sempre aumenta à medida em que diminuimos o grau de subcriticalidade do sistema.

Já os parâmetros Λ (tempo médio de geração dos nêutrons) e q (valor da fonte externa de nêutrons) diminuem à medida em que aproxima-se da criticalidade, para todas as funções importâncias estudadas.

Uma vez que os parâmetros cinéticos apresentados nas tabelas acima foram obtidos para um estado estacionário, foram feitas duas análises de transientes com a

finalidade de se verificar se tais parâmetros reproduzem o comportamento de um sistema em estado estacionário.

Novamente essas análises serão para os seis diferentes valores de k_{eff} : 0,930, 0,950, 0,960, 0,970, 0,980 e 0,990 e para as diferentes funções importâncias: a proposta nesse trabalho, a proposta por GANDINI e SALVATORES (GANDINI e SALVATORES, 2002), DULLA et al (DULLA et al, 2006) e NISHIHARA et al (NISHIHARA et al, 2003).

5.4. Análise de Transientes

Nesta seção são apresentados os dois testes de transientes com o intuito de verificar o comportamento de cada conjunto de parâmetros cinéticos calculados.

Para a realização destes testes, faz-se necessária a solução do conjunto de equações da cinética pontual obtidas com as quatro funções importâncias estudadas aqui. Esse conjunto de equações é um sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem acopladas. Esse sistema, em notação matricial, pode ser assim representado:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} T(t) \\ C_1(t) \\ C_2(t) \\ C_3(t) \\ C_4(t) \\ C_5(t) \\ C_6(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\rho - \beta + \Gamma}{\Lambda} & \frac{\lambda_1}{\Lambda} & \frac{\lambda_2}{\Lambda} & \frac{\lambda_3}{\Lambda} & \frac{\lambda_4}{\Lambda} & \frac{\lambda_5}{\Lambda} & \frac{\lambda_6}{\Lambda} \\ \beta_1 & -\lambda_1 & & & & & \\ \beta_2 & & -\lambda_2 & & & & \\ \beta_3 & & & -\lambda_3 & & & \\ \beta_4 & & & & -\lambda_4 & & \\ \beta_5 & & & & & -\lambda_5 & \\ \beta_6 & & & & & & -\lambda_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T(t) \\ C_1(t) \\ C_2(t) \\ C_3(t) \\ C_4(t) \\ C_5(t) \\ C_6(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q / \Lambda \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ou

$$\frac{d}{dt} \tilde{f}(t) = A\tilde{f}(t) + \tilde{g}.$$

onde as matrizes $\tilde{f}(t)$, A e \tilde{g} são definidas como:

$$\tilde{f}(t) \equiv \begin{bmatrix} T(t) \\ C_1(t) \\ C_2(t) \\ C_3(t) \\ C_4(t) \\ C_5(t) \\ C_6(t) \end{bmatrix}, \quad A \equiv \begin{bmatrix} \frac{\rho - \beta + \Gamma}{\Lambda} & \frac{\lambda_1}{\Lambda} & \frac{\lambda_2}{\Lambda} & \frac{\lambda_3}{\Lambda} & \frac{\lambda_4}{\Lambda} & \frac{\lambda_5}{\Lambda} & \frac{\lambda_6}{\Lambda} \\ \beta_1 & -\lambda_1 & & & & & \\ \beta_2 & & -\lambda_2 & & & & \\ \beta_3 & & & -\lambda_3 & & & \\ \beta_4 & & & & -\lambda_4 & & \\ \beta_5 & & & & & -\lambda_5 & \\ \beta_6 & & & & & & -\lambda_6 \end{bmatrix}$$

e

$$\tilde{g} \equiv \begin{bmatrix} Q/\Lambda \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

O método utilizado para a solução deste sistema de equações é o método de matriz exponencial (Boyce e DiPrima, 2010).

Primeiramente, analisou-se o tempo necessário para que o sistema alcance o estado estacionário após ser ligado, mediante a introdução de uma fonte externa de nêutrons constante no tempo. Esse caso foi analisado para os seis diferentes valores de k_{eff} e estão representados nas figuras 5.3 a 5.8.

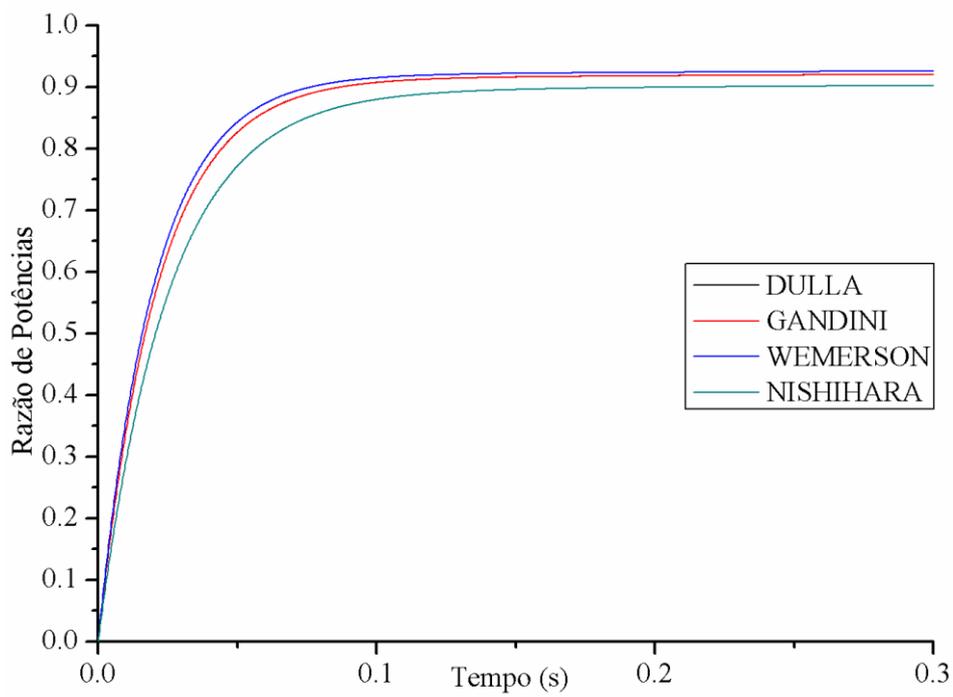


Figura 5.3: Razão de Potências para $k_{eff} = 0,930$ quando o sistema é ligado.

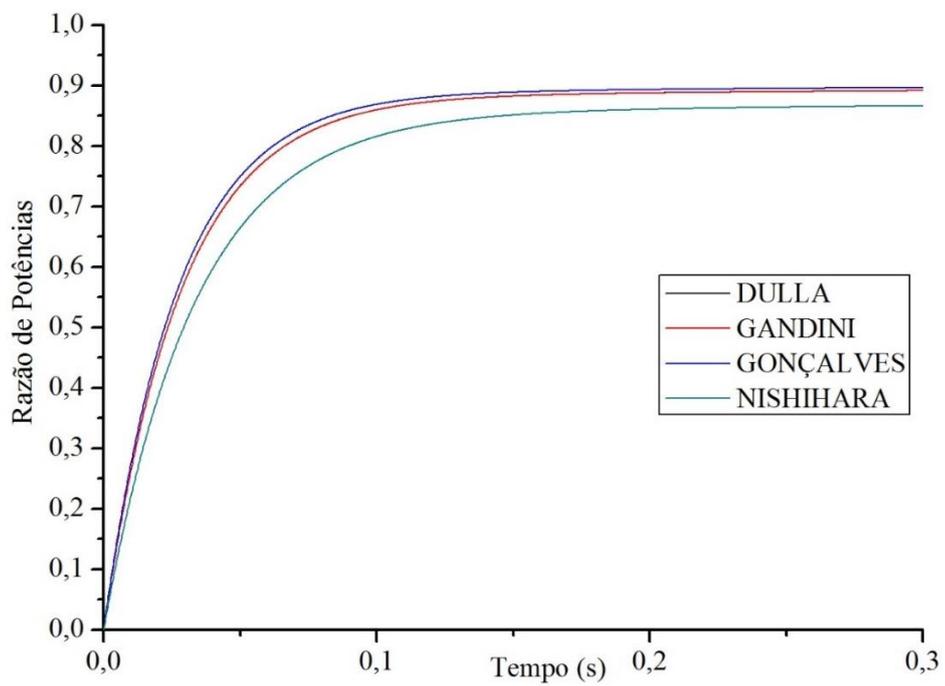


Figura 5.4: Razão de Potências para $k_{eff} = 0,950$ quando o sistema é ligado.

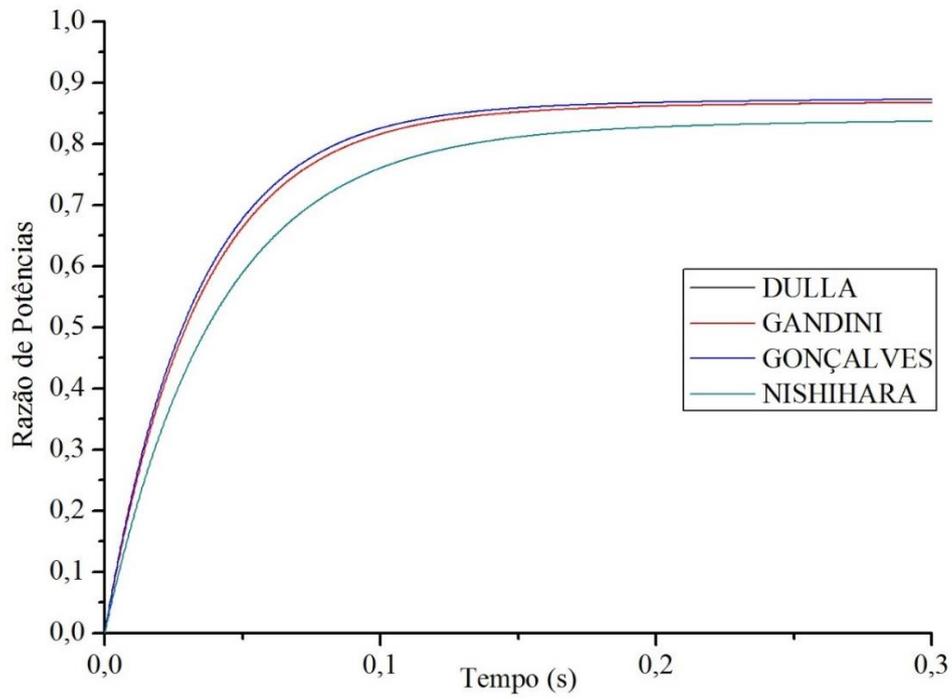


Figura 5.5: Razão de Potências para $k_{eff} = 0,960$ quando o sistema é ligado.

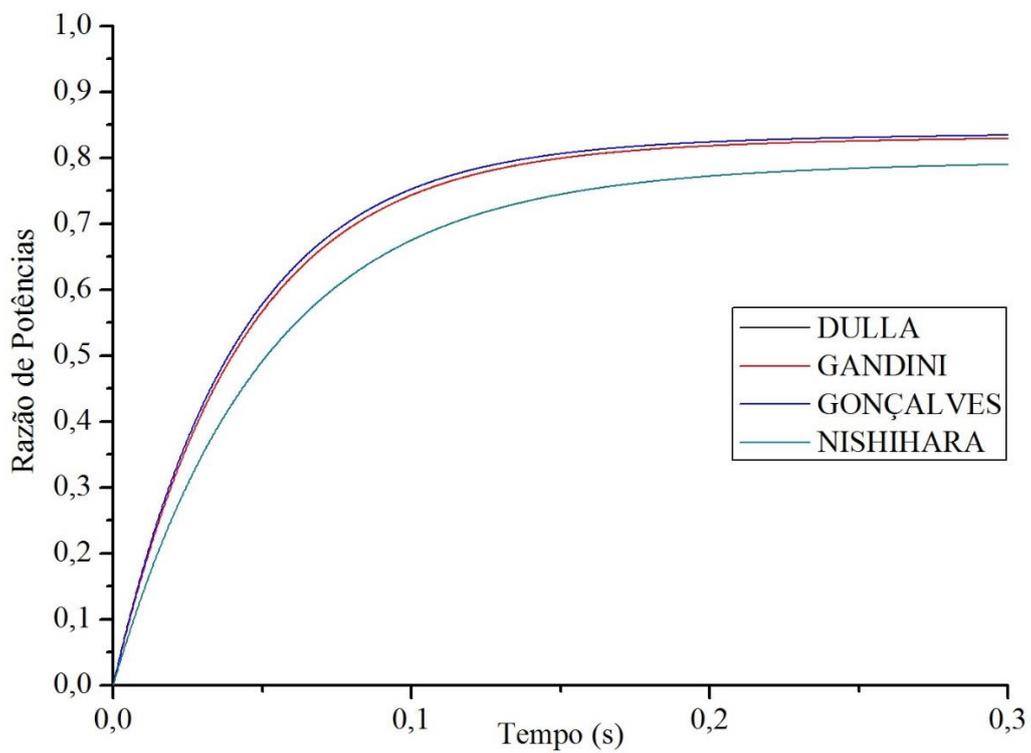


Figura 5.6: Razão de Potências para $k_{eff} = 0,970$ quando o sistema é ligado.

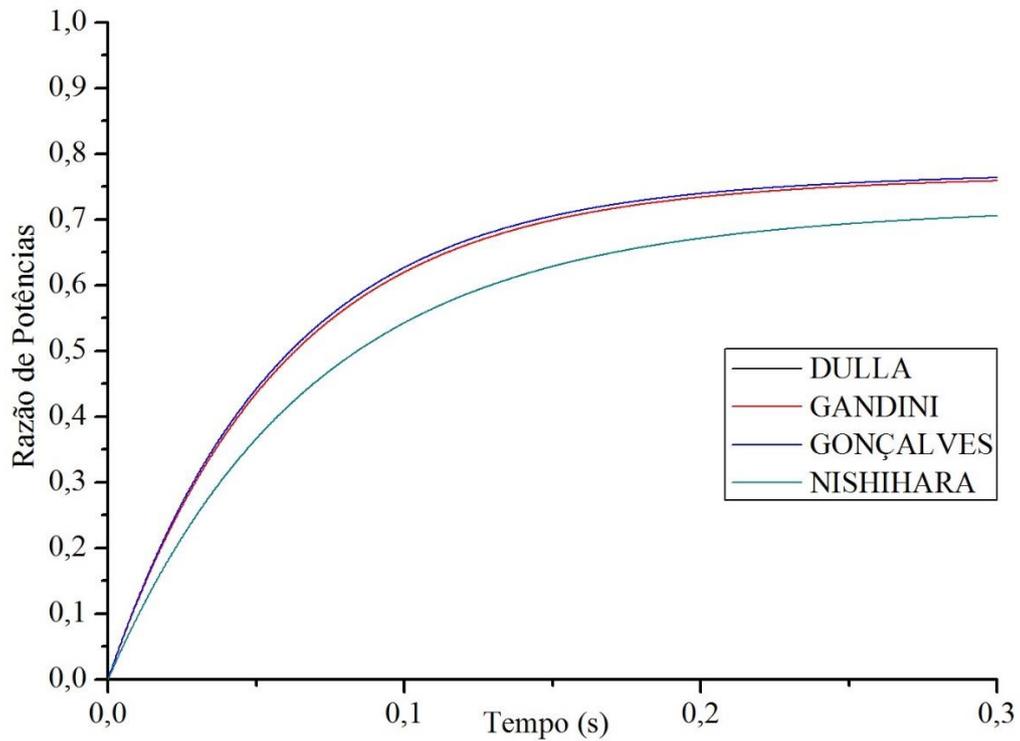


Figura 5.7: Razão de Potências para $k_{eff} = 0,980$ quando o sistema é ligado.

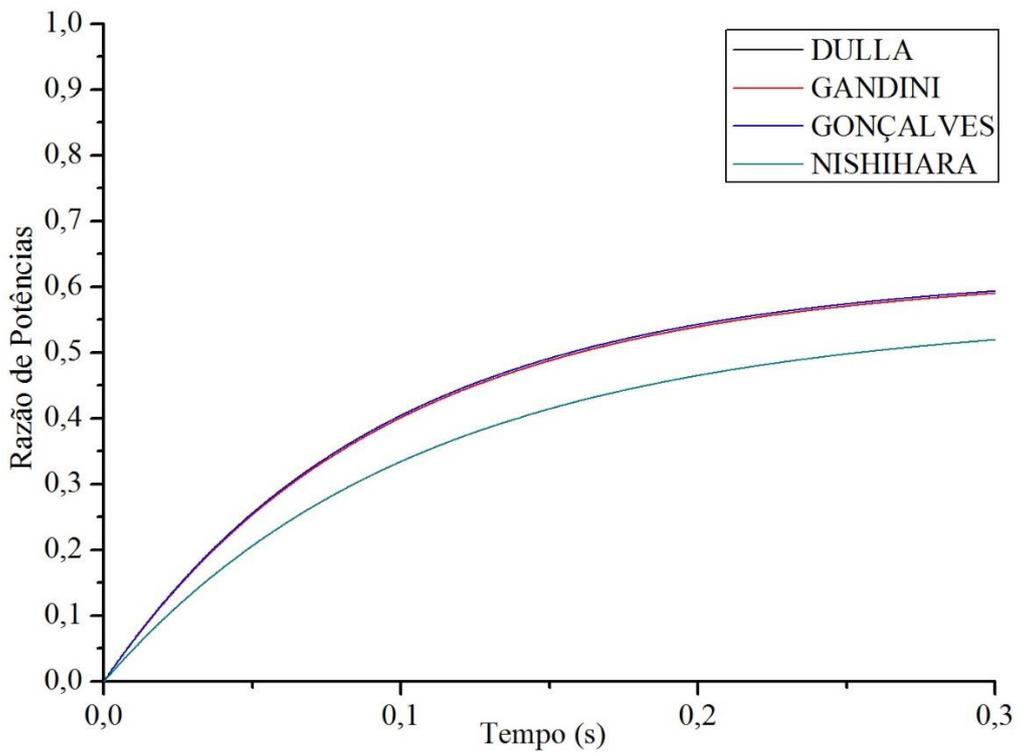


Figura 5.8: Razão de Potências para $k_{eff} = 0,990$ quando o sistema é ligado.

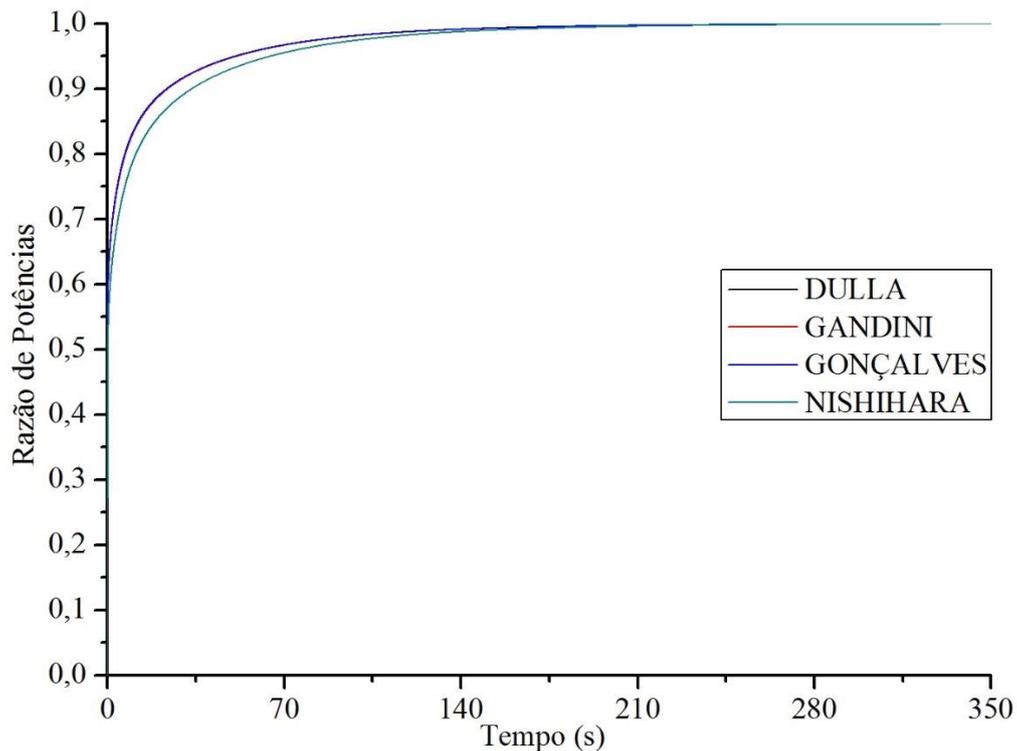


Figura 5.9: Razão de Potências para $k_{eff} = 0,990$ quando o sistema é ligado e transientes analisados até 350segundos.

Verifica-se das figuras 5.3 a 5.8 que a função $T(t)$, solução do conjunto de equações (3.13) e (3.21), possui a mesma forma e tende a unidade, como esperado (a figura 6, mostra isto para $k_{eff} = 0,990$, pois o mesmo se verifica para os outros valores de k_{eff} . Mas, para o caso dos parâmetros obtidos com a função importância de NISHIHARA et al (NISHIHARA et al, 2003), a função importância se afasta bastante das demais. Também verifica-se, destas figuras, que a função $T(t)$ tem um comportamento quase idêntico, quando o sistema está próximo da criticalidade, para o caso dos parâmetros obtidos com as funções importâncias de GANDINI e SALVADORES (GANDINI e SALVADORES, 2002), DULLA et al (DULLA et al, 2006) e aquela deste trabalho. No entanto, isto não se verifica quando o sistema se encontra longe da criticalidade.

O segundo transiente analisado parte do sistema no estado estacionário (onde

$s(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) = s_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$) perturbando-se a fonte externa de tal modo que o termo $q(t)$, na equação (3.13), seja nulo. No caso, fez-se $s(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) = s_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) + \delta s(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$, com $\delta s(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) = -s_0(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$, o que anula $q(t)$.

As figuras 5.10 a 5.13 mostram o comportamento da função $T(t)$, para os valores de k_{eff} de 0,930 a 0,990, respectivamente. Verifica-se destas figuras o mesmo comportamento de $T(t)$, para os diferentes parâmetros cinéticos, como já havia sido observado das figuras 5.3 a 5.8.

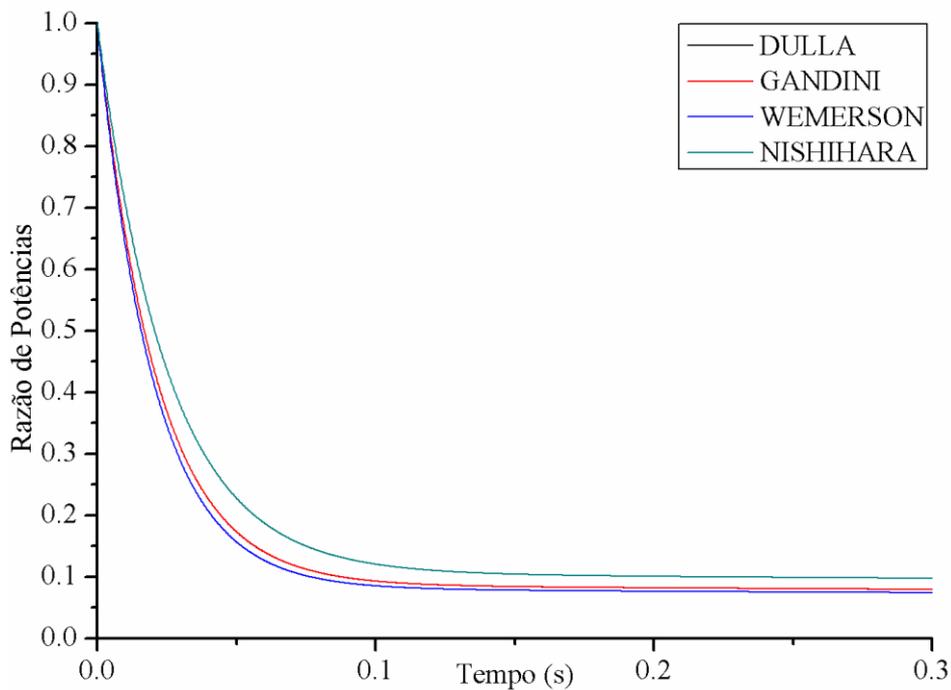


Figura 5.10: Razão de Potências para $k_{eff} = 0,930$ quando o sistema é desligado

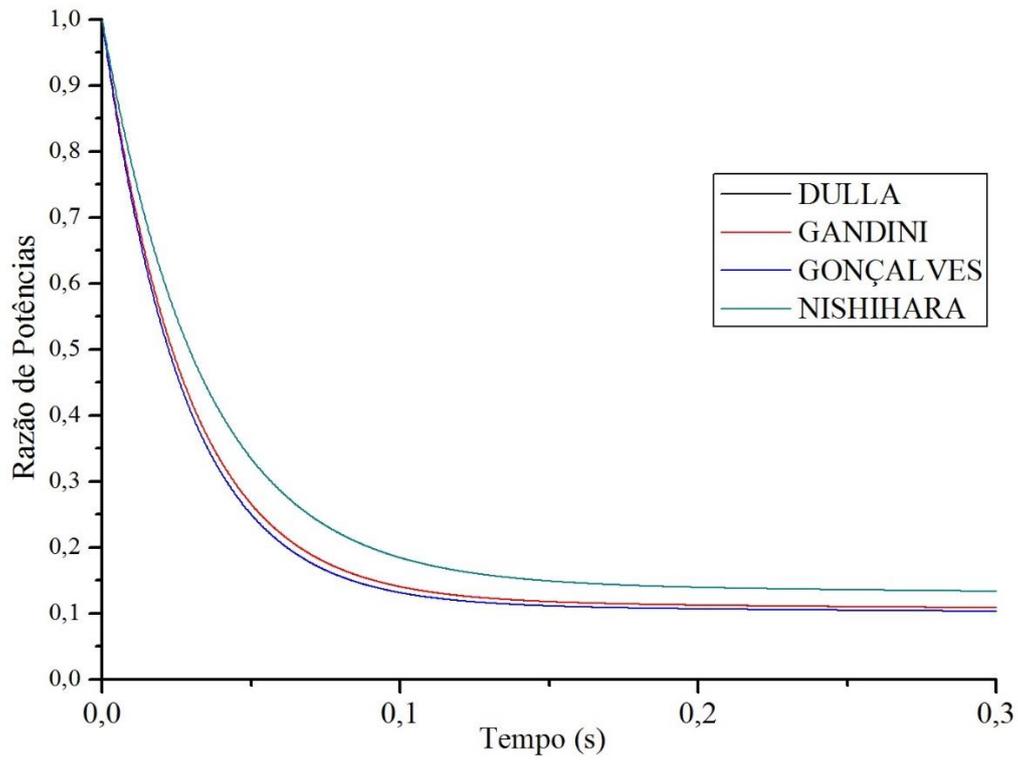


Figura 5.11: Razão de Potências para $k_{eff} = 0,950$ quando o sistema é desligado

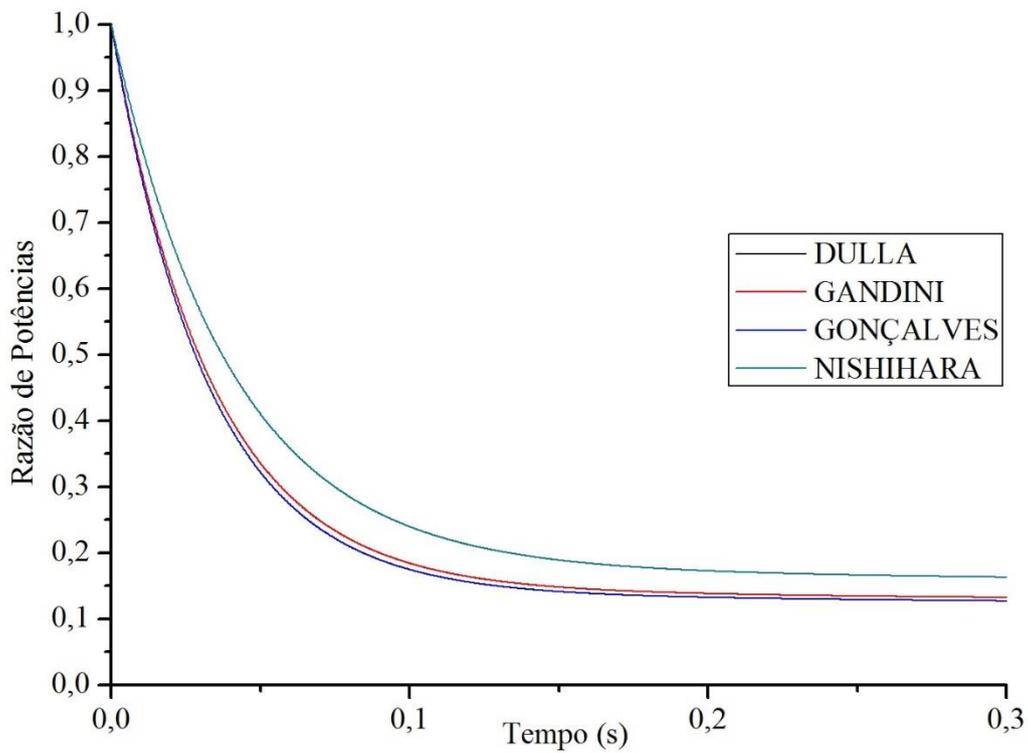


Figura 5.12: Razão de Potências para $k_{eff} = 0,960$ quando o sistema é desligado.

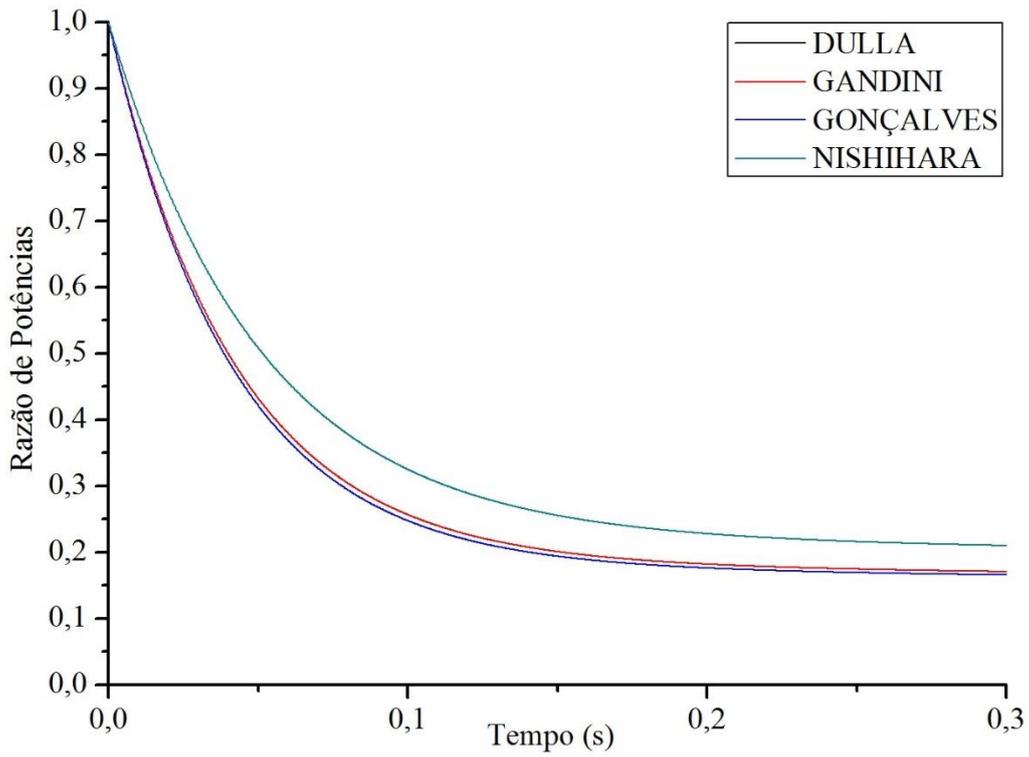


Figura 5.13: Razão de Potências para $k_{eff} = 0,970$ quando o sistema é desligado.

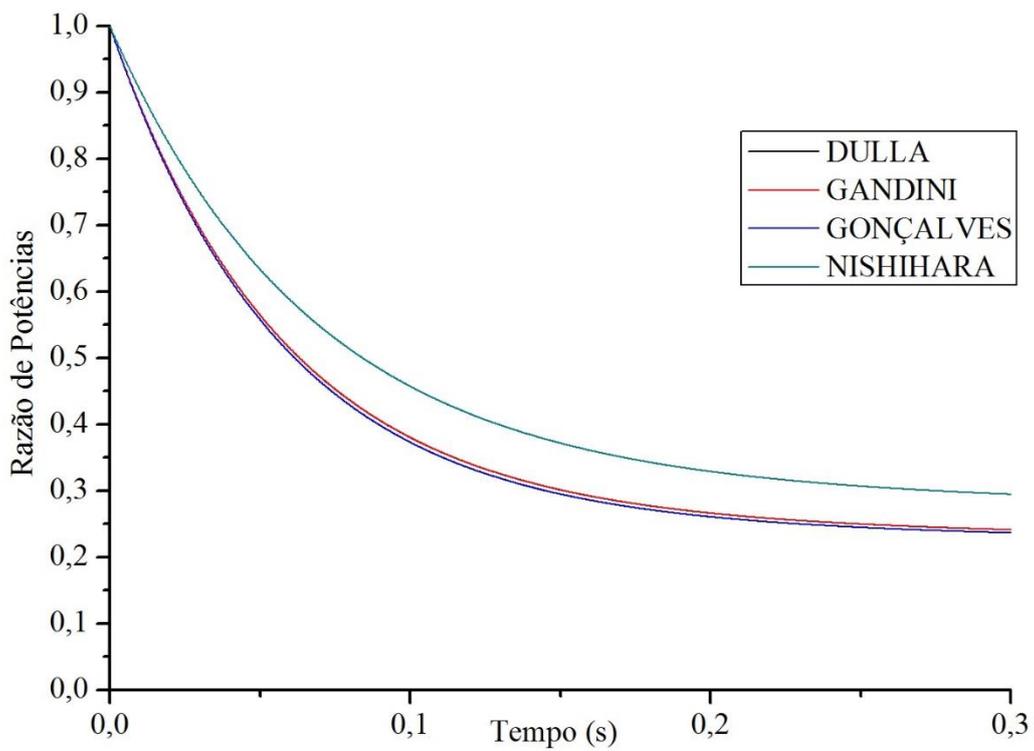


Figura 5.14: Razão de Potências para $k_{eff} = 0,980$ quando o sistema é desligado.

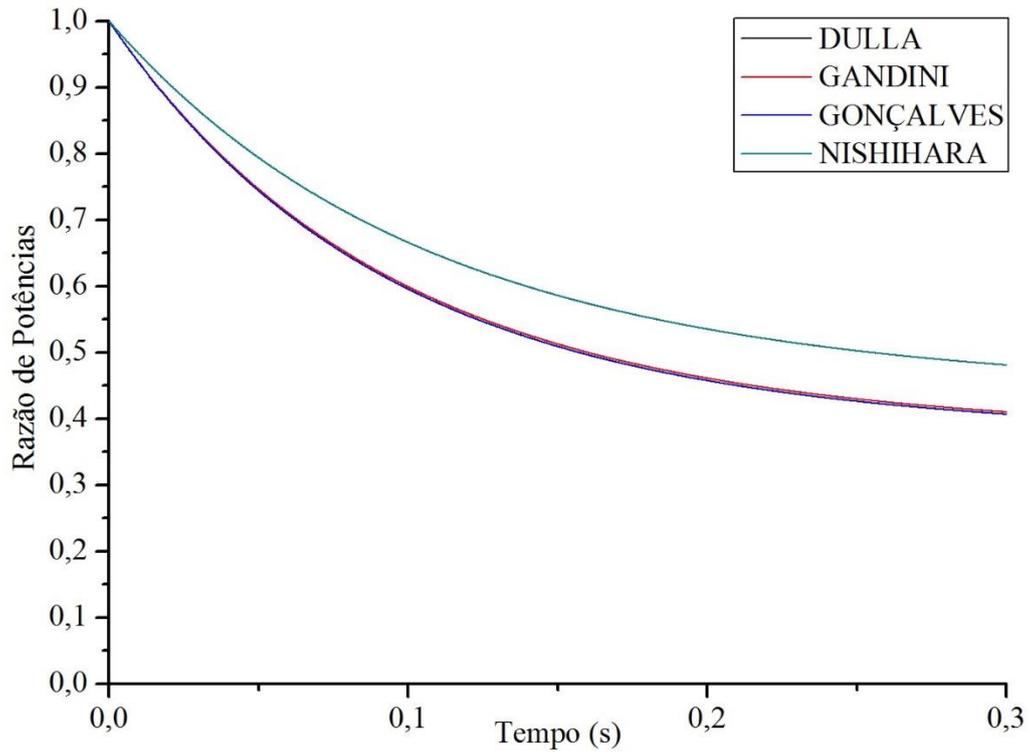


Figura 5.15: Razão de Potências para $k_{eff} = 0,990$ quando o sistema é desligado.

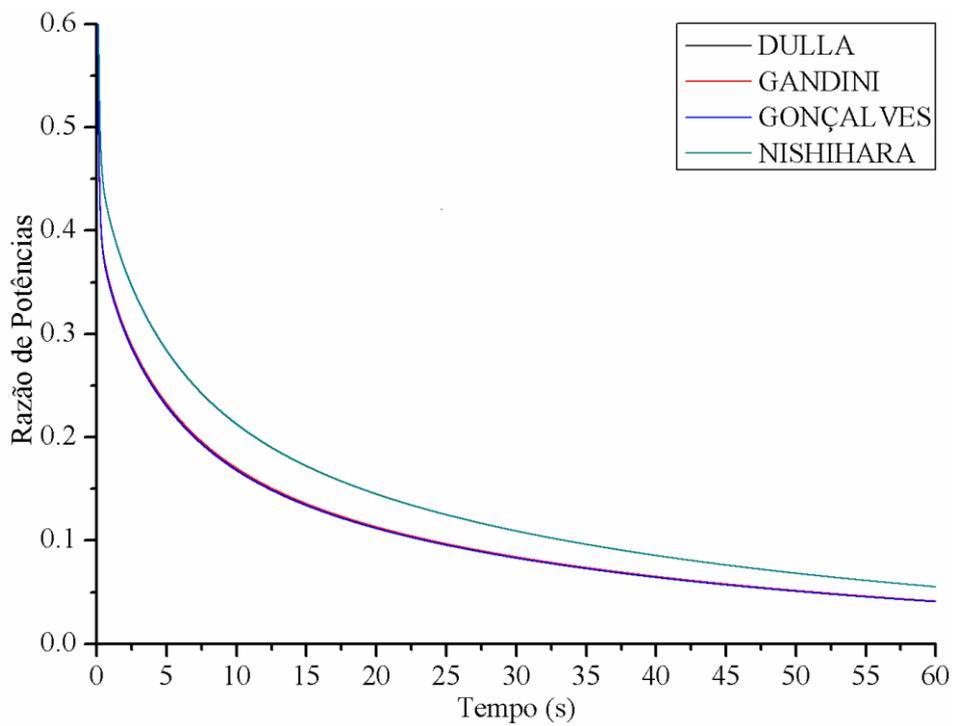


Figura 5.16: Razão de Potências para $k_{eff} = 0,990$ quando o sistema é desligado e transientes analisados até 60segundos.

No próximo capítulo desta tese são apresentadas as conclusões deste trabalho, com base nas análises feitas anteriormente.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou uma nova proposta para a função importância. A função importância apresentada aqui está relacionada tanto com a subcriticalidade do sistema quanto com o valor da fonte externa de nêutrons.

Também foi apresentado neste trabalho o conjunto de equações da cinética pontual para sistemas subcríticos. Esse conjunto de equações foi obtido pesando-se o conjunto de equações da cinética espacial com a nova função importância desenvolvida.

Para os parâmetros Λ , β , Γ e q , calculados usando tanto a função importância proposta neste trabalho quanto as funções importâncias propostas por GANDINI e SALVATORES (GANDINI e SALVATORES, 2002), DULLA et al (DULLA et al, 2006) e NISHIHARA et al (NISHIHARA et al, 2006), verificou-se que a função $T(t)$, após o sistema ser ligado, mediante a introdução de uma fonte externa de nêutrons constante no tempo, possui a mesma forma e tende a 1 (um), como esperado, para os cinco valores de k_{eff} estudados.

Para uma perturbação na fonte externa de nêutrons de tal modo que anule a quantidade q , percebeu-se que, para os diferentes parâmetros cinéticos calculados, a função $T(t)$ possui o mesmo comportamento, e em todos os casos $T(t)$ tende a 0 (zero) como esperado.

Observou-se que a função $T(t)$ calculada usando os parâmetros obtidos com a função importância proposta nesse trabalho é bem próxima daquelas calculadas usando os parâmetros calculados com as funções importâncias propostas por GANDINI e SALVATORES (GANDINI e SALVATORES, 2002) e DULLA et al (DULLA et al,

2006). No entanto, sempre relativamente distante de $T(t)$ calculado usando os parâmetros obtidos com a função importância proposta por NISHIHARA et al (NISHIHARA et al, 2003). A predição de qual função $T(t)$, e conseqüentemente, qual função importância reproduz mais adequadamente o comportamento do sistema, para o tratamento de diferentes transientes, não é possível ser demonstrado nesta tese.

Embora acreditemos que os parâmetros cinéticos obtidos com a função importância proposta nesse trabalho estejam corretos, a conclusão sobre qual função importância deve ser adotada, só seria possível através da comparação da função $T(t)$ obtida tanto com as equações da cinética pontual quanto com as equações da cinética espacial.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABREU, M. M. P. (1994). Solução Numérica do Problema de Transporte de Nêutrons Independente do Tempo na Formulação de Ordenadas Discretas. Tese de Doutorado. COPPE/UFRJ/ Programa de Engenharia Nuclear. Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- BELL, G. I., GLASSTONE, S. (1970). Nuclear reactor theory”. New York, N. Y., Van Nostrand Reinhold.
- BOYCE, W.E., DIPRIMA, R. C. (2010). Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno. 9ª Edição, LTC Editora.
- DUDERSTADT, J. J., HAMILTON, L. J. (1976). *Nuclear Reactor Analysis*. New York, John Wiley and Sons.
- DULLA, S., PICCA, P., RAVETTO, P., TOMATIS, D., CARTA, M. (2011). “Integral Parameters for Source Driven Systems”. **Progress in Nuclear Energy**, 53, 32-40.
- DULLA, S., RAVETTO, P., CARTA, M., D’ANGELO, A. (September 10-14, 2006). “Kinetic Parameters for Source Driven Systems”, **PHYSOR-2006, ANS Topical Meeting on Reactor Physics Organized and hosted by the Canadian Nuclear Society. Vancouver, BC, Canada.**
- EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA. (2014). Demanda de Energia 2050. Acesso em 23/09/2014, disponível em: https://ben.epe.gov.br/downloads/Relatorio_Final_BEN_2014.pdf

EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA. (2014: Ano base 2013). Balanço Energético Nacional (BEN). Acesso em 23/09/2014, disponível em: <http://www.epe.gov.br/Estudos/Documents/DEA%2013-14%20Demanda%20de%20Energia%202050.pdf>

GANDINI, A. (1987). Generalized Perturbation Theory (GPT) Methods. A Heuristic Approach

GANDINI, A. (2001). “HGPT Based Sensitivity time-dependent methods for the analysis of subcritical systems”. **Annals of Nuclear Energy**, v.28, pp. 1193-1217. GANDINI, A. (2002). **On The Evaluation of ADS Subcriticality Annals of Nuclear Energy**, v.29, pp. 623-630

GANDINI, A., SALVATORES, M. (Junho de 2002). ‘The Physics of Subcritical Multiplying Systems’. **Journal of Nuclear Science and Technology**, 39, No 6, pp-673-686.

LEE, S. M. (2009). Um estudo sobre métodos de cálculo e medidas experimentais de parâmetros cinéticos em sistemas subcríticos acionados por fonte. Dissertação de Mestrado. IPEN/USP. São Paulo, SP, Brasil.

LEWIS, E. E., MILLER JR., W. F.(1993). *Computational Methods of Neutron Transport*. American Nuclear Society. Inc, La Grange Park, Illinois, USA.

MAIORINO, J. R.; SANTOS, A.; PEREIRA, S. A. (June 2003). “The Utilization of Accelerators in Subcritical Systems for Energy Generation and Nuclear Waste Transmutation - the World Status and a Proposal of a National R&D Program”, *Brazilian Journal of Physics*, vol. 33, no. 2.

MARCHUK, G. I., AGOSHKOV, V. I., SHUTYAEV, V. P. (1996). *Adjoint Equations and Perturbation Algorithms in Nonlinear Problems*. Boca Raton, CRC.

NISHIHARA, K., IWASAKI, T., UDAGAWA, Y. (2003). “A New Static and Dynamic One-Point Equation and Analytic and Numerical Calculations for a Subcritical System”. **Journal of Nuclear Science and Technology**, 40:7, 481-492.

PEREIRA, S.A. (2002). Um Conceito Alternativo de um Reator Híbrido (Conjunto Subcrítico Acoplado com Acelerador). Tese de Doutorado. IPEN/USP. São Paulo, SP, Brasil.

RUBBIA, C. (January 1996) “The Energy Amplifier – A description for the Non-Specialists”, CERN/ET/Internal Note, no. 1.

SILVA, C. (2011). Uma nova função importância para a análise de sistemas subcríticos. Tese de Doutorado. COPPE/UFRJ/ Programa de Engenharia Nuclear. Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

APÊNDICE – DADOS NUCLEARES DAS CÉLULAS QUE COMPÕEM OS ELEMENTOS COMBUSTÍVEIS

Os dados nucleares gerados pelo Professor Adimir dos Santos no Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares (IPEN – CNEN / SP) estão apresentados nas seções seguintes deste apêndice.

As tabelas deste capítulo contém os dados nucleares para $k_{eff} = 0,990$. Para obter os dados para os outros valores do fator de multiplicação efetivo, ajuste-se a seção de choque macroscópica de absorção $\Sigma_a(\vec{r}, E, t)$ usando a seguinte relação:

$$\Sigma_{tg} = \Sigma_{ag} + \Sigma_{sg} = \Sigma_{ag} + \sum_{g'=1}^4 \Sigma_{s0}^{g \rightarrow g'}$$

onde

$$\Sigma_{s1} = \Sigma_{s0}^{1 \rightarrow 1} + \Sigma_{s0}^{1 \rightarrow 2} + \Sigma_{s0}^{1 \rightarrow 3} + \Sigma_{s0}^{1 \rightarrow 4}$$

$$\Sigma_{s2} = \Sigma_{s0}^{2 \rightarrow 2} + \Sigma_{s0}^{2 \rightarrow 3} + \Sigma_{s0}^{2 \rightarrow 4}$$

$$\Sigma_{s3} = \Sigma_{s0}^{3 \rightarrow 3} + \Sigma_{s0}^{3 \rightarrow 4}$$

Como a seção de choque de interesse é a seção de choque macroscópica total e uma vez obtida a seção de choque macroscópica de absorção, a nova seção de choque macroscópica total é calculada da seguinte maneira:

$$\Sigma'_{tg} = \Sigma'_{ag} + \Sigma_{sg}$$

onde:

$$\Sigma'_{ag} = \alpha \Sigma_{ag}$$

O Coeficiente α é ajustado até se obter o k_{eff} desejado.

Tabela A.1 – Espectro de Fissão.

Dado Nuclear	$g = 1$	$g = 2$	$g = 3$	$g = 4$
χ_g	7.39569E-01	2.60240E-01	1.90788E-04	2.47490E-09

Tabela A.2 - Dados nucleares das células que contém combustível com enriquecimento de 2,1%.

Dado Nuclear		$g = 1$	$g = 2$	$g = 3$	$g = 4$
Σ_{fg}		2.10305E-01	5.74330E-01	9.35228E-01	1.62399E+00
$\nu\Sigma_{fg}$		4.77385E-03	3.39278E-04	4.88832E-03	5.54169E-02
$\Sigma_{s0}^{g \rightarrow g'}$	$g' = 1$	1.37825E-01	6.98797E-02	3.74834E-04	1.89483E-11
	$g' = 2$	0.00000E+00	4.92896E-01	8.00949E-02	8.67138E-06
	$g' = 3$	0.00000E+00	0.00000E+00	8.45590E-01	7.58600E-02
	$g' = 4$	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.57107E+00
$\Sigma_{s1}^{g \rightarrow g'}$	$g' = 1$	6.86640E-02	2.51916E-02	2.08328E-05	2.96120E-16
	$g' = 2$	0.00000E+00	2.50446E-01	3.47067E-02	1.12286E-06
	$g' = 3$	0.00000E+00	0.00000E+00	4.72447E-01	3.26898E-02
	$g' = 4$	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.11633E-01
$\Sigma_{s3}^{g \rightarrow g'}$	$g' = 1$	4.83500E-02	5.57430E-05	-1.83549E-04	2.58588E-13
	$g' = 2$	0.00000E+00	1.16089E-01	-9.68216E-03	-3.97472E-06
	$g' = 3$	0.00000E+00	0.00000E+00	1.97716E-01	-9.56396E-03
	$g' = 4$	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	9.45656E-02
$\Sigma_{s4}^{g \rightarrow g'}$	$g' = 1$	2.48460E-02	-1.46734E-02	-3.10066E-05	-1.58261E-17
	$g' = 2$	0.00000E+00	2.17790E-02	-2.11587E-02	-1.46769E-06
	$g' = 3$	0.00000E+00	0.00000E+00	2.96627E-02	-2.00267E-02
	$g' = 4$	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.00287E-02

Tabela A.3 - Dados nucleares das células que contém combustível com enriquecimento de 3,245%.

Dado Nuclear		$g = 1$	$g = 2$	$g = 3$	$g = 4$
Σ_{tg}		2.10281E-01	5.74289E-01	9.37187E-01	1.63089E+00
$\nu\Sigma_{tg}$		4.88510E-03	5.21443E-04	7.42034E-03	8.08559E-02
$\Sigma_{s0}^{g \rightarrow g'}$	$g' = 1$	1.37825E-01	6.98797E-02	3.74834E-04	1.89483E-11
	$g' = 2$	0.00000E+00	4.92896E-01	8.00949E-02	8.67138E-06
	$g' = 3$	0.00000E+00	0.00000E+00	8.45590E-01	7.58600E-02
	$g' = 4$	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.57107E+00
$\Sigma_{s1}^{g \rightarrow g'}$	$g' = 1$	6.86640E-02	2.51916E-02	2.08328E-05	2.96120E-16
	$g' = 2$	0.00000E+00	2.50446E-01	3.47067E-02	1.12286E-06
	$g' = 3$	0.00000E+00	0.00000E+00	4.72447E-01	3.26898E-02
	$g' = 4$	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.11633E-01
$\Sigma_{s3}^{g \rightarrow g'}$	$g' = 1$	4.83500E-02	5.57430E-05	-1.83549E-04	2.58588E-13
	$g' = 2$	0.00000E+00	1.16089E-01	-9.68216E-03	-3.97472E-06
	$g' = 3$	0.00000E+00	0.00000E+00	1.97716E-01	-9.56396E-03
	$g' = 4$	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	9.45656E-02
$\Sigma_{s4}^{g \rightarrow g'}$	$g' = 1$	2.48460E-02	-1.46734E-02	-3.10066E-05	-1.58261E-17
	$g' = 2$	0.00000E+00	2.17790E-02	-2.11587E-02	-1.46769E-06
	$g' = 3$	0.00000E+00	0.00000E+00	2.96627E-02	-2.00267E-02
	$g' = 4$	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.00287E-02

Tabela A.4 - Dados nucleares das células que contém Buraco d'água.

Dado Nuclear		$g = 1$	$g = 2$	$g = 3$	$g = 4$
Σ_{tg}		1.99669E-01	6.03355E-01	9.79570E-01	1.69799E+00
$\nu\Sigma_{tg}$		0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
$\Sigma_{s0}^{g \rightarrow g'}$	$g' = 1$	1.23686E-01	7.52790E-02	4.53291E-04	2.12677E-11
	$g' = 2$	0.00000E+00	5.07506E-01	9.57073E-02	1.04332E-05
	$g' = 3$	0.00000E+00	0.00000E+00	8.99506E-01	7.84805E-02
	$g' = 4$	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.68191E+00
$\Sigma_{s1}^{g \rightarrow g'}$	$g' = 1$	6.62030E-02	3.21470E-02	2.54399E-05	1.81957E-17
	$g' = 2$	0.00000E+00	2.87194E-01	4.19450E-02	1.34957E-06
	$g' = 3$	0.00000E+00	0.00000E+00	5.43320E-01	3.38610E-02
	$g' = 4$	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.64363E-01
$\Sigma_{s3}^{g \rightarrow g'}$	$g' = 1$	4.55562E-02	-2.45094E-05	-2.23684E-04	5.16782E-13
	$g' = 2$	0.00000E+00	1.35308E-01	-1.15681E-02	-4.78332E-06
	$g' = 3$	0.00000E+00	0.00000E+00	2.25730E-01	-1.01995E-02
	$g' = 4$	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.10160E-01
$\Sigma_{s4}^{g \rightarrow g'}$	$g' = 1$	2.14387E-02	-1.73800E-02	-3.79033E-05	-2.14714E-17
	$g' = 2$	0.00000E+00	2.56116E-02	-2.54567E-02	-1.76463E-06
	$g' = 3$	0.00000E+00	0.00000E+00	2.08037E-02	-2.08010E-02
	$g' = 4$	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.42384E-02

Tabela A.5 - Dados nucleares das células que contém Veneno Queimável.

Dado Nuclear		$g = 1$	$g = 2$	$g = 3$	$g = 4$
Σ_{tg}		1.85912E-01	4.41457E-01	6.95136E-01	1.32222E+00
$\nu\Sigma_{tg}$		0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
$\Sigma_{s0}^{g \rightarrow g'}$	$g' = 1$	1.24942E-01	4.48162E-02	2.28768E-04	1.04441E-10
	$g' = 2$	0.00000E+00	3.70618E-01	4.78007E-02	5.05460E-06
	$g' = 3$	0.00000E+00	0.00000E+00	5.81606E-01	3.61539E-02
	$g' = 4$	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.00391E+00
$\Sigma_{s1}^{g \rightarrow g'}$	$g' = 1$	5.16493E-02	1.43066E-02	1.25488E-05	3.44980E-12
	$g' = 2$	0.00000E+00	1.50344E-01	1.98499E-02	6.55203E-07
	$g' = 3$	0.00000E+00	0.00000E+00	2.75786E-01	1.50066E-02
	$g' = 4$	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.67661E-01
$\Sigma_{s2}^{g \rightarrow g'}$	$g' = 1$	3.60180E-02	6.48272E-04	-1.11104E-04	2.82610E-12
	$g' = 2$	0.00000E+00	6.97216E-02	-5.66704E-03	-2.31648E-06
	$g' = 3$	0.00000E+00	0.00000E+00	1.12400E-01	-4.90046E-03
	$g' = 4$	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	6.56174E-02
$\Sigma_{s3}^{g \rightarrow g'}$	$g' = 1$	1.56486E-02	-9.00723E-03	-1.88389E-05	1.10100E-12
	$g' = 2$	0.00000E+00	1.26554E-02	-1.23452E-02	8.56246E-07
	$g' = 3$	0.00000E+00	0.00000E+00	9.48889E-03	-9.48609E-03
	$g' = 4$	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	2.12443E-02

Tabela A.6 - Dados nucleares das células que contém Baffle.

Dado Nuclear		$g = 1$	$g = 2$	$g = 3$	$g = 4$
Σ_{tg}		2.69519E-01	4.84422E-01	9.44466E-01	9.91833E-01
$\nu\Sigma_{tg}$		0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
$\Sigma_{s0}^{g \rightarrow g'}$	$g' = 1$	2.40192E-01	2.80232E-02	2.79958E-05	4.35716E-10
	$g' = 2$	0.00000E+00	4.78986E-01	4.59423E-03	1.83224E-12
	$g' = 3$	0.00000E+00	0.00000E+00	9.29552E-01	2.54547E-03
	$g' = 4$	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	8.56012E-01
$\Sigma_{s1}^{g \rightarrow g'}$	$g' = 1$	7.78273E-02	-9.81767E-04	-2.54329E-06	3.35127E-24
	$g' = 2$	0.00000E+00	2.80127E-02	-1.42567E-03	-1.87790E-13
	$g' = 3$	0.00000E+00	0.00000E+00	1.23658E-02	-8.27963E-04
	$g' = 4$	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.05647E-02
$\Sigma_{s2}^{g \rightarrow g'}$	$g' = 1$	6.60386E-02	2.38100E-04	4.32564E-07	1.14487E-14
	$g' = 2$	0.00000E+00	1.74400E-02	-1.01571E-04	-8.35002E-14
	$g' = 3$	0.00000E+00	0.00000E+00	1.80033E-04	-1.22269E-05
	$g' = 4$	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	-6.26986E-03
$\Sigma_{s3}^{g \rightarrow g'}$	$g' = 1$	3.13893E-02	-3.10479E-04	-1.66721E-07	0.00000E+00
	$g' = 2$	0.00000E+00	2.64356E-03	1.71209E-05	-9.75560E-15
	$g' = 3$	0.00000E+00	0.00000E+00	1.78923E-05	-6.47741E-08
	$g' = 4$	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	4.35521E-03

Tabela A.7 - Dados nucleares das células que contém Refletor

Dado Nuclear		$g = 1$	$g = 2$	$g = 3$	$g = 4$
Σ_{tg}		1.95824E-01	6.34535E-01	1.05804E+00	1.96988E+00
$\nu\Sigma_{tg}$		0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
$\Sigma_{s0}^{g \rightarrow g'}$	$g' = 1$	1.14644E-01	8.04305E-02	5.01271E-04	1.38235E-16
	$g' = 2$	0.00000E+00	5.22583E-01	1.11924E-01	1.22274E-05
	$g' = 3$	0.00000E+00	0.00000E+00	9.46787E-01	1.09893E-01
	$g' = 4$	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.95113E+00
$\Sigma_{s1}^{g \rightarrow g'}$	$g' = 1$	6.53553E-02	3.56313E-02	2.82231E-05	1.94319E-17
	$g' = 2$	0.00000E+00	3.17903E-01	4.94050E-02	1.57110E-06
	$g' = 3$	0.00000E+00	0.00000E+00	6.00013E-01	4.81017E-02
	$g' = 4$	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	5.15267E-01
$\Sigma_{s2}^{g \rightarrow g'}$	$g' = 1$	4.58562E-02	-1.95391E-04	-2.48036E-04	-6.40894E-17
	$g' = 2$	0.00000E+00	1.51239E-01	-1.32075E-02	-5.61292E-06
	$g' = 3$	0.00000E+00	0.00000E+00	2.55608E-01	-1.35188E-02
	$g' = 4$	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	1.14564E-01
$\Sigma_{s3}^{g \rightarrow g'}$	$g' = 1$	2.17287E-02	-1.93390E-02	-4.19906E-05	-2.92459E-17
	$g' = 2$	0.00000E+00	2.98051E-02	-2.97713E-02	-2.05797E-06
	$g' = 3$	0.00000E+00	0.00000E+00	2.91586E-02	-2.91564E-02
	$g' = 4$	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00	3.50733E-02