



MÉTODOS PARA RECONSTRUÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE DENSIDADE DE POTÊNCIA NUCLEAR

Paulo Igor de Oliveira Pessoa

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Nuclear, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Nuclear.

Orientadores: Fernando Carvalho da Silva
Aquilino Senra Martinez

Rio de Janeiro
Outubro de 2014

MÉTODOS PARA RECONSTRUÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE DENSIDADE DE
POTÊNCIA NUCLEAR

Paulo Igor de Oliveira Pessoa

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA NUCLEAR.

Examinada por:

Prof. Fernando Carvalho da Silva, D. Sc.

Prof. Aquilino Senra Martinez, D. Sc.

Prof. Antônio Carlos Marques Alvim, Ph. D.

Prof. Hermes Alves Filho, D. Sc.

Prof. Cláudia Pereira Bezerra Lima, Ph. D.

Prof. Antonio Carlos de Abreu Mól, D. Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

OUTUBRO DE 2014

Pessoa, Paulo Igor de Oliveira

Métodos para Reconstrução da Distribuição da Densidade de Potência Nuclear/ Paulo Igor de Oliveira Pessoa. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2014.

XIII, 75 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Fernando Carvalho da Silva

Aquilino Senra Martinez

Tese (doutorado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Nuclear, 2014.

Referências Bibliográficas: p. 74-75.

1. Reconstrução da Potência Nuclear. 2. Cálculo Nodal. I. Silva, Fernando Carvalho da, *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Nuclear. III. Título.

Ensinando, os homens aprendem.

Sêneca

DEDICATÓRIA

Aos meus pais José Paulo Ramalho Pessoa e
Marlene de Oliveira Pessoa.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus.

Aos meus pais, José Paulo Ramalho Pessoa e Marlene de Oliveira Pessoa, responsáveis por grande parte da minha formação como pessoa e por investirem em mim, pois sem eles nada alcançaria.

Aos meus familiares e amigos, por acreditarem em mim e apoiarem nas escolhas que venho fazendo na minha vida.

Agradeço a minha futura esposa Bruna de Paiva Martins pela compreensão com relação a minha falta de tempo.

Aos meus orientadores, Prof. Fernando Carvalho da Silva e Prof. Aquilino Senra Martinez, pela confiança, paciência e segurança que depositaram em mim e por toda a orientação na realização desta tese.

Aos professores do Programa de Engenharia Nuclear – COPPE e a todos professores que fizeram e fazem parte de minha formação acadêmica pela ajuda, paciência e conhecimento passado.

Aos órgãos de fomento CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico e FAPERJ, Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro, pelo apoio concedido com a concessão da bolsa de estudos, sem a qual este trabalho não poderia ter sido realizado.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

MÉTODOS PARA RECONSTRUÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE DENSIDADE DE POTÊNCIA NUCLEAR

Paulo Igor de Oliveira Pessoa

Outubro/2014

Orientadores: Fernando Carvalho da Silva

Aquilino Senra Martinez

Programa: Engenharia Nuclear

No método de reconstrução analítico (ARM) a equação da difusão de nêutrons bidimensional (2D) é resolvida analiticamente para dois grupos energia (2G). A solução emprega uma expansão 2D de quarta ordem para o termo de fuga axial. O Método de Expansão Nodal (NEM) fornece para a solução os valores médios como as quatro correntes parciais médias nas superfícies do nodo, o fluxo médio no volume do nodo e o fator de multiplicação referente ao problema. A aplicação dessa expansão 2D fornece um método de reconstrução polinomial (PRM). As quatro correntes líquidas médias nas superfícies, quatro fluxos nos cantos e o fluxo médio no volume do nodo são usados como condições de contorno para a solução analítica. Para a determinação dos fluxos médios nos cantos é empregada uma solução analítica que usa os fluxos médios nas superfícies do nodo como condições de contorno e descontinuidades nos cantos são incorporadas a esta solução. As soluções para os métodos ARM e PRM representam as distribuições homogêneas de fluxo de nêutrons. As distribuições detalhadas pino a pino, dentro de um EC, são estimadas pelo produto da distribuição homogênea de fluxo por uma função forma heterogênea local. Os resultados mostram que os métodos têm boa acurácia quando comparados com valores de referência e que o método ARM é mais preciso do que o método PRM. Nota-se também que os maiores erros estão nas periferias dos ECs, próximo ao refletor, constatando que estes erros estão associados ao processo de homogeneização.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

METHODS FOR RECONSTRUCTION OF THE DENSITY DISTRIBUTION OF NUCLEAR POWER

Paulo Igor de Oliveira Pessoa

October/2014

Advisors: Fernando Carvalho da Silva

Aquilino Senra Martinez

Department: Nuclear Engineering

In analytical reconstruction method (ARM), the two-dimensional (2D) neutron diffusion equation is analytically solved for two energy groups (2G). The solution employs a 2D fourth-order expansion for the term of axial leakage. The Nodal Expansion Method (NEM) provides for the solution the average values as the four average partial currents on the surfaces of the node, the average flux in the node and the multiplying factor on the problem. The application of 2D expansion for the term of axial leakage provided a polynomial reconstruction method (PRM). The four average liquid currents on the surfaces, four fluxes in the corners and the average flux in the node are used as boundary conditions for the analytical solution. To determine the average fluxes in the corners is employed an analytical solution that uses the average fluxes on the surfaces of the node as boundary conditions and discontinuities in the corners are incorporated into this solution. Solutions for PRM and ARM methods represent the flux homogeneous distributions. The pin to pin detailed distributions inside a fuel assembly (FA) are estimated by the product of homogeneous flux distribution by local heterogeneous form function. The results show that the methods have good accuracy when compared with reference values and the ARM method is more accurate than the PRM method. Note also that the largest errors are in the peripheries of FAs, near the reflector, reinforcing the fact that these errors are associated with the homogenization process.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	1
1.1.	Considerações iniciais.....	1
2	MÉTODO DE EXPANSÃO NODAL.....	5
2.1.	Equação de balanço nodal.....	5
2.2.	Coeficientes primários.....	9
2.3.	Coeficientes secundários.....	10
2.4.	Correntes parciais de saída.....	11
2.5.	Fluxo médio nodal.....	13
3	MÉTODOS DE RECONSTRUÇÃO.....	14
3.1.	Metodologia das Reconstruções.....	14
3.2.	Método proposto por Koebke e Wagner.....	15
3.2.1.	Cálculo da distribuição homogênea de fluxo (Koebke e Wagner).....	15
3.2.2.	Cálculo das condições de contorno nos cantos (Koebke e Wagner).....	16
3.3.	Método proposto por Koebke e Hetzelt.....	18
3.3.1.	Cálculo da distribuição homogênea de fluxo (Koebke e Hetzelt).....	18
3.4.	Método proposto por Rempe, Smith e Henry.....	19
3.4.1.	Cálculo da distribuição homogênea de fluxo (Rempe).....	19
3.4.2.	Cálculo das condições de contorno nos cantos (Rempe).....	21
3.5.	Método proposto por Böer e Finneman.....	23

3.5.1.	Cálculo da distribuição homogênea de fluxo (Böer).....	23
3.5.2.	Cálculo das condições de contorno nos cantos (Böer).....	24
3.6.	Método proposto por Joo, Zee, Downar e Ebert.....	25
3.6.1.	Cálculo da distribuição homogênea de fluxo (Joo).....	25
3.6.2.	Cálculo das condições de contorno nos cantos (Joo).....	26
4	MÉTODO DE RECONSTRUÇÃO ANALÍTICO (ARM).....	27
4.1.	Metodologia.....	27
4.2.	Solução analítica da equação da difusão 2D.....	28
4.3.	Solução homogênea.....	32
4.4.	Solução particular.....	34
4.5.	Determinação dos fluxos nos cantos do nodo.....	37
4.6.	Determinação dos coeficientes da solução homogênea.....	39
4.7.	Procedimentos do método ARM.....	42
5	MÉTODO DE RECONSTRUÇÃO POLINOMIAL (PRM).....	43
5.1.	Metodologia.....	43
5.2.	Método PRM.....	44
5.3.	Procedimentos do método PRM.....	47
6	APRESENTAÇÃO DO BENCHMARK.....	48
6.1.	Benchmark EPRI-9.....	48
7	HOMOGENEIZAÇÃO.....	52

7.1.	Conceitos iniciais.....	52
7.2.	Seções de choque homogêneas.....	52
7.3.	Parâmetros homogêneos adicionais.....	54
7.4.	Homogeneização da região do baffle e refletor.....	56
7.5.	Resultados da homogeneização.....	57
8	ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	60
8.1.	Considerações iniciais.....	60
8.2.	Resultados.....	60
9	CONCLUSÃO.....	72
	REFERÊNCIAS.....	74

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 – Representação de um nodo	7
Figura 3.1 – Os Coeficientes $c_{ij,g}^n \neq 0$ (Koebke e Wagner).....	15
Figura 3.2 – Dados para calcular os coeficientes $c_{ij,g}^n$ (Koebke e Wagner).....	16
Figura 3.3 – Informações para o cálculo das condições de contorno nos cantos do nodo (Koebke e Wagner).....	17
Figura 3.4 – Os Coeficientes $c_{ij,g}^n \neq 0$ (Rempe)	20
Figura 3.5 – Dados para calcular os coeficientes $c_{ij,g}^n$ (Rempe)	21
Figura 3.6 – Dados para o cálculo dos fluxos nos cantos (Rempe).....	22
Figura 3.7 – Dados para o cálculo dos fluxos nos cantos (Böer)	25
Figura 3.8 – Dados para o cálculo dos fluxos nos cantos (Joo)	26
Figura 4.1 – Dados para o cálculo dos coeficientes da solução homogênea	33
Figura 4.2 – Dados para o cálculo dos coeficientes da solução para os fluxos nos cantos	38
Figura 6.1 – Configuração para simetria de um quarto do benchmark EPRI-9	48
Figura 6.2 – A geometria heterogênea dos elementos combustíveis.....	49
Figura 6.3 – Representação no sentido axial do reator EPRI-9.....	50
Figura 7.1 – Cálculo de núcleo estendido para homogeneização do baffle e refletor.....	57
Figura 8.1 – Posições dos elementos combustíveis.....	61
Figura 8.2 – Posições dos planos na malha grossa.....	61
Figura 8.3 – Desvios máximos na distribuição de potência do pino para o método ARM.....	63
Figura 8.4 – Desvios máximos na distribuição de potência do pino para o método PRM.....	64
Figura 8.5 – Desvios relativos na distribuição de potência dos pinos para o plano 2, fazendo uso dos métodos ARM (a) e PRM (b)	65
Figura 8.6 – Desvios relativos na distribuição de potência dos pinos para o plano 3, fazendo uso dos métodos ARM (a) e PRM (b)	66
Figura 8.7 – Desvios relativos na distribuição de potência dos pinos para o plano 4, fazendo uso dos métodos ARM (a) e PRM (b)	66
Figura 8.8 – Desvios relativos na distribuição de potência dos pinos para o plano 5, fazendo uso dos métodos ARM (a) e PRM (b)	67
Figura 8.9 – Desvios relativos na distribuição de potência dos pinos para o plano 6, fazendo uso dos métodos ARM (a) e PRM (b)	67

Figura 8.10 – Distribuições de potência do pino usando os métodos ARM (a), PRM (b) e da referência (c) para o plano 268

LISTA DE TABELAS

Tabela 6.1 – Dados nucleares das células que compõem os elementos combustíveis	50
Tabela 7.1 – Dados nucleares homogeneizados	58
Tabela 7.2 – Fatores de descontinuidade nas faces dos ECs	59
Tabela 7.3 – Fatores de descontinuidade nos cantos dos ECs	59
Tabela 8.1 – Fatores de multiplicação e desvio	62
Tabela 8.2 – Potências médias e desvios	62

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1. Considerações iniciais

Os métodos de reconstrução surgiram da necessidade da obtenção de parâmetros para análise de reatores nucleares. Dentre estes parâmetros, pode ser citado o fator de canal quente, o qual depende da distribuição da densidade de potência nuclear ou distribuição heterogênea de potência pino a pino. Os métodos nodais de malha grossa já vinham sendo usados para análise de núcleos de reatores nucleares. Mas forneciam apenas valores médios, dificultando o cálculo de parâmetros necessários à análise de segurança do reator. Então, para obter as distribuições heterogêneas de potência, usando os valores médios vindos do cálculo nodal, foram utilizados os métodos de reconstrução da potência do pino (varetas de combustível, varetas de veneno queimável e etc.).

A distribuição heterogênea de densidade de potência dentro do reator, também pode ser obtida, através da discretização da equação da difusão pelo método de diferenças finitas ou resolvendo a equação de transportes de nêutrons. Mas, estes métodos requerem um número excessivo de malhas para uma precisão aceitável, ocasionando um alto custo de armazenamento e tempo computacional. Estes problemas de alto custo de armazenamento e tempo computacional podem ser contornados utilizando o método de reconstrução combinado com o método nodal de malha grossa. Tornando esta combinação mais interessante no que diz respeito a métodos rápidos e econômicos para o cálculo da distribuição de densidade potência dos pinos.

Os métodos de reconstrução de potência do pino vêm sendo desenvolvidos nas últimas quatro décadas. Inicialmente, polinômios bidimensionais (KOEKKE; WAGNER, 1977) foram usados na representação da distribuição homogênea de fluxo, para todos os grupos de energia, e depois funções exponenciais foram introduzidas para aumentar a precisão do cálculo da distribuição do fluxo térmico (KOEKKE; HETZELT, 1985;

REMPE et al, 1988). Mais recentemente, funções analíticas foram usadas em ambos os grupos de energia (BÔER; FINNEMANN, 1992), foi introduzido uma solução semi-analítica (JOO et al, 2009) e métodos polinomiais com maior precisão foram desenvolvidos (DAHMANI et al, 2011). Estes métodos se diferenciam em como representar e gerar a distribuição homogênea de fluxo e seus processos envolvem uma suposição fundamental; isto é, as distribuições detalhadas pino a pino dentro de um EC podem ser estimadas pelo produto de uma distribuição homogênea de fluxo por uma função forma heterogênea local. Enquanto que a distribuição homogênea de fluxo leva em conta os efeitos da vizinhança do EC no núcleo, a função forma carrega as heterogeneidades do EC (pinos de combustível, buracos d'água, pinos de veneno queimável, etc.). Sob esta suposição, conhecida como método de modulação (MATTILA, R., 1999), a determinação da distribuição homogênea de fluxo deve ser baseada nos resultados do cálculo nodal executado para ECs homogêneos.

Todos os métodos de reconstrução citados necessitam calcular, a partir dos resultados nodais disponíveis, condições de contorno nos cantos do nodo como fluxos ou correntes líquidas nesses cantos. Este problema pode ser abordado usando técnicas de diferenças finitas, procedimentos de interpolação, métodos da aproximação que utilizam equações da difusão unidimensional ou uma combinação destas técnicas. Cabe ressaltar que cada método adota uma maneira diferente para calcular estas condições de contorno nos cantos do nodo e que o nodo pode ter a mesma dimensão de um EC.

A contribuição original desta tese de doutorado está no desenvolvimento de dois métodos de reconstrução para o cálculo da distribuição homogênea de fluxo. O primeiro é chamado de método de reconstrução analítico (ARM) que emprega, em nodos homogêneos da dimensão de um EC, soluções analíticas da equação da difusão 2D para 2G com uma expansão 2D para o termo de fuga transversal axial. Já o segundo método é chamado de método de reconstrução polinomial (PRM) que assume que a distribuição homogênea de fluxo pode ser obtida com um polinômio 2D de quarto grau com coeficientes determinados no método NEM ou utilizando valores médios oriundos de um método nodal de malha grossa.

O método ARM proposto nesta tese de doutorado inova tratando o termo de fuga axial como uma expansão 2D de quarta ordem com coeficientes conhecidos, e no cálculo

das condições de contorno nos cantos do nodo. Desta maneira, a solução analítica dependerá de uma solução homogênea e outra solução particular, ambas satisfazendo a um conjunto de condições de contorno em uma geometria bidimensional isolada, levando a uma ótima precisão. As condições de contorno necessárias devem ser baseadas nos valores médios fornecidos pela solução do processo nodal de malha grossa. Para a solução homogênea as condições necessárias são as quatro correntes líquidas médias nas superfícies dos nodos e os quatro fluxos médios nos cantos do nodo. Já o fluxo médio no volume do nodo é usado como uma condição de consistência devido ao fato do uso de técnicas de resíduos ponderados durante o cálculo dos termos da solução particular.

O método PRM assume que a distribuição homogênea de fluxo é separável e usa um polinômio 2D baseado na expansão para o termo de fuga transversal axial, usada no método ARM. Normalmente, os métodos polinomiais calculam a distribuição homogênea de fluxo fazendo uso de expansões com muitos coeficientes, o que leva a necessidade de muitas condições de contorno para determina-los. A fácil solução e programação é a grande vantagem do método PRM, pois não necessita acoplar as condições de contorno a um sistema de equações para determinar os coeficientes presentes em sua expansão polinomial. Os coeficientes são determinados fazendo uso dos valores médios fornecidos diretamente da solução nodal de malha grossa. Outras grandes vantagens são a não utilização de condições de contorno nos cantos do nodo, que são condições difíceis de se estimar e a possível utilização em problemas de multigrupo. Uma melhor explicação a respeito, será apresentada nesta tese, assim como seus resultados.

Os métodos de reconstrução desenvolvidos nesta tese, são incorporados a um método que tem como base o Método de Expansão Nodal (FINNEMANN et al, 1977). Este método nodal de malha grossa, nomeado como NEM, foi desenvolvido para esta tese com a finalidade de gerar valores médios para a implementação dos métodos de reconstrução da distribuição de potência nuclear. O NEM é um método de discretização espacial que trabalha com correntes de interface, tendo como ponto de partida a equação da continuidade e a Lei de Fick. Uma vez implementado o NEM no cálculo de malha grossa, ele fornece para o método ARM as condições de contorno necessárias a solução homogênea e os coeficientes presentes na expansão para a fuga axial, necessários ao cálculo dos termos da solução particular e para o método PRM. Esses coeficientes, conhecidos como coeficientes primários e secundários, são obtidos diretamente da

expansão usada no NEM para a determinação dos fluxos médios nas faces do nodo ou podem ser determinados usando os valores médios fornecidos por um método nodal de malha grossa. E, com isso, a distribuição da densidade de potência do pino poder ser calculada por ambos os métodos analítico e polinomial.

O método ARM necessita de condições de contorno nos cantos do nodo, que são os fluxos nestes cantos. Para isso a equação da difusão 2D para dois grupos de energia é resolvida analiticamente, tendo como condições de contorno os quatro fluxos médios nas faces do nodo e a descontinuidade nos cantos é tratada associando, com uma média, os fluxos nos cantos de quatro nodos que possuem esses cantos em comum (REMPE et al, 1988). Os fluxos médios nos cantos do nodo e as correntes líquidas médias nas superfícies do nodo constituem o conjunto mínimo de condições de contorno a ser utilizado pelo método de reconstrução analítico aqui proposto. Por essa razão, o cálculo dos fluxos nos cantos, é, na verdade, a primeira etapa deste processo de reconstrução da potência do pino.

A seguir, é apresentado o Método de Expansão Nodal para a discretização da equação da difusão de nêutrons e cálculos dos valores médios como fluxos e correntes usados nos métodos de reconstrução. No capítulo 3 são apresentados alguns métodos de reconstrução encontrados na literatura e no capítulo 4 é detalhado o Método de Reconstrução Analítico, juntamente com a solução da equação da difusão 2D, a solução homogênea, solução particular, determinação dos fluxos nos cantos e o cálculo dos coeficientes da solução analítica. Já no capítulo 5 é detalhado o Método de Reconstrução Polinomial. No capítulo 6 é mostrado e especificado o benchmark EPRI-9, usado como referência e gerado com um programa de diferenças finitas de malha fina desenvolvido nesta tese de doutorado para esta finalidade. No capítulo 7 é explicado o processo de homogeneização. No capítulo 8 são mostrados os resultados numéricos obtidos com os métodos de reconstrução, juntamente com a descrição dos procedimentos para a determinação da distribuição heterogênea de potência diferenciando os métodos ARM e PRM e, por fim, no capítulo 9 as conclusões finais e recomendações para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

MÉTODO DE EXPANSÃO NODAL

2.1. Equação de balanço nodal

Na década de 70, iniciou-se um grande progresso no desenvolvimento de métodos nodais de malha grossa para resolver numericamente a equação da difusão de nêutrons multigrupo. Esses métodos foram capazes de calcular o autovalor e o fluxo de nêutrons médio no nodo com grande precisão, assim como, a distribuição de potência no núcleo do reator, considerando o nodo do tamanho do elemento combustível. Os resultados obtidos foram comparados a partir do cálculo de referência (geralmente cálculo de malha fina). Entre esses métodos, destacaremos o Método de Expansão Nodal (FINNEMANN et al., 1977), que utiliza a equação da difusão integrada transversalmente, gerando um conjunto de três equações "unidimensionais" acopladas pelos termos de fuga transversal, cuja solução fornece uma relação entre os fluxos médios e as correntes líquidas médias nas faces do nodo. Métodos muito utilizados para o cálculo nodal de malha grossa, também são encontrados na literatura como o de diferenças finitas de malha grossa (SILVA; MARTINEZ, 2003) inicialmente proposto por (ARAGONES; AHNERT, 1986). Esses métodos que usam diferenças finitas têm como principal objetivo a redução do tempo de processamento quando comparados com o NEM. Outro importante método que usa expansões polinomiais para o termo de fonte e de espalhamento é conhecido como semi-analítico (KIM, YEONG-IL., et al., 1999).

O método NEM tem seu ponto de partida na equação da continuidade de nêutrons e na Lei de Fick, as quais em geometria cartesiana e estado estacionário, com dois grupos de energia são respectivamente:

$$\begin{aligned}
\vec{\nabla} \cdot \vec{J}_g(x, y, z) + \Sigma_{Rg}(x, y, z) \phi_g(x, y, z) &= \\
= \frac{1}{k_{\text{eff}}} \chi_g \sum_{g'=1}^2 \nu \Sigma_{fg'}(x, y, z) \phi_{g'}(x, y, z) + \sum_{\substack{g'=1 \\ g' \neq g}}^2 \Sigma_{gg'}(x, y, z) \phi_{g'}(x, y, z) & \quad (2.1)
\end{aligned}$$

e

$$\vec{J}_g(x, y, z) = -D_g(x, y, z) \sum_{u=x,y,z} \frac{\partial}{\partial u} \phi_g(x, y, z) \hat{e}_u. \quad (2.2)$$

onde $\vec{J}_g(x, y, z)$ é a corrente líquida de nêutrons do grupo g ; $\phi_g(x, y, z)$ é o fluxo de nêutrons do grupo g ; $\Sigma_{Rg}(x, y, z)$ é a seção de choque macroscópica de remoção do grupo g ; $\Sigma_{gg'}(x, y, z)$ é a seção de choque macroscópica de espalhamento do grupo g' para o grupo g ; $\nu \Sigma_{fg'}(x, y, z)$ é o produto do número médio de nêutrons emitidos na fissão pela seção de choque macroscópica de fissão do grupo g' ; χ_g é o espectro de fissão do grupo g ; $D_g(x, y, z)$ é o coeficiente de difusão do grupo g e k_{eff} é o fator de multiplicação efetivo. Além disso, a corrente líquida é escrita em função das correntes parciais (STACEY, 2007), ou seja,

$$\vec{J}_g(x, y, z) = \sum_{u=x,y,z} (J_{gu}^+(x, y, z) - J_{gu}^-(x, y, z)) \hat{e}_u \quad (2.3)$$

No NEM, o domínio espacial do núcleo de um reator é dividido em um conjunto de volumes contíguos, chamados nodos (Fig. 1), nos quais os parâmetros nucleares multigrupos são uniformes. Sendo assim, integrando a Eq. (2.1) no volume $V_n = a_x^n a_y^n a_z^n$ de um nodo n qualquer e a Eq. (2.2) na área transversal a uma direção u genérica, tem-se que

$$\sum_{u=x,y,z} (J_{gur}^n - J_{gul}^n) / a_u^n + \Sigma_{Rg}^n \phi_g^n = \frac{1}{k_{eff}} \chi_g \sum_{g'=1}^2 \nu \Sigma_{fg'}^n \phi_{g'}^n + \sum_{\substack{g'=1 \\ g' \neq g}}^2 \Sigma_{gg'}^n \phi_{g'}^n \quad (2.4)$$

e

$$J_{gus}^n \equiv J_{gus}^{+n} - J_{gus}^{-n} = -D_g^n \frac{d}{du} \psi_{gu}^n(u) \Big|_{u=u_s^n} \quad (2.5)$$

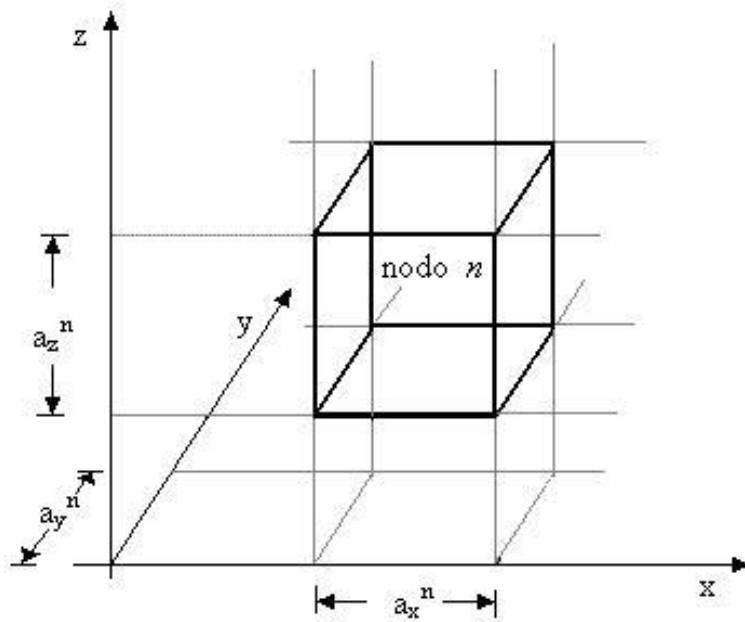


Figura 1.1 – Representação de um nodo.

Os parâmetros nucleares $(\Sigma_{Rg}^n, \nu \Sigma_{fg}^n, \Sigma_{gg'}^n \text{ e } D_g^n)$, que caracterizam o nodo n , são valores médios obtidos dos cálculos de homogeneização de elementos combustíveis. Já o fluxo médio no nodo n (ϕ_g^n) , as correntes parciais médias na face s da direção u do nodo n $(J_{gus}^{\pm n})$ e o fluxo médio numa face transversal à direção u do nodo n $(\psi_{gu}^n(u))$ são assim definidos:

$$\phi_g^n \equiv \frac{1}{V_n} \int_0^{a_x^n} \int_0^{a_y^n} \int_0^{a_z^n} \phi_g(x, y, z) dx dy dz, \quad (2.6)$$

$$J_{\text{gus}}^{\pm n} \equiv \frac{1}{a_v^n a_w^n} \int_0^{a_v^n} \int_0^{a_w^n} J_{\text{gu}}^{\pm} (u_s^n, v, w) dv dw \quad (2.7)$$

e

$$\psi_{\text{gu}}^n(u) \equiv \frac{1}{a_v^n a_w^n} \int_0^{a_v^n} \int_0^{a_w^n} \phi_g(u, v, w) dv dw, \quad (2.8)$$

com $u = x, y$ ou $z, s = 1, r$ (representando, respectivamente, as faces esquerda (l) e direita (r) na direção u) enquanto que $u_s^n = 0$ se $s = 1$ e $u_s^n = a_u^n$ se $s = r$.

Das Eqs. (2.4) e (2.5) observamos que o acoplamento entre ϕ_g^n e J_{gus}^n é feito através das funções $\psi_{\text{gu}}^n(u)$. Tais funções são soluções de equações unidimensionais obtidas a partir da integração da equação da difusão (resultante da substituição da Eq. (2.2) na Eq. (2.1)) numa direção transversal à direção u no nodo n , quais sejam,

$$-D_g^n \frac{d^2}{du^2} \psi_{\text{gu}}^n(u) + \Sigma_{\text{Rgu}}^n \psi_{\text{gu}}^n(u) = \frac{1}{k_{\text{eff}}} \chi_g \sum_{g'=1}^2 \nu \Sigma_{\text{fg}'}^n \psi_{\text{g'u}}^n(u) + \sum_{g'=1}^2 \Sigma_{\text{gg}'}^n \psi_{\text{g'u}}^n(u) - L_{\text{gu}}^n(u) \quad (2.9)$$

onde $L_{\text{gu}}^n(u)$ é o termo que representa a fuga transversal na direção u , sendo assim definido:

$$L_{gu}^n(\mathbf{u}) \equiv - \frac{D_g^n}{a_v^n a_w^n} \int_0^{a_v^n} \int_0^{a_w^n} \left(\frac{\partial}{\partial v} \phi_g(\mathbf{u}, v, w) + \frac{\partial}{\partial w} \phi_g(\mathbf{u}, v, w) \right) dv dw. \quad (2.10)$$

No método NEM a solução da Eq. (2.9) é obtida através de uma expansão polinomial (neste caso, de quarto grau) da seguinte forma:

$$\psi_{gu}^n(\mathbf{u}) = \sum_{i=0}^4 c_{igu}^n h_i(\mathbf{u}/a_u^n); \quad \mathbf{u} = x, y \text{ e } z. \quad (2.11)$$

Uma vez conhecidas as funções de base $h_i(\mathbf{u}/a_u^n)$ e suas propriedades (FINNEMANN et al, 1977), pode-se determinar os coeficientes da expansão como apresentado na seção 2.2.

2.2. Coeficientes primários

Estes coeficientes, usando as propriedades das funções de base $h_i(\mathbf{u}/a_u^n)$, são obtidos de uma condição de consistência, qual seja,

$$\phi_g^n = \frac{1}{a_u^n} \int_0^{a_u^n} \psi_{gu}^n(\mathbf{u}) du \quad (2.12)$$

e da aproximação da difusão, o fluxo médio nas faces do nodo são obtidos fazendo uso das correntes parciais nas faces do nodo.

$$\psi_{gus}^n \equiv \psi_{gu}^n(\mathbf{u}_s^n) = 2 \left(J_{gus}^{+n} + J_{gus}^{-n} \right); \quad s = l, r, \quad (2.13)$$

das quais obtém-se que $c_{0gu}^n = \phi_g^n$,

$$c_{1gu}^n = (J_{gur}^{+n} + J_{gur}^{-n}) - (J_{gul}^{+n} + J_{gul}^{-n}) \quad (2.14)$$

e

$$c_{2gu}^n = \phi_g^n - \left((J_{gur}^{+n} + J_{gur}^{-n}) + (J_{gul}^{+n} + J_{gul}^{-n}) \right). \quad (2.15)$$

2.3. Coeficientes secundários

Estes coeficientes são obtidos através da Eq. (2.9) pela técnica de resíduos ponderados, com as funções de base usadas como pesos. Usando pesos do tipo momento, ou seja, $h_1(u/a_u^n)$ e $h_2(u/a_u^n)$ nos cálculos de c_{3gu}^n e c_{4gu}^n , respectivamente, e uma expansão polinomial do segundo grau para $L_{gu}^n(u)$ da forma:

$$L_{gu}^n(u) = \sum_{i=0}^2 \alpha_{igu}^n h_i(u/a_u^n), \quad (2.16)$$

onde:

$$\alpha_{0gu}^n \equiv \bar{L}_{gu}^n = \sum_{\xi=v,w} \left((J_{g\xi r}^{+n} - J_{g\xi r}^{-n}) - (J_{g\xi l}^{+n} - J_{g\xi l}^{-n}) \right) / a_\xi^n, \quad (2.17)$$

$$\alpha_{1\text{gu}}^n = \frac{1}{2}(\mathbf{L}_{\text{gur}}^n - \mathbf{L}_{\text{gul}}^n) \quad (2.18)$$

e

$$\alpha_{2\text{gu}}^n = \bar{\mathbf{L}}_{\text{gu}}^n - \frac{1}{2}(\mathbf{L}_{\text{gur}}^n + \mathbf{L}_{\text{gul}}^n), \quad (2.19)$$

com

$$\mathbf{L}_{\text{gul}}^n = (\mathbf{a}_u^{n-1} \bar{\mathbf{L}}_{\text{gu}}^n + \mathbf{a}_u^n \bar{\mathbf{L}}_{\text{gu}}^{n-1}) / (\mathbf{a}_u^{n-1} + \mathbf{a}_u^n) \quad (2.20)$$

e

$$\mathbf{L}_{\text{gur}}^n = \mathbf{L}_{\text{gul}}^{n-1}, \quad (2.21)$$

sendo que os $\mathbf{L}_{\text{gus}}^n$ são obtidos impondo-se a continuidade da função $\mathbf{L}_{\text{gu}}^n(u)$ e de sua derivada primeira nas interfaces entre os nodos.

2.4. Correntes parciais de saída

Substituindo a expansão dada pela Eq. (2.11) na Eq. (2.5) e fazendo uso das definições dos coeficientes primários, obtêm-se as correntes parciais de saída, quais sejam,

$$J_{\text{gul}}^{-n} = A_{0\text{gu}}^n (\phi_g^n + c_{4\text{gu}}^n) + A_{1\text{gu}}^n J_{\text{gul}}^{+n} + A_{2\text{gu}}^n J_{\text{gur}}^{-n} - A_{3\text{gu}}^n c_{3\text{gu}}^n \quad (2.22)$$

e

$$J_{\text{gur}}^{+n} = A_{0\text{gu}}^n (\phi_g^n + c_{4\text{gu}}^n) + A_{2\text{gu}}^n J_{\text{gul}}^{+n} + A_{1\text{gu}}^n J_{\text{gur}}^{-n} + A_{3\text{gu}}^n c_{3\text{gu}}^n, \quad (2.23)$$

onde:

$$A_{0\text{gu}}^n \equiv \frac{6(D_g^n/a_u^n)}{(1+12(D_g^n/a_u^n))}, \quad (2.24)$$

$$A_{1\text{gu}}^n = \frac{(1-48(D_g^n/a_u^n)^2)}{((1+12(D_g^n/a_u^n))(1+4(D_g^n/a_u^n)))}, \quad (2.25)$$

$$A_{2\text{gu}}^n = \frac{-8(D_g^n/a_u^n)}{((1+12(D_g^n/a_u^n))(1+4(D_g^n/a_u^n)))}, \quad (2.26)$$

e

$$A_{3\text{gu}}^n = \frac{6(D_g^n/a_u^n)}{(1+4(D_g^n/a_u^n))}. \quad (2.27)$$

2.5. Fluxo médio nodal

Substituindo as Eqs. (2.22) e (2.23) na Eq. (2.4) tem-se, finalmente, o sistema de equações do qual o fluxo de nêutrons médio no nodo é obtido, qual seja,

$$\left(\sum_{u=x,y,z} 2A_{0gu}^n / a_u^n + \Sigma_{Rg}^n \right) \phi_g^n = \frac{1}{k_{\text{eff}}} \chi_g \sum_{g'=1}^2 \nu \Sigma_{fg'}^n \phi_{g'}^n + \sum_{\substack{g'=1 \\ g' \neq g}}^2 \Sigma_{gg'}^n \phi_{g'}^n + \sum_{u=x,y,z} 2A_{0gu}^n \left(2(J_{gur}^{-n} + J_{gul}^{+n}) - c_{4gu}^n \right) / a_u^n. \quad (2.28)$$

As Eqs (2.12) a (2.28), juntamente com os sistemas de equações para o cálculo dos coeficientes secundários e mais as condições de interface e de contorno, fazem parte do esquema iterativo usado no cálculo do fator de multiplicação efetivo, dos fluxos médios nos nodos e das correntes parciais médias nas faces destes nodos.

CAPÍTULO 3

MÉTODOS DE RECONSTRUÇÃO

3.1. Metodologia das reconstruções

Nos métodos de reconstrução citados neste capítulo, inclusive nos métodos ARM e PRM apresentados nesta tese, as distribuições detalhadas pino a pino da potência dentro do nodo podem ser aproximadas pelo produto de uma distribuição homogênea de potência $p_{\text{hom}}^n(x, y)$ por função forma heterogênea de potência $f_{p,\text{het}}^n(x, y)$, ou seja,

$$p_{\text{het}}^n(x, y) = f_{p,\text{het}}^n(x, y)p_{\text{hom}}^n(x, y), \quad (3.1)$$

e a distribuição homogênea de potência é obtida pela (Eq. 3.2) com $\omega_g \Sigma_{fg}^n$ sendo o produto da energia média liberada por fissão pela seção de choque macroscópica de fissão e $\phi_{g,\text{hom}}^n(x, y)$ a distribuição homogênea de fluxo:

$$p_{\text{hom}}^n(x, y) = \sum_{g=1}^2 \omega_g \Sigma_{fg}^n \phi_{g,\text{hom}}^n(x, y). \quad (3.2)$$

É importante ressaltar que para os métodos propostos nesta tese a distribuição homogênea de potência é obtida fazendo uso do produto do número médio de nêutrons emitidos na fissão pela seção de choque macroscópica de fissão ($\nu \Sigma_{fg}^n$). No entanto, a distribuição heterogênea de potência, obtida no cálculo para a referência, deve ser determinada da mesma maneira.

Será apresentada, para cada método descrito, a maneira como é calculada a distribuição homogênea de fluxo e as diferentes maneiras do cálculo dos fluxos nos cantos do nodo, necessários aos métodos de reconstrução.

3.2. Método proposto por Koebke e Wagner

3.2.1. Cálculo da distribuição homogênea de fluxo (Koebke e Wagner)

Neste método, Koebke e Wagner (KOEBKE; WAGNER, 1977) usaram o método polinomial para obter a distribuição homogênea de fluxo, para todos os grupos de energia, como sendo,

$$\phi_{g,\text{hom}}^n(x, y) = \sum_{i,j=0}^4 c_{ij,g}^n x^i y^j \quad ; \quad g = 1,2 \quad (3.3)$$

onde $c_{33,g}^n = c_{34,g}^n = c_{43,g}^n = c_{44,g}^n = 0$. Sendo assim, para cada grupo de energia, tem-se 21 coeficientes ($c_{ij,g}^n \neq 0$) a determinar. A Fig. 3.1 mostra quem são estes 21 coeficientes.

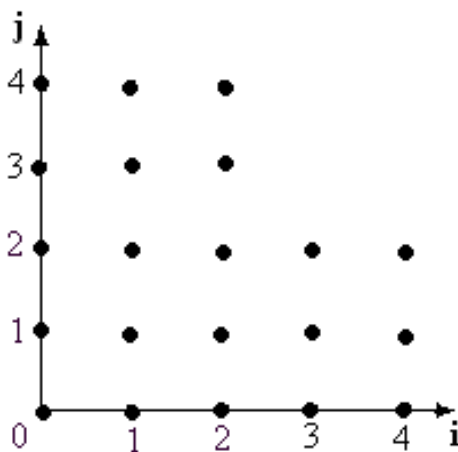


Figura 3.1 - Os coeficientes $c_{ij,g}^n \neq 0$ (Koebke e Wagner).

Os dados necessários para calcular os 21 coeficientes usados na expansão (Eq. (3.3)) são mostrados na Fig. 3.2. Observamos que o fluxo médio no nodo $\bar{\phi}_g^n$, os quatro fluxos médios nas faces $\bar{\psi}_{gus}^n$ e as quatro correntes líquidas nas faces \bar{J}_{gus}^n são todos obtidos diretamente do cálculo nodal, já os quatro fluxos médios nos cantos $\bar{\phi}_{gst}^n$ e as oito correntes líquidas nos cantos \bar{J}_{gst}^n são obtidos por interpolação local como mostrado na próxima seção.

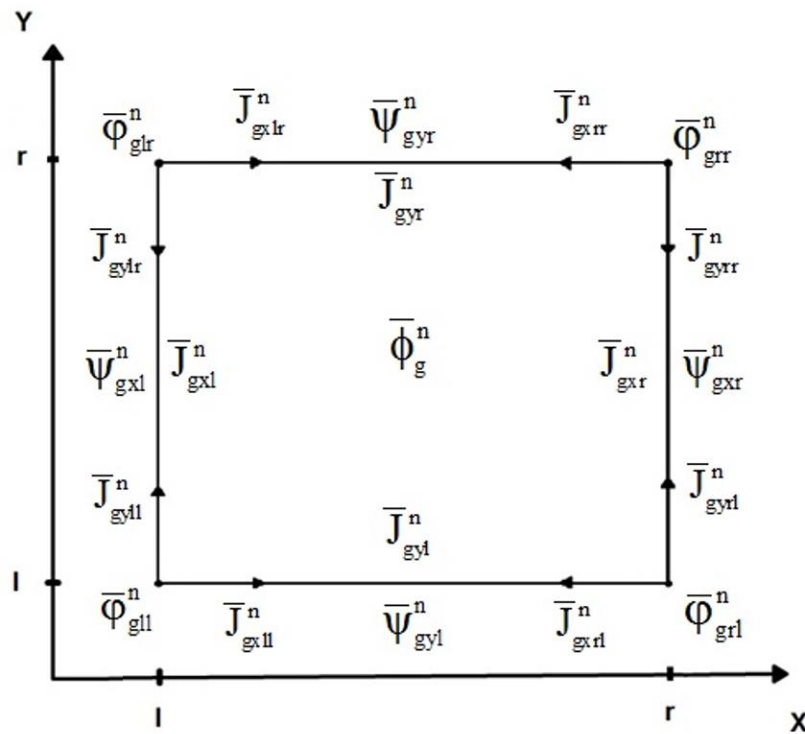


Figura 3.2 - Dados para calcular os coeficientes $c_{ij,g}^n$ (Koebke e Wagner).

3.2.2. Cálculo das condições de contorno nos cantos (Koebke e Wagner)

Para calcular os quatro fluxos e as oito correntes líquidas nos cantos do nodo é considerado um canto qualquer de um nodo e os nodos que possuem este canto em comum, como se pode ver na Fig. 3.3. Foi usado, para este cálculo, um polinômio da forma mostrada na Eq. (3.4), para cada nodo com o canto em comum:

$$\Phi_g^k(x, y) = \sum_{i,j=0}^2 b_{ij,g}^k x^i y^j, \quad (3.4)$$

com $b_{22,g}^k = 0$ e k sendo um dos nodos com um canto em comum ($n, n-1, m$ ou $m-1$).

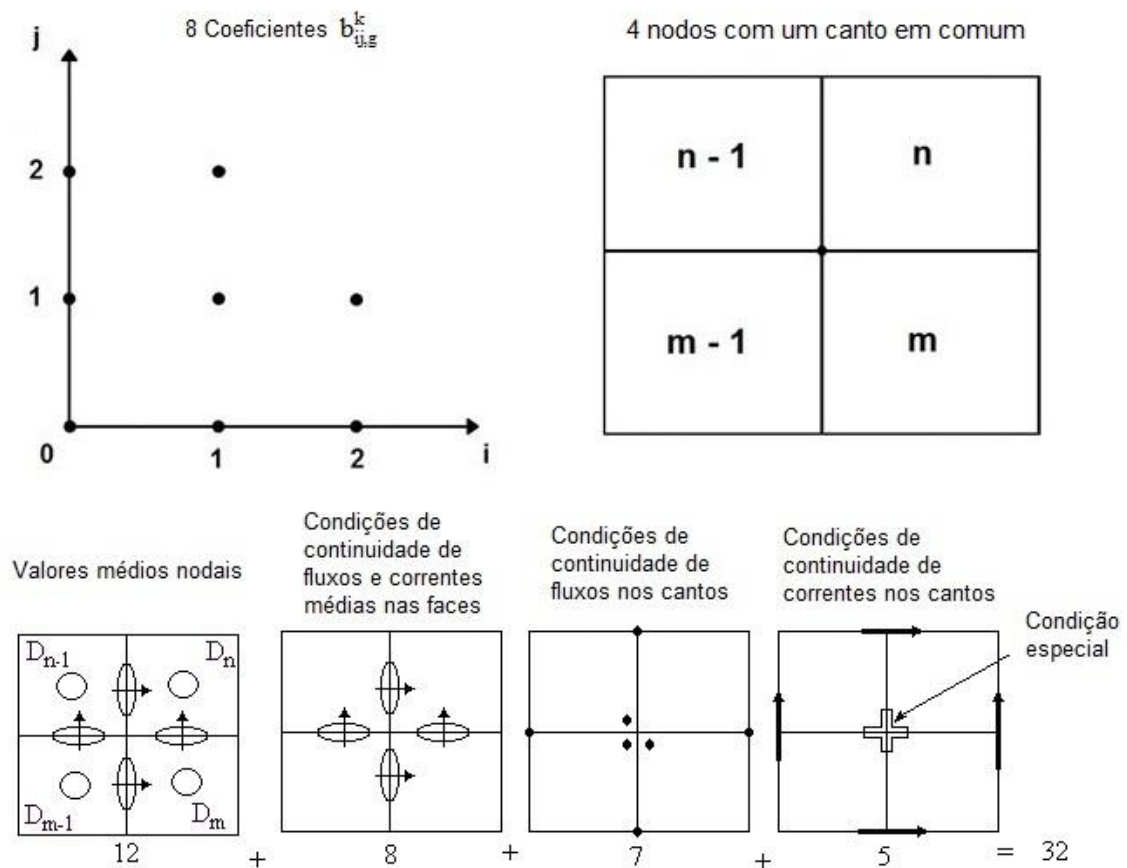


Figura 3.3 - Informações para o cálculo das condições de contorno nos cantos do nodo (Koebke e Wagner).

Sendo assim, conforme a Fig. 3.3, tem-se 8 coeficientes para cada nodo, totalizando 32 coeficientes que devem ser determinados e para tal, 32 equações são necessárias. Os dados necessários para calcular estes 32 coeficientes, são 12 valores médios nodais, 8 condições de continuidade de fluxos e correntes médias nas faces, 7 condições de continuidade de fluxo nos cantos e 5 condições de continuidade de correntes

nos cantos. Para uma das 5 condições de continuidade de correntes nos cantos foi feita uma consideração especial de que o canto em comum não é um ponto singular. Além disso, que ele é livre de fonte. Com isso, a seguinte condição foi estabelecida, com a finalidade de completar as 32 equações:

$$\begin{aligned} & \left(D_g^n + D_g^m \right) \frac{d}{dx} \Phi_g^n(x, y) \Big|_{(0,0)} + \left(D_g^{n-1} + D_g^n \right) \frac{d}{dy} \Phi_g^{n-1}(x, y) \Big|_{(0,0)} = \\ & = \left(D_g^{m-1} + D_g^{n-1} \right) \frac{d}{dx} \Phi_g^{m-1}(x, y) \Big|_{(0,0)} + \left(D_g^m + D_g^{m-1} \right) \frac{d}{dy} \Phi_g^m(x, y) \Big|_{(0,0)}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Então, uma vez determinados os coeficientes das expansões (Eq. (3.4)), os valores médios nos cantos do nodo podem ser obtidos. Lembrando que esses valores médios dados pela Eq. (3.4) são valores heterogêneos e que para o cálculo das distribuições homogêneas de fluxos precisa-se de dados homogêneos, tem-se, por exemplo, para um canto mostrado na Fig. 3.2, que

$$\bar{\Phi}_{gll}^n = \Phi_g^n(0,0) / f_{gll}^n, \quad (3.6)$$

onde os f_{gst}^n (para $s, \tau = l, r$) são os fatores de descontinuidade nos cantos dos nodos, também oriundos dos cálculos de homogeneização dos elementos combustíveis.

3.3. Método proposto por Koebke e Hetzelt

3.3.1. Cálculo da distribuição homogênea de fluxo (Koebke e Hetzelt)

O mesmo procedimento proposto por Koebke e Wagner também é usado nesse método, ou seja, a distribuição homogênea do fluxo rápido é dada pela Eq. (3.3), mas o fluxo térmico é uma expansão em funções hiperbólicas (KOEKKE; HETZELT, 1985) da seguinte forma:

$$\phi_{2,\text{hom}}^n(x, y) = \phi_{1,\text{hom}}^n(x, y) \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^4 c_{ij,2}^n \eta_i(x) \eta_j(y), \quad (3.7)$$

$$\text{com } c_{33,2}^n = c_{34,2}^n = c_{43,2}^n = c_{44,2}^n = 0,$$

$$\eta_0(\xi) = 1, \eta_1(\xi) = \sinh(\alpha_n \xi), \eta_2(\xi) = \cosh(\alpha_n \xi), \eta_3(\xi) = \sinh(2\alpha_n \xi),$$

$$\eta_4(\xi) = \cosh(2\alpha_n \xi),$$

sendo $\xi = x, y$, $\alpha_n \equiv h\sqrt{\Sigma_{a2}^n / D_2^n}$ e h a largura do elemento combustível.

Os mesmos 21 coeficientes da expansão dada pela Eq. (3.3) também devem ser calculados na expansão dada pela Eq. (3.7) e são obtidos com o mesmo procedimento apresentado na seção 3.2.1 e os fluxos e correntes médias nos cantos do nodo são calculados da mesma forma apresentada na seção 3.2.2.

3.4. Método proposto por Rempe, Smith e Henry

3.4.1. Cálculo da distribuição homogênea de fluxo (Rempe)

Neste método Rempe, Smith e Henry (REMPE et al, 1988) também usam expansões polinomiais para determinar a distribuição homogênea de fluxo rápido, da mesma forma como na Eq. (3.3) e funções hiperbólicas para representar a distribuição homogênea de fluxo térmico da seguinte forma:

$$\varphi_{2,\text{hom}}^n(x,y) = c_{00} \varphi_{1,\text{hom}}^n(x,y) + \sum_{\substack{i,j=0 \\ i=j \neq 0}}^4 c_{ij,2}^n \eta_i(x) \eta_j(y), \quad (3.8)$$

com $c_{ij,g}^n = 0$; para $i + j \geq 4$, exceto $c_{04,g}^n$, $c_{03,g}^n$, $c_{30,g}^n$ e $c_{40,g}^n$, tanto para o grupo 1 (fluxo rápido) quanto para o grupo 2 (fluxo térmico). Isto implica em 13 coeficientes a determinar para cada grupo de energia. A fig. 3.4 mostra quem são estes coeficientes.

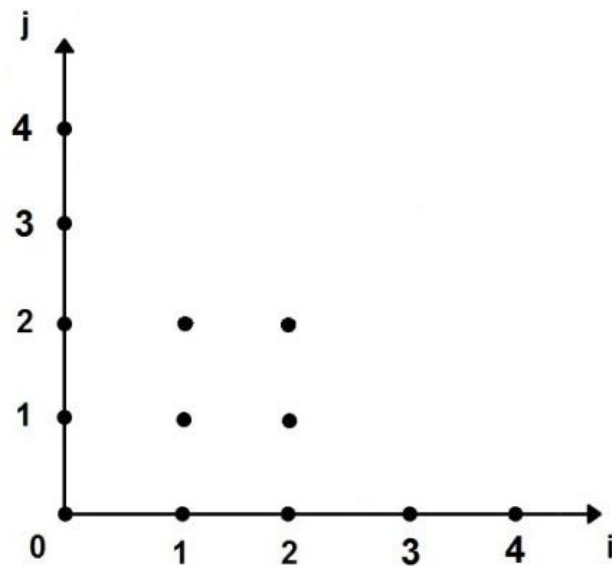


Figura 3.4 - Os coeficientes $c_{ij,g}^n \neq 0$ (Rempe).

A Fig. 3.5 mostra os dados necessários para o cálculo dos 13 coeficientes de cada expansão, usadas para representar as distribuições homogêneas de fluxos, que são o fluxo médio no nodo $\bar{\phi}_g^n$, os quatro fluxos médios nas faces $\bar{\psi}_{\text{gus}}^n$, as quatro correntes líquidas nas faces do nodo \bar{J}_{gus}^n , obtidos diretamente do cálculo nodal, e quatro fluxos médios nos cantos do nodo $\bar{\phi}_{\text{gst}}^n$.

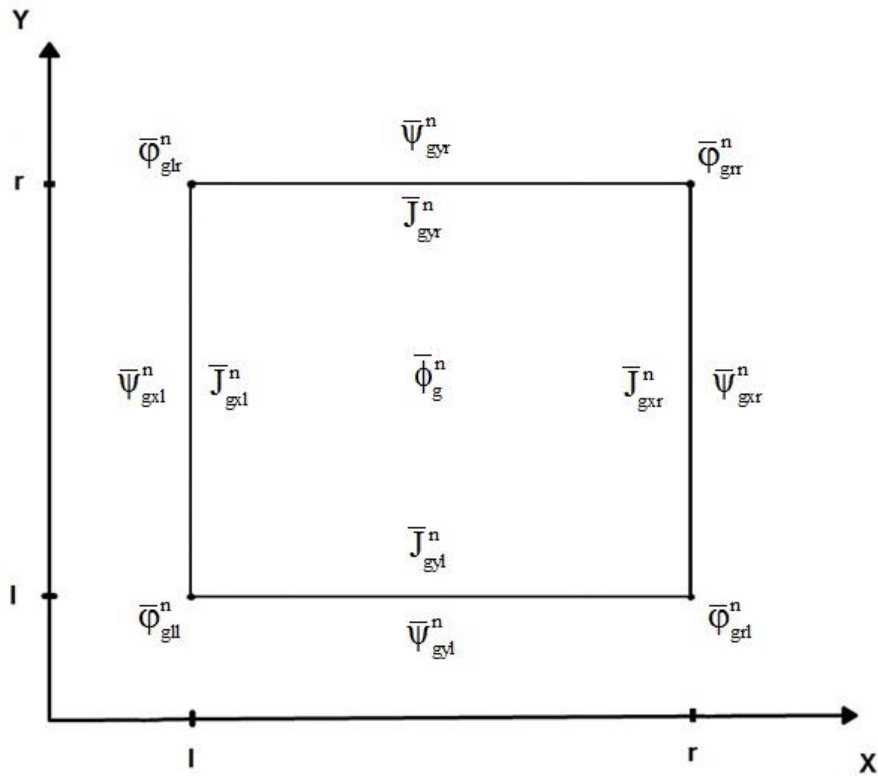


Figura 3.5 - Dados para calcular os coeficientes $c_{ij,g}^n$ (Rempe).

Observa-se que este método, como aqueles anteriormente apresentados, também usa fluxos médios nos cantos do nodo.

3.4.2. Cálculo das condições de contorno nos cantos (Rempe)

O cálculo dos fluxos médios nos cantos do nodo leva em conta um canto de um nodo e os nodos que possui esse canto em comum, conforme mostrado na Fig. 3.6. Esses fluxos são aproximados, assumindo que as distribuições de fluxo são separáveis:

$$\Phi_g(x,y) = \frac{\Phi_g^n(x)\Phi_g^n(y)}{\bar{\Phi}_g^n}, \quad (3.9)$$

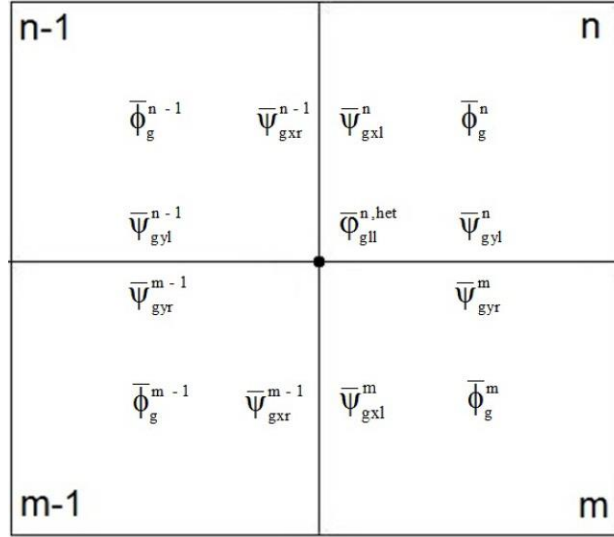


Figura 3.6 - Dados para o cálculo dos fluxos nos cantos (Rempe).

onde os fluxos unidimensionais $(\Phi_g^n(x) \text{ e } \Phi_g^n(y))$ presentes na Eq. (3.9) são os fluxos integrados transversalmente e $(\bar{\Phi}_g^n)$ o fluxo médio no nodo, todos conhecidos da solução nodal. Então, o fluxo médio no canto comum aos quatro nodos é determinado pela média das quatro estimativas de fluxos médios heterogêneos nos cantos. A Eq. (3.10) mostra um exemplo para o cálculo do fluxo no canto inferior esquerdo do nodo n mostrado na Fig. (3.6).

$$\bar{\Phi}_{g,ll}^{n,het} = \frac{1}{4} \left\{ f_{gll}^n \frac{\bar{\Psi}_{gxl}^n \bar{\Psi}_{gyl}^n}{\bar{\Phi}_g^n} + f_{grl}^{n-1} \frac{\bar{\Psi}_{gxr}^{n-1} \bar{\Psi}_{gyl}^{n-1}}{\bar{\Phi}_g^{n-1}} + f_{grr}^{m-1} \frac{\bar{\Psi}_{gxr}^{m-1} \bar{\Psi}_{gyr}^{m-1}}{\bar{\Phi}_g^{m-1}} + f_{glr}^m \frac{\bar{\Psi}_{gxl}^m \bar{\Psi}_{gyr}^m}{\bar{\Phi}_g^m} \right\}. \quad (3.10)$$

Lembrando que os valores médios dados pela Eq. (3.10) são valores heterogêneos e que para o cálculo das distribuições homogêneas de fluxos precisa-se de dados homogêneos, tem-se então

$$\bar{\Phi}_{gst}^n = \bar{\Phi}_{gst}^{n,het} / f_{gst}^n, \quad (3.11)$$

onde os f_{gst}^n (para $s, \tau = 1, r$) são os fatores de descontinuidades nos cantos dos nodos, oriundos do processo de homogeneização.

3.5. Método proposto por Böer e Finnemann

3.5.1. Cálculo da distribuição homogênea de fluxo (Böer)

Para calcular as distribuições homogêneas de fluxos de nêutrons, Böer e Finnemann (BÖER; FINNEMANN, 1992) usaram soluções analíticas da equação da difusão bidimensional resultante da integração ao longo de z no nodo.

$$-D_1^n \nabla^2 \phi_1^n(x, y) + \Sigma_{R1}^n \phi_1^n(x, y) = \frac{1}{k_{eff}} \sum_{g=1}^2 v \Sigma_{fg}^n \phi_g^n(x, y) - L_{1z}^n(x, y) \quad (3.12)$$

e

$$-D_2^n \nabla^2 \phi_2^n(x, y) + \Sigma_{a2}^n \phi_2^n(x, y) = \Sigma_{21}^n \phi_1^n(x, y) - L_{2z}^n(x, y), \quad (3.13)$$

Com a escolha das oito condições de contorno, que são os fluxos médios nas faces do nodo e quatro fluxos nos cantos do nodo, a solução para a equação resultante da integração pode ser obtida como:

$$\begin{bmatrix} \phi_{1,hom}^n(x, y) \\ \phi_{2,hom}^n(x, y) \end{bmatrix} = \mathbf{R}_n \begin{bmatrix} \xi_1^n(x, y) \\ \xi_2^n(x, y) \end{bmatrix}, \quad (3.14)$$

onde :

$$\mathbf{R}_n \equiv \begin{bmatrix} \alpha_1^n & \alpha_2^n \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.15)$$

com $\alpha_k^n \equiv (\hat{\Sigma}_{R2}^n + D_2^n (\lambda_k^n)^2) / \Sigma_{21}^n$ e as funções $\xi_k^n(x, y)$ assim definidas:

$$\begin{aligned} \xi_k^n(x, y) = & a_{1k}^n \operatorname{sn}(\beta_k^n x) + a_{2k}^n \operatorname{cn}(\beta_k^n x) + a_{3k}^n \operatorname{sn}(\beta_k^n y) + a_{4k}^n \operatorname{cn}(\beta_k^n y) + \\ & + a_{5k}^n \operatorname{sn}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \beta_k^n x\right) \operatorname{cn}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \beta_k^n y\right) + a_{6k}^n \operatorname{sn}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \beta_k^n x\right) \operatorname{sn}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \beta_k^n y\right) + \\ & + a_{7k}^n \operatorname{cn}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \beta_k^n x\right) \operatorname{cn}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \beta_k^n y\right) + a_{8k}^n \operatorname{cn}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \beta_k^n x\right) \operatorname{sn}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \beta_k^n y\right) \end{aligned} \quad (3.16)$$

com $\beta_k^n \equiv \sqrt{|\lambda_k^n|}$,

$$\operatorname{sn}(\beta_k^n u) \equiv \begin{cases} \operatorname{sen}(\beta_k^n u) & \text{se } (\mathbf{B}_k^n)^2 > 0 \\ \operatorname{senh}(\beta_k^n u) & \text{se } (\mathbf{B}_k^n)^2 < 0 \end{cases} \quad \text{e} \quad \operatorname{cn}(\beta_k^n u) \equiv \begin{cases} \operatorname{cos}(\beta_k^n u) & \text{se } (\mathbf{B}_k^n)^2 > 0 \\ \operatorname{cosh}(\beta_k^n u) & \text{se } (\mathbf{B}_k^n)^2 < 0 \end{cases}. \quad (3.17)$$

3.5.2. Cálculo das condições de contorno nos cantos (Böer)

Neste método os fluxos médios nos cantos do nodo são calculados usando técnicas de diferenças finitas. Sendo que para o canto inferior esquerdo do nodo n , que é comum aos nodos n , $n-1$, m e $m-1$ mostrados na Fig. 3.7, este fluxo é calculado por:

$$\begin{aligned} \bar{\phi}_{\text{gll}}^{n,\text{het}} = & ((D_g^n + D_g^m) \bar{\psi}_{\text{gyl}}^{n,\text{het}} + (D_g^{n-1} + D_g^n) \bar{\psi}_{\text{gxr}}^{n-1,\text{het}} + (D_g^{n-1} + D_g^{m-1}) \bar{\psi}_{\text{gyr}}^{m-1,\text{het}} + (D_g^{m-1} + D_g^m) \bar{\psi}_{\text{gxr}}^{m,\text{het}} \\ & - (D_g^n \bar{\phi}_g^n + D_g^{n-1} \bar{\phi}_g^{n-1} + D_g^{m-1} \bar{\phi}_g^{m-1} + D_g^m \bar{\phi}_g^m)) / (D_g^n + D_g^{n-1} + D_g^{m-1} + D_g^m), \end{aligned} \quad (3.18)$$

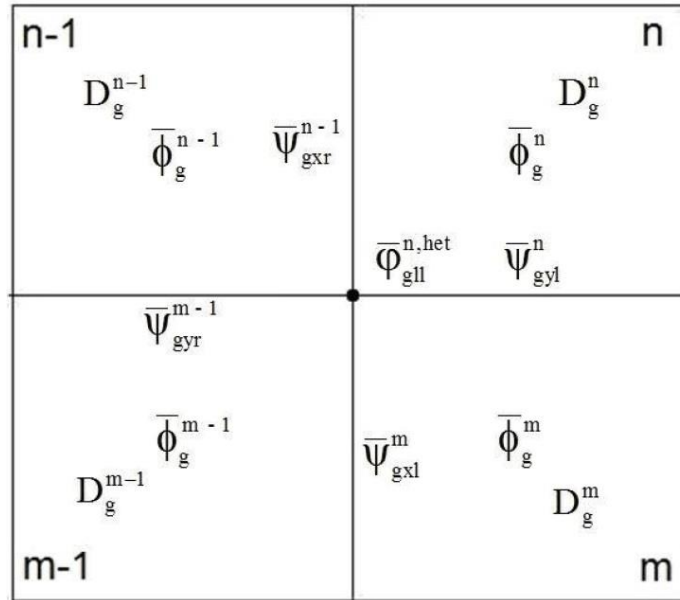


Figura 3.7 - Dados para o cálculo dos fluxos nos cantos (Böer).

onde $\bar{\Psi}_{gus}^{n,het}$ são os fluxos médios nas faces dos nodos e dados por

$$\bar{\Psi}_{gus}^{n,het} = 2(\bar{J}_{gus}^{+n} + \bar{J}_{gus}^{-n}) \quad (3.19)$$

3.6. Método proposto por Joo, Downar e Ebert

3.6.1. Cálculo da distribuição homogênea de fluxo (Joo)

Neste método Joo, Downar e Ebert (JOO et al, 1999) também resolvem analiticamente a equação da difusão bidimensional resultante da integração ao longo de z no nodo, conforme fizeram Böer e Finnemann. As diferenças entre os dois métodos residem primeiro no fato que Böer e Finnemann usam os fluxos médios nas faces do nodo como condições de contorno, enquanto que Joo, Downar e Ebert usam as correntes líquidas nas faces do nodo. E, segundo, que os fluxos médios nos cantos dos nodos são obtidos por um método que eles chamaram de CPB (Corner Point Balance).

3.6.2. Cálculo das condições de contorno nos cantos (Joo)

Para calcular os fluxos médios nos cantos do nodo, Joo, Downar e Ebert usaram o Método CPB (JOO et al, 1999). Este método envolve os fluxos nos cantos dos quatro nodos que possuem um canto em comum e as correntes líquidas médias nas faces destes nodos, conforme mostrado na Fig. 3.8.

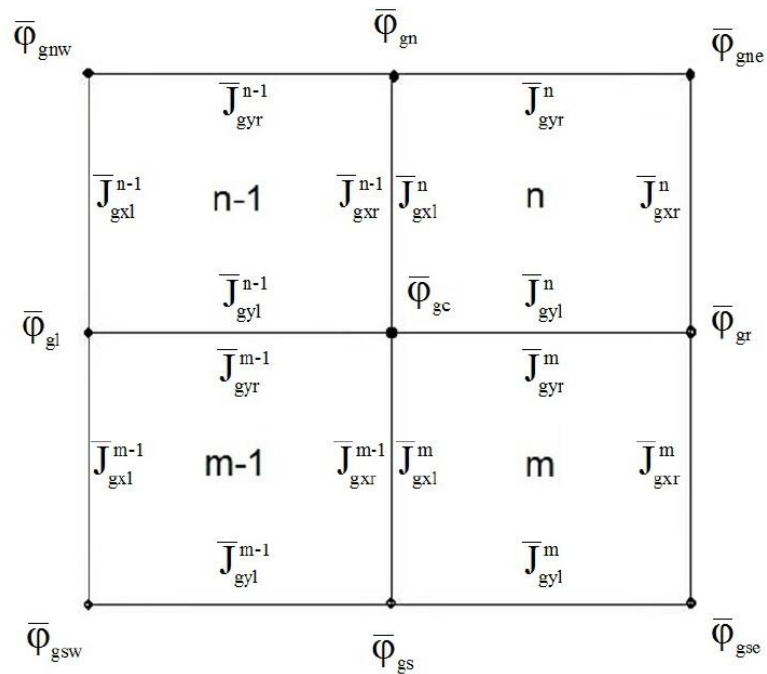


Figura 3.8 - Dados para o cálculo dos fluxos nos cantos (Joo).

Para esse cálculo foi imposta uma restrição física de que não haja nenhuma acumulação de nêutrons dentro de um volume infinitesimal, sendo essa condição válida em cada canto. Desta maneira utilizando as Eq. (3.14), (3.15), (3.16) e (3.17) surge uma equação para o canto central ($\bar{\phi}_{gc}$) obtida contabilizando as contribuições de todos os quatro nodos ($\bar{\phi}_{gnw}$, $\bar{\phi}_{gn}$, $\bar{\phi}_{gne}$, $\bar{\phi}_{gr}$, $\bar{\phi}_{gse}$, $\bar{\phi}_s$, $\bar{\phi}_{gsw}$ e $\bar{\phi}_{gl}$).

O conjunto dessas equações para todos os cantos é um sistema de equações lineares e algébricas, que ao contabilizar todos os nodos de um plano, é bloco com nove diagonais e, sendo assim, pode ser resolvido usando o método iterativo de Gauss-Seidel convencional.

CAPÍTULO 4

MÉTODO DE RECONSTRUÇÃO ANALÍTICO (ARM)

4.1. Metodologia

O método ARM, desenvolvido nesta tese de doutorado, usa soluções analíticas para representar e gerar a distribuição homogênea de fluxo de nêutrons em ambos os grupos de energia e em nodos homogêneos. O termo de fuga axial é tratado como uma expansão 2D de quarta ordem com coeficientes já determinados. Desta maneira, a solução analítica dependerá de uma solução homogênea e outra solução particular, ambas satisfazendo a um conjunto de condições de contorno, conduzindo a uma ótima robustez do método. As condições de contorno necessárias a solução homogênea são as quatro correntes líquidas nas superfícies do nodo e os quatro fluxos médios nos cantos do nodo. Já o fluxo médio no nodo é usado devido ao fato do uso de resíduos ponderados durante o cálculo dos termos da solução particular. A fim de determinar os fluxos médios nos cantos do nodo, a equação da difusão 2D para dois grupos de energia é resolvida analiticamente, tendo como condições de contorno os quatro fluxos médios nas faces do nodo e então a descontinuidade nos cantos é tratada fazendo uso de uma média dos quatro fluxos nos cantos em comum aos quatro nodos (REMPE et al, 1988). A aplicação dos fatores de descontinuidade pode ser melhor entendida na seção 3.4.2.

A seguir, mostra-se como é feita a solução analítica da equação da difusão 2D, juntamente com a solução da parte homogênea, da parte particular, a determinação dos fluxos médios nos cantos do nodo e a determinação dos coeficientes da solução homogênea. Por fim, são mostrados os procedimentos referente ao método ARM.

4.2. Solução analítica da equação da difusão 2D

A distribuição homogênea de fluxo de nêutrons 2D é determinada resolvendo-se analiticamente a equação da difusão a dois grupos de energia, para o nodo homogêneo. A equação da difusão em questão é encontrada integrando a equação da difusão tridimensional (3D) ao longo da direção axial do nodo, de cada camada em que o EC é dividido. E desta forma, uma distribuição 3D de densidade de potência pode ser obtida. O resultado desta integração, para os dois grupos de energia, resulta em:

$$-D_1^n \nabla^2 \phi_1^n(x, y) + \Sigma_{R1}^n \phi_1^n(x, y) = \frac{1}{k_{\text{eff}}} \sum_{g=1}^2 v \Sigma_{fg}^n \phi_g^n(x, y) - L_{1z}^n(x, y) \quad (4.1)$$

e

$$-D_2^n \nabla^2 \phi_2^n(x, y) + \Sigma_{a2}^n \phi_2^n(x, y) = \Sigma_{21}^n \phi_1^n(x, y) - L_{2z}^n(x, y), \quad (4.2)$$

onde D_g^n , Σ_{ag}^n , $v \Sigma_{fg}^n$ e Σ_{21}^n são os parâmetros nucleares médios que caracterizam o nodo n , enquanto que o termo de fuga axial $L_{gz}^n(x, y)$ é:

$$L_{gz}^n(x, y) \equiv \frac{1}{a_z^n} (J_{gxr}^n(x, y) - J_{gzl}^n(x, y)). \quad (4.3)$$

Sabendo do método NEM que o termo de fuga transversal axial médio é dado por:

$$\bar{L}_{gz}^n = \frac{1}{a_x^n a_y^n} \int_0^{a_x^n} \int_0^{a_y^n} L_{gz}^n(x, y) dx dy = \frac{1}{a_z^n} (\bar{J}_{gxr}^n - \bar{J}_{gzl}^n), \quad (4.4)$$

a Eq. (4.3) pode ser aproximada por uma expansão 2D de quarta ordem, assumindo que a distribuição 2D da fuga axial é separável, ou seja,

$$L_{gz}^n(x, y) \equiv \frac{1}{a_z^n} \left(\bar{J}_{gzr}^n - \bar{J}_{gzl}^n \right) \Gamma_{gx}^n(x) \Gamma_{gy}^n(y), \quad (4.5)$$

com a_z^n sendo a altura do nodo n , enquanto que \bar{J}_{gzr}^n e \bar{J}_{gzl}^n são os perfis de corrente líquidas médias nas partes superior e inferior do nodo,

$$\Gamma_{gu}^n(u) \equiv \frac{1}{\phi_g^n} \bar{\Psi}_{gu}^n(u); \quad u = x, y \quad (4.6)$$

e

$$\bar{\Psi}_{gu}^n(u) = \bar{\phi}_g^n + \sum_{k=1}^4 c_{kgu}^n h_k \left(\frac{u}{a_u^n} \right); \quad u = x, y. \quad (4.7)$$

A expansão dada pela Eq. (4.7) é usada no método nodal de malha grossa NEM. Com isso, a expansão 2D para o termo de fuga transversal axial, dada pela Eq. (4.5), satisfaz a condição dada pela Eq. (4.4) de acordo com as propriedades das funções de base $h_i(u/a_u^n)$, visto que

$$\frac{1}{a_x^n a_y^n} \int_0^{a_x^n} \int_0^{a_y^n} \Gamma_{gx}^n(x) \Gamma_{gy}^n(y) dx dy = 1.$$

Os valores médios de correntes e fluxos ($\bar{J}_{gzl}^n, \bar{J}_{gzs}^n$ e $\bar{\phi}_g^n$), os coeficientes ($c_{k_{gu}}^n$) e o fator de multiplicação efetivo (k_{eff}) são obtidos pelo NEM. Agora, usando as definições:

$$\begin{aligned} D_n &\equiv \begin{bmatrix} D_1^n & 0 \\ 0 & D_2^n \end{bmatrix}, \Sigma_n \equiv \begin{bmatrix} \Sigma_1^n & 0 \\ -\Sigma_{21}^n & \Sigma_2^n \end{bmatrix}, F_n \equiv \begin{bmatrix} v\Sigma_{r1}^n & v\Sigma_{r2}^n \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \underline{\phi}^n(x, y) \equiv \begin{bmatrix} \phi_1^n(x, y) \\ \phi_2^n(x, y) \end{bmatrix} \text{ e} \\ \underline{L}^n(x, y) &\equiv \begin{bmatrix} L_{1z}^n(x, y) \\ L_{2z}^n(x, y) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (4.8)$$

as Eqs. (4.1) e (4.2) podem ser escritas na seguinte forma matricial:

$$\nabla^2 \underline{\phi}^n(x, y) - \left\{ D_n^{-1} \left[\Sigma_n - \frac{1}{k_{eff}} F_n \right] \right\} \underline{\phi}^n(x, y) = D_n^{-1} \underline{L}^n(x, y). \quad (4.9)$$

Nota-se que a solução da Eq. (4.9) se dá por uma solução homogênea mais uma solução particular e pode ser resolvida analiticamente uma vez conhecidas as condições de contorno no nodo. E, como já citado anteriormente, as condições de contorno escolhidas são as quatro correntes líquidas médias nas superfícies do nodo e os quatro fluxos nos cantos do nodo. Os coeficientes da expansão para a fuga axial são conhecidos diretamente do método NEM ou podem ser determinados com os valores médios oriundos do cálculo nodal. Durante a determinação dos termos da solução particular usam-se técnicas de resíduos ponderados, desta forma, o termo constante não é determinado e pode ser adicionado à solução homogênea. Com isso, o fluxo médio no nodo pode ser usado como uma condição de consistência. A solução analítica das partes homogênea e particular serão melhor descritas adiante e o cálculo dos quatro fluxos médios nos cantos do nodo será melhor descrito na seção (4.5). Como consequência desta escolha de condições de contorno, a distribuição homogênea de fluxo pode ser obtida da solução das Eqs. (4.1) e (4.2), satisfazendo automaticamente a equação de balanço nodal usada no método NEM, segundo (JOO et al, 1999).

Então, com a escolha das condições de contorno, a solução analítica da Eq. (4.9) pode ser determinada da seguinte forma:

$$\underline{\phi}^n(x, y) = \mathbf{R}_n \begin{bmatrix} \xi_1^n(x, y) \\ \xi_2^n(x, y) \end{bmatrix}, \quad (4.10)$$

onde \mathbf{R}_n é uma matriz de transformação de similaridade que diagonaliza a matriz

$$\left\{ \mathbf{D}_n^{-1} \left[\Sigma_n - \frac{1}{K_{\text{eff}}} \mathbf{F}_n \right] \right\}, \quad (4.11)$$

de tal forma que os modos $\xi_1^n(x, y)$ e $\xi_2^n(x, y)$ sejam soluções de

$$\nabla^2 \xi_i^n(x, y) - \lambda_i^n \xi_i^n(x, y) = S_i^n(x, y); \quad (4.12)$$

onde a fonte $S_i^n(x, y)$ é definida por

$$\begin{bmatrix} S_1^n(x, y) \\ S_2^n(x, y) \end{bmatrix} \equiv \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{D}_n^{-1} \underline{\mathbf{L}}^n(x, y). \quad (4.13)$$

Com isso, a solução analítica para a Eq. (4.12) é a soma de uma solução homogênea com uma solução particular, dada por

$$\xi_i^n(x, y) = \xi_{i,H}^n(x, y) + \xi_{i,P}^n(x, y). \quad (4.14)$$

4.3. Solução homogênea

A solução homogênea é encontrada resolvendo a Eq. (4.12) com a fonte nula, ou seja, resolvendo a equação de Helmholtz

$$\nabla^2 \xi_{i,H}^n(x, y) - \lambda_i^n \xi_{i,H}^n(x, y) = 0, \quad (4.15)$$

sendo

$$\lambda_1^n = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{e} \quad \lambda_2^n = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (4.16)$$

onde:

$$a \equiv D_1^n D_2^n, \quad b \equiv \left(\Sigma_1^n - \frac{1}{k_{\text{eff}}} \nu \Sigma_{f1}^n \right) D_2^n + \Sigma_2^n D_1^n \quad \text{e} \quad c \equiv \left(\Sigma_1^n - \frac{1}{k_{\text{eff}}} \nu \Sigma_{f1}^n \right) \Sigma_2^n - \frac{1}{k_{\text{eff}}} \nu \Sigma_{f2}^n \Sigma_{21}^n. \quad (4.17)$$

Enquanto que a matriz de transformação de similaridade é dada por

$$R_n = \begin{bmatrix} \alpha_1^n & \alpha_2^n \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4.18)$$

com

$$\alpha_i^n \equiv \left(\Sigma_{a2}^n + \lambda_i^n D_2^n \right) / \Sigma_{21}^n \quad ; \quad \text{para } i = 1, 2. \quad (4.19)$$

Com isso, a solução analítica da Eq. (4.15), que é a equação de Helmholtz, possui um número infinito de soluções que dependem das posições angulares das condições de contorno. No entanto, foram escolhidos como condições de contorno as quatro correntes médias nas superfícies e os quatro fluxos médios nos cantos que constitui um total de oito condições. Desta forma, esse número finito de condições leva a uma solução analítica finita com oito coeficientes a serem determinados.

O uso da técnica de resíduos ponderados no cálculo dos termos da solução particular leva a não determinação do termo constante. Por conveniência, este termo constante foi adicionado à solução homogênea como um coeficiente constante a ser determinado e o fluxo médio no nodo será usado como uma condição de consistência para sua determinação. A Fig. 4.1 mostra as condições necessárias ao cálculo dos coeficientes na perspectiva de um nodo.

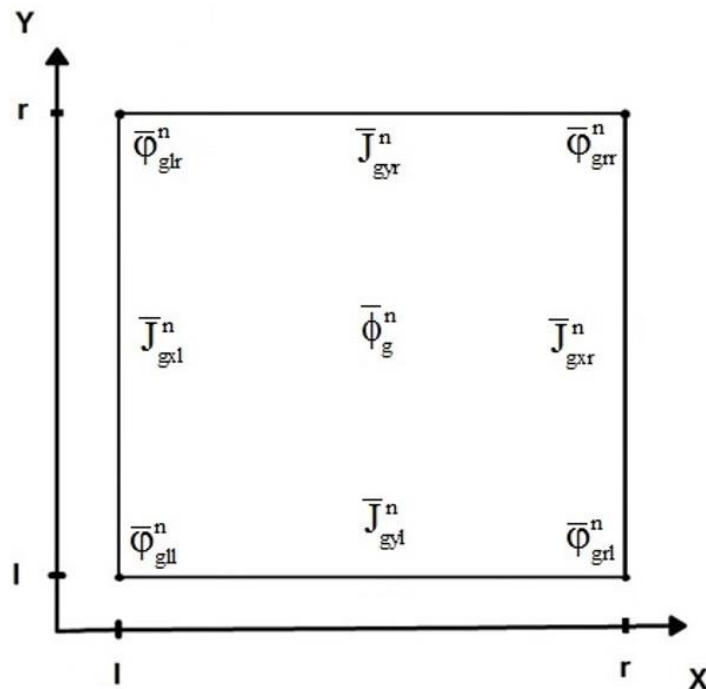


Figura 4.1 - Dados para o cálculo os coeficientes da solução homogênea.

Sabe-se que a Eq. (4.20) não satisfaz a Eq. (4.15) e que a solução homogênea correta possui 8 coeficientes a serem determinados, ou seja, por conveniência o coeficiente constante a_0 foi adicionado à solução e o fluxo médio no nodo é usado para sua

determinação. Disto, segue que a solução homogênea terá a forma mostrada na Eq. (4.20), com o abandono dos índices de grupo (g), de modos de solução (i) e nodo (n):

$$\begin{aligned} \xi_H(x,y) = & a_0 + a_1 \operatorname{sn}(\beta x) + a_2 \operatorname{cn}(\beta x) + a_3 \operatorname{sn}(\beta y) + a_4 \operatorname{cn}(\beta y) + \\ & + a_5 \operatorname{sn}\left(\frac{\beta}{\sqrt{2}} x\right) \operatorname{cn}\left(\frac{\beta}{\sqrt{2}} y\right) + a_6 \operatorname{sn}\left(\frac{\beta}{\sqrt{2}} x\right) \operatorname{sn}\left(\frac{\beta}{\sqrt{2}} y\right) + \\ & + a_7 \operatorname{cn}\left(\frac{\beta}{\sqrt{2}} x\right) \operatorname{sn}\left(\frac{\beta}{\sqrt{2}} y\right) + a_8^n \operatorname{cn}\left(\frac{\beta}{\sqrt{2}} x\right) \operatorname{cn}\left(\frac{\beta}{\sqrt{2}} y\right) \end{aligned} \quad (4.20)$$

onde $\beta \equiv \sqrt{|\lambda|}$ enquanto que sn e cn representam funções determinadas de acordo com o sinal do λ , ou seja,

$$\operatorname{sn}(\beta u) \equiv \begin{cases} \operatorname{sen}(\beta u) & \text{se } \lambda > 0 \\ \operatorname{senh}(\beta u) & \text{se } \lambda < 0 \end{cases} \quad \text{e} \quad \operatorname{cn}(\beta u) \equiv \begin{cases} \operatorname{cos}(\beta u) & \text{se } \lambda > 0 \\ \operatorname{cosh}(\beta u) & \text{se } \lambda < 0 \end{cases} \quad (4.21)$$

Então, impondo as 8 condições de contorno e a condição de consistência citadas na Fig. (4.1), pode-se calcular os 9 coeficientes da Eq. (4.20) e com isso, determinar, a solução homogênea da Eq. (4.15). Esta solução homogênea é parte da solução analítica que representa a distribuição homogênea de fluxo de nêutrons e é importante ressaltar que os cálculos desses coeficientes dependeram da determinação dos termos da solução particular. Isso será melhor descrito na seção (4.5) que trata do cálculo dos coeficientes da solução homogênea. A adição do coeficiente constante a_0 na Eq. (4.20), pode ser melhor entendido na próxima seção.

4.4. Solução particular

O cálculo dos termos da solução particular ($p_{i,j,g}^n$) tem início na determinação dos coeficientes primários e secundários (c_{kgu}^n) presentes na expansão para a fuga axial. Esses

coeficientes podem ser fornecidos pelo método nodal NEM ou determinados no próprio método de reconstrução a partir dos valores médios fornecidos por um método nodal de malha grossa. Esses coeficientes também são necessários no processo de reconstrução do método PRM que vai ser melhor descrito no capítulo 5. Com isso, a distribuição 2D para a fuga axial $L_{gz}^n(x, y)$ pode ser reescrita pela expansão definida na Eq. (4.22), lembrando das Eqs. (4.5), (4.6) e (4.7) e das propriedades das funções de base $h_i(u/a_u^n)$:

$$L_{gz}^n(x, y) = \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^4 l_{i,j,g}^n h_i(x/a_x^n) h_j(y/a_y^n) \quad (4.22)$$

onde

$$l_{0,0,g}^n \equiv \left(\bar{J}_{gzr}^n - \bar{J}_{gzl}^n \right) / a_z^n; \quad l_{i,0,g}^n \equiv \frac{l_{0,0,g}^n}{\bar{\phi}_g^n} c_{igx}^n, \quad i = 1, 4; \quad l_{0,j,g}^n \equiv \frac{l_{0,0,g}^n}{\bar{\phi}_g^n} c_{jgy}^n, \quad j = 1, 4; \quad (4.23)$$

$$l_{i,1,g}^n \equiv \frac{l_{0,0,g}^n}{(\bar{\phi}_g^n)^2} c_{igx}^n c_{1gy}^n, \quad l_{i,2,g}^n \equiv \frac{l_{0,0,g}^n}{(\bar{\phi}_g^n)^2} c_{igx}^n c_{2gy}^n, \quad l_{i,3,g}^n \equiv \frac{l_{0,0,g}^n}{(\bar{\phi}_g^n)^2} c_{igx}^n c_{3gy}^n, \quad l_{i,4,g}^n \equiv \frac{l_{0,0,g}^n}{(\bar{\phi}_g^n)^2} c_{igx}^n c_{4gy}^n, \quad i = 1, 4.$$

A partir das matrizes definidas nas Eqs. (4.8) e (4.18) e de sua substituição na Eq. (4.13), pode-se escrever a fonte $S_g^n(x, y)$ como uma expansão 2D que terá a mesma forma da expansão 2D definida na Eq. (4.24), ou seja,

$$S_g^n(x, y) = \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^4 s_{i,j,g}^n h_i(x/a_x^n) h_j(y/a_y^n) \quad (4.24)$$

onde seus coeficientes $(s_{i,j,g}^n)$ são determinados por

$$s_{i,j,1}^n = \frac{l_{i,j,1}^n \bar{D}_2^n - \alpha_2^n l_{i,j,2}^n \bar{D}_1^n}{(\alpha_1^n - \alpha_2^n) \bar{D}_1^n \bar{D}_2^n} \quad \text{e} \quad s_{i,j,2}^n = \frac{l_{i,j,1}^n \bar{D}_2^n - \alpha_1^n l_{i,j,2}^n \bar{D}_1^n}{(\alpha_2^n - \alpha_1^n) \bar{D}_1^n \bar{D}_2^n}. \quad (4.25)$$

Como os termos da solução particular são determinados por técnicas de resíduos ponderados, supõe-se uma solução particular da mesma forma da Eq. (4.25)

$$\xi_{g,p}^n(x, y) = \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^4 p_{i,j,g}^n h_i(x/a_x^n) h_j(y/a_y^n). \quad (4.26)$$

Nota-se que a Eq. (4.26) definida para a solução particular, é uma expansão 2D de quarto grau com 25 termos a serem determinados. Tais termos são determinados com técnica de resíduos ponderados, usando as funções de base $h_k(u/a_u^n)$ como pesos. O uso dessa técnica facilita a determinação dos termos da solução particular, onde o sistema de equações a ser resolvido é menos complexo. Mas em contrapartida leva a não determinação do termo constante $p_{0,0,g}^n$. Desta maneira, o fluxo médio no nodo poderá ser usado como uma condição de consistência para a solução homogênea que, por conveniência, terá um coeficiente constante adicionado a sua solução, além dos 8 coeficientes a serem determinados. Conclui-se, da substituição das Eqs. (4.24) e (4.26) na Eq. (4.12) e por técnica de resíduos ponderados, que os termos da solução particular podem ser determinados. A Eq. (4.27) mostra alguns desses termos, onde A representa a área do nodo

$$p_{1,1,g}^n = \frac{(\lambda_g^n)^2 A^2 s_{1,1,g}^n + 36\lambda_g^n A (s_{1,3,g}^n + s_{3,1,g}^n) + 2592s_{3,3,g}^n}{(\lambda_g^n)^3 A}; \quad p_{3,3,g}^n = \frac{s_{3,3,g}^n}{\lambda_g^n}; \quad (4.27)$$

$$p_{2,2,g}^n = \frac{(\lambda_g^n)^2 A^2 s_{2,2,g}^n - 60\lambda_g^n A (s_{2,4,g}^n + s_{4,2,g}^n) + 7200s_{4,4,g}^n}{(\lambda_g^n)^3 A}; \quad p_{4,4,g}^n = \frac{s_{4,4,g}^n}{\lambda_g^n}.$$

Com isso a solução geral, Eq. (4.14) é dada pela soma das soluções homogênea e particular, ou seja, pela soma das Eqs. (4.20) e (4.26). Agora para obtermos a distribuição homogênea de fluxo, tem-se que determinar os 8 coeficientes da solução homogênea, juntamente com o coeficiente constante adicionado. As condições usadas para o cálculo desses coeficientes são as correntes médias nas faces, os fluxos médios nos cantos e o fluxo médio no nodo. Como o método NEM não fornece os fluxos médios nos cantos, seu cálculo será a primeira etapa no processo de reconstrução do método ARM e devem ser calculados baseados nos valores médios fornecidos pelo método nodal.

4.5. Determinação dos fluxos nos cantos do nodo

A determinação e aplicação dessas condições de contorno nos cantos do nodo, mostrou-se ser uma tarefa árdua, como pode ser visto em (KHOSHAHVAL et al, 2014) que mostra os efeitos dos fluxos nos cantos na reconstrução. Assim, nesta tese de doutorado, alguns métodos para a determinação dos fluxos nos cantos do nodo foram testados durante o cálculo da distribuição homogênea de fluxo. Todos estes métodos foram baseados na solução da equação da difusão 2D, um usando técnica de diferenças finitas, soluções analíticas e outros usando soluções polinomiais. E, desses testes, percebeu-se que todos esses métodos necessitam de um tratamento que leve em conta as descontinuidades nos cantos do nodo e dos cantos dos nodos vizinhos que tem esse canto em comum. Esse é um passo muito importante e, nesta tese, a metodologia para a aplicação das descontinuidades nos cantos faz uso de uma média dos quatro fluxos nos cantos em comum aos quatro nodos (REMPE et al, 1988).

O método que apresentou melhores resultados foi o que usa solução analítica. Desta maneira, os fluxos médios nos cantos foram calculados fazendo uso de uma solução analítica que baseia-se na solução analítica da equação da difusão 2D descrita na seção 4.2. No entanto, uma consideração especial trata a equação da difusão bidimensionalmente a cada camada em que o nodo se divide, desconsiderando a fuga axial presente nestas camadas. As condições de contorno escolhidas para a determinação dos fluxos nos cantos, são os quatro fluxos médios nas faces do nodo, fazendo com que a solução apresente 4 coeficientes a serem determinados. Disto, segue que a solução para o cálculo dos fluxos nos cantos é dada pela Eq. (4.28)

$$\xi(x,y) = b_1 \text{sn}(\beta x) + b_2 \text{cn}(\beta x) + b_3 \text{sn}(\beta y) + b_4 \text{cn}(\beta y). \quad (4.28)$$

A seção 2.1 explica como chegar nesta solução e sobre a determinação de seus parâmetros e a Fig. 4.2 mostra as condições necessárias ao cálculo dos fluxos nos cantos na perspectiva de um nodo.

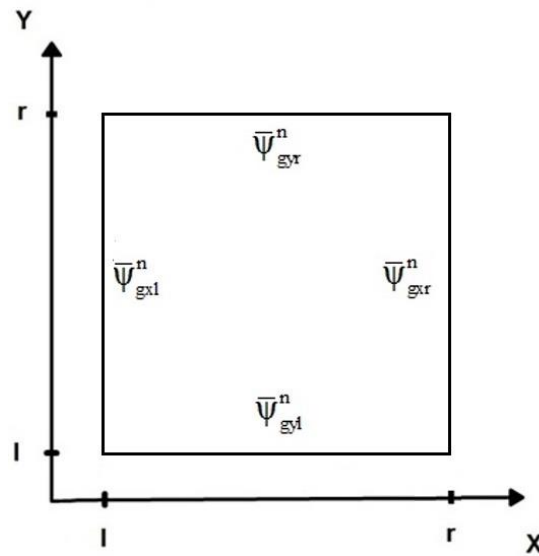


Figura 4.2 - Dados para o cálculo dos coeficientes da solução para os fluxos nos cantos.

Então, definidas as condições de contorno, os 4 coeficientes podem ser determinados tendo-se em mente a Eq. (4.10) e o fato de que os fluxos médios nas faces dos nodos são impostos à solução como condições de contorno por:

$$\bar{\xi}_{us}^n \equiv R_n^{-1} \bar{\Psi}_{us}^n; \quad u = x, y \quad \text{e} \quad s = l, r. \quad (4.29)$$

Logo, usando a Eq. (4.28) na Eq. (4.29), pode-se construir um sistema de 4 equações e determinar os 4 coeficientes da expansão definida em Eq.(4.28). A fim de facilitar os

cálculos, foram definidas as seguintes equações, com o abandono dos índices de grupo de energia (g), de modos de solução (i) e nodo (n):

$$\theta \equiv \frac{\beta a}{2}; \quad S \equiv \text{sn}(\theta); \quad C \equiv \text{cn}(\theta) \quad \text{e} \quad \begin{bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \\ \Psi_4 \end{bmatrix} = \frac{\theta}{2} \begin{bmatrix} \bar{\xi}_{xr} - \bar{\xi}_{xl} \\ \bar{\xi}_{xr} + \bar{\xi}_{xl} \\ \bar{\xi}_{yr} - \bar{\xi}_{yl} \\ \bar{\xi}_{yr} + \bar{\xi}_{yl} \end{bmatrix}. \quad (4.30)$$

Com isso, os 4 coeficientes são determinados por

$$b_1 = \frac{\Psi_1}{S\theta}; \quad b_2 = \frac{\theta\Psi_2C - \Psi_4S}{\theta^2C^2 - S^2}; \quad b_3 = \frac{\Psi_3}{S\theta}; \quad b_4 = \frac{\theta\Psi_4C - \Psi_2S}{\theta^2C^2 - S^2}. \quad (4.31)$$

Determinado os coeficientes da Eq. (4.28), os fluxos nos cantos do nodo são calculados pela Eq. (4.32), tendo em mente a Eq. (4.10). Desta maneira, os fatores de descontinuidade nos cantos podem ser aplicados associando, com uma média, os fluxos nos cantos de quatro nodos que possuem esses cantos em comum, de acordo com o método apresentado na seção 3.4.2.

$$\varphi_{s\tau}^n \equiv R_n \xi_{s\tau}^n; \quad s = l, r \quad \text{e} \quad \tau = l, r. \quad (4.32)$$

4.6. Determinação dos coeficientes da solução homogênea

Uma vez determinado os quatro fluxos nos cantos do nodo, como mostrado na seção anterior, é possível encontrar os 9 coeficientes da Eq. (4.20). Os dados para tal são as quatro correntes líquidas médias nas superfícies do nodo, os quatro fluxos nos cantos

e o fluxo médio no nodo que é usado como uma condição de consistência. Sendo assim, tendo-se em mente a Eq. (4.10) e o fato de que

$$\bar{\phi}_g^n = \frac{1}{a_x^n a_y^n} \int_0^{a_x^n} \int_0^{a_y^n} \phi_g^n(x, y) dx dy, \quad \bar{J}_{gus}^n = -D_g^n \frac{d}{du} \bar{\psi}_{gu}^n(u) \Big|_{u=u_s^n} \quad \text{e} \quad \bar{\phi}_{gst}^n = \phi_g^n(x_s^n, y_t^n), \quad (4.33)$$

para $u = x, y$ e $s = l, r$ com $u_l^n = 0$, $u_r^n = a_u^n$ e $s, \tau = l, r$, tem-se, respectivamente, para as correntes líquidas médias nas faces, para os fluxos médios nos cantos do nodo como condições de contorno e para o fluxo médio no nodo como condição de consistência que:

$$\bar{\xi}_{us}^n \equiv -R_n^{-1} D_n^{-1} \bar{J}_{us}^n, \quad \bar{\xi}_{st}^n \equiv R_n^{-1} \bar{\phi}_{st}^n \quad \text{e} \quad \bar{\xi}^n \equiv R_n^{-1} \bar{\phi}^n. \quad (4.34)$$

Agora usando a Eq. (4.10) e as definições da Eq. (4.18) na Eq. (4.34), segue que

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{du} \bar{\xi}_{1u}^n(u) \Big|_{u=u_s^n} \\ \frac{d}{du} \bar{\xi}_{2u}^n(u) \Big|_{u=u_s^n} \end{bmatrix} = \frac{1}{\alpha_1^n - \alpha_2^n} \begin{bmatrix} \left(\alpha_2^n \frac{\bar{J}_{2us}^n}{D_2^n} - \frac{\bar{J}_{1us}^n}{D_1^n} \right) \\ \left(\frac{\bar{J}_{1us}^n}{D_1^n} - \alpha_1^n \frac{\bar{J}_{2us}^n}{D_2^n} \right) \end{bmatrix}, \quad (4.35)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{\xi}_{1st}^n \\ \bar{\xi}_{2st}^n \end{bmatrix} = \frac{1}{\alpha_1^n - \alpha_2^n} \begin{bmatrix} \left(\bar{\phi}_{1st}^n - \alpha_2^n \bar{\phi}_{2st}^n \right) \\ \left(\alpha_1^n \bar{\phi}_{2st}^n - \bar{\phi}_{1st}^n \right) \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

e

$$\begin{bmatrix} \bar{\xi}_1^n \\ \bar{\xi}_2^n \end{bmatrix} = \frac{1}{\alpha_1^n - \alpha_2^n} \begin{bmatrix} (\bar{\phi}_1^n - \alpha_2^n \bar{\phi}_2^n) \\ (\alpha_1^n \bar{\phi}_2^n - \bar{\phi}_1^n) \end{bmatrix}. \quad (4.37)$$

Então, usando a expansão para a solução homogênea definida na Eq. (4.20) nas Eqs. (4.35), (4.36) e (4.37) pode-se construir um sistema de 9 equações e com isso, determinar, analiticamente, os 9 coeficientes da Eq. (4.20). A fim de facilitar os cálculos, foram definidos nas Eqs. (4.38) e (4.39), alguns parâmetros, com a omissão de alguns índices e na Eq. (4.40) são mostrados dois desses coeficientes:

$$\theta \equiv \frac{\beta a}{2}; S \equiv \text{sn}(\theta); C \equiv \text{cn}(\theta); \tilde{S} \equiv \text{sn}\left(\frac{\theta}{\sqrt{2}}\right); \tilde{C} \equiv \text{cn}\left(\frac{\theta}{\sqrt{2}}\right), \quad (4.38)$$

$$\begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \\ \Phi_4 \end{bmatrix} \equiv \frac{1}{4} \begin{bmatrix} \bar{\xi}_{rr} - \bar{\xi}_{lr} - \bar{\xi}_{ll} + \bar{\xi}_{rl} \\ \bar{\xi}_{rr} - \bar{\xi}_{lr} + \bar{\xi}_{ll} - \bar{\xi}_{rl} \\ \bar{\xi}_{rr} + \bar{\xi}_{lr} - \bar{\xi}_{ll} - \bar{\xi}_{rl} \\ \bar{\xi}_{rr} + \bar{\xi}_{lr} + \bar{\xi}_{ll} + \bar{\xi}_{rl} \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \\ J_4 \end{bmatrix} \equiv \frac{1}{2\beta} \begin{bmatrix} \bar{\xi}_{xr} + \bar{\xi}_{xl} \\ \Omega(\bar{\xi}_{xr} - \bar{\xi}_{xl}) \\ \bar{\xi}_{yr} + \bar{\xi}_{yl} \\ \Omega(\bar{\xi}_{yr} - \bar{\xi}_{yl}) \end{bmatrix}. \quad (4.39)$$

e

$$a_0 = \frac{\xi\theta + \theta(J_2 + J_4) + 3(p_{2,0} + p_{4,0} + p_{0,2} + p_{0,4})}{\theta^2}; \quad a_1 = \frac{\theta J_1 + \Phi_1 + 3p_{3,0} - p_{1,2}}{\theta C - S} \quad (4.40)$$

onde $\Omega = -1$ para $\text{cn} = \cos$ e $\Omega = +1$ para $\text{cn} = \cosh$.

4.7. Procedimentos do método ARM

No método de reconstrução analítico apresentado nesta tese de doutorado as distribuições de densidade de potência, detalhadas pino a pino dentro do nodo, são aproximadas pelo produto de uma distribuição homogênea de potência $p_{\text{hom}}^n(x, y)$ por função forma heterogênea de potência $f_{\text{p,het}}^n(x, y)$, conforme apresentado na seção 3.1 que trata da metodologia encontrada na maioria dos métodos de reconstrução. Com isso, o método ARM, segue o seguinte procedimento:

- a. Execução do processo de homogeneização, para obtenção dos parâmetros nucleares homogêneos $(D_g^n, \Sigma_{\text{ag}}^n, v\Sigma_{\text{fg}}^n \text{ e } \Sigma_{21}^n)$, das funções forma de potência $f_{\text{p,het}}^n(x, y)$ e dos fatores de descontinuidade nas faces f_{gus}^n e cantos f_{gst}^n ;
- b. Execução do cálculo nodal para obter o fator de multiplicação k_{eff} , os valores médios de fluxos e correntes $\bar{\phi}_g^n$, \bar{J}_{gus}^n e $\bar{\psi}_{\text{gus}}^n$;
- c. Cálculo dos coeficientes c_{kgu}^n ;
- d. Determinação dos fluxos médios nos cantos do nodo $\bar{\phi}_{\text{gst}}^n$;
- e. Cálculo dos coeficientes $s_{i,j,g}^n$ da fonte $S_g^n(x, y)$;
- f. Cálculo dos termos da solução particular $p_{i,j,g}^n$;
- g. Cálculo dos coeficientes da solução homogênea $a_{k,g}^n$ com $k = 0,8$;
- h. Cálculo da distribuição homogênea de fluxo $\phi_g^n(x, y)$;
- i. Cálculo da distribuição homogênea de potência $p_{\text{hom}}^n(x, y)$;
- j. Cálculo da distribuição heterogênea de densidade de potência $p_{\text{het}}^n(x, y)$.

CAPÍTULO 5

MÉTODO DE RECONSTRUÇÃO POLINOMIAL (PRM)

5.1. Metodologia

O método PRM, desenvolvido nesta tese de doutorado, usa uma expansão polinomial para representar e gerar a distribuição homogênea de fluxo de nêutrons para todos os grupos de energia e em nodos homogêneos. O método assume que a distribuição homogênea de fluxo é separável e usa um polinômio 2D de quarto grau baseado na expansão para o termo de fuga transversal axial, usada no método ARM. Esse polinômio de quarto grau contém 25 coeficientes a serem determinados, o que leva a necessidade de 25 informações. Essas informações devem ser obtidas tendo como base os valores médios fornecidos pelo método nodal de malha grossa. No método PRM, esses 25 coeficientes são fornecidos diretamente do método NEM ou podem ser determinados fazendo uso dos valores médios fornecidos por outro método nodal de malha grossa. O fato de não ser necessário estimar mais condições para o cálculo desses 25 coeficientes é a grande vantagem do método, comprovando sua fácil solução e programação com relação a aos métodos polinomiais e analíticos citados nesta tese, inclusive sobre o método ARM. Outra vantagem está no fato da possibilidade de utilização do método em problemas com mais de dois grupos de energia.

Na próxima seção é apresentado o método de reconstrução polinomial e por fim, são mostrados os procedimentos referente ao método PRM.

5.2. Método PRM

Conhecendo os valores médios fornecidos por um método nodal de malha grossa como fluxos médios nas superfícies, correntes líquidas médias nas superfícies, o fluxo médio no nodo e etc. Uma maneira para aproximar a distribuição homogênea de fluxo é encontrar uma função de duas variáveis que possa interpolar um novo conjunto de dados a partir de um conjunto discreto de dados, ou seja, que melhor possa aproximar os fluxos nas células combustíveis dentro do EC a partir dos valores médios desse EC. Desta maneira, a distribuição homogênea de fluxo pode ser expressa, em cada grupo de energia, como uma expansão polinomial de ordem N:

$$\phi_g(x, y) = \sum_{i=0}^N a_{i,g} f_i(x, y). \quad (5.1)$$

As funções $f_i(x, y)$ pertencem a um espaço polinomial de dimensão N e representam sua base. Os coeficientes da expansão $a_{i,g}$ dependerão dos valores médios fornecidos pelo método nodal de malha grossa:

$$a_{i,g} \equiv a_{i,g}(\bar{\phi}_g, \bar{J}_{gus}, \bar{\Psi}_{gus}). \quad (5.2)$$

Os métodos nodais de malha grossa fornecem poucas condições para o cálculo desses coeficientes. No entanto, mais condições podem ser estimadas e o problema pode ser reduzido ao de encontrar um conjunto único de funções de base que vai permitir a interpolação do fluxo nos pinos (Eq. (5.1)). Esses processos satisfazem as restrições impostas sobre as condições fornecidas na malha grossa e podem ser vistos no método proposto por Koebke e Wagner (KOEKKE; WAGNER, 1977) apresentado na seção 3.2, onde a Eq. (3.3) é reduzida pela anulação de 4 coeficientes e são estimadas mais 12 condições de contorno nos cantos do nodo. O problema, então, torna-se puramente matemático e a escolha de um espaço polinomial adequado é a chave para uma solução

precisa. Desta maneira, foi considerado um espaço polinomial de ordem 4 ($N=4$) e então, a Eq. (5.1) pode ser reescrita, para cada nodo n da malha grossa, da seguinte maneira:

$$\phi_g^n(x, y) = \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^4 a_{i,j,g}^n h_i(x/a_x^n) h_j(y/a_y^n), \quad (5.3)$$

onde as funções de base $h_k(u/a_u^n)$ são polinômios dados por:

$$\begin{aligned} h_0(\xi) &= 1; \\ h_1(\xi) &= 2\xi - 1; \\ h_2(\xi) &= 6\xi(1-\xi) - 1; \\ h_3(\xi) &= 6\xi(1-\xi)(2\xi-1); \\ h_4(\xi) &= 6\xi(1-\xi)(5\xi^2 - 5\xi + 1). \end{aligned} \quad (5.4)$$

A eq. (5.3) possui 25 coeficientes $a_{i,j,g}^n$ a serem determinados. Tais coeficientes não são determinados pela solução de um sistema de 25 equações construídas pelo acoplamento de cada condição fornecida da solução de malha grossa, conforme é feito na maioria dos esquemas de reconstrução. Esses 25 coeficientes dependerão dos coeficientes primários (c_{0gu}^n , c_{1gu}^n e c_{2gu}^n) e secundários (c_{3gu}^n e c_{4gu}^n) fornecidos pelo método NEM ou determinados através dos valores médios fornecidos por outro método nodal de malha grossa, conforme descrito na seção 2.2 e 2.3. Então, a Eq. (5.5) mostra como esses 25 coeficientes são determinados

$$\begin{aligned} a_{0,0,g}^n &= c_{0gx}^n = c_{0gy}^n = \bar{\phi}_g^n; \\ a_{i,0,g}^n &= c_{igx}^n, \quad i = 1, 4; \quad a_{0,j,g}^n = c_{jgy}^n, \quad j = 1, 4; \\ a_{i,1,g}^n &= c_{igx}^n c_{1gy}^n / \bar{\phi}_g^n, \quad a_{i,2,g}^n = c_{igx}^n c_{2gy}^n / \bar{\phi}_g^n, \quad a_{i,3,g}^n = c_{igx}^n c_{3gy}^n / \bar{\phi}_g^n, \quad a_{i,4,g}^n = c_{igx}^n c_{4gy}^n / \bar{\phi}_g^n, \quad i = 1, 4. \end{aligned} \quad (5.5)$$

A maneira como os 25 coeficientes $a_{i,j,g}^n$ são determinados é a grande vantagem do método PRM, pois não necessita acoplar as condições fornecidas pela solução nodal de malha grossa a um sistema de equações para determinar os coeficientes presentes em sua expansão polinomial (Eq. (5.3)). Outras vantagens podem ser citadas, como o fato de não ser necessário estimar mais condições para a determinação dos coeficientes presentes na expansão polinomial, como condições de contorno nos cantos do nodo, que são condições difíceis de se estimar. Não ser necessário reduzir a ordem N do espaço polinomial ou anular alguns coeficientes também é uma vantagem. A possível utilização em problemas com mais de dois grupos de energia é uma importante vantagem, principalmente com relação ao método ARM.

A expansão polinomial proposta nesse método de reconstrução pode ser vista de outra maneira, ou seja, assumindo que a distribuição homogênea de fluxo 2D pode ser separável e resolvida bidimensionalmente a cada camada em que o nodo é dividido. Assim, a distribuição homogênea de fluxo pode ser calculada por

$$\phi_g^n(x, y) \equiv \bar{\phi}_g^n \Gamma_{gx}^n(x) \Gamma_{gy}^n(y), \quad (5.6)$$

onde as funções $\Gamma_{gu}^n(u)$ são definidas pela Eq. (4.6) e carregam as funções de base definidas na Eq. (5.4). E, cabe comentar novamente, que os coeficientes (c_{kgu}^n) presentes nestas funções carregam os valores médios fornecidos pelo método nodal de malha grossa, como pode ser visto nas Eqs. (2.14) e (2.15). Uma importante observação, está no fato da Eq. (5.6) satisfazer automaticamente os valores médios fornecidos pela solução nodal de malha grossa, como

$$\frac{1}{a_x^n a_y^n} \int_0^{a_x^n} \int_0^{a_y^n} \phi_g^n(x, y) dx dy = \frac{1}{a_x^n a_y^n} \int_0^{a_x^n} \int_0^{a_y^n} \bar{\phi}_g^n \Gamma_{gx}^n(x) \Gamma_{gy}^n(y) dx dy = \bar{\phi}_g^n. \quad (5.7)$$

Comparando as Eq. (5.3) e (5.6) fica mais fácil observar como são calculados os coeficientes mostrados na Eq. (5.5). Os resultados encontrados com este método serão apresentados no capítulo 8.

5.3. Procedimentos do método PRM

No método de reconstrução polinomial apresentado nesta tese de doutorado as distribuições de densidade de potência dentro do nodo, também serão aproximadas pelo produto de uma distribuição homogênea de potência $p_{\text{hom}}^n(x, y)$ por função forma heterogênea de potência $f_{\text{p,het}}^n(x, y)$, conforme apresentado na seção 3.1 que trata da metodologia encontrada na maioria dos métodos de reconstrução. Com isso, o método PRM, segue o seguinte procedimento:

- a. Execução do processo de homogeneização, para obtenção dos parâmetros nucleares homogêneos $(D_g^n, \Sigma_{\text{ag}}^n, \nu\Sigma_{\text{fg}}^n \text{ e } \Sigma_{21}^n)$, das funções forma de potência $f_{\text{p,het}}^n(x, y)$ e dos fatores de descontinuidade nas faces f_{gus}^n e cantos f_{gst}^n ;
- b. Execução do cálculo nodal para obter o fator de multiplicação k_{eff} , os valores médios de fluxos e correntes $\bar{\phi}_g^n$, \bar{J}_{gus}^n e $\bar{\Psi}_{\text{gus}}^n$;
- c. Cálculo dos coeficientes c_{kgu}^n ;
- d. Cálculo da distribuição homogênea de fluxo $\phi_g^n(x, y)$;
- e. Cálculo da distribuição homogênea de potência $p_{\text{hom}}^n(x, y)$;
- f. Cálculo da distribuição heterogênea de densidade de potência $p_{\text{het}}^n(x, y)$.

O número reduzido de procedimentos reafirma as vantagens de fácil solução e programação sobre o método ARM.

CAPÍTULO 6

APRESENTAÇÃO DO BENCHMARK

6.1. Benchmark EPRI-9

Neste capítulo é apresentado o benchmark EPRI-9 (Eletronic Power Research Institute, vol. 9) (KHALIL, 1983) que é um pequeno reator PWR, com geometria de um quarto de núcleo, condição de fluxo nulo no contorno (como mostrado na Fig. 6.1), oito elementos combustíveis rodeados por um baffle de 2,8 cm de espessura e refletor de água, sem barras de controle inseridas e dois tipos de elementos combustíveis diferentes.

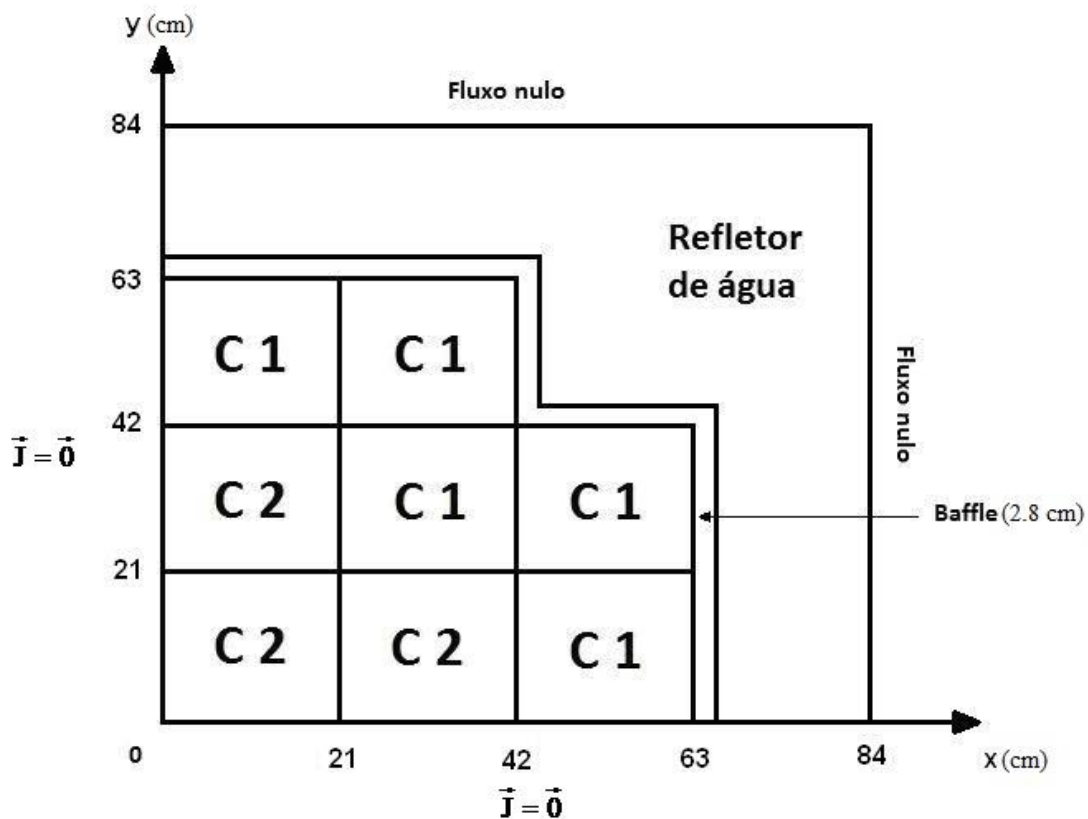


Figura 6.1 – Configuração para simetria de um quarto do benchmark EPRI-9.

Os elementos combustíveis neste problema têm 15x15 células de combustíveis de 1,4 x 1,4 cm² cada. A Fig. 6.2 apresenta essas células, com a forma detalhada de cada elemento combustível presente na Fig. 6.1.

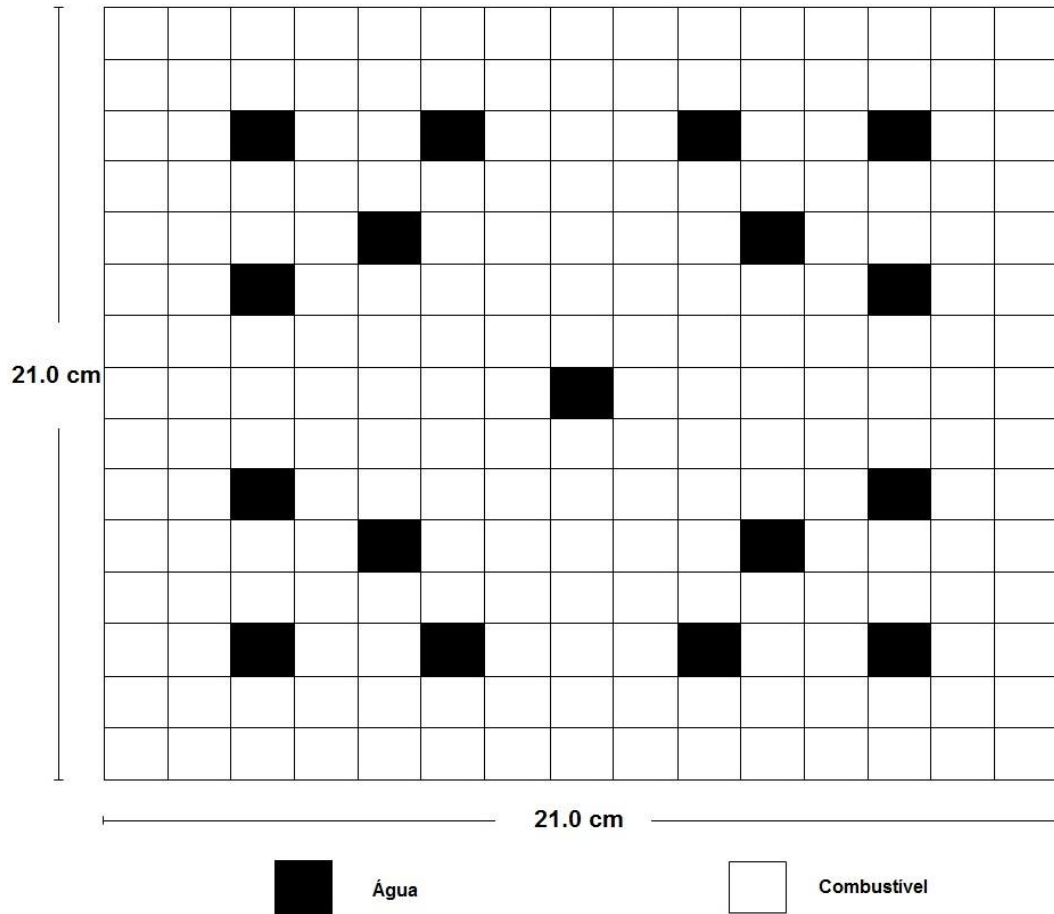


Figura 6.2 – A geometria heterogênea dos elementos combustíveis.

Dois tipos de elementos combustíveis (C1 e C2) são apresentados na Fig. 6.1, contendo diferentes enriquecimentos, ou seja, o elemento C1 contém células de enriquecimento do tipo 1 e o elemento C2 contém células de enriquecimento do tipo 2. A altura do núcleo ativo é de 120,0 cm, refletor superior e inferior também de água com 20,0 cm cada, totalizando 160,0 cm. O reator foi dividido em 160 planos de 1,0 cm cada. A Fig. 6.3 mostra as divisões no sentido axial do reator e a tabela 6.1 apresenta os dados nucleares para os diferentes tipos de células que compõem os elementos combustíveis.

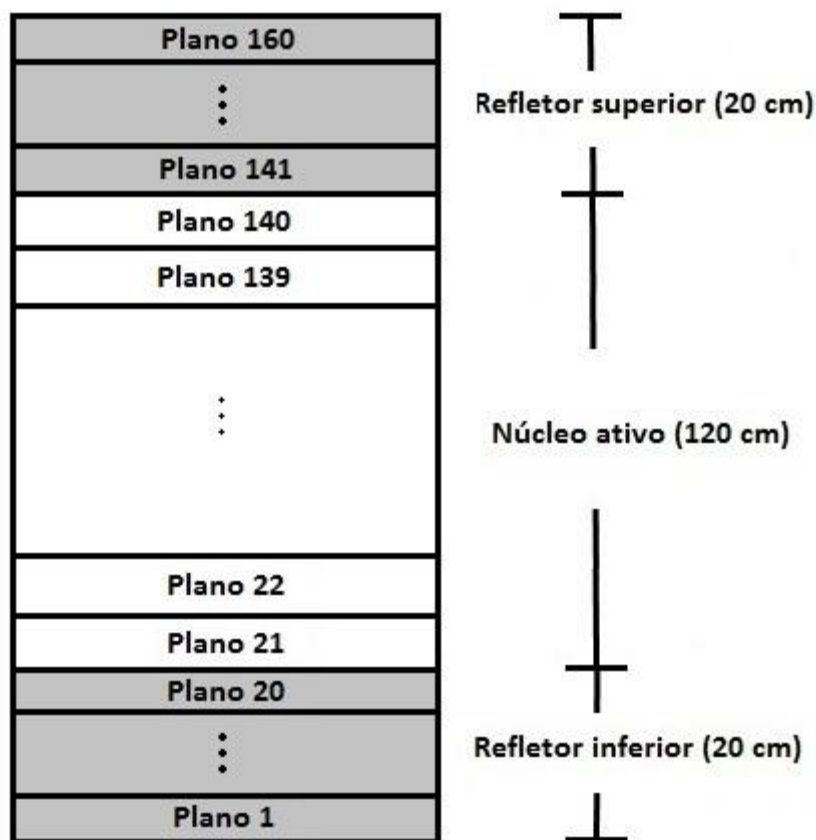


Figura 6.3 – Representação no sentido axial do reator EPRI-9.

Tabela 6.1 - Dados nucleares das células que compõem os elementos combustíveis.

Tipos	Grupos	$\Sigma_{ag} (cm^{-1})$	$\Sigma_{sg} (cm^{-1})$	$D_g (cm)$	$v\Sigma_{fg} (cm^{-1})$
C 1	1	0.0130	0.0200	1.5000	0.0065
	2	0.1800	0.0000	0.4000	0.2400
C 2	1	0.0100	0.0200	1.5000	0.0050
	2	0.1500	0.0000	0.4000	0.1800
Baffle	1	0.0032	0.0000	1.0200	0.0000
	2	0.1460	0.0000	0.3350	0.0000
Água	1	0.0010	0.0350	1.7000	0.0000
	2	0.0500	0.0000	0.3500	0.0000

Os resultados de referência, para este benchmark, foram obtidos com um programa que tem como princípio a discretização da equação da difusão 3D por diferenças finitas (ALVIM, 2007). O programa de diferenças finitas (FD) foi implementado nesta tese de doutorado com a finalidade de gerar referências para avaliar os métodos ARM e PRM. O programa FD foi executado usando os dados nucleares da tabela 6.1, com simetria de um oitavo de núcleo. Cada célula combustível foi dividida em 5x5 malhas de dimensão de 0,28 cm cada enquanto que axialmente o núcleo foi dividido em 160 planos de 1,0 cm de espessura, totalizando 7224000 malhas. A distribuição heterogênea de densidade de fluxo pino a pino dentro de cada elemento combustível foi calculada, com o núcleo ativo dividido em 120 planos e replicada para simetria de um quarto. Os critérios de convergência usados no fator de multiplicação efetivo e fluxo neutrônico foram, respectivamente, de 10^{-7} e 10^{-6} . O tempo computacional para a convergência das densidades de fluxos e fator de multiplicação foram de 32216 segundos. Já o número de iterações foi de 15492.

Parte dos resultados, para este benchmark, é apresentada no próximo capítulo, juntamente com os resultados obtidos com os métodos propostos para a reconstrução pino a pino da distribuição de densidade de potência.

CAPÍTULO 7

HOMOGENEIZAÇÃO

7.1. Conceitos iniciais

Um método para obtenção equivalente das seções de choque homogeneizadas e fatores de descontinuidade para os ECs é derivado neste capítulo. As seções de choque homogeneizadas são definidas a partir do cálculo de único elemento, de tal forma que as correntes líquidas no método nodal de malha grossa ou solução nodal homogênea irão coincidir com as de uma solução heterogênea equivalente.

Parâmetros homogeneizados adicionais são derivados da suposição fundamental de que a forma do fluxo heterogêneo é igual a superposição do fluxo homogêneo da solução nodal e uma função forma heterogênea obtida do cálculo de único elemento. Desta suposição, vários parâmetros são derivados. Estes incluem fatores de descontinuidade para corrigir a continuidade do fluxo e corrente, coeficiente de difusão e seções de choque homogeneizadas para encontrar a atual forma do fluxo heterogêneo no reator. Finalmente, a suposição da superposição do fluxo é usada para reconstruir as potências nos pinos individualmente a partir da solução nodal homogênea.

Um método para obtenção de parâmetros homogeneizados equivalentes para as regiões com nodos de baffle e refletor usando um cálculo de núcleo estendido é também apresentado.

7.2. Seções de choque homogêneas

Em análise de reatores, seções de choque homogêneas são obtidas a partir do cálculo de malha fina. Esses cálculos são de alta ordem, normalmente transporte de nêutrons, cálculos de multigrupo que modelam uma discretização heterogênea simples. Os resultados desses cálculos são usados para obter equivalentes seções de choque

homogêneas a dois grupos, definidas tal que as taxas de reações médias para a solução homogênea correspondam com as taxas de reações médias em uma solução heterogênea detalhada.

Normalmente é realizado um tipo de cálculo de malha fina conhecido como cálculo de único elemento que é feito com um único EC com condição de corrente nula nas faces desse EC. Desta maneira, as equivalentes seções de choque homogêneas são encontradas por

$$\bar{\Sigma}_{\alpha g} = \frac{\frac{1}{V^{i,j}} \int_{\Delta E_g} \int_{V^{i,j}} \Sigma_{\alpha}(E, x, y) \phi(E, x, y) dx dy dE}{\bar{\phi}_g^{\text{het}}} \quad (7.1)$$

onde $\bar{\phi}_g^{\text{het}}$ é o fluxo médio heterogêneo obtido pela Eq. (7.2) e α representa as diferentes seções de choque como absorção, fissão ou transporte. No cálculo de único elemento, o fluxo homogêneo é espacialmente constante e igual ao fluxo médio heterogêneo, ou seja,

$$\bar{\phi}_g^{\text{het}} = \frac{1}{V^{i,j}} \int_{\Delta E_g} \int_{V^{i,j}} \phi(E, x, y) dx dy dE . \quad (7.2)$$

A equivalente seção de choque de espalhamento homogênea do grupo g para g' é definida como

$$\bar{\Sigma}_{g'g} = \frac{\frac{1}{V^{i,j}} \int_{E_g} \int_{\Delta E_g} \int_{V^{i,j}} \Sigma_s(E \rightarrow E', x, y) \phi(E, x, y) dx dy dE dE'}{\bar{\phi}_g^{\text{het}}} . \quad (7.3)$$

As seções de choque homogêneas são definidas para preservar as taxas de reações médias no EC sem fuga líquida. No entanto, na maioria das configurações de reatores existe fuga líquida a partir de um EC e as taxas de reações médias e fuga líquidas não vão ser preservadas sem a introdução de um grau de liberdade no procedimento de homogeneização (SMITH, 1986). O grau de liberdade adicional é fornecido pelos fatores de descontinuidade e são discutidos na próxima seção.

Afim de obter as seções de choque homogêneas para o problema inteiro, um cálculo de único elemento deve ser executado para cada tipo de EC no núcleo do reator.

7.3. Parâmetros homogêneos adicionais

Parâmetros homogêneos adicionais são derivados usando uma suposição fundamental de que a distribuição heterogênea de fluxo pode ser expressada como uma superposição de uma distribuição homogênea de fluxo e uma função forma heterogênea. De fato, a função forma de fluxo é definida a partir do cálculo de único elemento, ou seja,

$$f_g^{\text{het}}(x, y) = \frac{\phi_g^{\text{het}}(x, y)}{\phi_g^{\text{-het}}}. \quad (7.4)$$

O fluxo homogêneo no cálculo de um único elemento é a média da distribuição heterogênea de fluxo, então a função forma é igual a distribuição heterogênea de fluxo do cálculo de único elemento pela média desta distribuição, dada pela Eq. (7.2).

Koebke foi o primeiro a reconhecer que o fluxo homogêneo é descontínuo nas interfaces dos ECs. Koebke representou a descontinuidade pela definição de um simples fator de heterogeneidade para corrigir o fluxo homogêneo nas superfícies de um nodo. O método de Koebke é conhecido como Teoria da Equivalência (KOEKKE, 1978).

A derivação da teoria da equivalência é baseada em argumentos físicos. Koebke reconheceu que usando somente seções de choque homogêneas não preservaria ambas as taxas de reações médias e as correntes líquidas no EC. Ele, portanto, introduziu fatores de heterogeneidade no problema como o grau de liberdade adicional fazendo com que as taxas de reações e as correntes líquidas sejam preservadas. Posteriormente, Smith reconheceu que a teoria da equivalência poderia ser generalizada pela definição de um fator de descontinuidade separado para as faces de cada nodo. O método de Smith é conhecido como Teoria da Equivalência Generalizada (SMITH, 1986).

As equações nodais derivadas no capítulo 2 são para os fluxos homogêneos e baseadas em nodos contendo seções de choque homogêneas constante. Com isso, pode-se afirmar, da teoria da equivalência e para um problema inteiro de um reator, que mesmo usando os dados heterogêneos como fator de multiplicação, fluxo médio, corrente líquida nas faces e os dados nucleares homogeneizados para calcular os fluxos médios homogêneos nas faces do nodo, estes não serão iguais aos fluxos médios heterogêneos calculados da média da distribuição heterogênea de fluxos nas faces. Desta maneira, para esta tese de doutorado, as equações de continuidade de fluxo homogêneos devem ser corrigidas com fatores de descontinuidade para cada face do nodo, dados por

$$f_{\text{gus}}^n = \frac{\bar{\Psi}_{\text{gus}}^{\text{het}}}{\bar{\Psi}_{\text{gus}}^{\text{hom}}}; \quad u = x, y \quad \text{e} \quad s = l, r \quad (7.5)$$

onde os $\bar{\Psi}_{\text{gus}}^{\text{het}}$ são fluxos médios calculados a partir da distribuição heterogênea de fluxo e os $\bar{\Psi}_{\text{gus}}^{\text{hom}}$ são os fluxos homogêneos calculados com as seções de choque homogêneas e fazendo uso da teoria da equivalência. Já para o cálculo de único elemento as taxas de reação e fugas líquidas são preservadas e os fatores de descontinuidade podem ser calculados por

$$f_{\text{gus}}^n = \frac{\bar{\Psi}_{\text{gus}}^{\text{het}}}{\phi_{\text{g}}^{\text{het}}}. \quad (7.6)$$

É importante ressaltar que os fluxos homogêneos nas faces do nodo $\bar{\Psi}_{\text{gus}}^{\text{hom}}$ oriundos da teoria da equivalência são diferentes dos fluxos homogêneos $\bar{\Psi}_{\text{gus}}$ oriundos do cálculo nodal de malha grossa.

Uma importante exigência usada em alguns cálculos nodais e nesta tese usada somente para a reconstrução é a continuidade dos fluxos heterogêneos nos cantos dos nodos. Desta maneira, os fluxos homogêneos nos cantos devem ser corrigidos definindo fatores de descontinuidade nos cantos para os quatro cantos do nodo como

$$f_{\text{gst}}^n = \frac{\bar{\Phi}_{\text{gst}}^{\text{het}}}{\bar{\Phi}_{\text{gst}}^{\text{hom}}}; s, \tau = l, r \quad (7.7)$$

onde os fluxos homogêneos nos cantos $\bar{\Phi}_{\text{gst}}^{\text{hom}}$ são determinados fazendo uso dos fluxos homogêneos $\bar{\Psi}_{\text{gus}}^{\text{hom}}$ oriundos da teoria da equivalência. Já para o cálculo de único elemento tais fatores de descontinuidade são determinados por

$$f_{\text{gst}}^n = \frac{\bar{\Phi}_{\text{gst}}^{\text{het}}}{\bar{\Phi}_{\text{g}}^{\text{het}}}. \quad (7.8)$$

7.4. Homogeneização da região do baffle e refletor

Para nodos contendo uma região com baffle e refletor, cálculos de único elemento não podem ser usados para encontrar os parâmetros nucleares homogeneizados, pois os isótopos físseis não estão presentes no refletor. Como uma alternativa os parâmetros nucleares homogeneizados para estas regiões são obtidos com os cálculos de núcleo estendido (SMITH, 1986).

O cálculo de núcleo estendido é um problema de dois nodos que contém um único EC heterogêneo e baffle e refletor heterogêneos como mostrado na Fig. 7.1. As condições

de contorno usadas no cálculo de núcleo estendido são de corrente nula em três faces e fluxo nulo na face posterior ao refletor. Os resultados obtidos com o cálculo de núcleo estendido são usados para calcular seções de choque homogêneas para a região do baffle e refletor usando a Eq. (7.1).

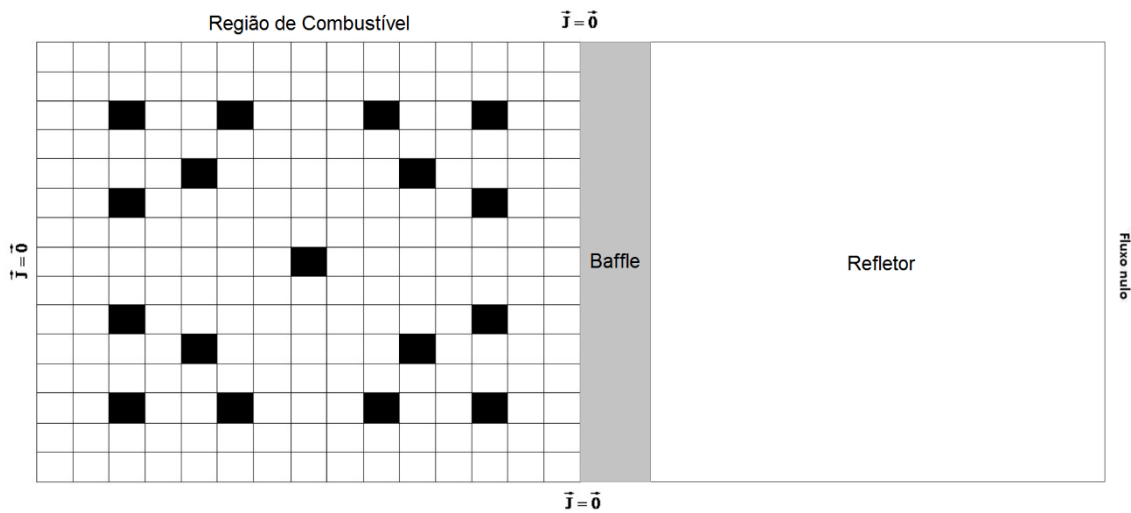


Figura 7.1 – Cálculo de núcleo estendido para homogeneização do baffle e refletor.

Fatores de descontinuidade para a região do baffle e refletor homogeneizadas são obtidas pela razão do fluxo médio heterogêneo pelo fluxo médio homogêneo, de acordo com a Eq. (7.5). Os fatores de descontinuidade encontrados com este método preservam a corrente líquida na superfície externa do EC quando a condição de contorno apropriada é aplicada para a superfície externa do nodo com baffle. A condição de contorno de fluxo nulo usada no cálculo de núcleo estendido condiz com o reator simulado nesta tese e pode ser substituída por uma condição de contorno apropriada para outro problema.

7.5. Resultados da homogeneização

O método NEM também executa cálculos de malha fina altamente precisos. Desta maneira, os parâmetros nucleares foram homogeneizados utilizando o método NEM bidimensionalmente, com os dados da tabela 6.1, para cada tipo de EC do núcleo ativo do reator EPRI-9. Tratando esses ECs separadamente e com condição de corrente nula

nas faces do EC, ou seja, fazendo uso do cálculo de único elemento. Desta forma, o método NEM foi executado com malha fina da dimensão de uma célula combustível e com isso, as seções de choque, fatores de descontinuidade e funções forma para cada tipo de EC foram geradas. Já para as regiões do refletor, foi realizado o cálculo de núcleo estendido, ou seja, foi executado o NEM com malha fina para um caso com um combustível do tipo C1 ao lado de um refletor com um baffle lateral, como comentado na seção anterior.

Com os ECs e baffle mais refletor, deste núcleo, homogeneizados e os parâmetros nucleares obtidos o cálculo nodal de malha grossa pode ser executado. As tabelas 7.1, 7.2 e 7.3 apresentam os parâmetros nucleares homogeneizados para o reator EPRI-9, obtidos com o método NEM executado para malha fina.

Tabela 7.1 - Dados nucleares homogeneizados

Tipos	Grupos	Σ_{ag} (cm^{-1})	Σ_{sg} (cm^{-1})	D_g (cm)	$v\Sigma_{fg}$ (cm^{-1})
C 1	1	0.012099	0.021126	1.513360	0.006012
	2	0.168535	0.0000	0.395023	0.218835
C 2	1	0.009325	0.021125	1.513355	0.004625
	2	0.141403	0.0000	0.395147	0.164526
Baffle+Refletor	1	0.001853	0.021436	1.350955	0.0000
	2	0.060460	0.0000	0.348301	0.0000

Tabela 7.2 – Fatores de descontinuidade nas faces dos ECs.

Tipos	grupos	$f_{\text{gus}}^n ; u = x,y \text{ e } s = l,r$
C 1	1	1.002974
	2	0.928988
C 2	1	1.003613
	2	0.938486
Baffle+Refletor	1	1.161103
	2	0.287884

Tabela 7.3 – Fatores de descontinuidade nos cantos dos ECs.

Tipos	grupos	$f_{\text{gst}}^n ; s,\tau = l,r$
C 1	1	1.003559
	2	0.913534
C 2	1	1.004656
	2	0.924059
Baffle+Refletor	1	1.161214
	2	0.287660

CAPÍTULO 8

ANÁLISE DOS RESULTADOS

8.1. Considerações iniciais

Neste capítulo apresentamos os resultados obtidos com o método de malha grossa NEM, juntamente com sua comparação com os valores médios obtidos a partir do cálculo da referência (FD), descrito no capítulo 6. E, para a reconstrução da potência com os métodos ARM e PRM apresentados nesta tese de doutorado e suas comparações com uma solução de referência para o benchmark apresentado no capítulo 6. Esta referência foi previamente gerada com a finalidade de avaliar o desempenho dos métodos de reconstrução pino a pino da distribuição de densidade de potência nuclear, proposto nesta tese (conforme apresentado nos capítulos 4 e 5).

8.2. Resultados

Utilizando os dados das tabelas 7.1 e 7.2 o fator de multiplicação k_{eff} , os fluxos médios ($\phi_g^n, \bar{\psi}_{\text{gus}}^n$) e as correntes médias nas faces dos nodos \bar{J}_{gus}^n , considerando os fatores de descontinuidade nas faces desses nodos f_{gus}^n , foram calculados. Estes resultados foram obtidos usando o método nodal NEM com 1 nodo por EC e malha grossa de 24 cm de espessura ao longo de z para núcleo ativo e de 20 cm para os refletores superior e inferior. A Fig. 8.1 mostra as posições dos elementos combustíveis para melhor compreender a análise dos resultados e a Fig. 8.2 mostra as divisões no sentido axial do reator ou posições dos planos. E como este núcleo possui simetria de um oitavo, são apresentados apenas os resultados para os ECs 1, 2, 3, 5 e 6. Para efeito de comparação, os resultados da referência (FD) foram colapsados para as 7 divisões mostradas na Fig. 8.2.

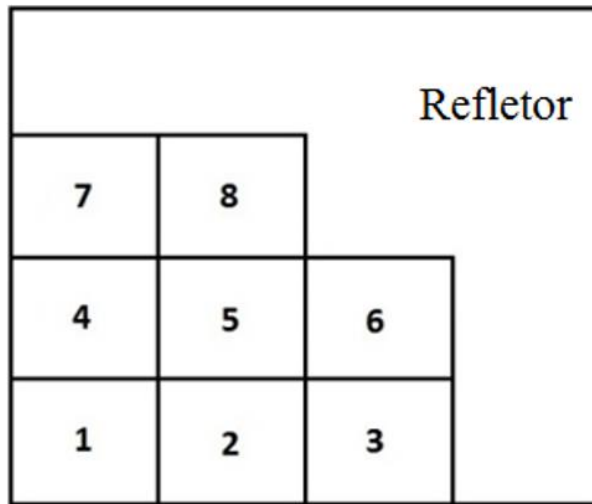


Figura 8.1 – Posições dos elementos combustíveis.

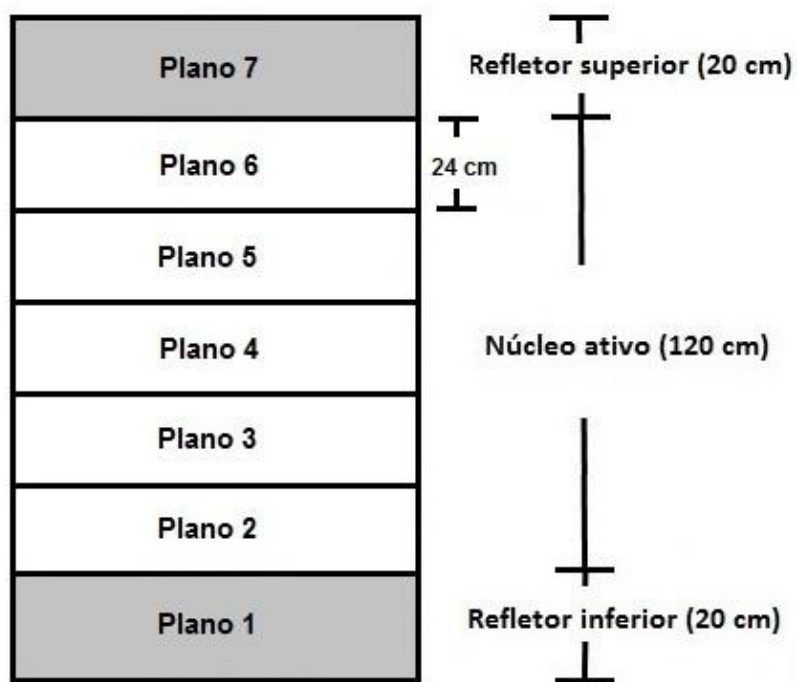


Figura 8.2 – Posições dos planos na malha grossa.

A tabela 8.1 mostra os fatores de multiplicação encontrados com o cálculo de referência (FD com malha fina) e nodal (NEM com malha grossa), além do desvio relativo percentual entre eles.

Tabela 8.1 – Fatores de multiplicação e desvio.

Cálculos	Fatores de multiplicação (k_{eff})	Desvio (pcm)
FD	0.903609	-15
NEM	0.903761	

A tabela 8.2 mostra as potências médias em cada EC, indicados na Fig. 8.1, encontrada tanto com o cálculo de referência (FD) quanto com a solução de malha grossa (NEM). Além disso, também são mostrados os desvios relativos percentuais entre elas.

Tabela 8.2 – Potências médias e desvios.

0.852	0.613	FD
0.853	0.607	NEM
0.10	-0.91	Erro (%)
1.214	1.211	0.613
1.218	1.210	0.607
0.33	-0.05	-0.91
1.431	1.214	0.852
1.433	1.218	0.853
0.15	0.33	0.10

Das tabelas 8.1 e 8.2 nota-se, com os parâmetros nucleares das tabelas 7.1 e 7.2, que o programa de cálculo nodal de malha grossa reproduz muito bem o fator de multiplicação e a potência média no EC.

Então, com os valores médios calculados com o método NEM e com os dados das tabelas 7.1, 7.2 e 7.3, pode-se determinar a distribuição de densidade de potência usando os métodos de reconstrução propostos nesta tese. E, a comparação com a referência foi feita usando o desvio relativo percentual dado pela Eq. (8.1), onde $p_{rec}^n(x, y)$ é a distribuição de densidade de potência reconstruída e $p_{ref}^n(x, y)$ é a distribuição de densidade de potência da referência:

$$d^n(x, y) = \frac{(p_{rec}^n(x, y) - p_{ref}^n(x, y))}{p_{ref}^n(x, y)} \times 100\% \quad (8.1)$$

Nas Fig. 8.3 e 8.4 são apresentadas, para cada EC e cada divisão axial, as densidades de potência de referência (FD) e reconstruída do pino onde ocorre o maior desvio relativo percentual, para os métodos ARM e PRM, respectivamente. Além disso, também são mostrados nestas figuras, para cada método de reconstrução, o desvio máximo e a localização (linha e coluna) no EC onde este desvio ocorre. É notável, da comparação das Fig. 8.3 e 8.4, que os desvios máximos relativos ao método PRM são maiores do que no método ARM, principalmente nos ECs localizados na periferia do núcleo. Esta observação, é devido ao fato de que os métodos de reconstrução polinomiais normalmente serem menos precisos com relação aos métodos de reconstrução analíticos, como pode ser observado em grande parte dos métodos de reconstrução encontrados na literatura e desses também pode-se constatar que polinômios que tem como base funções puramente em x e y, não aproximam muito bem os fluxos térmicos.

	0.9495	0.0975		1.0135	0.1820		1.1946	0.2145	
	0.9311	0.0925		1.0000	0.1694		1.1813	0.2005	
	-1.93	-5.09		-1.33	-6.92		-1.12	-6.52	
	(07,01)	(15,15)		(14,14)	(15,15)		(14,14)	(15,15)	
0.9935	0.6574	0.2647	1.6958	1.5074	0.4976	1.9990	1.7768	0.5865	
0.9856	0.6630	0.2782	1.7075	1.5300	0.5141	2.0158	1.8060	0.6079	
-0.79	0.86	5.10	0.69	1.50	3.31	0.84	1.64	3.64	
(02,02)	(08,15)	(08,15)	(01,15)	(15,04)	(08,15)	(01,15)	(15,04)	(08,15)	
	Plano 2			Plano 3			Plano 4		
			1.0139	0.1820	0.9501	0.0976	FD		
			1.0000	0.1694	0.9311	0.0925	ARM		
			-1.37	-6.92	-1.99	-5.15	Erro máx. (%)		
			(14,14)	(15,15)	(07,01)	(15,15)	Localização (i , j)		
1.6965	1.5079	0.4978	0.9941	0.8829	0.2649				
1.7075	1.5300	0.5141	0.9856	0.8749	0.2782				
0.65	1.46	3.27	-0.85	-0.91	5.04				
(01,15)	(15,04)	(08,15)	(02,02)	(08,01)	(08,15)				
	Plano 5			Plano 6					

Figura 8.3 – Desvios máximos na distribuição de potência do pino para o método ARM.

	0.4384	0.3887		0.8270	0.7318		0.9748	0.8626
	0.4882	0.3321		0.9330	0.6348		1.1013	0.7494
	11.36	-14.56		12.82	-13.26		12.98	-13.12
	(15,15)	(15,01)		(15,15)	(15,01)		(15,15)	(15,01)
0.8919	0.8709	0.2759	1.5817	1.4977	0.7931	1.8645	1.7654	0.9348
0.8828	0.8534	0.2598	1.5987	1.5391	0.8318	1.8871	1.8167	0.9820
-1.02	-2.02	-5.85	1.07	2.76	4.87	1.22	2.90	5.05
(14,14)	(06,06)	(03,15)	(15,15)	(12,12)	(15,11)	(15,15)	(12,12)	(15,11)
	Plano 2			Plano 3			Plano 4	
		0.8273	0.7321		0.4387	0.3889	FD	
		0.9330	0.6348		0.4882	0.3321	PRM	
		12.77	-13.29		11.29	-14.62	Erro máx. (%)	
		(15,15)	(15,01)		(15,15)	(15,01)	Localização (i , j)	
1.5823	1.4983	0.7934	0.8924	0.8715	0.2761			
1.5987	1.5381	0.8318	0.8828	0.8534	0.2598			
1.03	2.72	4.84	-1.08	-2.08	-5.91			
(15,15)	(12,12)	(15,11)	(14,14)	(06,06)	(03,15)			
	Plano 5			Plano 6				

Figura 8.4 – Desvios máximos na distribuição de potência do pino para o método PRM.

Pela análise dos resultados mostrados nas Fig. 8.3 e 8.4, pode-se constatar, que para os ECs localizados no interior do núcleo os valores de desvios máximos são inferiores a 2.0% para o método ARM e com valores em torno de 1.0% e 3.0% para o método PRM. E, que para os ECs na posição 6, localizados na periferia do núcleo, nota-se um aumento substancial, com valores de desvio máximo de até -6.9% para o método ARM e -14.6% para o método PRM. Nota-se também que para os ECs nas posições 3 e 5, que também estão localizados na periferia do núcleo, que os desvios máximos são de -2.0% e 5.1% para o método ARM e 5.9% e 13% para o método PRM. No entanto, esses altos desvios estão localizados em pinos onde a potência é muito baixa sendo menos relevantes para a análise de núcleo de reatores. Na comparação dos desvios máximos dos ECs localizados na periferia do núcleo, para ambos os métodos de reconstrução, nota-se uma variação nos valores desses desvios. Esta variação, ocorre pelo fato de o EC na posição 3 ter somente uma face voltada para a região do baffle e refletor e o EC na posição

5 ter somente um canto voltado para esta região, diferente do EC na posição 6 que tem duas faces voltadas para a região do baffle e refletor.

Uma importante observação, vista nas Fig. 8.3 e 8.4, são as diferenças nas densidades de potência dos pinos onde foram encontrados os maiores desvios relativos. Tais valores de diferenças são obtidos pela subtração do valor de densidade de potência da referência (FD) pelo valor de densidade de potência reconstruída. Para o método ARM, esses valores são muito pequenos e estão em torno de 0.02 para os ECs localizados no interior do núcleo, 0.03 para os ECs nas posições 3 e 5 e 0.04 para o EC na posição 6. De acordo com a Eq. (8.1), esses pequenos valores de diferenças quando comparados com valores altos de densidade de potência da referência geram baixos desvios relativos percentuais, já o oposto ocorre quando se compara com valores baixos de densidade de potência da referência, que é o caso ocorrido na periferia do núcleo. O mesmo ocorre com os resultados obtidos com o método PRM, mas com máximos valores de diferenças em torno de 0.02, 0.04, 0.05, 0.12 e 0.11 para os ECs nas posições 1,2,3,5 e 6.

Na Fig. 8.5 a Fig. 8.9, são apresentados os desvios relativos na distribuição de potência de cada pino, para todos os planos, diferenciando o caso onde foram usados os métodos de reconstrução analítico e polinomial, juntamente com a localização de cada pino. Note que essas figuras representam os desvios detalhados dos ECs do núcleo.

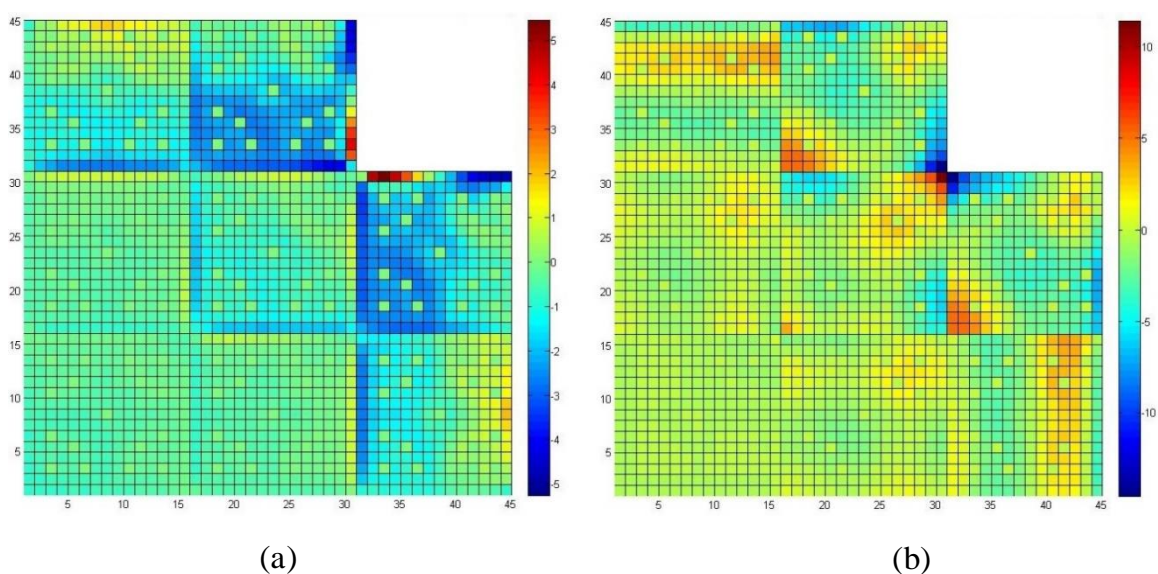


Figura 8.5 – Desvios relativos na distribuição de potência dos pinos para o plano 2, fazendo uso dos métodos ARM (a) e PRM (b).

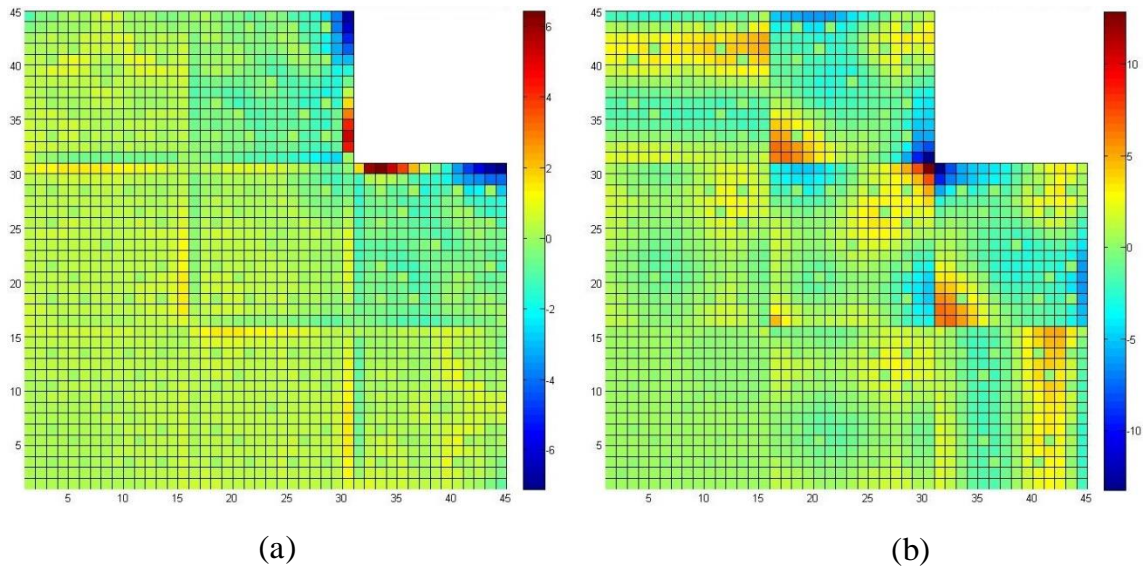


Figura 8.6 – Desvios relativos na distribuição de potência dos pinos para o plano 3, fazendo uso dos métodos ARM (a) e PRM (b).

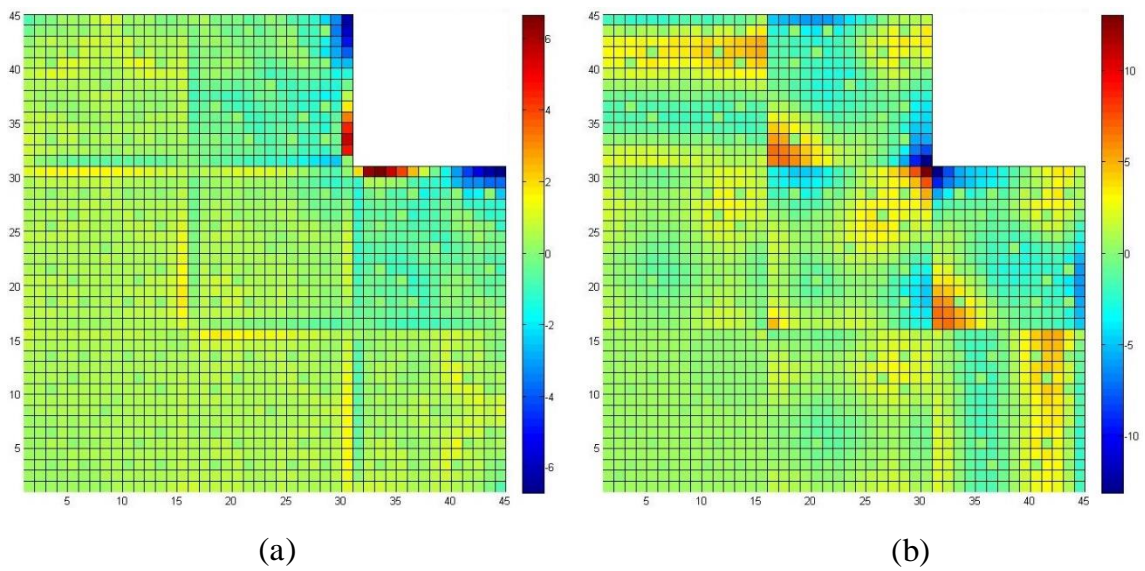


Figura 8.7 – Desvios relativos na distribuição de potência dos pinos para o plano 4, fazendo uso dos métodos ARM (a) e PRM (b).

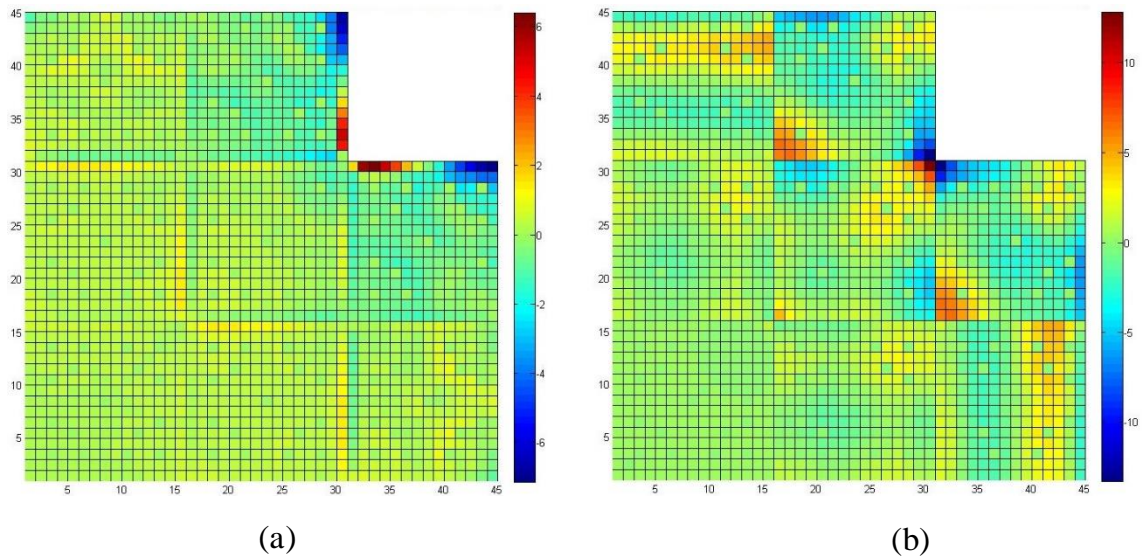


Figura 8.8 – Desvios relativos na distribuição de potência dos pinos para o plano 5, fazendo uso dos métodos ARM (a) e PRM (b).

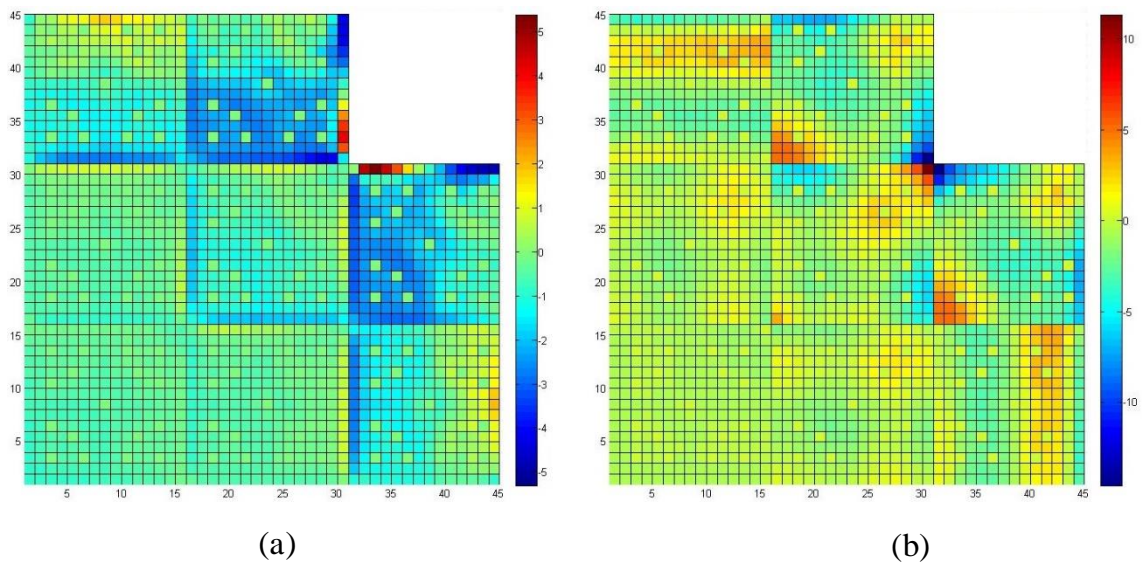


Figura 8.9 – Desvios relativos na distribuição de potência dos pinos para o plano 6, fazendo uso dos métodos ARM (a) e PRM (b).

É importante ressaltar, observando as Fig. 8.5 a 8.9, que os desvios relativos na distribuição de densidade de potência para os planos 3, 4 e 5 apresentam um comportamento semelhante entre esses planos. Já os planos 2 e 6, também apresentam comportamento semelhantes entre eles, mas com valores de desvios mais acentuados com relação aos outros planos. Isso ocorre, devido aos planos 2 e 6 terem pinos localizados nas divisões próximas aos refletores inferior e superior, pois esses pinos estão localizados nos ECs que possuem mais uma face voltada para o refletor, além das duas faces voltadas para o baffle.

A Fig. 8.10 apresenta as distribuições de densidade de potência obtidas com o método ARM (a), método PRM (b) e com o cálculo de referência (FD) para o plano 2, plano onde ocorrem os maiores desvios.

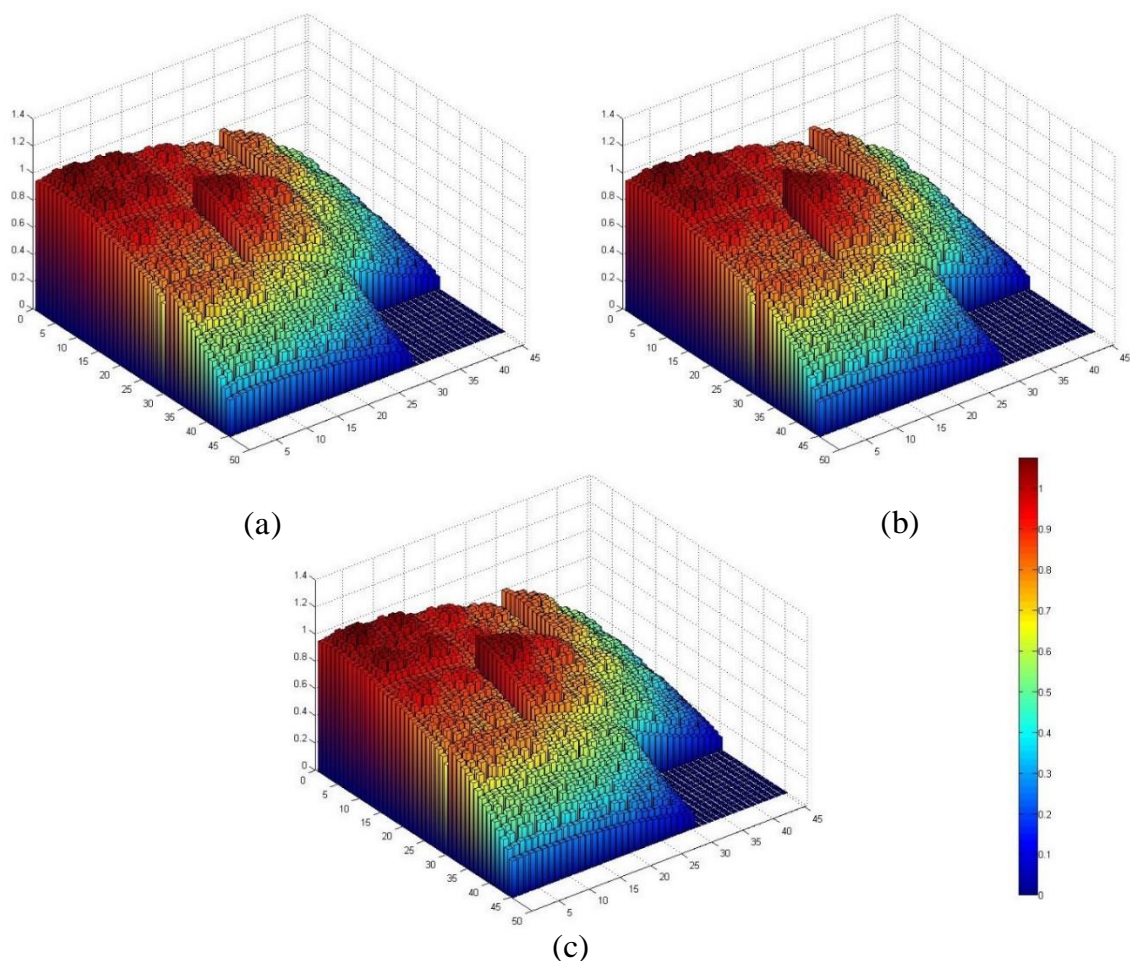


Figura 8.10 – Distribuições de potência do pino usando os métodos ARM (a), PRM (b) e FD (c) para o plano2.

Pode ser visto na Fig. 8.10, que ilustra o comportamento das distribuições de densidade de potência, que as distribuições de potência detalhadas para a plano 2, são bem previstas para os dois métodos de reconstrução propostos. E, se observa bruscas variações na potência dos pinos localizados nos ECs da periferia do núcleo devido à forte absorção da região do baffle e a proximidade com o refletor, tornando muito difícil calcular uma boa estimativa para as condições de contorno nestas interfaces para o método ARM. Já para o método PRM o mesmo ocorre, com a diferença de que essas variações são mais acentuadas. Este é um problema observado em ambos os métodos de reconstrução propostos nesta tese e na maioria dos esquemas de reconstrução de potência gerando altos desvios nesses pinos.

Bruscas variações também são observadas de outra forma na Fig. 8.5 a Fig. 8.9, que apresentam os desvios na distribuição de potência de cada pino e para todos os planos, onde temos altos valores de desvios positivos e negativos na linha e coluna 30 para ambos os métodos de reconstrução. Comparando os métodos ARM e PRM, tais variações nos desvios relativos, se diferenciam por uma elevação desses desvios para o método PRM, principalmente nas regiões próximas aos cantos dos ECs localizados na periferia do núcleo.

Pode-se averiguar das Fig. 8.5 a 8.9, que os maiores desvios para o método PRM, estão localizados nos cantos dos ECs da periferia do núcleo, mostrando a importância das condições de contorno nos cantos, já que somente o método ARM faz uso destas condições. O fato de que polinômios 2D, como o proposto para o método PRM, tenham dificuldade de estimar o fluxo térmico também se mostra relevante na elevação dos desvios relativos encontrados com o método PRM. Justificando o fato de que a distribuição de potência gerada pela reconstrução nesta região sofre variações desordenadas, devido não haver uma boa homogeneização para esta região. Observa-se do método PRM e para os pinos localizados nos ECs 1 e 2, que os desvios máximos encontram-se nos pinos cercados por buracos d'água e para o método ARM, pode-se chamar atenção para o fato de que na maioria dos pinos os desvios relativos percentuais situam-se abaixo de 1%.

Uma análise do método ARM para os ECs nas posições 3, 5 e 6, que são os ECs localizados na periferia do núcleo, mostra que os maiores desvios estão nos pinos

próximos as faces voltadas para o baffle, mas com baixos desvios para os pinos afastados destas faces. Para as mesmas posições de ECs e para o método PRM os maiores desvios estão no contorno desses ECs com maiores acentuações nos cantos destes.

Foram realizados testes com métodos para calcular os fluxos médios nos cantos do nodo. Esses testes foram implementados nesta tese com o intuito de gerar condições de contorno nos cantos para o método ARM. E, obteve-se resultados satisfatórios com o método apresentado nesta tese, seção 4.5. Além disso, outros testes foram realizados com diferentes métodos encontrados na literatura para o cálculo dos fluxos médios nos cantos. Essas condições de contorno, quando determinadas com o método proposto por Remppe (REMPE et al, 1988), seção 3.4.2, e utilizadas no método ARM geram desvios na distribuição de potência do pino, muito próximos dos mostrados nesta tese, com variações de no máximo 1%. Isso comprova, além dos resultados aqui mostrados, a ótima robustez e eficiência do método. Já quando determinadas com o método proposto por Böer (BÖER; FINNEMANN, 1992), seção 3.5.2, geram bons desvios relativos percentuais na distribuição de densidade de potência dos pinos para os ECs localizados no interior do núcleo e altíssimos desvios nos pinos localizados nas regiões próximas aos cantos dos ECs da periferia do núcleo, com valores de desvios que chegam a mais de 30%. Constatou-se a existência de valores negativos de condições de contorno nos cantos voltados para a periferia do núcleo, gerando esses altos desvios. Esses valores negativos de fluxos médios nos cantos do nodo, podem ter sido ocasionados pela Eq. 3.18 que apresenta um sinal de subtração.

Por fim, cabe informar que os testes foram realizados em um computador cujo processador é um Intel core i7 com 3.2 GHz de processamento, 4 GB de memória RAM e plataforma Windows 8.1 Pro. Toda a programação foi implementada na linguagem do software Intel Compile Fortran. Os critérios de convergência usados no método NEM para o fator de multiplicação e fluxo neutrônico foram, respectivamente, de 10^{-12} e 10^{-10} e o tempo computacional gasto foi de aproximadamente 11 segundos. Durante os processos de reconstrução os tempos computacionais gastos foram inferiores a 1 segundo para ambos os métodos ARM e PRM, mostrando que estes métodos têm ótima velocidade na execução dos cálculos. O tempo de processamento gasto durante o processo de reconstrução, para ambos os métodos de reconstrução propostos nesta tese, foi de aproximadamente 12 segundos e o tempo de processamento gasto com o cálculo da

referência, usando o método FD com malha fina, foi de aproximadamente 9 horas. Disto, observa-se a importância dos métodos de reconstrução combinados com métodos nodais de malha grossa para análises de núcleos de reatores.

CAPÍTULO 9

CONCLUSÃO

A presente tese de doutorado teve como objetivo o desenvolvimento dos métodos de reconstrução analítico (ARM) e polinomial (PRM) da distribuição de densidade de potência nuclear com o intuito de investigar a eficiência e a precisão desses métodos, a fim de determinar métodos para análise de reatores nucleares com base em cálculos nodais de malha grossa. Obteve-se resultados satisfatórios utilizando estes métodos com dados de um método nodal de malha grossa. Esses resultados quando comparados com a referência gerada pelo método FD, apresentam baixos desvios relativos percentuais. Diante destes resultados numéricos também se pode concluir que os métodos de reconstrução foram capazes de realizar uma ótima estimativa do valor da potência heterogênea para os ECs localizados na zona interna do núcleo. Provando que estes métodos podem ser recomendados para a reconstrução da distribuição de densidade de potência nuclear.

A grande motivação foi devida à utilização de métodos para reconstrução da distribuição de densidade de potência nuclear que correspondessem às necessidades de cálculos de projetos exigidos atualmente, como por exemplo, velocidade na execução dos cálculos e precisão dos resultados. Do método ARM, a contribuição original está em um novo método para o cálculo dos fluxos médios nos cantos e no fato do termo de fuga axial ser aproximado por uma expansão polinomial 2D. Baseado nesta expansão, surgiu um novo método de reconstrução polinomial, nomeado PRM, cujo sua principal vantagem sobre os outros métodos de reconstrução está na sua fácil solução e programação. Desta forma, resolveu-se testar nesta tese de doutorado os métodos ARM e PRM, desenvolvendo modelagens computacionais com a intenção de obter resultados precisos e satisfatórios, verificando se são relevantes para a pesquisa e se os programas computacionais desenvolvidos podem ser aproveitados para uma possível aplicação em análises de núcleo de reatores. Encontrou-se certas dificuldades, pois em meio aos cálculos, os resultados até então encontrados geravam desvios relativos percentuais acima

do esperado na distribuição de densidade de potência do pino, para os métodos ARM e PRM. Principalmente para os ECs próximos ao baffle e refletor, ocasionava também altos desvios na distribuição de potência nas mesmas posições de EC. E isso não era aceitável para um projeto deste nível. Depois de vários testes aplicando diferentes métodos para o cálculo dos fluxos nos cantos e aplicando aos métodos aqui propostos dados homogeneizados encontrados em diferentes artigos (KHALIL, 1983). Chegou-se a respostas mais acuradas, usando os conceitos apresentados nesta tese e com um correto processo de homogeneização.

Por fim, pode-se fazer uso destes métodos para cálculos de reconstrução da distribuição de densidade de potência nuclear, visando à aplicação na análise de segurança do reator e concluir que os métodos de reconstrução propostos nesta tese, reconstróem a distribuição de densidade de potência nos ECs do reator, com boa precisão. Futuramente, pode-se aperfeiçoar estes métodos através da aplicação de uma melhor homogeneização nos parâmetros nucleares da região do baffle e refletor para o cálculo nodal de malha grossa, calculando condições de contorno nos cantos dos nodos mais precisas, acrescentando mais condições de contorno ao método ARM, aperfeiçoando o método PRM com condições de contorno além dos coeficientes já determinados ou desenvolvendo um método semi-analítico que combine os métodos de reconstrução aqui propostos.

REFERÊNCIAS

ALVIM, A. C. M. Métodos Numéricos em Engenharia Nuclear. 1º ed, São Paulo, Centauro, 2007.

ARAGONES, J. M; AHNERT, C. A Linear Discontinuous Finite Difference Formulation for Synthetic Coarse-Mesh Few-Group Diffusion Calculations. *Nuclear Science and Engineering*, v. 94, p. 309-322, 1986.

BÖER, R.; FINNEMANN, H. Fast Analytical Flux Reconstruction Method for Nodal Space-Time Nuclear Reactor Analysis. *Annals of Nuclear Energy*, v.19, p. 617, 1992.

DAHMANI, M.; PHELPS, B.; SHEN, W. Verification and validation of the flux reconstruction method for CANDU applications. *Annals of Nuclear Energy*, v. 38, p. 2410, 2011.

FINNEMANN, H.; BENNEWITZ, F.; WAGNER, M. R. The determination of the pin Power Distribution in a Reactor core on the basis of nodal coarse mesh calculations. *Atomkerneneegie*, v. 30, p. 123, 1977.

JOO, H. G.; ZEE, Q. S.; DOWNAR, T. J; EBERT, D. D. Consistent Analytic Pin Power Reconstruction Method for Static and Transient Reactor Safety Analysis. *M&C'99* – Madrid, Spain, Sep. 27-30, 1999.

JOO, H. G.; YOON, J. I.; BAEK, S. G. Multigroup pin power reconstruction with two-dimensional source expansion and corner flux discontinuity. *Annals of Nuclear Energy*, v. 36, p. 85, 2009.

KHALIL, H. S. The Application of Nodal Methods to PWR Analysis. Doctoral Thesis, Department of Nuclear Engineering, Massachusetts Institute of Technology, 1983.

KIM, YEONG-IL; KIM, YOUNG-JIN; KIM, SANG-JI; KIM, TAEK-KYUM. A semi-analytic multigroup nodal method. *Annals of Nuclear Energy*, v. 26, p. 699-708, 1999.

KOEBKE, K. A New Approach to Homogenization and Group Condensation. *In IAEA Technical Committee Meeting on Homogenization Methods in reactor Physics*, Lugano, November 1978.

KOEBKE, K.; HETZEL, T. L. On the reconstruction of Local Homogeneous Neutron Flux and Current Distributions of Light Water Reactors for Nodal Schemes. *Nuclear Science and Engineering*, v. 91, p. 123, 1985.

KOEBKE, K.; WAGNER, M. R. The Determination of the Pin Power Distribution in a Reactor Core on the Basis of Coarse Mesh Methods. *Atomkernenergie*, v. 30, p. 136, 1977.

KHOSHAHVAL, F.; ZOLFAGHARI, A.; MINUCHEHR, H. Effect of including corner point fluxes on the pin power reconstruction using nodal point flux scheme. *Annl. Nucl. Ener.*, v. 69, p. 25-36, 2014.

MATTILA, R. Pin Power Reconstruction Module for the TRAB-3D Nodal Code, *M&C'99-Madrid*, Spain, p. 158-167, Sep. 27-30, 1999.

MARTINEZ, A. S.; SILVA, F. C. Aceleração do Método de Expansão Nodal usando Diferenças Finitas de Malha Grossa. In: *ENCONTRO DE MODELAGEM COMPUTACIONAL*, 6, Nova Friburgo. Anais... Nova Friburgo, 2003.

SMITH, K. S. Assembly Homogenization Techniques For Light Water Reactor Analysis. *Progress in Nuclear Energy*, v. 17, No. 3, p. 303-335, Pergamon Journals Ltd., Great Britain, 1986.

STACEY, W. M. *Nuclear Reactor Physics*. Second Edition, WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2007.

REMPE, K. R.; SMITH, K. S.; HENRY, A. F. SIMULATE-3 Pin Power Reconstruction: Methodology and Benchmarking. *Proc. Int. React. Phys. Conf.*, Jackson Hole, Wyoming, Sep. 1988, v. 3, p. 19, 1988.