



COPPE/UFRJ

MODELOS DE PARÂMETROS CONCENTRADOS E DISTRIBUÍDOS PARA
ANÁLISE TÉRMICA DE ELEMENTOS COMBUSTÍVEIS PARTICULADOS

Carlos Vidal Pessôa

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Nuclear, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Nuclear.

Orientador: Su Jian

Rio de Janeiro

Março de 2010

MODELOS DE PARÂMETROS CONCENTRADOS E DISTRIBUÍDOS PARA
ANÁLISE TÉRMICA DE ELEMENTOS COMBUSTÍVEIS PARTICULADOS

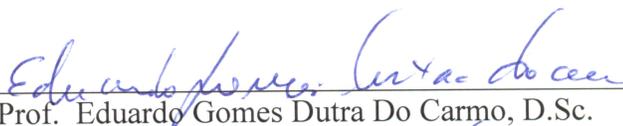
Carlos Vidal Pessôa

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA NUCLEAR.

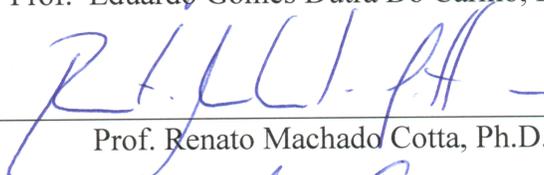
Examinada por:



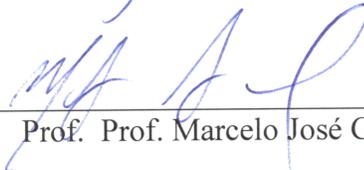
Prof. Su Jian, D.Sc.



Prof. Eduardo Gomes Dutra Do Carmo, D.Sc.



Prof. Renato Machado Cotta, Ph.D.



Prof. Prof. Marcelo José Colaço, D.Sc.



Dr. Sergio De Queiroz Bogado Leite, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MARÇO DE 2010

Pessôa, Carlos Vidal

Modelos de Parâmetros Concentrados e Distribuídos para Análise Térmica de Elementos Combustíveis Particulados/Carlos Vidal Pessôa. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2010.

XXIV, 149 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Su Jian

Tese (doutorado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Nuclear, 2010.

Referencias Bibliográficas: p. 142-149.

1. Condução de Calor. 2. Elemento Combustível Esférico. 3. HGTR. I. Su, Jian II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Nuclear. III. Título.

À Mireille e à Isabella, muito amadas

AGRADECIMENTOS

À Mireille e à Isabella, pelos seus incomensuráveis sacrifícios.

Ao Exército Brasileiro, por nos permitir realizar este trabalho.

Aos Chefes do Centro Tecnológico do Exército, pelo apoio para que pudéssemos terminá-lo.

Aos professores e funcionários do Programa de Engenharia Nuclear da COPPE, particularmente, ao Prof. Su Jian, pelo curso e orientação.

Aos colegas de curso, pela ajuda mútua.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

MODELOS DE PARÂMETROS CONCENTRADOS E DISTRIBUÍDOS PARA ANÁLISE TÉRMICA DE ELEMENTOS COMBUSTÍVEIS PARTICULADOS

Carlos Vidal Pessôa

Março/2010

Orientador: Su Jian

Programa: Engenharia Nuclear

O presente trabalho apresenta e analisa formulações e uma metodologia híbridas numérico-analíticas que sejam alternativas em relação às soluções puramente numéricas, que sejam precisas e que tenham custo computacional baixo, na determinação das temperaturas macroscópicas transientes uni-dimensionais em um elemento combustível esférico particulado de reatores nucleares de altas temperaturas refrigerados a gás (HTGR). Com este fim, são estudadas as formulações simplificadas clássica e melhorada de parâmetros concentrados e a metodologia da transformada integral generalizada (GITT). As equações macroscópicas transientes de condução de calor utilizadas são as do modelo de duas equações de energia.

Então, são simulados um LOFA (“loss of flow accident”) e o transiente causado por uma mudança instantânea do coeficiente de transferência de calor convectivo do gás He circundante, é verificada a validade dos modelos e da metodologia propostos, bem como é determinado qual é o mais preciso entre os modelos de parâmetros concentrados estudados, comparando-se os respectivos resultados com os obtidos usando-se o método de diferenças finitas.

Para tal, é necessário um estudo conservativo em relação ao coeficiente de transferência de calor interfacial h_{fs} do modelo de duas equações de energia, por não estar disponível, ainda, na literatura, algum trabalho que tenha calculado esta grandeza física para o caso de condução de calor com geração de calor em uma das sub-regiões.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

LUMPED AND DISTRIBUTED PARAMETER MODELS FOR THERMAL
ANALYSIS OF PARTICULATE FUEL ELEMENTS

Carlos Vidal Pessôa

March/2010

Advisor: Su Jian

Department: Nuclear Engineering

This work presents and analyzes formulations and a methodology hybrid numerical-analytical which are alternatives with respect to the purely numerical solutions and which are accurate and have low computational costs, in determining the one-dimensional transient macroscopic temperatures in a spherical particulate fuel element of high temperature gas-cooled nuclear reactors (HTGR). To this end, the classical and improved lumped parameter simplified formulations and the generalized integral transform methodology (GITT) are studied. The transient macroscopic heat conduction equations used are the ones of the two-energy equation model.

So, a LOFA (loss of flow accident) and the transient caused by an instantaneous change of the convective heat transfer coefficient of the He surrounding gas are simulated, the validity of the models and methodology proposed are verified and the most accurate among the lumped parameter models studied is determined, by comparing their results and those obtained using the finite difference method.

To do this, a conservative study in relation to the interfacial heat transfer coefficient h_{fs} of the two-energy equation model is necessary, because it is not available yet, in the literature, a work that calculated this physical quantity in case of heat conduction with heat generation on one of the sub-regions.

Sumário

Resumo	vi
Abstract	vii
Índice de Figuras	x
Índice de Tabelas	xvii
Lista de Símbolos	xx
1 Introdução	1
1.1 Objetivo	1
1.2 Motivação	1
1.3 Organização do trabalho	5
2 Revisão bibliográfica	7
2.1 HTGR	7
2.2 O modelo de duas equações de energia para a transferência de calor em meio heterogêneo	19
2.3 Os modelos de parâmetros concentrados	26
2.4 GITT	30
3 Condução de Calor em Meios Heterogêneos	33
3.1 Formulação geral microscópica da condução de calor em meios hete- rogêneos	33
3.2 O modelo de duas equações de energia	34

3.3	Determinação do coeficiente de tortuosidade térmica	37
4	Modelos de parâmetros concentrados para a condução de calor macroscópica em um elemento combustível esférico	40
4.1	Introdução	40
4.2	Formulação Matemática	41
4.3	Análise Clássica de Parâmetros Concentrados	45
4.4	Análise Melhorada de Parâmetros Concentrados	46
4.5	Solução Analítica do Caso Estacionário	48
5	A GITT na solução do problema de condução de calor macroscópica em um elemento combustível esférico	50
5.1	Formulação Matemática	51
5.2	Solução Analítica do Caso Estacionário	52
5.3	O emprego da GITT	53
5.4	O método de diferenças finitas	62
5.4.1	Determinação de Y_j^{nt+1}	62
5.4.2	Determinação de Z_j^{nt+1}	66
6	Resultados e discussões	68
6.1	Convergência da solução pelo método de diferenças finitas	74
6.2	Resultados dos Modelos de Parâmetros Concentrados	78
6.2.1	Caso 1 ($h_{He-estac} = 120 W/m^2K$ e $h_{He-trans} = 30 W/m^2K$) .	78
6.2.2	Caso 2 ($h_{He-estac} = 600 W/m^2K$, $h_{He-trans} = 300 W/m^2K$ e potência constante)	96
6.3	Resultados do Modelo de Parâmetros Distribuídos que usa a GITT .	114
6.3.1	Caso 1 ($h_{He-estac} = 120 W/m^2K$ e $h_{He-trans} = 30 W/m^2K$) .	114
6.3.2	Caso 2 ($h_{He-estac} = 600 W/m^2K$ e $h_{He-trans} = 300 W/m^2K$)	123
7	Conclusões e sugestões	139
	Referências Bibliográficas	142

Lista de Figuras

2.1	Partículas de combustível TRISO IAEA-TECDOC-1198 (2001a)	15
2.2	Elementos combustíveis hexagonais IAEA-TECDOC-1382 (2003b)	16
2.3	Elemento combustíveis esféricos IAEA-TECDOC-1198 (2001b)	17
2.4	Exemplo esquemático de um núcleo de um reator “pebble-bed”	17
2.5	Razão entre a potência de decaimento do reator e a sua potência de operação, em função do tempo após o “shutdown”	19
3.1	Volume elementar representativo REV	35
6.1	Caso 1 - Temp. macroscópicas estacionárias para $h_{fs} = 6 W/m^2K$	81
6.2	Caso 1 - Temperaturas macroscópicas estacionárias para $h_{fs} = 20 W/m^2K$	82
6.3	Caso 1 - Temperaturas macroscópicas estacionárias para $h_{fs} = 600 W/m^2K$	82
6.4	Caso 1 - Temperaturas macroscópicas centrais, médias e na superfer- fície pelo método de diferenças finitas para $h_{fs} = 6 W/m^2K$	83
6.5	Caso 1 - Temperaturas macroscópicas médias pelas formulações con- centrada clássica (CLSA) e distribuída (MDF) para $h_{fs} = 6 W/m^2K$	83
6.6	Caso 1 - Temperaturas macroscópicas médias pelas formulações con- centrada melhorada (ILSA - $H_{2,0} - H_{0,0}$) e distribuída (MDF) para $h_{fs} = 6 W/m^2K$	84
6.7	Caso 1 - Temperaturas macroscópicas médias pelas formulações con- centrada melhorada (ILSA - $H_{2,1} - H_{0,0}$) e distribuída (MDF) para $h_{fs} = 6 W/m^2K$	84
6.8	Caso 1 - Temperaturas macroscópicas médias pelas formulações con- centrada clássica (CLSA) e distribuída (MDF) para $h_{fs} = 20 W/m^2K$	85

6.9	Caso 1 - Temperaturas macroscópicas médias pelas formulações concentrada melhorada (ILSA - $H_{2,0} - H_{0,0}$) e distribuída (MDF) para $h_{fs} = 20 W/m^2K$	85
6.10	Caso 1 - Temperaturas macroscópicas médias pelas formulações concentrada melhorada (ILSA - $H_{2,1} - H_{0,0}$) e distribuída (MDF) para $h_{fs} = 20 W/m^2K$	86
6.11	Caso 1 - Temperaturas macroscópicas médias pelas formulações concentrada clássica (CLSA) e distribuída (MDF) para $h_{fs} = 600 W/m^2K$	86
6.12	Caso 1 - Temperaturas macroscópicas médias pelas formulações concentrada melhorada (ILSA - $H_{2,0} - H_{0,0}$) e distribuída (MDF) para $h_{fs} = 600 W/m^2K$	87
6.13	Caso 1 - Temperaturas macroscópicas médias pelas formulações concentrada melhorada (ILSA - $H_{2,1} - H_{0,0}$) e distribuída (MDF) para $h_{fs} = 600 W/m^2K$	87
6.14	Caso 1 - Desvios percentuais entre os modelos concentrado clássico (CLSA) e distribuído (MDF) para $h_{fs} = 6, 20$ e $600 W/m^2K$	88
6.15	Caso 1 - Desvios percentuais, no início do transiente, entre os modelos concentrado clássico (CLSA) e distribuído (MDF) para $h_{fs} = 6, 20$ e $600 W/m^2K$	88
6.16	Caso 1 - Desvios percentuais entre os modelos concentrados melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) para a sub-região de grafite e $h_{fs} = 6 W/m^2K$	89
6.17	Caso 1 - Desvios perc., no início do transiente, entre os modelos conc. melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) p/ a sub-reg. de grafite e $h_{fs} = 6 W/m^2K$	89
6.18	Caso 1 - Desvios percentuais entre os modelos concentrados melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) para a sub-região de grafite e $h_{fs} = 20 W/m^2K$	90
6.19	Caso 1 - Desvios perc., no início do transiente, entre os modelos conc. melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) p/ a sub-reg. de grafite e $h_{fs} = 20 W/m^2K$	90

6.20	Caso 1 - Desvios percentuais entre os modelos concentrados melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) para a sub-região de grafite e $h_{fs} = 600 W/m^2K$	91
6.21	Caso 1 - Desvios perc., no início do transiente, entre os modelos conc. melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) p/ a sub-reg. de grafite e $h_{fs} = 600 W/m^2K$	91
6.22	Caso 1 - Desvios percentuais entre os modelos concentrados melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) para a sub-região de UO_2 e $h_{fs} = 6 W/m^2K$	92
6.23	Caso 1 - Desvios perc., no início do transiente, entre os modelos conc. melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) p/ a sub-região de UO_2 e $h_{fs} = 6 W/m^2K$	92
6.24	Caso 1 - Desvios percentuais entre os modelos concentrados melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) para a sub-região de UO_2 e $h_{fs} = 20 W/m^2K$	93
6.25	Caso 1 - Desvios perc., no início do transiente, entre os modelos conc. melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) p/ a sub-região de UO_2 e $h_{fs} = 20 W/m^2K$	93
6.26	Caso 1 - Desvios percentuais entre os modelos concentrados melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) para a sub-região de UO_2 e $h_{fs} = 600 W/m^2K$	94
6.27	Caso 1 - Desvios perc., no início do transiente, entre os modelos conc. melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) p/ a sub-região de UO_2 e $h_{fs} = 600 W/m^2K$	94
6.28	Caso 2 - Temperaturas macrosc. estacionárias p/ $h_{fs} = 60 W/m^2K$.	101
6.29	Caso 2 - Temperaturas macroscópicas estacionárias para $h_{fs} = 600 W/m^2K$	101
6.30	Caso 2 - Temperaturas macroscópicas estacionárias para $h_{fs} = 6000 W/m^2K$	102
6.31	Caso 2 - Temperaturas macroscópicas médias pelas formulações concentrada clássica (CLSA) e distribuída (MDF) para $h_{fs} = 60 W/m^2K$	102

6.32	Caso 2 - Temp. macrosc. central, média e na superf., na sub-reg. de grafite, pelas formul. conc. (ILSA - $H_{2,0} - H_{0,0}$) e distr. (MDF) p/ $h_{fs} = 60 W/m^2K$	103
6.33	Caso 2 - Temp. macrosc. central, média e na superf., na sub-região de UO_2 , pelas formul. conc. (ILSA - $H_{2,0} - H_{0,0}$) e distr. (MDF) p/ $h_{fs} = 60 W/m^2K$	103
6.34	Caso 2 - Temp. macrosc. central, média e na superf., na sub-reg. de grafite, pelas formul. conc. (ILSA - $H_{2,1} - H_{0,0}$) e distr. (MDF) p/ $h_{fs} = 60 W/m^2K$	104
6.35	Caso 2 - Temp. macrosc. central, média e na superf., na sub-região de UO_2 , pelas formul. conc. (ILSA - $H_{2,1} - H_{0,0}$) e distr. (MDF) p/ $h_{fs} = 60 W/m^2K$	104
6.36	Caso 2 - Temperaturas macroscópicas médias pelas formulações concentrada clássica (CLSA) e distribuída (MDF) para $h_{fs} = 600 W/m^2K$	105
6.37	Caso 2 - Temp. macrosc. central, média e na superf., na sub-reg. de grafite, pelas formul. conc. (ILSA- $H_{2,0} - H_{0,0}$) e distr. (MDF) p/ $h_{fs} = 600 W/m^2K$	105
6.38	Caso 2 - Temp. macrosc. central, média e na superf., na sub-região de UO_2 , pelas formul. conc. (ILSA - $H_{2,0} - H_{0,0}$) e distr. (MDF) p/ $h_{fs} = 600 W/m^2K$	106
6.39	Caso 2 - Temp. macrosc. central, média e na superf., na sub-reg. de grafite, pelas formul. conc. (ILSA- $H_{2,1} - H_{0,0}$) e distr. (MDF) p/ $h_{fs} = 600 W/m^2K$	106
6.40	Caso 2 - Temp. macrosc. central, média e na superf., na sub-região de UO_2 , pelas formul. conc. (ILSA - $H_{2,1} - H_{0,0}$) e distr. (MDF) p/ $h_{fs} = 600 W/m^2K$	107
6.41	Caso 2 - Temperaturas macroscópicas médias pelas formulações concentrada clássica (CLSA) e distribuída (MDF) para $h_{fs} = 6000 W/m^2K$	107

6.42	Caso 2 - Temp. macrosc. central, média e na sup., na sub-reg. de grafite, pelas formul. conc. (ILSA- $H_{2,0} - H_{0,0}$) e distr. (MDF) p/ $h_{fs} = 6000W/m^2K$	108
6.43	Caso 2 - Temp. macrosc. central, média e na sup., na sub-região de UO_2 , pelas formul. conc. (ILSA - $H_{2,0} - H_{0,0}$) e distr. (MDF) p/ $h_{fs} = 6000 W/m^2K$	108
6.44	Caso 2 - Temp. macrosc. central, média e na sup., na sub-reg. de grafite, pelas formul. conc. (ILSA- $H_{2,1} - H_{0,0}$) e distr. (MDF) p/ $h_{fs} = 6000W/m^2K$	109
6.45	Caso 2 - Temp. macrosc. central, média e na sup., na sub-região de UO_2 , pelas formul. conc. (ILSA - $H_{2,1} - H_{0,0}$) e distr. (MDF) p/ $h_{fs} = 6000 W/m^2K$	109
6.46	Caso 2 - Desvios percentuais entre os modelos concentrado clássico (CLSA) e distribuído (MDF) para $h_{fs} = 60, 600$ e $6000 W/m^2K$. .	110
6.47	Caso 2 - Desvios percentuais entre os modelos concentrados melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) para a sub-região de grafite e $h_{fs} = 60 W/m^2K$	110
6.48	Caso 2 - Desvios percentuais entre os modelos concentrados melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) para a sub-região de grafite e $h_{fs} = 600 W/m^2K$	111
6.49	Caso 2 - Desvios percentuais entre os modelos concentrados melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) para a sub-região de grafite e $h_{fs} = 6000 W/m^2K$	111
6.50	Caso 2 - Desvios percentuais entre os modelos concentrados melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) para a sub-região de UO_2 e $h_{fs} = 60 W/m^2K$	112
6.51	Caso 2 - Desvios percentuais entre os modelos concentrados melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) para a sub-região de UO_2 e $h_{fs} = 600 W/m^2K$	112

6.52	Caso 2 - Desvios percentuais entre os modelos concentrados melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) para a sub-região de UO_2 e $h_{fs} = 6000 W/m^2K$	113
6.53	Caso 1 - Temperaturas estacionárias para $h_{fs} = 200 W/m^2K$	119
6.54	Caso 1 - Temperaturas macroscópicas centrais pelos modelos distribuídos que usam a GITT ou o MDF para $h_{fs} = 200 W/m^2K$	120
6.55	Caso 1 - Temperaturas macroscópicas centrais pelos modelos distribuídos que usam a GITT ou o MDF para $h_{fs} = 600 W/m^2K$	120
6.56	Caso 1 - Desvios percentuais entre o modelo distribuído que usa a GITT e o que usa o MDF para $h_{fs} = 200 W/m^2K$	121
6.57	Caso 1 - Desvios percentuais, no início do transiente, entre o modelo distribuído que usa a GITT e o que usa o MDF para $h_{fs} = 200 W/m^2K$	121
6.58	Caso 1 - Desvios percentuais entre o modelo distribuído que usa a GITT e o que usa o MDF para $h_{fs} = 600 W/m^2K$	122
6.59	Caso 1 - Desvios percentuais, no início do transiente, entre o modelo distribuído que usa a GITT e o que usa o MDF para $h_{fs} = 600 W/m^2K$	122
6.60	Caso 2 - Temperaturas macroscópicas estacionárias para $h_{fs} = 200 W/m^2K$	130
6.61	Caso 2 - Temperaturas macroscópicas estacionárias para $h_{fs} = 4000 W/m^2K$	131
6.62	Caso 2 - Temperaturas macroscópicas estacionárias para $h_{fs} = 60000 W/m^2K$	131
6.63	Caso 2 - Temperaturas macroscópicas centrais e na superfície das duas sub-regiões para $h_{fs} = 4000 W/m^2K$ pelo MDF	132
6.64	Caso 2 - Temp. macrosc. central e na superfície, na sub-reg. de grafite, pelos modelos distribuídos que usam a GITT ou o MDF p/ $h_{fs} = 200 W/m^2K$	132
6.65	Caso 2 - Temp. macroscópicas central e na superfície, na sub-reg. de UO_2 , pelos modelos distribuídos que usam a GITT ou o MDF p/ $h_{fs} = 200 W/m^2K$	133
6.66	Caso 2 - Temp. macrosc. central e na superfície, na sub-reg. de grafite, pelos modelos distribuídos que usam a GITT ou o MDF para $h_{fs} = 4000 W/m^2K$	133

6.67	Caso 2 - Temp. macrosc. central e na superfície, na sub-região de UO_2 , pelos modelos distribuídos que usam a GITT ou o MDF para $h_{fs} = 4000 W/m^2K$	134
6.68	Caso 2 - Temp. macrosc. central e na superfície, na sub-reg. de grafite, pelos modelos distribuídos que usam a GITT ou o MDF para $h_{fs} = 60000 W/m^2K$	134
6.69	Caso 2 - Temp. macrosc. central e na superfície, na sub-região de UO_2 , pelos modelos distribuídos que usam a GITT ou o MDF para $h_{fs} = 60000 W/m^2K$	135
6.70	Caso 2 - Desvios percentuais entre o modelo distribuído que usa a GITT e o que usa o MDF para $h_{fs} = 200 W/m^2K$	135
6.71	Caso 2 - Desvios percentuais, no início do transiente, para $h_{fs} = 200 W/m^2K$ e para a sub-região de grafite	136
6.72	Caso 2 - Desvios percentuais, no início do transiente, para $h_{fs} = 200 W/m^2K$ e para a sub-região de UO_2	136
6.73	Caso 2 - Desvios percentuais entre o modelo distribuído que usa a GITT e o que usa o MDF para $h_{fs} = 4000 W/m^2K$	137
6.74	Caso 2 - Desvios percentuais entre o modelo distribuído que usa a GITT e o que usa o MDF para $h_{fs} = 60000 W/m^2K$	137

Lista de Tabelas

6.1	Parâmetros físicos da partícula de combustível e do elemento combustível esférico	71
6.2	Convergência do MDF implícito em relação aos números de intervalos de discretização n_R e n_τ para a sub-região de grafite, $R = 0$ e $h_{sf} \approx 60000W/m^2K$	75
6.3	Convergência do MDF implícito em relação aos números de intervalos de discretização n_R e n_τ para a sub-região de UO_2 , $R = 0$ e $h_{sf} \approx 60000W/m^2K$	75
6.4	Convergência do MDF implícito em relação aos números de intervalos de discretização n_R e n_τ para a sub-região de grafite, $R = 0.5$ e $h_{sf} \approx 60000W/m^2K$	76
6.5	Convergência do MDF implícito em relação aos números de intervalos de discretização n_R e n_τ para a sub-região de UO_2 , $R = 0.5$ e $h_{sf} \approx 60000W/m^2K$	76
6.6	Convergência do MDF implícito em relação aos números de intervalos de discretização n_R e n_τ para a sub-região de grafite, $R = 1$ e $h_{sf} \approx 60000W/m^2K$	76
6.7	Convergência do MDF implícito em relação aos números de intervalos de discretização n_R e n_τ para a sub-região de UO_2 , $R = 1$ e $h_{sf} \approx 60000W/m^2K$	77
6.8	Caso 1 - Máximos (D_M) e médias (d_m) dos módulos dos desvios percentuais entre os modelos concentrados e distribuído (MDF) p/ a sub-reg. de grafite	95

6.9	Caso 1 - Máximos (D_M) e médias (d_m) dos módulos dos desvios percentuais entre os modelos concentrados e distribuído (MDF) p/ a sub-reg. de UO_2	95
6.10	Caso 2 - Máximos (D_M) e médias (d_m) dos módulos dos desvios percentuais entre os modelos concentrados e distribuído (MDF) p/ a sub-reg. de grafite	113
6.11	Caso 2 - Máximos (D_M) e médias (d_m) dos módulos dos desvios percentuais entre os modelos concentrados e distribuído (MDF) p/ a sub-reg. de UO_2	114
6.12	Caso 1 - Convergência do modelo distribuído que usa a GITT em relação ao número n de termos da expansão, para a sub-região de grafite e $h_{fs} = 200 W/m^2K$	117
6.13	Caso 1 - Convergência do modelo distribuído que usa a GITT em relação ao número n de termos da expansão, para a sub-região de UO_2 e $h_{fs} = 200 W/m^2K$	118
6.14	Caso 1 - Convergência do modelo distribuído que usa a GITT em relação ao número n de termos da expansão, para a sub-região de grafite e $h_{fs} = 600 W/m^2K$	118
6.15	Caso 1 - Convergência do modelo distribuído que usa a GITT em relação ao número n de termos da expansão, para a sub-região de UO_2 e $h_{fs} = 600 W/m^2K$	119
6.16	Caso 1 - Máximos (D_M) e médias (d_m) dos módulos dos desvios percentuais entre o modelo distribuído que usa a GITT e o que usa o MDF	123
6.17	Caso 2 - Convergência do modelo distribuído que usa a GITT em relação ao número n de termos da expansão, para a sub-região de grafite e $h_{fs} = 200 W/m^2K$	127
6.18	Caso 2 - Convergência do modelo distribuído que usa a GITT em relação ao número n de termos da expansão, para a sub-região de UO_2 e $h_{fs} = 200 W/m^2K$	128

6.19	Caso 2 - Convergência do modelo distribuído que usa a GITT em relação ao número n de termos da expansão, para a sub-região de grafite e $h_{fs} = 4000 \text{ W/m}^2\text{K}$	128
6.20	Caso 2 - Convergência do modelo distribuído que usa a GITT em relação ao número n de termos da expansão, para a sub-região de UO_2 e $h_{fs} = 4000 \text{ W/m}^2\text{K}$	129
6.21	Caso 2 - Convergência do modelo distribuído que usa a GITT em relação ao número n de termos da expansão, para a sub-região de grafite e $h_{fs} = 60000 \text{ W/m}^2\text{K}$	129
6.22	Caso 2 - Convergência do modelo distribuído que usa a GITT em relação ao número n de termos da expansão, para a sub-região de UO_2 e $h_{fs} = 60000 \text{ W/m}^2\text{K}$	130
6.23	Caso 2 - Máximos (D_M) e médias (d_m) dos módulos dos desvios percentuais entre o modelo distribuído que usa a GITT e o que usa o MDF	138

Lista de Símbolos

a_{fs}	A_{fs}/V_{REV}
A_{fs}	área interfacial dentro do REV
Bi	número de Biot
c_p	calor específico
d_m	valor médio dos módulos dos desvios percentuais
d_p	diâmetro da partícula de combustível
d_P	diâmetro do elemento combustível esférico
D_M	valor máximo dos módulos dos desvios percentuais
g	taxa volumétrica de geração de calor
G	coeficiente de tortuosidade térmica
h_{fs}	coeficiente de transferência de calor macroscópico interfacial
h_{He}	coeficiente de transferência de calor convectivo entre o elemento combustível e o gás He
$h_{He-estac}$	coeficiente de transferência de calor convectivo entre o elemento combustível e o gás He no regime estacionário
$h_{He-trans}$	coeficiente de transferência de calor convectivo entre o elemento combustível e o gás He no regime transiente

$H_{\alpha,\beta} - H_{\gamma,\delta}$	aproximações de Hermite (α, β) para a integral da temperatura média e (γ, δ) para a integral do fluxo de calor
I	interface das duas sub-regiões dentro do REV
k	condutividade térmica
k_e	condutividade térmica efetiva
k_{st}	condutividade térmica estagnante
ℓ	lado do cubo do REV
m_j	número de discretizações da variável posição
n	número das autofunções ψ_{1i} ou ψ_{2i}
\mathbf{n}	vetor unitário normal à superfície da interface ou do contorno
\mathbf{n}_{ij}	vetor unitário perpendicular à interface, com o sentido da sub-região i para a j
N	norma
r	coordenada esférica radial
r_P	raio do elemento combustível esférico
R	coordenada esférica radial adimensional
ΔR	intervalo de discretização da variável posição adimensional
REV	volume elementar representativo
S^*	$Bi_f - 1$
t	tempo
t_M	tempo em que ocorre o máximo dos módulos dos desvios percentuais
T	temperatura

T_0	temperatura de referência
T_∞	temperatura do gás circundante
$\langle T \rangle$	média volumétrica da temperatura T
$\langle T_j \rangle^i$	média volumétrica intrínseca da temperatura T da sub-região j
U	$R \theta$
U_{js}	$R \theta_{js}$
\bar{U}	transformada integral da função U
\mathbf{u}	velocidade instantânea do fluido
V_{REV}	volume do REV
W^*	$Bi_s - 1$
Y	θ_f
Z	θ_s
$\bar{\nabla}$	operador gradiente macroscópico

Letras gregas

α	difusividade térmica
δ	α_s/α_f
ϕ	porosidade
μ	autovalor
θ	temperatura adimensional
θ_{js}	temperatura adimensional estacionária da sub-região j
ρ	massa específica

σ	k_s/k_f
τ	tempo adimensional
$\Delta\tau$	intervalo de discretização da variável tempo
ψ	autofunção

Sobrescritos

nt	índice de discretização da variável tempo
$\bar{\varphi}$	média temporal da propriedade φ
φ'	desvio temporal da propriedade φ
$\langle\varphi_\gamma\rangle^i$	média volumétrica intrínseca da propriedade φ da sub-região γ
${}^i\varphi$	desvio espacial da propriedade φ
$\langle\varphi\rangle$	média volumétrica da propriedade φ

Subscritos

av	média
f	sub-região fluida (página 21, Seção 2.2)
f	matriz (página 34, Seção 3.2)
f	sub-região de grafite (a partir da página 41, Seção 4.2)
j	índice de discretização da variável posição (apenas na Seção 5.4)
p	partícula de combustível
P	elemento combustível esférico (“pebble”)
s	sub-região sólida (página 21, Seção 2.2)

- s* inclusões esféricas (página 34, Seção 3.2)
- s* sub-região de UO_2 (a partir da página 41, Seção 4.2)

Capítulo 1

Introdução

1.1 Objetivo

O objetivo deste trabalho é apresentar e analisar formulações simplificadas e metodologias híbridas numérico-analíticas, alternativas em relação às soluções puramente numéricas, que sejam precisas e com custo computacional baixo, na determinação das temperaturas macroscópicas transientes em um elemento combustível esférico particulado. Com este fim, são estudadas as formulações simplificadas clássica e melhorada de parâmetros concentrados, e a metodologia da transformada integral generalizada (GITT). Além disso, as equações macroscópicas transientes de condução de calor utilizadas são as do modelo de duas equações de energia.

A contribuição acadêmica deste trabalho está no uso das formulações e da metodologia referidas acima, a partir do modelo de duas equações de energia, ainda pouco explorado, aplicado à condução de calor transiente em um elemento combustível esférico particulado.

1.2 Motivação

A motivação para a realização deste trabalho, dentro do objetivo exposto acima, pode ser subdividida nos seguintes interesses:

- no estudo do comportamento térmico de um elemento combustível particulado;

- nos modelos de parâmetros concentrados;
- na Técnica da Transformada Integral Generalizada (GITT);
- no modelo de duas equações de energia.

O Exército Brasileiro, por meio do seu Plano Básico de Ciência e Tecnologia 2007-2010, manifesta seu interesse no domínio de tecnologias relacionadas com os reatores nucleares de altas temperaturas refrigerados a gás (HTGR).

Por outro lado, empresas e governos de diversos países buscam a comercialização dos HTGRs, por possuírem as seguintes características, conforme explicado no resumo do IAEA-TECDOC-1210 (2001), as quais os tornam econômicos e competitivos com outras fontes de energia elétrica existentes (nucleares e não nucleares):

- atributos passivos de segurança, que permitem a simplificação das respectivas plantas;
- eficiência térmica alta;
- flexibilidade, que possibilita, simultaneamente à produção de energia elétrica, seu uso em aplicações que necessitam de calor industrial, como, por exemplo, na recuperação do óleo a partir do piche, em refinarias, na produção de hidrogênio; ou mesmo em aplicações que não necessitam de tanto calor, como, por exemplo, na dessalinização da água, no aquecimento de estabelecimentos e residências em países de clima frio, entre outras;
- baixos custos de construção e operação.

Assim, para se conseguir o desejado domínio da tecnologia destes reatores, bem como para possibilitar sua análise de segurança, é preciso que seu comportamento térmico seja estudado, particularmente o de seu elemento combustível.

Os elementos combustíveis destes reatores, por sua vez, possuem, mundialmente, duas configurações geométricas possíveis: a prismática e a esférica. Neste trabalho, abordou-se a segunda.

Estes elementos combustíveis esféricos possuem uma região (geralmente, com 5 *cm* de diâmetro) com partículas de combustível (com cerca de 1 *mm* de diâmetro)

irregularmente dispersas em uma matriz de grafite, em uma quantidade que pode chegar a 15000. O método da média volumétrica possibilita a formulação matemática da condução de calor nesta região, a despeito desta distribuição aleatória, pois ela permite que, partindo-se das equações microscópicas definidas, respectivamente, na sub-região das partículas de combustível e na da matriz de grafite, obtenham-se as equações macroscópicas definidas em toda a região particulada.

Os modelos de parâmetros concentrados, por sua vez, permitem uma formulação simplificada, com baixos custos computacionais, do modelo de duas equações de energia aplicado ao problema de condução de calor em um elemento combustível particulado, através do cálculo das médias das equações macroscópicas, o que elimina a variável de posição. Então, solucionando-se o sistema de equações diferenciais assim obtido, chega-se às temperaturas médias de cada sub-região, bem como, no caso da análise melhorada, às temperaturas no contorno, por meio de um sistema algébrico obtido com as aproximações de Hermite para integrais.

Já a GITT (“Generalized Integral Transform Technique”), inicialmente chamada de CITT (“Classical Integral Transform Technique”), quando era destinada para a solução de parte dos problemas de difusão de calor e massa lineares e não resolvíveis pela separação de variáveis, é uma técnica analítico-numérica, que permite, segundo Cotta (1993), a resolução de problemas de transporte de calor e massa:

- nos quais os coeficientes das equações diferenciais parciais são variáveis com o tempo;
- nos quais os coeficientes das equações de contorno são variáveis com o tempo;
- nos quais o contorno tem posição dependente do tempo ou é irregularmente definido (por exemplo, dutos com formas irregulares em trocadores de calor) em relação ao sistema coordenado adotado;
- não-lineares, nos quais os termos fonte das equações diferenciais parciais dependem da temperatura.

A GITT apresenta as seguintes vantagens:

- redução do tempo de processamento, em relação aos métodos puramente numéricos;
- controle do erro;
- permite o cálculo direto da grandeza física desejada para valores de interesse da posição e do tempo, sem necessitar sua determinação prévia em outros pontos coordenados destas variáveis;
- por sua característica híbrida que não usa malhas, possibilita a abordagem de problemas multi-dimensionais, com pouco esforço computacional acrescido ao dos problemas uni-dimensionais (o que não acontece com as soluções puramente numéricas), porque a parte analítica da solução é aplicada a todas as variáveis de posição menos à de tempo, fazendo a parte numérica consistir apenas na solução de um sistema de equações diferenciais ordinárias nesta coordenada;
- pode oferecer resultados “benchmark” para a validação de códigos numéricos, quando, eventualmente, estes têm confiabilidade duvidosa.

Deve-se destacar a vantagem de se usar os métodos dos parâmetros concentrados e a metodologia da GITT em permitir que a análise térmica dos elementos combustíveis seja realizada com custos computacionais baixos, economizando o tempo de CPU e esforços computacionais mais pesados para outros cálculos necessários no projeto de um reator, como os cálculos neutrônicos.

Observa-se também que os modelos concentrados fornecem os valores médios das grandezas físicas de interesse pelas abordagens clássica e melhorada, além dos valores nos contornos pela segunda. Torna-se, assim, uma ferramenta muito útil de projeto, pois este busca, muitas vezes, o valor da função em estudo (por exemplo, a temperatura) em pontos críticos, que frequentemente estão nos contornos. A GITT, por sua vez, permite uma análise local do problema de interesse, fornecendo os potenciais desejados para todo seu domínio de definição.

1.3 Organização do trabalho

No Capítulo 2, são apresentados as principais características dos HTGRs, as etapas do seu desenvolvimento, uma breve descrição dos primeiros HTGRs construídos, os HTGRs modulares, as partículas e os elementos combustíveis, trabalhos de análise térmica dos HTGRs e o LOFA (“loss of flow accident”), e a revisão bibliográfica do modelo de duas equações de energia para a transferência de calor em meios heterogêneos, dos modelos de parâmetros concentrados e da técnica da transformada integral generalizada.

O Capítulo 3 mostra a condução de calor em meio heterogêneo com a formulação geral microscópica em meios com n sub-regiões e o modelo de duas equações de energia para o caso particular de meios com apenas duas sub-regiões, e a determinação dos coeficientes de tortuosidade térmica e de transferência de calor macroscópico interfacial do referido modelo.

No Capítulo 4, são apresentados os modelos de parâmetros concentrados (a aproximação clássica e as melhoradas) para a condução de calor macroscópica transiente uni-dimensional em um elemento combustível esférico particulado, usando o modelo de duas equações de energia, e a solução analítica do caso estacionário, a qual serviu para definir as condições iniciais do transiente de interesse.

Já o Capítulo 5 aborda a metodologia da transformada integral generalizada na solução do problema de condução de calor macroscópica transiente uni-dimensional em um elemento combustível esférico particulado, e a solução pelo método implícito de diferenças finitas, escolhida por ser tradicional, como referência para a avaliação dos resultados obtidos com os modelos de parâmetros concentrados e com a GITT.

O Capítulo 6, por sua vez, apresenta os resultados das soluções obtidas por meio dos modelos e da metodologia desenvolvidos, respectivamente, nos Capítulos 4 e 5, para dois diferentes casos de simulação: o de um LOFA e o de uma mudança instantânea do coeficiente de transferência de calor convectivo do gás He, com o objetivo de verificar-se a validade dos referidos modelos e metodologia; e o mais preciso entre os modelos de parâmetros concentrados estudados.

Finalmente, o capítulo 7 apresenta as conclusões e sugestões para trabalhos

futuros que sejam complementares ou deem continuidade a este.

Capítulo 2

Revisão bibliográfica

Neste capítulo, é apresentado o estado da arte dos reatores de alta temperatura refrigerados a gás (HTGR) e é feita uma revisão bibliográfica sobre:

- o modelo de duas equações de energia para a transferência de calor em meios heterogêneos;
- os modelos de parâmetros concentrados;
- a técnica da transformada integral generalizada (GITT).

2.1 HTGR

Os HTGRs são reatores:

- moderados a grafite;
- têm o gás Helio como refrigerante, selecionado por ser quimicamente e radiologicamente inerte e por ter boas propriedades de condutividade térmica;
- são as únicas fontes de energia nuclear atuais produzindo temperaturas mais altas que 900°C .

Os HTGRs têm boas características de segurança e isso se deve à (ao):

- elevado calor específico da grafite, maior constituinte em massa do núcleo;

- capacidade dos componentes do núcleo de suportarem altas temperaturas;
- inércias químicas do combustível, do refrigerante (He) e do moderador (grafite);
- alta capacidade dos revestimentos de suas partículas de combustível em reterem os produtos de fissão;
- permanência do refrigerante He apenas na fase gasosa;
- coeficiente negativo de reatividade do núcleo, que diminui a geração de potência com o aumento da temperatura.

Os HTGRs apresentam, além das vantagens apresentadas na página 2 (Seção 1.2), também as seguintes:

- apresentam confiabilidade de operação durante longos períodos de tempo entre as recargas de combustível (5-6 anos) ou até a eliminação dessas paradas, quando há o regime de carga contínua, na qual os elementos combustíveis vão sendo trocados gradativamente, mesmo com o reator em operação. Esse é o caso do PBMR (“pebble-bed modular reactor”) sul-africano, que está em construção e cujo projeto prevê que a entrada e a saída dos elementos combustíveis esféricos, os “pebbles”, respectivamente, no topo e na parte inferior do núcleo, sejam realizadas sem paradas;
- possibilitam que sejam alcançados altos “burnups” Kloosterman (2003), que medem o número de átomos de combustível que sofrem fissão através da energia liberada nessas reações por unidade de tempo, graças às suas partículas cerâmicas de combustível com quatro camadas de revestimento, as chamadas partículas TRISO (TRIStructural ISotropic). Esses altos “burnups” permitem maior economia de combustível;
- apresentam boas soluções para a minimização de rejeitos.

Etapas do desenvolvimento dos HTGRs

Os passos seguidos no desenvolvimento dos HTGRs foram:

1) Primeiramente, surgiram os reatores de potência refrigerados a gás (GCR, “gas-cooled power reactors”) para a produção de eletricidade, que funcionam comercialmente desde 1956 e usam, segundo Gasstone e Sesonske (1987b):

- grafite como moderador;
- dióxido de carbono a uma pressão de cerca de 1.60MPa, como refrigerante;
- urânio natural revestido com Magnox, uma liga de magnésio com pequenas proporções de alumínio e berílio, como combustível.

Suas potências variam de 50MW nas versões mais antigas a 600MW nas mais recentes. Além disso, esses reatores apresentam as seguintes características de segurança, segundo o IAEA-TECDOC-1163 (2000a):

- um coeficiente negativo de reatividade, que faz com que um aumento da temperatura do núcleo provoque uma reação em cadeia menos eficiente e, em consequência, uma diminuição na geração potência; e
- uma resposta muito lenta para transientes em caso de acidente, devido ao núcleo apresentar uma baixa taxa volumétrica de geração de calor e usar materiais como o grafite, com alto calor específico.

Apesar desses reatores operarem com sucesso (só no Reino Unido foram construídos 26 para gerarem eletricidade), suas eficiências térmicas e seus “burnups” são baixos, em parte por causa das limitações impostas pelos danos causados pela radiação sobre o combustível metálico.

2) A fim de serem melhoradas as eficiências térmicas dos GCR, foram desenvolvidos os reatores avançados refrigerados a gás (AGR, “advanced gas-cooled reactors”) e construídos, só no Reino Unido, 14 unidades para gerar eletricidade. Esses reatores têm:

- dióxido de urânio levemente enriquecido com revestimento de aço inoxidável, como combustível;

- grafite como moderador como nos GCR;
- dióxido de carbono como refrigerante como nos GCR, mas com temperaturas e pressões bem maiores que nestes últimos reatores.

Esses reatores produzem vapor superaquecido a 566°C e geram uma potência de 625MW. Por terem a pressão do refrigerante aumentada em relação aos GCR, esses reatores são fechados por segurança em vasos de concreto pré-tensionados.

3) Buscando-se melhorar, por sua vez, a performance dos AGR, iniciou-se o estudo dos HTGRs, já na década de 50, com temperaturas muito altas do gás refrigerante na saída do núcleo, viabilizadas pelas seguintes características desses novos reatores, segundo o IAEA-TECDOC-1198 (2001b):

- o seu núcleo é totalmente cerâmico, pois utiliza partículas cerâmicas de combustível, dispersas em matrizes de grafite e
- o gás hélio, que é quimicamente inerte, é usado como refrigerante.

As altas temperaturas do refrigerante (800 a 900°C) levaram a altas eficiências térmicas, reduzindo-se assim os custos.

4) No início da década de 80, surgiu o HTR-Module de 80MW, que foi o primeiro HTGR modular que introduziu a idéia da **remoção passiva do calor de decaimento**, através da condução, da radiação e da convecção natural (Haque *et al.*, 2006), sem prejudicar a sua condição de reator seguro, mas ao contrário, garantindo que a eventual liberação de produtos de fissão para o ambiente ocorra dentro dos níveis aceitáveis, mesmo nas mais extremas e improváveis hipóteses de acidente.

Os primeiros HTGRs

Os primeiros HTGRs, Dragon, AVR e Peach Bottom, segundo o IAEA-TECDOC-1198 (2001b), usavam vasos de aço no sistema primário. O reator de pesquisa Dragon (Reino Unido) tinha uma potência de 20 MW e a temperatura do refrigerante hélio na saída do reator era de 750°C . Era um reator tipo bloco, pois seu núcleo tinha

uma geometria prismática, e incorporou elementos combustíveis, pela primeira vez, compostos por uma matriz de grafite com partículas de combustível de carbeto de urânio altamente enriquecido dispersas.

Já o AVR alemão tinha 15MW e foi o primeiro reator a utilizar elementos combustíveis esféricos (reator “pebble-bed”) com partículas de combustível dispersas, os quais tinham 6 cm de diâmetro e desciam vagarosamente núcleo abaixo até serem descarregados na sua parte inferior. A temperatura de saída do refrigerante do núcleo era de 850°C, chegando muitas vezes a 950°C.

O reator tipo bloco Peach Bottom (40MW) iniciou sua operação em 1967 e tinha elementos combustíveis cilíndricos (Terry *et al.*, 2004). Introduziu o revestimento nas partículas de combustível para prevenir a hidrólise dos seus núcleos de carbeto de urânio. Inicialmente, esse revestimento tinha apenas uma camada, composta por carbono anisotrópico, porém neutrons rápidos induziram alterações dimensionais que resultaram na sua deformação e fratura, e, conseqüentemente, na dos próprios elementos combustíveis, numa proporção de mais de 10%. Por esse motivo, foi adicionada mais uma camada de revestimento, o “buffer” (literalmente, “pára-choque”) de carbono pirolítico isotrópico, gerando a chamada partícula BISO (BIstructural ISOtropic).

Os HTGRs que se seguiram, o reator americano tipo bloco Fort St. Vrain (FSV) e o reator alemão “pebble-bed” THTR-300 (Thorium High Temperature Reactor - 300), apresentaram os respectivos sistemas primários fechados dentro de vasos contentores de concreto pré-tensionados. O FSV introduziu, entre outros avanços, os elementos combustíveis hexagonais e as partículas de combustível TRISO, com quatro camadas de revestimento.

O reator THTR-300 com 300MW de potência começou a ser construído em 1971 e passou a fornecer energia elétrica em 1985. Esse reator validou as características de segurança e as respostas de controle dos reatores “pebble-bed”, a termodinâmica do sistema primário e a boa retenção dos produtos de fissão nos elementos combustíveis.

Os HTGRs modulares

A partir da década de 80, surgiram os HTGRs modulares, com a novidade da **remoção passiva do calor de decaimento**. Assim, como explicam Gougar *et al.* (2004a), para todos os eventos considerados nos projetos de reatores, sua integridade é garantida por mecanismos passivos de remoção do calor, sem o uso de sistemas de segurança ativos que aumentam os custos das plantas.

A possibilidade de realização da segurança passiva nos HTGRs modulares se deve:

- em grande parte, à resistência dos revestimentos cerâmicos das partículas de combustível em altas temperaturas, o que garante que não haja a liberação de quantidades significativas de produtos de fissão metálicos ou gasosos, em até 1650°C;
- à diminuição deliberada da potência térmica do núcleo;
- à pressão de gás He dentro da turbina, que é maior que a pressão do ar do lado de fora, evitando a entrada do oxigênio do ar no núcleo, enquanto este está em altas temperaturas, o que poderia oxidar o grafite ou iniciar a combustão; mas ao contrário, se um duto de gás He se romper, levará cerca de nove horas para o ar circular através do núcleo, que já terá se resfriado.

Essa segurança passiva dos reatores modulares permitiu a simplificação das plantas, a qual, aliada às seguintes características, tornou-os altamente econômicos e competitivos:

- a modularidade, que permite que sejam construídos gradativamente reatores pequenos num mesmo local, à medida que a demanda local de potência for aumentando, o que é uma vantagem de marketing, porque reatores pequenos requerem investimentos mais baixos do que os maiores maiores;

- o uso do ciclo fechado gas turbina (Ciclo de Brayton), no qual o gás He é usado diretamente em uma turbina a gás, no lugar do Ciclo Rankine (ou ciclo líquido-vapor), usado nos LWR (“light water reactors”, que são os PWR, “pressurized water reactors”, ou os BWR, “boiling water reactors”) e em praticamente todos os reatores nucleares geradores de potência até o momento, levando a um aumento da

eficiência líquida da planta elétrica de aproximadamente 40% para valores superiores a 45%, pois as turbinas a gás são mais eficientes que as turbinas a vapor;

- o fato da turbina a gás e seus componentes de ciclo associados serem consideravelmente mais compactos do que os respectivos equipamentos do ciclo de vapor, segundo Lamarsh (1983);

- o uso de tecnologias avançadas, como os rolamentos magnéticos, os quais ajudaram a elevar a eficiência térmica, por causa da diminuição do atrito, bem como diminuíram a frequência de manutenção para uma vez a cada seis anos, segundo a Eskom (2009).

Além disso, a quantidade de calor liberado no ciclo gas turbina dos HTGRs é tão alta que este calor pode ser usado em várias outras aplicações, levando a uma eficiência global do sistema de cerca de 50%, como explicou Lamarsh (1983).

Entre os HTGRs modulares, destacam-se:

- o PBMR sul-africano, que terá 265 MW de potência térmica e 116.3 MW de potência elétrica líquida produzida (potência máximas nominais) e que é um dos menores reatores propostos atualmente para o mercado comercial, segundo o IAEA-TECDOC-1198 (2001a). A China demonstrou também interesse em construir sua própria variação do PBMR e assinou um acordo de cooperação com a África do Sul, em março de 2009;

- o projeto do GT-MHR ou “gas turbine modular helium reactor” (Baydakov *et al.*, 1998, IAEA-TECDOC-1163, 2000b), iniciado em 1995 e que reúne esforços de organizações dos governos ou de empresas da Rússia, Estados Unidos, França e Japão;

- o reator experimental HTR-10 (“high temperature gas cooled reactor test module”) chinês de 10MW (Xu e Zuo, 2002, Jing *et al.*, 2002), cuja construção terminou em 2000 e cujos objetivos são, entre outros: verificar as características de segurança passiva dos HTGRs modulares e estabelecer a base experimental para o desenvolvimento de aplicações industriais que utilizem calor com altas temperaturas, segundo o IAEA-TECDOC-1382 (2003a);

- o projeto do HTR-PM (“high temperature gas cooled reactor - pebble bed module”) chinês (Zhang *et al.*, 2006);

- o projeto do VHTR ou “very high temperature reactor” de 600 MW (Gougar *et al.*, 2004, Haque *et al.*, 2006), que tem um grande potencial para a produção econômica do hidrogênio, devido à alta temperatura de 1000°C do He na saída do núcleo, necessária para a eletrólise.

Além do HTR-10 chinês, outro reator experimental foi construído, o HTTR (“High Temperature Engineering Test Reactor”) japonês com 30 MW de potência térmica, que ficou pronto em 1996, conforme o IAEA-TECDOC-1382 (2003b). É um reator tipo bloco, cuja temperatura do gás He na saída do núcleo é igual a 950°C.

As partículas de combustível TRISO

As partículas de combustível têm cerca de 1 *mm* de diâmetro e seus núcleos podem ser de urânio, tório ou plutônio, em diferentes formas químicas, como o UO₂, o UC e o ThO₂. As partículas TRISO têm quatro camadas de revestimento, que são: o “buffer” poroso de carbono pirolítico (PyC) de baixa densidade, a camada mais interna de carbono pirolítico de alta densidade (IPyC), a camada de carbetto de silício (SiC) e a camada mais externa de carbono pirolítico de alta densidade (OPyC), como mostradas na Figura 2.1.

As camadas de revestimento agem como um vaso de pressão que suporta as pressões internas dos gases gerados durante a fissão do material no núcleo. Funcionam também como uma barreira contra a difusão dos produtos de fissão metálicos e gasosos, graças à alta densidade do carbetto de silício, o qual se mantém assim até 1700°C, sendo esse um dos motivos de essas partículas operarem em temperaturas tão altas.

Além disso, uma partícula de combustível que já tenha completado sua vida útil pode manter sua integridade por cerca de 1 milhão de anos, assegurando a contenção dos radionuclídeos por muito tempo, muitos dos quais já terão decaído totalmente, antes de terminar este período de tempo. Isso permite que o combustível usado seja mantido em depósitos fundos debaixo do solo.

Inovações podem aumentar ainda mais os limites da temperatura de contenção dos produtos radioativos nas partículas de combustível: por exemplo, com o uso de carbeto de zircônio, eles passariam de 1650°C para 1800°C (Bastien *et al.*, 1998).

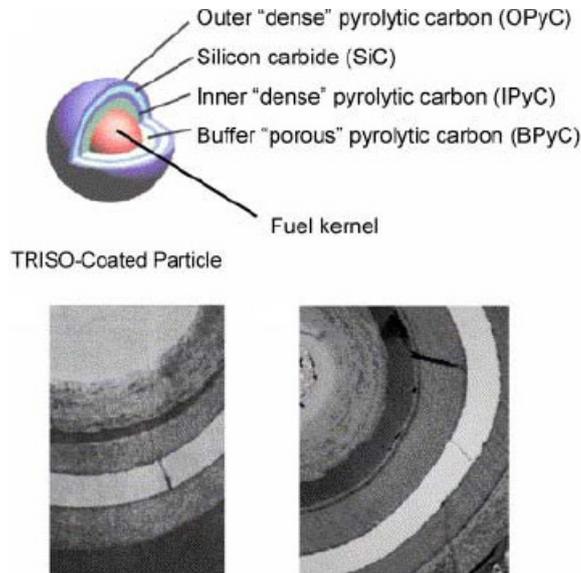


Figura 2.1: Partículas de combustível TRISO IAEA-TECDOC-1198 (2001a)

Os elementos combustíveis

Existem dois tipos de elementos comuns dos HTGRs: os elementos combustíveis hexagonais verticais dos reatores tipo bloco, mostrados na Figura 2.2, e os elementos combustíveis esféricos dos reatores “pebble-bed”, mostrados na Figura 2.3. No primeiro caso, varetas compostas por uma matriz de grafite, compactada com partículas de combustível dispersas, e por um revestimento de grafite, são inseridas em orifícios longitudinais de um prisma hexagonal de grafite, que tem orifícios, os canais de refrigeração, por onde passa o refrigerante. Nos reatores “pebble-bed”, os elementos combustíveis são esféricos e compostos por uma região (geralmente, com 5 cm de diâmetro) com partículas de combustível dispersas em uma matriz de grafite, e por um revestimento de grafite de 0.5 cm de espessura. Nesses reatores, o refrigerante He escoava por entre esses elementos combustíveis.

O núcleo de um reator “pebble-bed” pode ter cerca de 460000 elementos combustíveis esféricos empilhados no núcleo cilíndrico, conforme representação esquemática da Figura 2.4.

No PBMR, cada elemento combustível esférico contém até 15000 partículas. Este reator é carregado com 440 000 esferas, 3/4 das quais são de combustível e o restante são apenas de grafite e funcionam como moderador. Ao completarem seu percurso núcleo abaixo, os “pebbles” podem retornar ao topo, se todo o urânio neles contido não tiver sido usado. Em média, um elemento combustível esférico passa pelo reator 10 vezes antes de ser descarregado, enquanto os “pebbles” de grafite sempre são reaproveitados.

Nesse reator sul-africano, os combustíveis usam urânio mais enriquecido (7.8 a 8.3%) do que os atualmente utilizados em projetos de LWR (aproximadamente 3%).

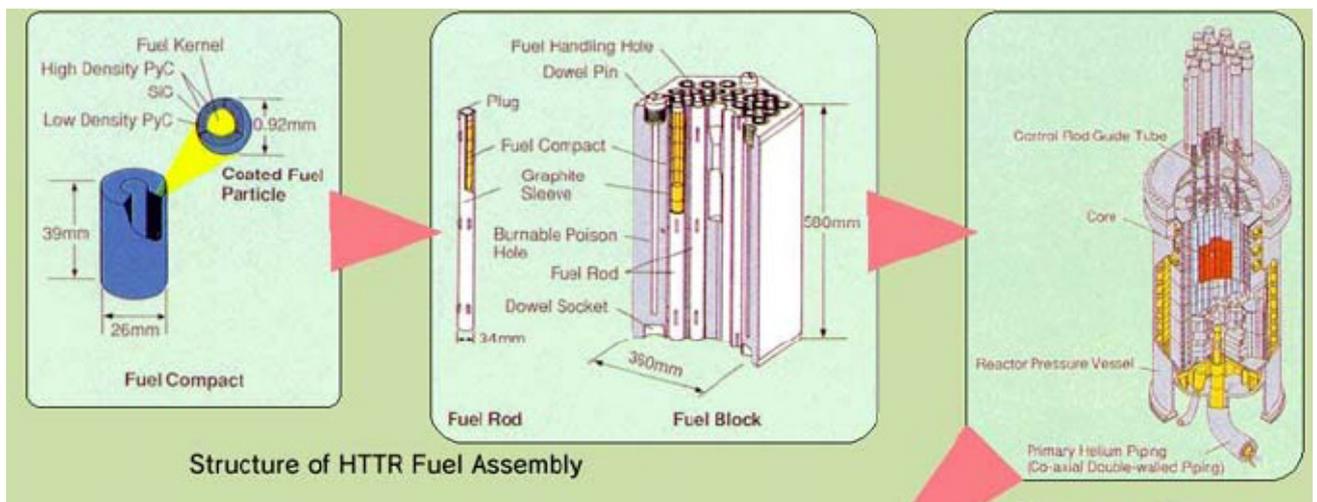


Figura 2.2: Elementos combustíveis hexagonais IAEA-TECDOC-1382 (2003b)

LOFA e shutdown

Uma das piores hipóteses de acidente na análise de segurança de reatores nucleares modulares do tipo “pebble-bed”, conforme Gougar *et al.* (2004b), é o LOFA (“loss of flow accident”), no qual há a perda da refrigeração forçada do núcleo. Neste caso, a segurança é, em parte, garantida pelo coeficiente negativo de reatividade

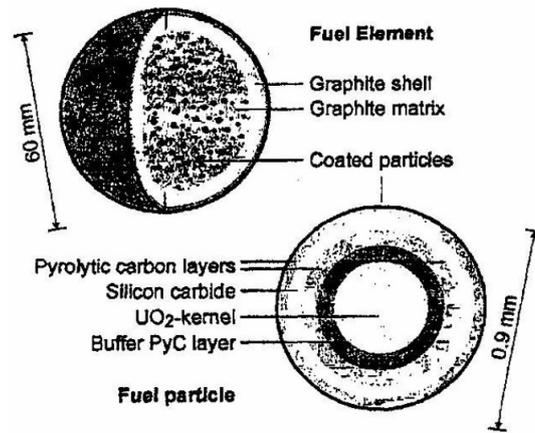


Figura 2.3: Elemento combustíveis esféricos IAEA-TECDOC-1198 (2001b)

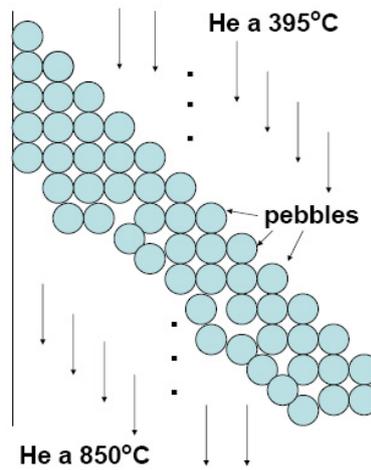


Figura 2.4: Exemplo esquemático de um núcleo de um reator “pebble-bed”

destes reatores modulares, pois este inibe as reações de fissão em cadeia para pequenos aumentos de temperatura. Porém deve ser levado em conta o calor produzido após o “shutdown”, causado principalmente pelo decaimento dos produtos de fissão. Nesta hipótese de acidente, este calor de decaimento é transportado da zona onde encontram-se os elementos combustíveis esféricos para os refletores de grafite e o vaso de contenção de concreto circundantes principalmente por condução e radiação. Neste trabalho, considerou-se a hipótese simplificadora inicial deste calor ser retirado apenas por convecção natural, deixando-se, como sugestão para trabalhos futuros, a consideração destas outras duas formas de transferência de calor.

Todreas e Kasimi (1990) apresentaram a seguinte fórmula empírica para a razão entre as potências de decaimento de um reator P , após o “shutdown”, e a sua potência normal P_0 , antes do “shutdown”:

$$\frac{P}{P_0} = 0.1[(t+10)^{-0.2} - (t+t_s+10)^{-0.2} + 0.87(t+t_s+2 \times 10^7)^{-0.2} - 0.87(t+2 \times 10^7)^{-0.2}], \quad (2.1)$$

onde t é o tempo após o “shutdown” e t_s é o tempo transcorrido desde a partida do reator até o “shutdown”, ambos em segundos. Para o caso em que t_s é igual a um ano, essa equação gera a curva da figura 2.5.

Assim, no caso de um LOFA em um reator “pebble-bed”, a taxa volumétrica de geração de calor da região de UO_2 , $g_s(t)$, é obtida através da Eq. (2.1), substituindo-se P por $g_s(t)$ e P_0 por $g_s(0)$, sendo:

$$g_s(0) = \frac{P_P}{n_p V_p}, \quad (2.2)$$

onde:

- P_P é a potência média gerada pelo elemento combustível esférico antes do “shutdown”;

- n_p é o número de partículas de combustível em um elemento combustível esférico;

- V_p é o volume de uma partícula de combustível.

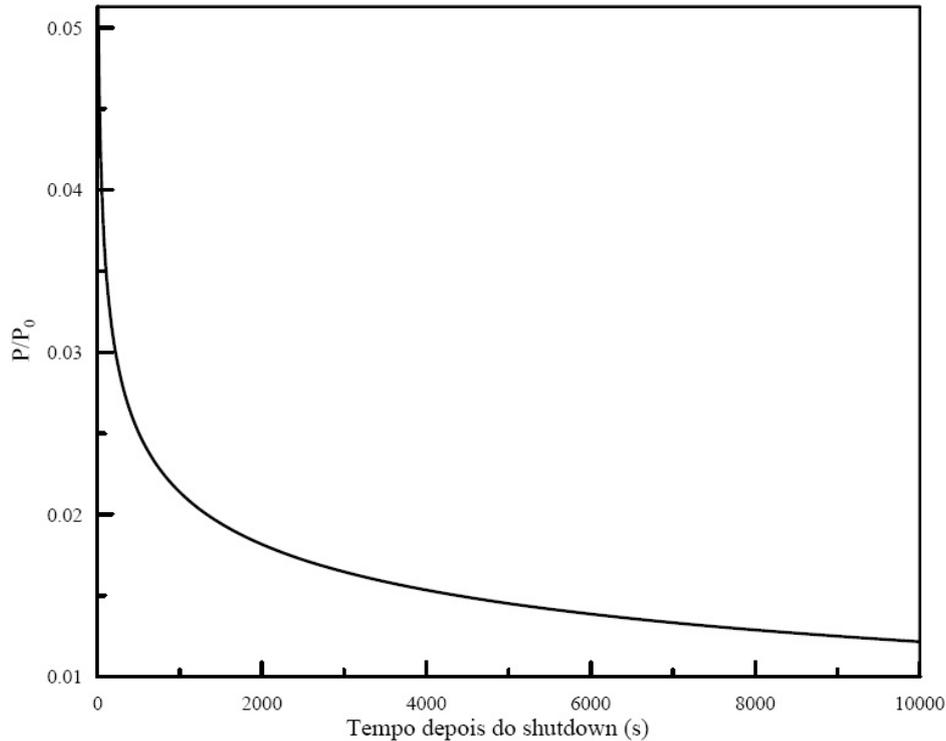


Figura 2.5: Razão entre a potência de decaimento do reator e a sua potência de operação, em função do tempo após o “shutdown”

2.2 O modelo de duas equações de energia para a transferência de calor em meio heterogêneo

Pessoa e Su (2007b) usaram os resultados do cálculo da condutividade térmica efetiva de um material com inclusões esféricas aleatoriamente distribuídas, no qual Lee *et al.* (2006) usaram o método generalizado auto-consistente (GSCM). Eles, então, homogenizaram a região particulada de um elemento combustível esférico circundado por um revestimento de grafite e refrigerado por convecção em sua superfície, e determinaram o comportamento térmico transiente do seu centro, no caso de uma parada (“shutdown”) do reator. Contudo, a homogenização da região particulada não permite a determinação das temperaturas de cada sub-região (a das partículas de combustível e a da matriz de grafite) distintamente.

Assim, um dos métodos usados na resolução dos problemas de transferência de calor e, particularmente, de condução calor, em um meio heterogêneo de duas

regiões com difícil análise microscópica, é o da média volumétrica, apresentado por Whitaker (1999). Por exemplo, para materiais porosos, que normalmente têm geometrias complexas, a média volumétrica, ao ser aplicada às respectivas equações microscópicas de condução de calor, as transforma em macroscópicas e definidas em todo o domínio em estudo (englobando as duas regiões) e não apenas em cada região separadamente.

Quando existe o equilíbrio térmico local, ou seja, quando as temperaturas macroscópicas (as médias volumétricas intrínsecas das temperaturas) das duas regiões são iguais, o sistema de duas equações macroscópicas é reduzido a uma única equação. Quintard e Whitaker (1995) desenvolveram as condições necessárias para a validade do equilíbrio térmico local transiente e as compararam com experimentos numéricos.

Por outro lado, quando não há o equilíbrio térmico local, é necessário que se obtenha a forma fechada das equações macroscópicas, chamada de modelo das duas equações de energia e apresentada por Hsu (1999) e Nakayama *et al.* (2001).

Hsu (1999) usou este modelo na condução de calor transiente em um material poroso e rígido, no qual o fluido está parado e não há geração de calor em ambas as regiões; e propôs fórmulas para coeficientes de tortuosidade térmica G e de transferência de calor macroscópico interfacial h_{fs} . Para encontrar G , ele:

- obteve a respectiva expressão para o caso de equilíbrio térmico macroscópico entre as duas regiões;

- supôs, então, que G só depende da geometria interfacial microscópica e das propriedades térmicas do sólido e do fluido, estendendo, assim, a fórmula precedente para o caso geral de não equilíbrio térmico.

Hsu também encontrou uma fórmula para h_{fs} , ao considerar que a escala de tempo do processo microscópico é muito menor que a do processo macroscópico e, em consequência, a transferência microscópica de calor pode ser considerada quase-estacionária quando comparada com a macroscópica. Contudo, a solução ficou incompleta, porque a expressão final encontrada para h_{fs} ainda dependia de variáveis desconhecidas.

Já Nakayama *et al.* (2001) usaram o modelo de duas equações de energia para

o caso transiente de transferência de calor em um material poroso e rígido, no qual:

- o fluido está em movimento, e
- há a geração de calor nas duas regiões.

Eles utilizaram a expressão de G encontrada por Hsu (1999), mas h_{fs} continuou sem solução, como pôde ser verificado nos dois exemplos por eles apresentados:

1) o caso uni-dimensional estacionário, com o fluido parado e com geração de calor na região sólida;

2) o caso uni-dimensional estacionário, com o fluido em movimento e sem a geração de calor em ambas as regiões.

No primeiro caso, a solução encontrada ficou em função do h_{fs} desconhecido, enquanto, no segundo, a solução independia de h_{fs} .

Saito e Lemos obtiveram numericamente o coeficiente de transferência de calor macroscópico interfacial h_{fs} para os escoamentos laminar (2005) e turbulento (2006) transversais a um arranjo periódico infinito de hastes quadradas, sem geração de calor em ambas as regiões sólida e fluida, o qual, por hipótese, representava um meio poroso rígido.

Para tal e no caso turbulento, eles apresentaram as seguintes equações macroscópicas de energia, obtidas aplicando-se, sobre as equações microscópicas, o operador média volumétrica, em um volume elementar representativo REV:

$$\rho_f C p_f \left[\frac{\partial \phi \langle \bar{T}_f \rangle^i}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot \left\{ \phi \left(\langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^i \langle \bar{T}_f \rangle^i + \langle \bar{\mathbf{u}}^i \bar{T}_f \rangle^i + \overline{\langle \mathbf{u}' \rangle^i \langle T_f' \rangle^i} + \langle \bar{\mathbf{u}}^i T_f' \rangle^i \right) \right\} \right] = \bar{\nabla} \cdot \left\{ k_f \bar{\nabla} \left[\phi \langle \bar{T}_f \rangle^i \right] \right\} + \bar{\nabla} \cdot \left[\frac{1}{V_{REV}} \int \int_I \mathbf{n}_{fs} k_f \bar{T}_f ds \right] + \frac{1}{V_{REV}} \int \int_I \mathbf{n}_{fs} \cdot k_f \nabla \bar{T}_f ds \quad (2.3)$$

$$\rho_s C p_s \left\{ \frac{\partial (1 - \phi) \langle \bar{T}_s \rangle^i}{\partial t} \right\} = \bar{\nabla} \cdot \left\{ k_s \bar{\nabla} \left[(1 - \phi) \langle \bar{T}_s \rangle^i \right] \right\} - \bar{\nabla} \cdot \left[\frac{1}{V_{REV}} \int \int_I \mathbf{n}_{fs} k_s \bar{T}_s ds \right] - \frac{1}{V_{REV}} \int \int_I \mathbf{n}_{fs} \cdot k_s \nabla \bar{T}_s ds, \quad (2.4)$$

onde os subscritos f e s representam, respectivamente, as regiões fluida e sólida, \mathbf{u} é a velocidade instantânea do fluido, T_γ é a temperatura da região γ , $\alpha_\gamma = k_\gamma / \rho_\gamma c_{p\gamma}$,

sua difusividade térmica, k_γ , sua condutividade térmica, ρ_γ , sua massa específica, $c_{p\gamma}$, seu calor específico, g_γ , sua taxa volumétrica de geração de calor, e onde $\phi = V_f/V_{REV}$ é a porosidade, V_f é o volume de fluido dentro do REV, V_{REV} é o volume do REV, $\bar{\nabla}$ é o operador gradiente macroscópico, \mathbf{n}_{fs} é o vetor unitário normal à superfície da interface com o sentido da região fluida para a sólida, I é a interface das duas regiões dentro do REV, bem como, conforme Pedras e Lemos (2000, 2001),

$$\bar{\varphi} \equiv \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \varphi dt, \quad \text{com} \quad \varphi = \bar{\varphi} + \varphi', \quad (2.5)$$

é a média temporal da propriedade instantânea φ , φ' é o seu desvio temporal, Δt é o intervalo de integração no tempo, e

$$\langle \varphi_\gamma \rangle^i \equiv \frac{1}{V_\gamma} \int_{V_\gamma} \varphi_\gamma dV, \quad \text{com} \quad \varphi_\gamma = \langle \varphi_\gamma \rangle^i + {}^i\varphi_\gamma, \quad (2.6)$$

é a média volumétrica intrínseca da propriedade φ da região γ , ${}^i\varphi_\gamma$ seu desvio espacial e V_γ é o volume da região γ contida no volume elementar representativo REV.

Para o cálculo de h_{fs} , Saito e Lemos também utilizaram a seguinte expressão para a transferência de calor macroscópico interfacial, obtida, anteriormente, por Hsu (1999), para o caso da condução de calor, sem convecção e sem geração de calor, em meio poroso:

$$h_{fs} a_{fs} \left(\overline{\langle T_s \rangle^i} - \overline{\langle T_f \rangle^i} \right) = \frac{1}{V_{REV}} \int \int_I \mathbf{n}_{fs} \cdot k_f \nabla \bar{T}_f ds = \frac{1}{V_{REV}} \int \int_I \mathbf{n}_{fs} \cdot k_s \nabla \bar{T}_s ds, \quad (2.7)$$

onde

$$a_{fs} \equiv A_{fs}/V_{REV}, \quad (2.8)$$

sendo A_{fs} , a área interfacial dentro do REV.

A forma como Saito e Lemos (2005, 2006) obtiveram h_{fs} foi também usada por Kuwahara *et al.* (2001), para um escoamento laminar e sem geração de calor

em ambas as regiões, com o mesmo arranjo periódico infinito de hastes quadradas, os quais chegaram à seguinte expressão:

$$\frac{h_{fs}D}{k_f} = 1 + \frac{4(1-\phi)}{\phi} + \frac{1}{2} (1-\phi)^{1/2} Re_D^{0.6} Pr^{1/3}, \quad (2.9)$$

válida para $0.2 < \phi < 0.9$, onde:

- D é o lado do quadrado das varetas,

- Re_D é o número de Reynolds baseado em D e na velocidade do fluido, suposta macroscopicamente uniforme, e

- Pr é o número de Prandtl $= \nu/\alpha_f$, onde ν é a viscosidade cinemática do fluido.

Em relação aos seguintes termos desconhecidos da Eq. (2.3):

$$\rho_f C p_f \left[\dots + \bar{\nabla} \cdot \left\{ \phi \left(\dots + \langle \bar{\mathbf{u}}^i \bar{T}_f \rangle^i + \overline{\langle \mathbf{u}'^i T_f' \rangle^i} + \langle \overline{\mathbf{u}'^i T_f'} \rangle^i \right) \right\} \right] = \dots,$$

Saito e Lemos (2006) suporam as seguintes proporcionalidades:

- para o termo da transferência de calor turbulenta devido às flutuações temporais:

$$-(\rho_f C p_f) \left(\overline{\phi \langle \mathbf{u}'^i T_f' \rangle^i} \right) = k_t \bar{\nabla} \langle \bar{T}_f \rangle^i \quad (2.10)$$

- para o termo da dispersão térmica devido aos desvios espaciais:

$$-(\rho_f C p_f) \left(\phi \langle \bar{\mathbf{u}}^i \bar{T}_f \rangle^i \right) = k_{disp} \bar{\nabla} \langle \bar{T}_f \rangle^i \quad (2.11)$$

- para o termo da dispersão térmica turbulenta devido às flutuações temporais e aos desvios espaciais:

$$-(\rho_f C p_f) \left(\phi \langle \overline{\mathbf{u}'^i T_f'} \rangle^i \right) = k_{disp,t} \bar{\nabla} \langle \bar{T}_f \rangle^i \quad (2.12)$$

Saito e Lemos (2006) também suporam proporcionalidades parecidas para os seguintes termos das Eqs. (2.3) e (2.4):

$$\frac{1}{V_{REV}} \int \int_I \mathbf{n}_{fs} k_f \bar{T}_f ds = k_{f,s} \bar{\nabla} \langle \bar{T}_f \rangle^i \quad (2.13)$$

$$\frac{1}{V_{REV}} \int \int_I \mathbf{n}_{fs} k_s \bar{T}_s ds = k_{s,f} \bar{\nabla} \langle \bar{T}_s \rangle^i \quad (2.14)$$

Kuwahara *et al.* (1996) fizeram estudo semelhante para um escoamento laminar estacionário, com equilíbrio térmico macroscópico entre as duas regiões, sem geração de calor e transversal a um arranjo periódico infinito de hastes quadradas, o mesmo utilizado por Saito e Lemos (2005, 2006). As equações macroscópicas (2.3) e (2.4) tornam-se, para o escoamento laminar:

$$\begin{aligned} \rho_f C p_f \left[\frac{\partial \phi \langle T_f \rangle^i}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot \left\{ \phi \left(\langle \mathbf{u} \rangle^i \langle T_f \rangle^i + \langle {}^i \mathbf{u} T_f \rangle^i \right) \right\} \right] = \bar{\nabla} \cdot \left\{ k_f \bar{\nabla} \left[\phi \langle T_f \rangle^i \right] \right\} + \\ + \bar{\nabla} \cdot \left[\frac{1}{V_{REV}} \int \int_I \mathbf{n}_{fs} k_f T_f ds \right] + \frac{1}{V_{REV}} \int \int_I \mathbf{n}_{fs} \cdot k_f \nabla T_f ds \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} \rho_s C p_s \left\{ \frac{\partial (1 - \phi) \langle T_s \rangle^i}{\partial t} \right\} = \bar{\nabla} \cdot \left\{ k_s \bar{\nabla} \left[(1 - \phi) \langle T_s \rangle^i \right] \right\} - \\ - \bar{\nabla} \cdot \left[\frac{1}{V_{REV}} \int \int_I \mathbf{n}_{fs} k_s T_s ds \right] - \frac{1}{V_{REV}} \int \int_I \mathbf{n}_{fs} \cdot k_s \nabla T_s ds \end{aligned} \quad (2.16)$$

Devido ao equilíbrio térmico macroscópico, tem-se $\langle T_f \rangle^i = \langle T_s \rangle^i = \langle T \rangle$. Somando as Eqs. (2.15) e (2.16), supondo a porosidade macroscopicamente constante e uniforme, e levando em conta a segunda igualdade das Eqs. (2.7), encontra-se :

$$\begin{aligned} \left[\phi \rho_f C p_f + (1 - \phi) \rho_s C p_s \right] \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial t} + \rho_f C p_f \bar{\nabla} \cdot (\langle \mathbf{u} \rangle \langle T \rangle) = \\ = \bar{\nabla} \cdot \left\{ \left[\phi k_f + (1 - \phi) k_s \right] \bar{\nabla} \langle T \rangle + \frac{1}{V_{REV}} \int \int_I \mathbf{n}_{fs} (k_f - k_s) T ds - \rho_f C p_f \langle {}^i \mathbf{u} T \rangle \right\}, \end{aligned} \quad (2.17)$$

que, para o escoamento estacionário, torna-se:

$$\begin{aligned} \rho_f C p_f \bar{\nabla} \cdot (\langle \mathbf{u} \rangle \langle T \rangle) &= \\ &= \bar{\nabla} \cdot \left\{ k_{st} \bar{\nabla} \langle T \rangle + \frac{1}{V_{REV}} \int \int_I \mathbf{n}_{fs} (k_f - k_s) T ds - \rho_f C p_f \langle {}^i \mathbf{u}^i T \rangle \right\}, \end{aligned} \quad (2.18)$$

onde

$$k_{st} \equiv \phi k_f + (1 - \phi) k_s \quad (2.19)$$

é a condutividade térmica estagnante. Observa-se que, na obtenção da Eq. (2.17), usou-se a seguinte relação para uma propriedade φ_f do fluido:

$$\langle \varphi_f \rangle = \phi \langle \varphi_f \rangle^i$$

Proporcionalidade semelhante às das Eqs. (2.13) e (2.14) foi feita por Kuwahara *et al.*:

$$\frac{1}{V_{REV}} \int \int_I \mathbf{n}_{fs} (k_f - k_s) T ds = k_{fs} \bar{\nabla} \langle T \rangle, \quad (2.20)$$

bem como

$$-\rho_f C p_f \langle {}^i \mathbf{u}^i T \rangle = k_{disp} \bar{\nabla} \langle T \rangle \quad (2.21)$$

Assim, a Eq. (2.18) tornou-se:

$$\rho_f C p_f \bar{\nabla} \cdot (\langle \mathbf{u} \rangle \langle T \rangle) = \bar{\nabla} \cdot \{ k_e \bar{\nabla} \langle T \rangle \}, \quad (2.22)$$

onde

$$k_e \equiv k_{st} + k_{fs} + k_{disp} \quad (2.23)$$

é a condutividade térmica efetiva. Kuwahara *et al.* então fizeram cálculos para obter k_{fs} e k_{disp} , usando a mesma forma de solução de Saito e Lemos (2005, 2006).

2.3 Os modelos de parâmetros concentrados

Os modelos de parâmetros concentrados, segundo Cotta e Mikkhailov (1997), se propõem a reduzir os custos computacionais dos métodos numéricos e códigos computacionais comerciais disponíveis, em problemas multidimensionais de difusão em uma ou mais regiões, através da diminuição do número de variáveis independentes, pelas integrações das equações diferenciais parciais em relação às variáveis espaciais que se deseja eliminar, usando uma das seguintes abordagens usuais:

- a clássica (CLSA - “Classical Lumped System Analysis”), na qual as temperaturas nos contornos são assumidas como sendo iguais às temperaturas médias nos respectivos domínios de definição, o que restringe o seu campo de aplicação aos problemas com gradientes de temperatura no máximo moderados, o que obriga que seus números de Biot sejam baixos (< 0.1);
- a formulação melhorada (ILSA - “Improved Lumped System Analysis”), na qual:
 - 1) integram-se as equações diferenciais parciais em relação às variáveis espaciais a serem eliminadas;
 - 2) determinam-se as temperaturas e os fluxos de calor nos contornos em função das temperaturas médias, através de um sistema de equações algébricas obtido usando-se as condições de contorno e usando-se aproximações de Hermite (Mennig *et al.*, 1983) para as integrais de definição das temperaturas médias e para as integrais dos fluxos de calor;
 - 3) substituem-se estas expressões das temperaturas e dos fluxos de calor nos contornos, em função das temperaturas médias, nas equações diferenciais transformadas obtidas no item 1);
 - 4) obtêm-se as temperaturas médias, resolvendo-se as equações diferenciais obtidas em 3);
 - 5) calculam-se as temperaturas nos contornos, substituindo-se, nas respectivas expressões obtidas em 2), as temperaturas médias calculadas em 4).

O motivo de serem usadas as aproximações de Hermite na formulação melhorada está em possibilitar serem expressas as integrais das temperaturas médias e dos fluxos de calor em termos dos valores, respectivamente, das temperaturas e dos fluxos de calor nos contornos. Com isto, através dos passos 1) a 5), mostrados acima, pode-se calcular justamente o que se está buscando por este método: as temperaturas médias e as temperaturas nos contornos.

A aproximação geral de Hermite para uma integral, baseada nos valores do integrando e de suas derivadas nos limites da integração, é :

$$\int_a^b y(r)dr = \sum_{\nu=0}^{\alpha} C_{\nu}y^{(\nu)}(a) + \sum_{\nu=0}^{\beta} D_{\nu}y^{(\nu)}(b) \quad (2.24)$$

onde $y(r)$ e suas derivadas $y^{(\nu)}(r)$ são definidas para todo o $r \in (a, b)$. Supõe-se que os valores numéricos de $y^{(\nu)}(a)$, para $\nu = 0, 1, \dots, \alpha$, e $y^{(\nu)}(b)$, para $\nu = 0, 1, \dots, \beta$, sejam conhecidos. A expressão geral para a aproximação $H_{\alpha, \beta}$ é:

$$\int_a^b y(r)dr = \sum_{\nu=0}^{\alpha} C_{\nu}(\alpha, \beta)h^{\alpha+1}y^{(\nu)}(a) + \sum_{\nu=0}^{\beta} C_{\nu}(\beta, \alpha)h^{\alpha+1}y^{(\nu)}(b) + O(h^{\alpha+\beta+3}), \quad (2.25)$$

onde $h = b - a$, e

$$C_{\nu}(\alpha, \beta) = \frac{(\alpha + 1)!(\alpha + \beta + 1 - \nu)!}{(\nu + 1)!(\alpha - \nu)!(\alpha + \beta + 2)!} \quad (2.26)$$

Assim,

$$H_{0,0} \rightarrow \int_a^b y(r)dr \cong \frac{h}{2}(y(a) + y(b)) \quad (2.27)$$

$$H_{1,0} \rightarrow \int_a^b y(r)dr \cong \frac{2h}{3}(y(a) + y(b)) + \frac{h^2}{6}y'(a) \quad (2.28)$$

$$H_{1,1} \rightarrow \int_a^b y(r)dr \cong \frac{h}{2}(y(a) + y(b)) + \frac{h^2}{12}(y'(a) - y'(b)) \quad (2.29)$$

$$H_{2,0} \rightarrow \int_a^b y(r)dr \cong \frac{3h}{4}(y(a) + y(b)) + \frac{h^2}{4}y'(a) + \frac{h^3}{24}y''(a) \quad (2.30)$$

$$H_{2,1} \rightarrow \int_a^b y(r) dr \cong \frac{h}{5}(3y(a) + y(b)) + \frac{h^2}{20}(3y'(a) - y'(b)) + \frac{h^3}{60}y''(a) \quad (2.31)$$

Entre os trabalhos que utilizaram o modelo dos parâmetros concentrados, têm-se:

- Cheroto *et al.* (1997) modelaram a transferência simultânea de calor e de massa durante o processo de secagem em meio poroso capilar úmido, usando formulações de parâmetros concentrados aperfeiçoadas obtidas pela integração espacial das equações de Luikov para temperatura e umidade.
- Regis *et al.* (2000) propuseram um modelo melhorado de parâmetros concentrados para a condução de calor transiente em uma vareta de combustível, de forma semelhante ao que foi feito neste trabalho para um elemento combustível esférico particulado;
- Su e Cotta (2001) também estudaram o comportamento térmico transiente de uma vareta de combustível como Regis *et al.* (2000), só que, enquanto esses usaram as aproximações de Hermite $H_{1,0}$ para a integral da temperatura média na região do combustível e $H_{0,0}$ para a respectiva integral no revestimento, bem como para as integrais dos fluxos de calor, Su e Cotta usaram a aproximação $H_{1,1}$ para ambas as integrais das temperaturas médias, mantendo $H_{0,0}$ para as integrais dos fluxos. Além disso, enquanto Regis *et al.* consideraram a taxa volumétrica de geração de calor da região do combustível e a temperatura do refrigerante constantes, Su e Cotta simularam os casos de uma inserção de reatividade e de uma perda parcial da refrigeração forçada;
- Su (2004) propôs um modelo melhorado para a refrigeração transiente, por irradiação, de um corpo esférico com uma região e comparou as soluções pelas aproximações $H_{2,0}$ - $H_{0,0}$ (o primeiro H se referindo à aproximação de Hermite para a integral da definição de temperatura média e o segundo, para a integral do fluxo de calor) e $H_{2,1}$ - $H_{0,0}$. No presente trabalho, a geometria também é

esférica, só que particulada (ou seja, com duas regiões), a refrigeração é por convecção no lugar da irradiação, e também aqui são comparadas os resultados das duas soluções que usam, respectivamente, as aproximações $H_{2,0}-H_{0,0}$ e $H_{2,1}-H_{0,0}$ em ambas as regiões;

- Cerqueira e Su (2005) aplicaram, em um problema estacionário de transferência de calor conjugada, a aproximação $H_{0,0}-H_{0,0}$ do método melhorado de parâmetros concentrados para as integrais da temperatura média e do fluxo de calor na parede de um duto circular com condução de calor axial, com transferência de calor por convecção na sua superfície externa e com um escoamento laminar em seu interior;
- Su (2001) comparou as aproximações CLSA, $H_{0,0}-H_{0,0}$ e $H_{1,1}-H_{0,0}$ com a solução por diferenças finitas, no problema de resfriamento assimétrico por convecção de uma placa plana longa;
- em um problema de condução de calor transiente uni-dimensional, Pontedeiro *et al.* (2004) usaram a aproximação $H_{1,1}-H_{1,1}$ para as integrais da temperatura média e do fluxo de calor na direção radial, em uma vareta de combustível nuclear com as propriedades termofísicas dependentes da temperatura;
- o mesmo trabalho foi realizado por Pontedeiro *et al.* (2005), só que ampliando a solução anterior, com o uso da transformação de Kirchoff e de uma transformação da variável tempo, para os casos em que a capacidade térmica volumétrica do combustível é altamente dependente da temperatura;
- Pessoa e Su (2007a) aplicaram o método dos parâmetros concentrados melhorado para determinação do comportamento térmico transiente de uma partícula de combustível, com cinco regiões concêntricas, circundada por gás He, utilizando os seguintes conjuntos de aproximações para as respectivas integrais das temperaturas médias: $H_{2,0}/ H_{0,0}/ H_{0,0}/ H_{0,0}/ H_{0,0}$, $H_{2,1}/ H_{0,0}/ H_{0,0}/ H_{0,0}/ H_{0,0}$ e $H_{2,1}/ H_{1,1}/ H_{1,1}/ H_{1,1}/ H_{1,1}$; e comparando seus resultados com os obtidos pelo método de diferenças finitas. Para as integrais de fluxo de calor de todas as regiões sempre foi usada a aproximação $H_{0,0}$;

- Pessoa *et al.* (2009) usaram os modelos de parâmetros concentrados melhorados para calcularem as temperaturas macroscópicas médias, centrais e na superfície de um elemento combustível esférico particulado com duas regiões: as partículas de combustível de UO_2 dispersas e a matriz de grafite. Foram comparados os resultados obtidos ao se aplicar, em ambas as regiões, as aproximações $H_{2,0}-H_{0,0}$ e $H_{2,1}-H_{0,0}$, na simulação de um LOFA (ver página 16, Seção 2.1), sendo a solução de referência a obtida pelo método de diferenças finitas. As equações macroscópicas de condução de calor foram obtidas pelo modelo de duas equações de energia.
- Dantas *et al.* (2007) apresentaram ferramentas híbridas para a formulação e solução da transferência simultânea de calor e massa em meio poroso capilar, usando modelos aperfeiçoados de parâmetros concentrados e a técnica de transformada integral generalizada (GITT).

2.4 GITT

A técnica da transformada integral generalizada (GITT) deriva da técnica da transformada integral clássica (CITT), que, por sua vez, foi criada, em 1974, por Özisik e Murrav e que é uma aproximação na solução analítica de problemas de difusão lineares e transformáveis. A GITT procura justamente incluir no universo dos problemas resolvidos pela transformada integral, aqueles não-transformáveis.

A GITT consiste em:

- escolher um problema auxiliar associado, procurando-se não perder informações sobre a geometria e os operadores;
- desenvolver o par de transformadas integrais para os operadores “transformada” e “inversa”;
- transformar o sistema de equações diferenciais parciais original em um sistema de equações diferenciais ordinárias acoplado;

- truncar e resolver numericamente o sistema de equações diferenciais ordinárias para uma precisão desejada;
- encontrar os potenciais originais através das fórmulas de inversão.

Como exemplos de uso da GITT, têm-se:

- sua aplicação no problema de condução uni-dimensional transiente em uma vareta de combustível nuclear com as propriedades termofísicas dependentes da temperatura, na qual Pontedeiro *et al.* (2007) e Pontedeiro (2007) eliminaram a não-linearidade da dependência da condutividade térmica em relação à temperatura, usando a transformada de Kirchhoff, e aceleraram, por um método semi-analítico, a solução numérica do sistema de equações diferenciais ordinárias não-lineares obtido;
- Ribeiro *et al.* (1993) aplicaram a GITT a um problema uni-dimensional linear de difusão de calor e massa em um meio poroso capilar definido pelas equações de Luikov, cujas equações diferenciais têm a seguinte forma:

$$\frac{\partial\theta_1(X, \tau)}{\partial\tau} = cte1 \frac{\partial^2\theta_1(X, \tau)}{\partial X^2} + cte2 \frac{\partial^2\theta_2(X, \tau)}{\partial X^2}$$

$$\frac{\partial\theta_2(X, \tau)}{\partial\tau} = cte3 \frac{\partial^2\theta_1(X, \tau)}{\partial X^2} + cte4 \frac{\partial^2\theta_2(X, \tau)}{\partial X^2};$$

- Cheroto *et al.* (1997) aplicaram a metodologia da GITT para resolver um problema de convecção forçada laminar transiente em um canal de placas planas paralelas com a temperatura do fluido na entrada variando periodicamente.
- Barros e Cotta (2007), por sua vez, usaram esta técnica em um problema tridimensional estacionário de determinação da concentração de poluentes em rios ou canais com escoamento turbulento;
- Cerqueira e Su (2005) aplicaram a GITT na determinação das temperaturas do fluido no problema de transferência de calor conjugada descrito na página 29, Seção 2.3;

- Pessoa *et al.* (2008) usaram o modelo de parâmetros distribuídos com o uso da GITT para determinarem as distribuições das temperaturas macroscópicas das duas regiões do elemento combustível estudado por Pessoa *et al.* (2009), cujo trabalho foi mencionado na página 30, Seção 2.3. Novamente, as equações macroscópicas de condução de calor foram as do modelo de duas equações de energia.

Capítulo 3

Condução de Calor em Meios Heterogêneos

Neste capítulo são apresentadas a formulação geral microscópica da condução de calor em meios heterogêneos e o modelo de duas equações de energia, e é determinado o coeficiente de tortuosidade térmica, que surge com este modelo.

3.1 Formulação geral microscópica da condução de calor em meios heterogêneos

Considerando-se uma região macroscópica, circundada por um gás e composta por n sub-regiões de substâncias diferentes, aleatoriamente distribuídas, com resistência térmica de contato entre si e geradoras de calor, as equações microscópicas de condução de calor e as de interface são:

$$(\rho c_p)_i \frac{\partial T_i}{\partial t} = \nabla \cdot (k_i \nabla T_i) + g_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad \text{e} \quad (3.1)$$

$$-\mathbf{n}_{ij} \cdot k_i \nabla T_i = h_{ij}(T_i - T_j) = -\mathbf{n}_{ij} \cdot k_j \nabla T_j, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad (3.2)$$

sendo as Eqs. (3.2) definidas na interface das sub-regiões i e j , sendo \mathbf{n}_{ij} , o vetor unitário perpendicular à interface, com sentido da sub-região i para a j , e sendo h_{ij} ,

a condutância térmica de contato interfacial entre as sub-regiões i e j .

As condições de contorno são as seguintes:

$$-\mathbf{n}_i \cdot k_i \nabla T_i = h(T_i - T_\infty), \quad i = 1, \dots, n, \quad (3.3)$$

definidas nos trechos nos quais as sub-regiões i têm contato com o gás que circunda a região macroscópica, onde \mathbf{n}_i é o vetor unitário normal ao contorno da sub-região i , com sentido para o exterior, h é o coeficiente de transferência de calor do gás e T_∞ é a temperatura do gás.

3.2 O modelo de duas equações de energia

Um caso particular do sistema físico geral de meio heterogêneo apresentado na Seção 3.1 ocorre quando a região macroscópica é composta por apenas duas sub-regiões: uma matriz e inclusões esféricas aleatoriamente distribuídas (por hipótese, sem contato entre si), com contato térmico microscópico perfeito entre estas e a primeira. Supõe-se também que as inclusões são geradoras de calor. Para este caso, é apresentado o modelo de duas equações de energia.

Usando-se o subscrito f para denotar a matriz e s , as inclusões esféricas, as equações microscópicas de condução de calor de cada uma das sub-regiões são:

$$\rho_f c_{pf} \frac{\partial T_f}{\partial t} = \nabla \cdot (k_f \nabla T_f) \quad (3.4)$$

$$\rho_s c_{ps} \frac{\partial T_s}{\partial t} = \nabla \cdot (k_s \nabla T_s) + g_s \quad (3.5)$$

Considerando o contato térmico microscópico perfeito entre as duas sub-regiões, têm-se, na interface:

$$T_f = T_s \quad (3.6)$$

$$\mathbf{n}_{fs} \cdot k_f \nabla T_f = \mathbf{n}_{fs} \cdot k_s \nabla T_s \quad (3.7)$$

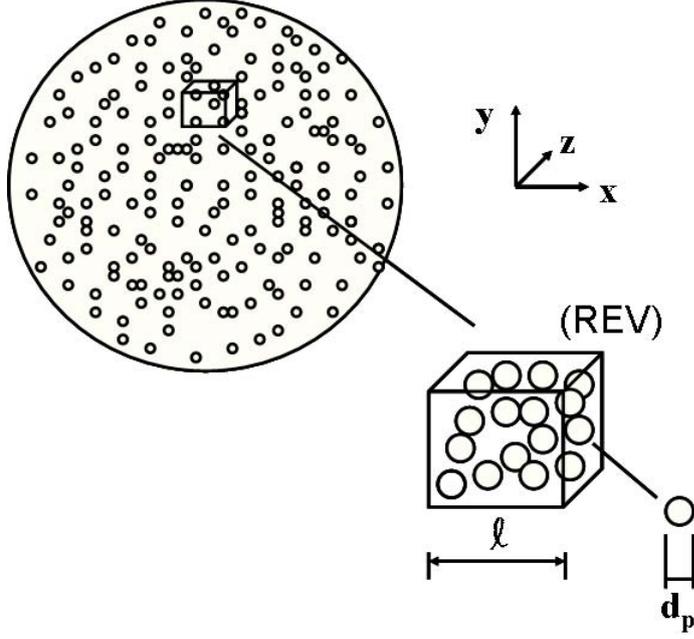


Figura 3.1: Volume elementar representativo REV

Usando-se, então, a idéia do volume elementar representativo REV (figura 3.1), ou seja, um cubo com dimensão ℓ muito maior que o diâmetro da partícula d_p , e aplicando-se a média volumétrica, neste cubo, sobre as equações microscópicas (3.4) e (3.5), obtêm-se as seguintes equações macroscópicas (Hsu,1999):

$$\rho_f c_{pf} \frac{\partial (\phi \langle T_f \rangle^i)}{\partial t} = \bar{\nabla} \cdot [k_f \bar{\nabla} (\phi \langle T_f \rangle^i)] + \bar{\nabla} \cdot (k_f \Lambda_{fs}) + Q_{fs} \quad (3.8)$$

$$\rho_s c_{ps} \frac{\partial [(1 - \phi) \langle T_s \rangle^i]}{\partial t} = \bar{\nabla} \cdot [k_s \bar{\nabla} ((1 - \phi) \langle T_s \rangle^i)] - \bar{\nabla} \cdot (k_s \Lambda_{fs}) - Q_{fs} + (1 - \phi) g_s, \quad (3.9)$$

onde $\langle T_j \rangle^i$ é a média volumétrica intrínseca da temperatura da sub-região j no REV, média esta definida pela Eq. (2.6),

$$\Lambda_{fs} \equiv \frac{1}{V_{REV}} \int \int_I \mathbf{n}_{fs} T_f ds = \frac{1}{V_{REV}} \int \int_I \mathbf{n}_{fs} T_s ds \quad (3.10)$$

representa, segundo Hsu (1999), o efeito da tortuosidade térmica, e

$$Q_{fs} \equiv \frac{1}{V_{REV}} \int \int_I \mathbf{n}_{fs} \cdot k_f \nabla T_f ds = \frac{1}{V_{REV}} \int \int_I \mathbf{n}_{fs} \cdot k_s \nabla T_s ds \quad (3.11)$$

é a taxa volumétrica de transferência de calor macroscópico interfacial, sendo I , a interface das duas sub-regiões dentro do REV. Observa-se que as segundas igualdades das Eqs. (3.10) e (3.11) são consequências da hipótese de contato térmico microscópico perfeito, ou seja, das Eqs. (3.6) e (3.7). Nota-se também que o último termo da Eq. (3.9) supõe que a taxa volumétrica de geração de calor da sub-região sólida, $g_s(\mathbf{r}, t)$, onde \mathbf{r} é o vetor posição, é uniforme, pois:

$$\begin{aligned} \frac{1}{V_{REV}} \int \int \int_{V_{REV}} g_s dV &= \frac{1}{V_{REV}} \left[\int \int \int_{V_f} g_s dV + \int \int \int_{V_s} g_s dV \right] = \\ &= \frac{1}{V_{REV}} \left[0 + \int \int \int_{V_s} g_s dV \right] = \frac{g_s}{V_{REV}} \int \int \int_{V_s} dV = \frac{g_s V_s}{V_{REV}} = (1 - \phi) g_s \end{aligned} \quad (3.12)$$

Como o lado ℓ do cubo do volume elementar representativo é muito maior que o diâmetro da partícula d_p , a escala de tempo dimensional macroscópica, ℓ^2/α_f , correspondente à unidade de tempo adimensional macroscópico, é muito maior que a escala de tempo dimensional microscópica, d_p^2/α_f , correspondente à unidade de tempo adimensional microscópico. Assim, para a escala de tempo dimensional macroscópica, a condução de calor microscópica pode ser considerada quase-estacionária. Com esta hipótese, Hsu (1999) demonstrou que:

$$\Lambda_{fs} = G(\bar{\nabla} \langle T_f \rangle^i - \sigma \bar{\nabla} \langle T_s \rangle^i) \quad (3.13)$$

$$Q_{fs} = h_{fs} a_{fs} \left(\langle T_s \rangle^i - \langle T_f \rangle^i \right), \quad (3.14)$$

onde G e h_{fs} são, respectivamente, os coeficientes de tortuosidade térmica e de transferência de calor macroscópico interfacial, a_{fs} está definido na Eq. (2.8) e

$$\sigma \equiv k_s/k_f \quad (3.15)$$

Substituindo-se as Eqs. (3.13) e (3.14) nas Eqs. (3.8) e (3.9), encontram-se:

$$\rho_f c_{pf} \frac{\partial (\phi \langle T_f \rangle^i)}{\partial t} = \bar{\nabla} \cdot [k_f \bar{\nabla} (\phi \langle T_f \rangle^i)] + \bar{\nabla} \cdot k_f G (\bar{\nabla} \langle T_f \rangle^i - \sigma \bar{\nabla} \langle T_s \rangle^i) + h_{fs} a_{fs} (\langle T_s \rangle^i - \langle T_f \rangle^i) \quad (3.16)$$

$$\rho_s c_{ps} \frac{\partial [(1 - \phi) \langle T_s \rangle^i]}{\partial t} = \bar{\nabla} \cdot [k_s \bar{\nabla} ((1 - \phi) \langle T_s \rangle^i)] - \bar{\nabla} \cdot k_s G (\bar{\nabla} \langle T_f \rangle^i - \sigma \bar{\nabla} \langle T_s \rangle^i) - h_{fs} a_{fs} (\langle T_s \rangle^i - \langle T_f \rangle^i) + (1 - \phi) g_s \quad (3.17)$$

3.3 Determinação do coeficiente de tortuosidade térmica

De acordo com Hsu (1999), supondo-se o equilíbrio térmico macroscópico, ou seja,

$$\langle T_f \rangle^i = \langle T_s \rangle^i = \langle T \rangle, \quad (3.18)$$

e somando-se as Eqs. (3.16) e (3.17), tem-se (supondo-se a porosidade macroscopicamente constante e uniforme):

$$(\rho c_p)_m \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial t} = \bar{\nabla} \cdot (k_e \bar{\nabla} \langle T \rangle) + (1 - \phi) g_s \quad (3.19)$$

onde:

$$(\rho c_p)_m = \phi \rho_f c_{pf} + (1 - \phi) \rho_s c_{ps},$$

$\langle T \rangle$ é a média volumétrica no volume elementar da variável T , definida como $T \equiv T_f$, na sub-região fluida, e $T \equiv T_s$, na sub-região sólida; e

$$k_e = \phi k_f + (1 - \phi)k_s + k_f(1 - \sigma)^2 G \quad (3.20)$$

é a condutividade térmica efetiva.

Observam-se as seguintes diferenças nas fórmulas de k_e obtidas por Kuwahara *et al.* (1996) e por Hsu (1999), respectivamente, Eqs. (2.23) e (3.20):

- o termo k_{disp} da Eq. (2.23), o qual pressupõe a existência de um escoamento por causa do fator $\langle \mathbf{u}^i T \rangle$ da Eq. (2.21), não existe na expressão (3.20) de Hsu, pois, como explicado na página 20, na Seção 2.2, este autor só considerou a condução de calor no meio heterogêneo;
- o termo $k_f(1-\sigma)^2 G$ da Eq. (3.20) é originário da relação (3.13) obtida por Hsu, enquanto que k_{fs} da Eq. (2.23) surgiu com a hipótese de proporcionalidade (2.20) de Kuwahara *et al.*

Para calcular-se G na Eq. (3.20) é necessário conhecer-se k_e . Hsu (1999), então, usou a expressão:

$$\frac{k_e}{k_f} = 1 - (1 - \phi)^{2/3} + \frac{\sigma (1 - \phi)^{2/3}}{\sigma + (1 - \sigma) (1 - \phi)^{1/3}}, \quad (3.21)$$

obtida por ele, em um trabalho anterior, por meio de um modelo que usou cubos periódicos para representar o meio poroso.

Assim, as Eqs. (3.20) e (3.21) permitem calcular-se G , cujo resultado pode ser estendido para a situação de não equilíbrio térmico macroscópico, se for suposto, como fez Hsu, que G depende apenas da geometria interfacial microscópica e das propriedades térmicas das duas sub-regiões.

Em relação ao coeficiente de transferência de calor macroscópico interfacial, h_{fs} , ainda não existe na literatura algum trabalho que o tenha determinado para o caso de condução de calor (sem convecção) com geração de calor em uma das sub-regiões, ao contrário do que já foi feito para o escoamento laminar (Kuwahara *et al.* 2001, Saito e Lemos, 2005) e para o turbulento (Saito e Lemos, 2006), em um

meio poroso e rígido, sem geração de calor em ambas as sub-regiões, conforme visto nas páginas 21 e 22 da Seção 2.2.

Capítulo 4

Modelos de parâmetros concentrados para a condução de calor macroscópica em um elemento combustível esférico

Neste capítulo, são apresentadas as hipóteses, a formulação e o desenvolvimento dos modelos de parâmetros concentrados clássico (“Classical Lumped System Analysis” - CLSA) e melhorado (“Improved Lumped System Analysis” - ILSA) aplicados ao modelo de duas equações de energia da condução de calor transiente uni-dimensional em um elemento combustível esférico particulado, bem como a solução analítica do caso estacionário que serviu para a definição das condições iniciais do transiente em estudo.

4.1 Introdução

Os primeiros modelos estudados neste trabalho para a condução de calor macroscópica transiente uni-dimensional em um elemento combustível esférico particulado são os de parâmetros concentrados. Foram supostos que:

- o elemento combustível esférico é composto por apenas duas sub-regiões: a matriz de grafite e as partículas de combustível compostas somente por UO_2 . As-

sim, neste trabalho, não se considera o revestimento de grafite do elemento combustível, nem as quatro camadas de revestimento das partículas de combustível, respectivamente, conforme as Figuras 2.3 e 2.1;

- as propriedades termofísicas de cada sub-região são constantes e uniformes;
- antes do início do transiente, o reator está em regime estacionário.

4.2 Formulação Matemática

Aplica-se, então, os resultados da Seção 3.2 para um elemento combustível esférico particulado, sendo que os subscritos f e s das Eqs. (3.16) e (3.17) denotam aqui, respectivamente, as sub-regiões de grafite e de UO_2 .

Supondo-se que o problema é uni-dimensional, que ϕ , G e k_j são macroscopicamente uniformes e que ϕ é macroscopicamente constante, as Eqs. (3.16) e (3.17), no sistema de coordenadas esféricas, tornam-se:

$$\phi \frac{\partial \langle T_f \rangle^i}{\partial t} = (\phi + G) \alpha_f \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (r \langle T_f \rangle^i)}{\partial r^2} + \frac{a_{fs} h_{fs}}{\rho_f c_{pf}} \left(\langle T_s \rangle^i - \langle T_f \rangle^i \right) - \sigma G \alpha_f \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (r \langle T_s \rangle^i)}{\partial r^2} \quad (4.1)$$

$$(1 - \phi) \frac{\partial \langle T_s \rangle^i}{\partial t} = (1 - \phi + \sigma G) \alpha_s \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (r \langle T_s \rangle^i)}{\partial r^2} - \frac{a_{fs} h_{fs}}{\rho_s c_{ps}} \left(\langle T_s \rangle^i - \langle T_f \rangle^i \right) - \alpha_s G \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (r \langle T_f \rangle^i)}{\partial r^2} + \frac{(1 - \phi) g_s(t)}{\rho_s c_{ps}}, \quad (4.2)$$

para $0 < r < r_P$ e $t > 0$, onde r_P é o raio do elemento combustível. Definindo-se os seguintes grupos adimensionais:

$$\left. \begin{aligned} R &= \frac{r}{r_P} & \tau &= \frac{\alpha_f t}{r_P^2} & \theta_j &= \frac{\langle T_j \rangle^i - T_\infty}{T_0 - T_\infty} \end{aligned} \right]_{j=s,f}$$

$$\delta = \frac{\alpha_s}{\alpha_f} \quad \Phi_s(\tau) = \frac{r_P^2 g_s(\tau r_P^2 / \alpha_f)}{k_f (T_0 - T_\infty)}, \quad (4.3)$$

onde:

- T_∞ é a temperatura, suposta constante, do gás He que circunda o elemento combustível, e

- T_0 é uma temperatura arbitrária de referência, as Eqs. (4.1) and (4.2) tornam-se, respectivamente:

$$\phi \frac{\partial \theta_f}{\partial \tau} = (\phi + G) \frac{1}{R} \frac{\partial^2 (R\theta_f)}{\partial R^2} + \frac{a_{fs} h_{fs} r_P^2}{k_f} (\theta_s - \theta_f) - \sigma G \frac{1}{R} \frac{\partial^2 (R\theta_s)}{\partial R^2} \quad (4.4)$$

$$(1 - \phi) \frac{\partial \theta_s}{\partial \tau} = (1 - \phi + \sigma G) \delta \frac{1}{R} \frac{\partial^2 (R\theta_s)}{\partial R^2} - \frac{a_{fs} h_{fs} \delta r_P^2}{k_f \sigma} (\theta_s - \theta_f) - \delta G \frac{1}{R} \frac{\partial^2 (R\theta_f)}{\partial R^2} + \frac{(1 - \phi) \Phi_s(\tau) \delta}{\sigma}, \quad (4.5)$$

para $0 < R < 1$. As Eqs. (4.4) e (4.5) têm a seguinte forma equivalente:

$$\phi \frac{\partial \theta_f}{\partial \tau} = (\phi + G) \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} (R^2 \frac{\partial \theta_f}{\partial R}) + \frac{a_{fs} h_{fs} r_P^2}{k_f} (\theta_s - \theta_f) - \sigma G \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} (R^2 \frac{\partial \theta_s}{\partial R}) \quad (4.6)$$

$$(1 - \phi) \frac{\partial \theta_s}{\partial \tau} = (1 - \phi + \sigma G) \delta \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} (R^2 \frac{\partial \theta_s}{\partial R}) - \frac{a_{fs} h_{fs} \delta r_P^2}{k_f \sigma} (\theta_s - \theta_f) - \delta G \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} (R^2 \frac{\partial \theta_f}{\partial R}) + \frac{(1 - \phi) \Phi_s(\tau) \delta}{\sigma} \quad (4.7)$$

Dividindo-se as Eqs. (4.6) e (4.7), respectivamente, por ϕ e $(1 - \phi)$, e definindo-se os seguintes grupos de parâmetros:

$$A = \frac{(\phi + G)}{\phi} \quad B = \frac{a_{fs} h_{fs} r_P^2}{\phi k_f} \quad C = -\frac{\sigma G}{\phi} \quad (4.8)$$

$$D = \frac{(1 - \phi + \sigma G) \delta}{(1 - \phi)} \quad E = -\frac{a_{fs} h_{fs} \delta r_P^2}{(1 - \phi) k_f \sigma} \quad F = -\frac{\delta G}{(1 - \phi)} \quad (4.9)$$

$$G^*(\tau) = \frac{\Phi_s(\tau)\delta}{\sigma}, \quad (4.10)$$

as Eqs. (4.6) e (4.7) tornam-se:

$$\frac{\partial\theta_f}{\partial\tau} = A\frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial R}(R^2\frac{\partial\theta_f}{\partial R}) + B(\theta_s - \theta_f) + C\frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial R}(R^2\frac{\partial\theta_s}{\partial R}) \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial\theta_s}{\partial\tau} = D\frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial R}(R^2\frac{\partial\theta_s}{\partial R}) + E(\theta_s - \theta_f) + F\frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial R}(R^2\frac{\partial\theta_f}{\partial R}) + G^*(\tau), \quad (4.12)$$

Supõe-se que as seguintes condições macroscópicas de contorno são válidas:

$$\left.\frac{\partial\theta_f}{\partial R}\right|_{R=1} + Bi_f \theta_f(1, \tau) = 0 \quad \left.\frac{\partial\theta_s}{\partial R}\right|_{R=1} + Bi_s \theta_s(1, \tau) = 0, \quad (4.13)$$

cujos números de Biot são definidos por:

$$Bi_f \equiv \frac{h_{He}r_P}{k_f} \quad Bi_s \equiv \frac{h_{He}r_P}{k_s}, \quad (4.14)$$

onde h_{He} é o coeficiente de transferência de calor convectivo entre o elemento combustível e o gás He.

As condições macroscópicas de contorno para $R = 0$, por sua vez, são:

$$\left.\frac{\partial\theta_f}{\partial R}\right|_{R=0} = 0 \quad \left.\frac{\partial\theta_s}{\partial R}\right|_{R=0} = 0, \quad (4.15)$$

porque é suposta simetria das temperaturas microscópicas em relação à origem, o que implica nesta simetria também das macroscópicas.

Como se está supondo que, antes de ser iniciado o transiente, o reator está em regime estacionário, as condições iniciais $\theta_f(R, 0)$ e $\theta_s(R, 0)$ do problema de condução de calor definido pelas Eqs. (4.11) a (4.15) são obtidas resolvendo-se o seguinte problema estacionário para $\theta_{fs}(R)$ e $\theta_{ss}(R)$:

$$0 = A \frac{1}{R^2} \frac{d}{dR} \left(R^2 \frac{d\theta_{fs}}{dR} \right) + B(\theta_{ss} - \theta_{fs}) + C \frac{1}{R^2} \frac{d}{dR} \left(R^2 \frac{d\theta_{ss}}{dR} \right) \quad (4.16)$$

$$0 = D \frac{1}{R^2} \frac{d}{dR} \left(R^2 \frac{d\theta_{ss}}{dR} \right) + E(\theta_{ss} - \theta_{fs}) + F \frac{1}{R^2} \frac{d}{dR} \left(R^2 \frac{d\theta_{fs}}{dR} \right) + G_s^*, \quad (4.17)$$

para $0 < R < 1$, sendo que G_s^* , aqui, é constante, pois é suposto que o reator está em operação estacionária, antes do início do transiente. Por sua vez, as equações de contorno deste problema estacionário são idênticas às originais, Eqs. (4.13) e (4.15), com exceção do valor de h_{He} , que é diferente na operação em regime estacionário e no transiente. Por exemplo, no caso de um LOFA, não ocorre a refrigeração forçada pelo He, como durante a operação normal do reator, mas apenas a convecção natural deste refrigerante, com um valor de h_{He} mais baixo. Assim:

$$\left. \frac{d\theta_{fs}}{dR} \right|_{R=1} + Bi_f \theta_{fs}(1) = 0 \quad \left. \frac{d\theta_{ss}}{dR} \right|_{R=1} + Bi_s \theta_{ss}(1) = 0, \quad (4.18)$$

$$\left. \frac{d\theta_{fs}}{dR} \right|_{R=0} = 0 \quad \left. \frac{d\theta_{ss}}{dR} \right|_{R=0} = 0 \quad (4.19)$$

Assim,

$$\theta_f(R, 0) = \theta_{fs}(R) \quad \theta_s(R, 0) = \theta_{ss}(R) \quad (4.20)$$

A definição da média espacial adimensional da temperatura de cada sub-região i é:

$$\theta_{avi}(\tau) \equiv 3 \int_0^1 R^2 \theta_i(R, \tau) dR, \quad \text{onde } i = f \quad \text{ou} \quad i = s \quad (4.21)$$

Aplicando-se o operador $3 \int_0^1 R^2 dR$ sobre as Eqs. (4.11) e (4.12), obtêm-se:

$$\frac{\partial \theta_{avf}}{\partial \tau} = 3A \left. \frac{\partial \theta_f}{\partial R} \right|_{R=1} + B(\theta_{avs} - \theta_{avf}) + 3C \left. \frac{\partial \theta_s}{\partial R} \right|_{R=1} \quad (4.22)$$

$$\frac{\partial \theta_{av_s}}{\partial \tau} = 3D \left. \frac{\partial \theta_s}{\partial R} \right|_{R=1} + E(\theta_{av_s} - \theta_{av_f}) + 3F \left. \frac{\partial \theta_f}{\partial R} \right|_{R=1} + G^*(\tau), \quad (4.23)$$

onde, no último termo, $G^*(\tau)$, foi usada a hipótese de propriedades termofísicas uniformes na sub-região s do elemento combustível.

4.3 Análise Clássica de Parâmetros Concentrados

Usando-se as expressões de $\left. \frac{\partial \theta_f}{\partial R} \right|_{R=1}$ e de $\left. \frac{\partial \theta_s}{\partial R} \right|_{R=1}$ das Eqs. (4.13) nas Eqs. (4.22) e (4.23), obtêm-se:

$$\frac{\partial \theta_{av_f}}{\partial \tau} = -3ABi_f \theta_f(1, \tau) + B(\theta_{av_s} - \theta_{av_f}) - 3C Bi_s \theta_s(1, \tau) \quad (4.24)$$

$$\frac{\partial \theta_{av_s}}{\partial \tau} = -3DBi_s \theta_s(1, \tau) + E(\theta_{av_s} - \theta_{av_f}) - 3F Bi_f \theta_f(1, \tau) + G^*(\tau), \quad (4.25)$$

Usando-se agora a hipótese da análise clássica de parâmetros concentrados (“Classical Lumped System Analysis” - CLSA) segundo a qual os gradientes das temperaturas no elemento combustível esférico não são muito altos, de forma que as seguintes aproximações são válidas:

$$\theta_{av_f}(\tau) \approx \theta_f(1, \tau) \quad \theta_{av_s}(\tau) \approx \theta_s(1, \tau), \quad (4.26)$$

as Eqs. (4.24) e (4.25) tornam-se:

$$\frac{\partial \theta_{av_f}}{\partial \tau} = -3ABi_f \theta_{av_f} + B(\theta_{av_s} - \theta_{av_f}) - 3C Bi_s \theta_{av_s} \quad (4.27)$$

$$\frac{\partial \theta_{av_s}}{\partial \tau} = -3DBi_s \theta_{av_s} + E(\theta_{av_s} - \theta_{av_f}) - 3F Bi_f \theta_{av_f} + G^*(\tau), \quad (4.28)$$

que é um sistema de equações diferenciais em $\theta_{av_f}(\tau)$ e $\theta_{av_s}(\tau)$, cujas condições iniciais, de acordo com as definições (4.21) e de acordo com as Eq. (4.20), são:

$$\theta_{av_i}(0) \equiv 3 \int_0^1 R^2 \theta_i(R, 0) dR = 3 \int_0^1 R^2 \theta_{is}(R) dR, \quad \text{onde } i = f \text{ ou } s \quad (4.29)$$

e onde $\theta_{is}(R)$, $i = f$ ou s , são as soluções do problema estacionário definido pelas Eqs.(4.16) a (4.19).

4.4 Análise Melhorada de Parâmetros Concentrados

Contudo quando a hipótese da análise clássica de parâmetros concentrados não é válida, ou seja, quando os gradientes das temperaturas no elemento combustível esférico são altos, utiliza-se a análise melhorada de parâmetros concentrados (“Improved Lumped System Analysis” - ILSA). Assim, aplicando-se a aproximação de Hermite $H_{0,0}$ às integrais dos fluxos de calor das duas sub-regiões f e s , obtém-se:

$$\int_0^1 \frac{\partial \theta_i(R, \tau)}{\partial R} dR \approx \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \theta_i(R, \tau)}{\partial R} \Big|_{R=0} + \frac{\partial \theta_i(R, \tau)}{\partial R} \Big|_{R=1} \right), \quad i = f \text{ ou } s. \quad (4.30)$$

Mas, ao considerar-se a seguinte identidade:

$$\int_0^1 \frac{\partial \theta_i(R, \tau)}{\partial R} dR \equiv \theta_i(1, \tau) - \theta_i(0, \tau), \quad i = f \text{ ou } s, \quad (4.31)$$

e igualando-se os dois lados direitos das Eqs. (4.30) e (4.31), chega-se a:

$$\theta_i(1, \tau) - \theta_i(0, \tau) \approx \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \theta_i(R, \tau)}{\partial R} \Big|_{R=0} + \frac{\partial \theta_i(R, \tau)}{\partial R} \Big|_{R=1} \right), \quad i = f \text{ ou } s \quad (4.32)$$

Aplicando-se as aproximações $H_{2,0}$ ou $H_{2,1}$ às integrais de definição de temperatura média das duas sub-regiões, encontra-se, para $H_{2,0}$:

$$\theta_{av_i}(\tau) = 3 \int_0^1 R^2 \theta_i(R, \tau) dR \approx \frac{1}{4} \theta_i(0, \tau) + \frac{3}{4} \theta_i(1, \tau),$$

ou seja,

$$\theta_{av_i}(\tau) \approx \frac{1}{4} \theta_i(0, \tau) + \frac{3}{4} \theta_i(1, \tau), \quad \text{para } i = f \text{ ou } s, \quad (4.33)$$

e para $H_{2,1}$:

$$\theta_{av_i}(\tau) = 3 \int_0^1 R^2 \theta_i(R, \tau) dR \approx \frac{1}{10} \theta_i(0, \tau) + \frac{9}{10} \theta_i(1, \tau) - \frac{3}{20} \frac{\partial \theta_i(R, \tau)}{\partial R} \Big|_{R=1},$$

ou seja,

$$\theta_{av_i}(\tau) \approx \frac{1}{10} \theta_i(0, \tau) + \frac{9}{10} \theta_i(1, \tau) - \frac{3}{20} \frac{\partial \theta_i(R, \tau)}{\partial R} \Big|_{R=1}, \quad i = f \text{ ou } s. \quad (4.34)$$

As Eqs. (4.13, 4.15, 4.32, 4.33) das sub-regiões f ou s , no caso da aproximação $H_{2,0}$, ou as Eqs. (4.13, 4.15, 4.32, 4.34) das sub-regiões f ou s , no caso da aproximação $H_{2,1}$, permitem obterem-se as incógnitas $\theta_i(0, \tau)$, $\theta_i(1, \tau)$, $\partial \theta_i / \partial R \Big|_{R=0}$ e $\partial \theta_i / \partial R \Big|_{R=1}$ em função de $\theta_{av_i}(\tau)$, respectivamente, para $i = f$ ou s . Utilizando-se estes resultados nas Eqs. (4.22) e (4.23), obtem-se um sistema de duas equações diferenciais nas incógnitas $\theta_{av_f}(\tau)$ e $\theta_{av_s}(\tau)$ desejadas, com as condições iniciais calculadas conforme as Eqs. 4.29.

Nota-se que as Eqs. (4.33) e (4.34) diferenciam as temperaturas médias de cada sub-região dos respectivos valores nos contornos ($\theta_i(0, \tau)$ e $\theta_i(1, \tau)$, $i = f$ ou s), ao contrário do que acontece na análise clássica, como se vê nas Eqs. (4.26). Por isso, a análise melhorada é usada para calcularem-se não só as temperaturas médias, mas também as dos contornos.

4.5 Solução Analítica do Caso Estacionário

Resolvendo-se este problema estacionário definido pelas Eqs.(4.16) a (4.19), dividem-se inicialmente as Eqs.(4.16) e (4.17), respectivamente, por B e E , e subtraem-se os resultados, obtendo-se:

$$0 = (A/B - F/E) \frac{1}{R^2} \frac{d}{dR} (R^2 \frac{d\theta_{fs}}{dR}) + (C/B - D/E) \frac{1}{R^2} \frac{d}{dR} (R^2 \frac{d\theta_{ss}}{dR}) - G_s^*/E, \quad (4.35)$$

a qual, resolvida para $\theta_{ss}(R)$, fornece:

$$\theta_{ss}(R) = -\frac{C_1}{R} + C_2 + \frac{G_s^*/E}{6(C/B - D/E)} R^2 - \frac{A/B - F/E}{C/B - D/E} \theta_{fs}(R), \quad (4.36)$$

onde, devido às condições (4.19), $C_1 = 0$, ou seja:

$$\theta_{ss}(R) = C_2 + \frac{G_s^*/E}{6(C/B - D/E)} R^2 - \frac{A/B - F/E}{C/B - D/E} \theta_{fs}(R) \quad (4.37)$$

Substituindo-se esta expressão de $\theta_{ss}(R)$ na Eq. (4.16) e resolvendo-a para $\theta_{fs}(R)$, obtem-se:

$$\begin{aligned} \theta_{fs}(R) = & \frac{C/B - D/E}{A/B + C/B - D/E - F/E} \left(C_2 + \frac{(A/B + C/B) G_s^*/E}{A/B + C/B - D/E - F/E} \right) + \\ & + \frac{G_s^*/E}{6(A/B + C/B - D/E - F/E)} R^2 + \frac{C_3 e^{HR} + C_4 e^{-HR}}{R}, \end{aligned} \quad (4.38)$$

onde

$$H = \frac{\sqrt{-A/B - C/B + D/E + F/E}}{\sqrt{A/B D/E - C/B F/E}}, \quad (4.39)$$

e onde, devido à primeira das Eqs. (4.19), $C_4 = -C_3$, ou seja:

$$\begin{aligned}
\theta_{fs}(R) = & \frac{C/B - D/E}{A/B + C/B - D/E - F/E} \left(C_2 + \frac{(A/B + C/B) G_s^*/E}{A/B + C/B - D/E - F/E} \right) + \\
& + \frac{G_s^*/E}{6 (A/B + C/B - D/E - F/E)} R^2 + \frac{C_3 e^{HR} - C_3 e^{-HR}}{R} \quad (4.40)
\end{aligned}$$

Os coeficientes desconhecidos C_2 e C_3 das expressões (4.37) e (4.40) são encontrados através do sistema de equações lineares obtido quando se substitui estas expressões de θ_{fs} e θ_{ss} nas condições de contorno (4.18).

Capítulo 5

A GITT na solução do problema de condução de calor macroscópica em um elemento combustível esférico

Neste capítulo, é apresentada a metodologia da transformada integral generalizada para a condução de calor macroscópica transiente uni-dimensional em um elemento combustível esférico particulado, com as mesmas suposições feitas, na Seção 4.1, para os modelos de parâmetros concentrados, e seguindo-se os seguintes passos:

- 1) inicialmente é feita uma transformação de variáveis no sistema de equações diferenciais adimensionalizado;
- 2) é resolvido analiticamente o caso estacionário, para a obtenção das condições iniciais do transiente a ser estudado;
- 3) então, ocorre o emprego propriamente dito da GITT.

Finalmente, na Seção 5.4, é apresentada a solução de referência por diferenças finitas, escolhida por tratar-se de um método tradicional, para a avaliação dos resultados obtidos com os modelos de parâmetros concentrados e com a GITT.

5.1 Formulação Matemática

A formulação matemática do problema de condução de calor macroscópica transiente uni-dimensional em um elemento combustível esférico particulado descrita pelas Eqs. (4.11) e (4.12) tem a seguinte forma equivalente:

$$\frac{\partial \theta_f}{\partial \tau} = A \frac{1}{R} \frac{\partial^2 (R\theta_f)}{\partial R^2} + B(\theta_s - \theta_f) + C \frac{1}{R} \frac{\partial^2 (R\theta_s)}{\partial R^2} \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial \tau} = D \frac{1}{R} \frac{\partial^2 (R\theta_s)}{\partial R^2} + E(\theta_s - \theta_f) + F \frac{1}{R} \frac{\partial^2 (R\theta_f)}{\partial R^2} + G^*(\tau) \quad (5.2)$$

Multiplicando-se as Eqs. (5.1) e (5.2) por R e realizando-se as seguintes transformações de variáveis:

$$\theta_f(R, \tau) = \frac{U_f(R, \tau)}{R} \quad \text{and} \quad \theta_s(R, \tau) = \frac{U_s(R, \tau)}{R}, \quad (5.3)$$

chega-se a:

$$\frac{\partial U_f}{\partial \tau} = A \frac{\partial^2 U_f}{\partial R^2} + B(U_s - U_f) + C \frac{\partial^2 U_s}{\partial R^2} \quad (5.4)$$

$$\frac{\partial U_s}{\partial \tau} = D \frac{\partial^2 U_s}{\partial R^2} + E(U_s - U_f) + F \frac{\partial^2 U_f}{\partial R^2} + G^*(\tau)R, \quad (5.5)$$

com as condições macroscópicas de contorno das Eqs. (4.13), aqui, na forma equivalente:

$$\left. \frac{\partial (R\theta_f)}{\partial R} \right|_{R=1} + S^* (R\theta_f) \Big|_{R=1} = 0 \quad \left. \frac{\partial (R\theta_s)}{\partial R} \right|_{R=1} + W^* (R\theta_s) \Big|_{R=1} = 0, \quad (5.6)$$

onde

$$S^* \equiv Bi_f - 1 \quad W^* \equiv Bi_s - 1, \quad (5.7)$$

ou

$$\frac{\partial U_f(1, \tau)}{\partial R} + S^* U_f(1, \tau) = 0 \quad (5.8)$$

$$\frac{\partial U_s(1, \tau)}{\partial R} + W^* U_s(1, \tau) = 0, \quad (5.9)$$

As condições de contorno para $R = 0$, por sua vez, são:

$$U_f(0, \tau) = 0 \quad U_s(0, \tau) = 0, \quad (5.10)$$

porque

$$\left[U_i(R, \tau) = R\theta_i(R, \tau) \right]_{R=0} = 0 \quad \theta_i(0, \tau) = 0, \quad i = f \text{ ou } s \quad (5.11)$$

5.2 Solução Analítica do Caso Estacionário

De acordo com a hipótese de que o reator está em um regime estacionário de operação antes do início do transiente, as condições iniciais $U_f(R, 0)$ e $U_s(R, 0)$ do problema de condução de calor transiente uni-dimensional em um elemento combustível esférico particulado definido pelas Eqs. (5.4), (5.5), (5.8), (5.9) e (5.10) são obtidas resolvendo-se o seguinte problema estacionário em $U_{fs}(R)$ e $U_{ss}(R)$:

$$0 = A \frac{d^2 U_{fs}}{dR^2} + B(U_{ss} - U_{fs}) + C \frac{d^2 U_{ss}}{dR^2} \quad (5.12)$$

$$0 = D \frac{d^2 U_{ss}}{dR^2} + E(U_{ss} - U_{fs}) + F \frac{d^2 U_{fs}}{dR^2} + G_s^* R, \quad (5.13)$$

para $0 < R < 1$, sendo aqui G_s^* não dependente do tempo, e para as mesmas condições de contorno originais, Eqs. (5.8), (5.9) and (5.10), ou seja:

$$\frac{\partial U_{fs}(1)}{\partial R} + S^* U_{fs}(1) = 0 \quad (5.14)$$

$$\frac{\partial U_{ss}(1)}{\partial R} + W^* U_{ss}(1) = 0, \quad (5.15)$$

$$U_{fs}(0) = 0 \quad U_{ss}(0) = 0, \quad (5.16)$$

O problema estacionário definido pelas Eqs.(5.12) a (5.16) é similar ao definido pelas Eqs.(4.16) a (4.19), a menos das condições de contorno na origem (4.19) e (5.16). Usando-se aqui os mesmos passos usados na Seção 4.5, obtêm-se:

$$U_{ss}(R) = C_2 R + \frac{G_s^*/E}{6 (C/B - D/E)} R^3 - \frac{A/B - F/E}{C/B - D/E} U_{fs}(R), \quad (5.17)$$

$$U_{fs}(R) = \frac{C/B - D/E}{A/B + C/B - D/E - F/E} \left(C_2 + \frac{(A/B + C/B) G_s^*/E}{A/B + C/B - D/E - F/E} \right) R + \\ + \frac{G_s^*/E}{6 (A/B + C/B - D/E - F/E)} R^3 + C_3 e^{HR} - C_3 e^{-HR}, \quad (5.18)$$

onde H é dado pela mesma expressão que em (4.39). As soluções (5.17) e (5.18) são, na verdade, as soluções (4.37) e (4.40) submetidas às transformações (5.3).

Os coeficientes desconhecidos C_2 e C_3 das expressões (5.17) and (5.18) são encontrados através do sistema de equações lineares obtido quando se substitui estas expressões de U_{fs} e U_{ss} nas equações de contorno (5.14) e (5.15) e são idênticos aos coeficientes C_2 e C_3 obtidos na Seção 4.5.

5.3 O emprego da GITT

Assim, na seção anterior, foram obtidas as condições iniciais $U_f(R, 0)$ e $U_s(R, 0)$ do problema de condução de calor transiente uni-dimensional em um elemento combustível esférico particulado definido pelo sistema de equações diferenciais (5.4), (5.5) e (5.8) a (5.10), através da solução do problema estacionário:

$$U_f(R, 0) = U_{fs}(R) \quad \text{and} \quad U_s(R, 0) = U_{ss}(R) \quad (5.19)$$

Para resolver-se agora este sistema de equações diferenciais, o seguinte problema de Sturm-Liouville associado é adotado:

$$\frac{d^2 \psi_{1i}(R)}{dR^2} + \mu_1^2 \psi_{1i}(R) = 0, \quad \text{em} \quad 0 < R < 1 \quad (5.20)$$

$$\psi_{1i}(0) = 0 \quad (5.21)$$

$$\frac{d\psi_{1i}(1)}{dR} + S^* \psi_{1i}(1) = 0, \quad (5.22)$$

$$\frac{d^2\psi_{2i}(R)}{dR^2} + \mu_{2i}^2 \psi_{2i}(R) = 0, \quad \text{em } 0 < R < 1 \quad (5.23)$$

$$\psi_{2i}(0) = 0 \quad (5.24)$$

$$\frac{d\psi_{2i}(1)}{dR} + W^* \psi_{2i}(1) = 0, \quad (5.25)$$

cujas soluções (autofunções, autovalores e normas), são, respectivamente:

$$\psi_{1i}(R) = \sin \mu_{1i} R \quad \psi_{2i}(R) = \sin \mu_{2i} R \quad (5.26)$$

$$\mu_{1i} \cot \mu_{1i} = -S^* \quad \mu_{2i} \cot \mu_{2i} = -W^* \quad (5.27)$$

$$N_{1i}(\mu_{1i}) = \int_0^1 \psi_{1i}^2(\mu_{1i}, R) dR = \frac{\mu_{1i}^2 + S^{*2} + S^*}{2(\mu_{1i}^2 + S^{*2})} \quad (5.28)$$

$$N_{2i}(\mu_{2i}) = \int_0^1 \psi_{2i}^2(\mu_{2i}, R) dR = \frac{\mu_{2i}^2 + W^{*2} + W^*}{2(\mu_{2i}^2 + W^{*2})}, \quad (5.29)$$

para $i = 1, 2, 3, \dots$

Definindo-se agora as funções transformadas integrais $\bar{U}_{fi}(\tau)$ e $\bar{U}_{si}(\tau)$, através das seguintes relações:

$$U_f(R, \tau) \equiv \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\psi_{1i}(\mu_{1i}, R) \bar{U}_{fi}(\tau)}{N_{1i}^{1/2}} \quad (5.30)$$

$$U_s(R, \tau) \equiv \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\psi_{2i}(\mu_{2i}, R) \bar{U}_{si}(\tau)}{N_{2i}^{1/2}}, \quad (5.31)$$

é possível provar, pela propriedade de ortogonalidade das autofunções ψ_{1i} e ψ_{2i} , que:

$$\bar{U}_{fi}(\tau) = \frac{1}{N_{1i}^{1/2}} \int_0^1 \psi_{1i}(\mu_{1i}, R) U_f(R, \tau) dR \quad (5.32)$$

$$\bar{U}_{si}(\tau) = \frac{1}{N_{2i}^{1/2}} \int_0^1 \psi_{2i}(\mu_{2i}, R) U_s(R, \tau) dR \quad (5.33)$$

O próximo passo é a realização das transformadas integrais das equações diferenciais parciais (5.4) e (5.5), de forma a reduzi-las a um sistema de equações diferenciais ordinárias. Os operadores desta transformada são:

$$\frac{1}{N_{1i}^{1/2}} \int_0^1 \psi_{1i} dR \quad \frac{1}{N_{2i}^{1/2}} \int_0^1 \psi_{2i} dR, \quad (5.34)$$

os quais aplicados, respectivamente, sobre as Eqs. (5.4) e (5.5), fornecem:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{U}_{fi}}{d\tau} &= \frac{1}{N_{1i}^{1/2}} \int_0^1 \psi_{1i} A \frac{\partial^2 U_f}{\partial R^2} dR + \frac{1}{N_{1i}^{1/2}} \int_0^1 \psi_{1i} C \frac{\partial^2 U_s}{\partial R^2} dR + \\ &+ \frac{1}{N_{1i}^{1/2}} \int_0^1 \psi_{1i} B U_s dR + \frac{1}{N_{1i}^{1/2}} \int_0^1 \psi_{1i} (-B) U_f dR \end{aligned} \quad (5.35)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{U}_{si}}{d\tau} &= \frac{1}{N_{2i}^{1/2}} \int_0^1 \psi_{2i} D \frac{\partial^2 U_s}{\partial R^2} dR + \frac{1}{N_{2i}^{1/2}} \int_0^1 \psi_{2i} F \frac{\partial^2 U_f}{\partial R^2} dR + \frac{1}{N_{2i}^{1/2}} \int_0^1 \psi_{2i} E U_s dR + \\ &+ \frac{1}{N_{2i}^{1/2}} \int_0^1 \psi_{2i} (-E) U_f dR + \frac{1}{N_{2i}^{1/2}} \int_0^1 \psi_{2i} G^*(\tau) R dR \end{aligned} \quad (5.36)$$

Aplicando-se também nas Eqs. (5.20) e (5.23), respectivamente, os operadores

$$\frac{A}{N_{1i}^{1/2}} \int_0^1 U_f dR \quad \text{e} \quad \frac{D}{N_{2i}^{1/2}} \int_0^1 U_s dR,$$

chega-se a:

$$-A\mu_{1i}^2\bar{U}_{fi} = \frac{A}{N_{1i}^{1/2}} \int_0^1 U_f \frac{\partial^2 \psi_{1i}}{\partial R^2} dR \quad \text{e} \quad (5.37)$$

$$-D\mu_{2i}^2\bar{U}_{si} = \frac{D}{N_{2i}^{1/2}} \int_0^1 U_s \frac{d^2 \psi_{2i}}{dR^2} dR \quad (5.38)$$

Subtraindo-se, membro a membro, respectivamente, as Eqs. (5.35) e (5.36) das Eqs. (5.37) e (5.38), obtêm-se:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{U}_{fi}}{d\tau} + A\mu_{1i}^2\bar{U}_{fi} = & \frac{A}{N_{1i}^{1/2}} \int_0^1 \left(\psi_{1i} \frac{\partial^2 U_f}{\partial R^2} - U_f \frac{d^2 \psi_{1i}}{dR^2} \right) dR + \frac{C}{N_{1i}^{1/2}} \int_0^1 \psi_{1i} \frac{\partial^2 U_s}{\partial R^2} dR + \\ & + \frac{B}{N_{1i}^{1/2}} \int_0^1 \psi_{1i} U_s dR - \frac{B}{N_{1i}^{1/2}} \int_0^1 \psi_{1i} U_f dR \quad (5.39) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{U}_{si}}{d\tau} + D\mu_{2i}^2\bar{U}_{si} = & \frac{D}{N_{2i}^{1/2}} \int_0^1 \left(\psi_{2i} \frac{\partial^2 U_s}{\partial R^2} - U_s \frac{d^2 \psi_{2i}}{dR^2} \right) dR + \frac{F}{N_{2i}^{1/2}} \int_0^1 \psi_{2i} \frac{\partial^2 U_f}{\partial R^2} dR + \\ & + \frac{E}{N_{2i}^{1/2}} \int_0^1 \psi_{2i} U_s dR - \frac{E}{N_{2i}^{1/2}} \int_0^1 \psi_{2i} U_f dR + \frac{G^*(\tau)}{N_{2i}^{1/2}} \int_0^1 \psi_{2i} R dR, \quad (5.40) \end{aligned}$$

onde $G^*(\tau)$ foi considerado uniforme, o que implica, devido às relações (4.3) e (4.10), que k_f , ρ_f , Cp_f , ρ_s , Cp_s e g_s também são uniformes, sendo que g_s já havia sido considerado microscopicamente uniforme em 3.13. A primeira integral do lado direito da Eq. (5.39) é nula, pois sendo

$$\frac{\partial(\psi_{1i}\partial U_f/\partial R)}{\partial R} = \psi_{1i} \frac{\partial^2 U_f}{\partial R^2} + \frac{d\psi_{1i}}{dR} \frac{\partial U_f}{\partial R} \quad \text{e} \quad (5.41)$$

$$\frac{\partial(U_f d\psi_{1i}/dR)}{\partial R} = U_f \frac{d^2 \psi_{1i}}{dR^2} + \frac{d\psi_{1i}}{dR} \frac{\partial U_f}{\partial R},$$

ao subtraírem-se estas duas equações, obtém-se

$$\frac{\partial(\psi_{1i}\partial U_f/\partial R)}{\partial R} - \frac{\partial(U_f d\psi_{1i}/dR)}{\partial R} = \psi_{1i} \frac{\partial^2 U_f}{\partial R^2} - U_f \frac{d^2 \psi_{1i}}{dR^2},$$

o que torna a primeira integral do lado direito da Eq. (5.39) igual a:

$$\begin{aligned}
\int_0^1 \left(\psi_{1i} \frac{\partial^2 U_f}{\partial R^2} - U_f \frac{d^2 \psi_{1i}}{dR^2} \right) dR &= \int_0^1 \frac{\partial (\psi_{1i} \partial U_f / \partial R)}{\partial R} dR - \int_0^1 \frac{\partial (U_f d\psi_{1i} / dR)}{\partial R} dR = \\
&= \int_0^1 d \left(\psi_{1i} \frac{\partial U_f}{\partial R} \right) - \int_0^1 d \left(U_f \frac{d\psi_{1i}}{dR} \right) = \left[\psi_{1i} \frac{\partial U_f}{\partial R} \right]_0^1 - \left[U_f \frac{d\psi_{1i}}{dR} \right]_0^1 \stackrel{(1)}{=} \\
&\stackrel{(1)}{=} \psi_{1i}(1) \frac{\partial U_f(1, \tau)}{\partial R} - U_f(1, \tau) \frac{d\psi_{1i}(1)}{dR} \stackrel{(2)}{=}
\end{aligned} \tag{5.42}$$

$$\stackrel{(2)}{=} \psi_{1i}(1) [-S^* U_f(1, \tau)] - U_f(1, \tau) [-S^* \psi_{1i}(1)] = 0, \tag{5.43}$$

onde as igualdades (1) e (2) se devem, respectivamente, aos pares de condições de contorno (5.10, 5.21) e (5.8, 5.22).

Já o segundo termo do lado direito da Eq. (5.39) pode ser reescrito na forma

$$\begin{aligned}
\frac{C}{N_{1i}^{1/2}} \int_0^1 \left(\psi_{1i} \frac{\partial^2 U_s}{\partial R^2} \right) dR &= \frac{C}{N_{1i}^{1/2}} \int_0^1 \left[\psi_{1i} \frac{\partial^2 U_s}{\partial R^2} - U_s \frac{d^2 \psi_{1i}}{dR^2} \right] dR + \\
&+ \frac{C}{N_{1i}^{1/2}} \int_0^1 U_s \frac{d^2 \psi_{1i}}{dR^2} dR
\end{aligned} \tag{5.44}$$

De forma similar ao que foi feito entre as Eqs. (5.41) e (5.42), a primeira integral do lado direito da equação acima fica:

$$\begin{aligned}
\int_0^1 \left(\psi_{1i} \frac{\partial^2 U_s}{\partial R^2} - U_s \frac{d^2 \psi_{1i}}{dR^2} \right) dR &= \left[\psi_{1i} \frac{\partial U_s}{\partial R} \right]_0^1 - \left[U_s \frac{d\psi_{1i}}{dR} \right]_0^1 \stackrel{(1)}{=} \\
&\stackrel{(1)}{=} \psi_{1i}(1) \frac{\partial U_s(1, \tau)}{\partial R} - U_s(1, \tau) \frac{d\psi_{1i}(1)}{dR} \stackrel{(2)}{=}
\end{aligned}$$

$$\stackrel{(2)}{=} \psi_{1i}(1) [-W^* U_s(1, \tau)] - U_s(1, \tau) [-S^* \psi_{1i}(1)] = (S^* - W^*) \psi_{1i}(1) U_s(1, \tau) =$$

$$= (S^* - W^*) \psi_{1i}(1) U_s(1, \tau) \stackrel{(3)}{=} (S^* - W^*) \psi_{1i}(1) \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{N_{2j}^{1/2}} \psi_{2j}(1) \bar{U}_{sj}(\tau),$$

onde as igualdades (1), (2) e (3) se devem, respectivamente, aos grupos de Eqs. (5.10, 5.21), (5.9, 5.22) e (5.31). Assim, o primeiro termo do lado direito da Eq. (5.44) fica:

$$\frac{C}{N_{1i}^{1/2}} \int_0^1 \left[\psi_{1i} \frac{\partial^2 U_s}{\partial R^2} - U_s \frac{d^2 \psi_{1i}}{dR^2} \right] dR = \sum_{j=1}^{\infty} A_{ij}^* \bar{U}_{sj}, \quad (5.45)$$

$$\text{onde } A_{ij}^* = \frac{C(S^* - W^*)}{N_{1i}^{1/2} N_{2j}^{1/2}} \psi_{1i}(1) \psi_{2j}(1)$$

Já o segundo termo do lado direito da Eq. (5.44) fica:

$$\begin{aligned} \frac{C}{N_{1i}^{1/2}} \int_0^1 U_s \frac{d^2 \psi_{1i}}{dR^2} dR & \stackrel{(1)}{=} \frac{C}{N_{1i}^{1/2}} \int_0^1 \left[\sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{N_{2j}^{1/2}} \psi_{2j} \bar{U}_{sj} \right] (-\mu_{1i}^2 \psi_{1i}) dR = \\ & = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{-C\mu_{1i}^2}{N_{1i}^{1/2} N_{2j}^{1/2}} \left[\int_0^1 \psi_{1i} \psi_{2j} dR \right] \bar{U}_{sj} = \sum_{j=1}^{\infty} B_{ij}^* \bar{U}_{sj}, \end{aligned} \quad (5.46)$$

onde $B_{ij}^* = \frac{-C\mu_{1i}^2}{N_{1i}^{1/2} N_{2j}^{1/2}} \int_0^1 \psi_{1i} \psi_{2j} dR$ e a igualdade (1) usou as Eqs. (5.20) e (5.31).

Assim, reunindo-se os resultados (5.45) e (5.46) na Eq. (5.44), o segundo termo do lado direito da Eq. (5.39) fica:

$$\frac{C}{N_{1i}^{1/2}} \int_0^1 \left(\psi_{1i} \frac{\partial^2 U_s}{\partial R^2} \right) dR = \sum_{j=1}^{\infty} A_{ij}^* \bar{U}_{sj} + \sum_{j=1}^{\infty} B_{ij}^* \bar{U}_{sj} = \sum_{j=1}^{\infty} C_{ij}^* \bar{U}_{sj}, \quad (5.47)$$

onde

$$\begin{aligned} C_{ij}^* & = A_{ij}^* + B_{ij}^* = \frac{C(S^* - W^*)}{N_{1i}^{1/2} N_{2j}^{1/2}} \psi_{1i}(1) \psi_{2j}(1) + \frac{-C\mu_{1i}^2}{N_{1i}^{1/2} N_{2j}^{1/2}} \int_0^1 \psi_{1i} \psi_{2j} dR = \\ & = \frac{-C}{N_{1i}^{1/2} N_{2j}^{1/2}} (W^* - S^*) \left[\psi_{1i}(1) \psi_{2j}(1) + \mu_{1i}^2 \int_0^1 \psi_{1i} \psi_{2j} dR \right] \end{aligned}$$

Já o terceiro termo do lado direito da Eq. (5.39) fica:

$$\begin{aligned} \frac{B}{N_{1i}^{1/2}} \int_0^1 \psi_{1i} U_s dR &= {}^{(1)} \frac{B}{N_{1i}^{1/2}} \int_0^1 \psi_{1i} \left[\sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{N_{2j}^{1/2}} \psi_{2j} \bar{U}_{sj} \right] dR = \\ &= \sum_{j=1}^{\infty} \frac{B}{N_{1i}^{1/2} N_{2j}^{1/2}} \left[\int_0^1 \psi_{1i} \psi_{2j} dR \right] \bar{U}_{sj} = \sum_{j=1}^{\infty} D_{ij}^* \bar{U}_{sj}, \end{aligned} \quad (5.48)$$

onde $D_{ij}^* = \frac{B}{N_{1i}^{1/2} N_{2j}^{1/2}} \int_0^1 \psi_{1i} \psi_{2j} dR$ e a igualdade (1) usou a Eq. (5.31) .

E o quarto termo do lado direito da Eq. (5.39) torna-se:

$$\begin{aligned} \frac{-B}{N_{1i}^{1/2}} \int_0^1 \psi_{1i} U_f dR &= {}^{(1)} \frac{-B}{N_{1i}^{1/2}} \int_0^1 \psi_{1i} \left[\sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{N_{1j}^{1/2}} \psi_{1j} \bar{U}_{fj} \right] dR = \\ &= \frac{-B}{N_{1i}^{1/2}} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{N_{1j}^{1/2}} \left[\int_0^1 \psi_{1i} \psi_{1j} dR \right] \bar{U}_{fj} = {}^{(1)} \frac{-B}{N_{1i}^{1/2}} \frac{1}{N_{1i}^{1/2}} N_{1i} \bar{U}_{fi} = -B \bar{U}_{fi}, \end{aligned} \quad (5.49)$$

onde a igualdade (1) se deve ao fato de que as funções ψ_{1i} são autofunções de um problema de Sturm-Liouville, composto pelas Eqs. (5.20) a (5.22), e, por isso, são ortogonais, ou seja:

$$\int_0^1 \psi_{1i} \psi_{1j} dR = 0 \quad \text{ou} \quad N_{1i}, \quad \text{respectivamente, se } i \neq j \quad \text{ou} \quad i = j.$$

Assim, com os resultados (5.43), (5.47), (5.48) e (5.49), a Eq. (5.39) torna-se:

$$\frac{d\bar{U}_{fi}}{d\tau} + A\mu_{1i}^2 \bar{U}_{fi} = \sum_{j=1}^{\infty} C_{ij}^* \bar{U}_{sj} + \sum_{j=1}^{\infty} D_{ij}^* \bar{U}_{sj} - B\bar{U}_{fi} = \sum_{j=1}^{\infty} E_{ij}^* \bar{U}_{sj} - B\bar{U}_{fi}, \quad (5.50)$$

$$\text{ou } \frac{d\bar{U}_{fi}}{d\tau} + (A\mu_{1i}^2 + B)\bar{U}_{fi} - \sum_{j=1}^{\infty} E_{ij}^* \bar{U}_{sj} = 0, \quad (5.51)$$

onde

$$\begin{aligned} E_{ij}^* &= C_{ij}^* + D_{ij}^* = \\ &= \frac{-C}{N_{1i}^{1/2} N_{2j}^{1/2}} (W^* - S^*) \left[\psi_{1i}(1)\psi_{2j}(1) + \mu_{1i}^2 \int_0^1 \psi_{1i}\psi_{2j}dR \right] + \frac{B}{N_{1i}^{1/2} N_{2j}^{1/2}} \int_0^1 \psi_{1i}\psi_{2j}dR \\ &= \frac{1}{N_{1i}^{1/2} N_{2j}^{1/2}} \left[-C (W^* - S^*) \psi_{1i}(1)\psi_{2j}(1) + (-C\mu_{1i}^2 + B) \int_0^1 \psi_{1i}\psi_{2j}dR \right] \end{aligned} \quad (5.52)$$

De maneira similar ao que foi feito para a Eq. (5.39), a Eq. (5.40) fornecerá:

$$\frac{d\bar{U}_{si}}{d\tau} + (D\mu_{2i}^2 - E)\bar{U}_{si} - \sum_{j=1}^{\infty} F_{ij}^* \bar{U}_{fj} = \frac{G^*(\tau)}{N_{2i}^{1/2}} \int_0^1 \psi_{2i}RdR, \quad (5.53)$$

onde

$$F_{ij}^* = \frac{1}{N_{2i}^{1/2} N_{1j}^{1/2}} \left[-F (S^* - W^*) \psi_{2i}(1)\psi_{1j}(1) + (-F\mu_{2i}^2 - E) \int_0^1 \psi_{2i}\psi_{1j}dR \right], \quad (5.54)$$

e onde

$$\frac{1}{N_{2i}^{1/2}} \int_0^1 \psi_{2i}RdR = \frac{1}{\mu_{2i} N_{2i}^{1/2}} \left(\frac{\sin \mu_{2i}}{\mu_{2i}} - \cos \mu_{2i} \right) \equiv H_i^* \quad (5.55)$$

As Eqs. (5.51) e (5.53) formam um sistema de equações diferenciais ordinárias em $\bar{U}_{fi}(\tau)$ e $\bar{U}_{si}(\tau)$. Pode-se observar que, se os números das autofunções ψ_{1i} e ψ_{2i} , forem limitados, respectivamente, a um inteiro n , será introduzido um erro na solução, o qual será tanto menor quanto maior for o valor deste n .

Uma vez resolvido este sistema de equações diferenciais para o valor de n escolhido, obtêm-se os potenciais desejados $\langle T_f \rangle^i(r, t)$ e $\langle T_s \rangle^i(r, t)$, a partir de $\bar{U}_{fi}(\tau)$ e $\bar{U}_{si}(\tau)$, através dos seguintes passos:

- 1) obtêm-se $U_f(R, \tau)$ e $U_s(R, \tau)$, pelas Eqs. (5.30) e (5.31),
- 2) calculam-se $\theta_f(R, \tau)$ e $\theta_s(R, \tau)$, pelas Eqs. (5.3), e

3) chega-se a $\langle T_f \rangle^i(r, t)$ e $\langle T_s \rangle^i(r, t)$, pelas definições das temperaturas adimensionais que aparecem nas Eqs. (4.3). Assim, esse sistema de E.D.O. torna-se:

$$\tilde{y}' + \mathbf{M}\tilde{y} = \tilde{j} G^*(\tau) \quad (5.56)$$

onde

$$\tilde{y} = \left\{ \bar{U}_{f1}, \dots, \bar{U}_{fn}, \bar{U}_{s1}, \dots, \bar{U}_{sn} \right\}^T,$$

$$\tilde{j} = \left\{ \underbrace{0, \dots, 0}_n, H_1^*, \dots, H_n^* \right\}^T, \quad e$$

$\mathbf{M} =$

$$= \begin{pmatrix} A\mu_{11}^2 + B & 0 & \cdots & 0 & -E_{11}^* & -E_{12}^* & \cdots & -E_{1n}^* \\ 0 & A\mu_{12}^2 + B & \cdots & 0 & -E_{21}^* & -E_{22}^* & \cdots & -E_{2n}^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & A\mu_{1n}^2 + B & -E_{n1}^* & -E_{n2}^* & \cdots & -E_{nn}^* \\ -F_{11}^* & -F_{12}^* & \cdots & -F_{1n}^* & D\mu_{21}^2 - E & 0 & \cdots & 0 \\ -F_{21}^* & -F_{22}^* & \cdots & -F_{2n}^* & 0 & D\mu_{22}^2 - E & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -F_{n1}^* & -F_{n2}^* & \cdots & -F_{nn}^* & 0 & 0 & \cdots & D\mu_{2n}^2 - E \end{pmatrix}$$

Para que as condições iniciais deste sistema sejam obtidas, as condições iniciais (5.19) são transformadas através dos respectivos operadores (5.34), ou seja:

$$\bar{U}_{fi}(0) = \frac{1}{N_{1i}} \int_0^1 \psi_{1i} U_f(r, 0) dR = \frac{1}{N_{1i}} \int_0^1 \psi_{1i} U_{fs}(R) dR \quad (5.57)$$

$$\bar{U}_{si}(0) = \frac{1}{N_{2i}} \int_0^1 \psi_{2i} U_s(r, 0) dR = \frac{1}{N_{2i}} \int_0^1 \psi_{2i} U_{ss}(R) dR \quad (5.58)$$

E assim,

$$\tilde{y}(0) = \left\{ \frac{1}{N_{11}} \int_0^1 \psi_{11} U_{fs} dR, \dots, \frac{1}{N_{1n}} \int_0^1 \psi_{1n} U_{fs} dR, \frac{1}{N_{21}} \int_0^1 \psi_{21} U_{ss} dR, \dots \right.$$

$$\dots, \left. \frac{1}{N_{2n}} \int_0^1 \psi_{2n} U_{ss} dR \right\}^T \quad (5.59)$$

5.4 O método de diferenças finitas

Resolvendo-se o problema de condução de calor macroscópica transiente uni-dimensional em um elemento combustível esférico particulado, definido pelas Eqs. (4.11) a (4.15) e (4.20), através do método implícito de diferenças finitas, definem-se inicialmente:

- j = índice de discretização da variável posição
- nt = índice de discretização da variável tempo
- ΔR = intervalo de discretização da variável posição
- $\Delta \tau$ = intervalo de discretização da variável tempo
- m_j = número de discretizações da variável posição

e, para facilitar a representação,

$$Y \equiv \theta_f \quad \text{e} \quad Z \equiv \theta_s$$

5.4.1 Determinação de Y_j^{nt+1}

Inicialmente, calculam-se implicitamente as temperaturas discretizadas da sub-região f para o índice de discretização do tempo igual a $nt + 1$, ou seja, Y_j^{nt+1} , $j = 1, \dots, m_j$, em função das temperaturas discretizadas das sub-regiões f e s para o índice de discretização do tempo nt , ou seja, Y_j^{nt} e Z_j^{nt} , $j = 1, \dots, m_j$.

Nós interiores

A Eq. (4.11) discretizada fica:

$$\begin{aligned}
& \frac{Y_j^{nt+1} - Y_j^{nt}}{\Delta\tau} = \\
& = \frac{A}{R_j^2} \frac{R_{j+1/2}^2 (Y_{j+1}^{nt+1} - Y_j^{nt+1}) / \Delta R - R_{j-1/2}^2 (Y_j^{nt+1} - Y_{j-1}^{nt+1}) / \Delta R}{\Delta R} + \\
& \quad - B Y_j^{nt+1} + B Z_j^{nt} + \\
& \quad + \frac{C}{R_j^2} \frac{R_{j+1/2}^2 (Z_{j+1}^{nt} - Z_j^{nt}) / \Delta R - R_{j-1/2}^2 (Z_j^{nt} - Z_{j-1}^{nt}) / \Delta R}{\Delta R} \quad (5.60)
\end{aligned}$$

Na verdade, nesta discretização foi feita a seguinte aproximação: todos os termos em Z aparecem com Z^{nt} e não com Z^{nt+1} , como deveriam, pois assim estariam coerentes com aqueles em que aparecem Y^{nt+1} , já que na Eq. (4.12), todos os termos, quer em θ_f quer em θ_s , estão definidos para o mesmo tempo τ . Esta aproximação também é aplicada nas discretizações para o nó central e para a condição de contorno convectiva da sub-região f em estudo nesta subseção. Criando-se duas novas variáveis x_p e x_m :

$$x_p = \left(\frac{R_{j+1/2}}{R_j} \right)^2 \quad (5.61)$$

$$x_m = \left(\frac{R_{j-1/2}}{R_j} \right)^2, \quad (5.62)$$

multiplicando-se a Eq. (5.60) por $\Delta\tau$ e agrupando-se o termos em Y_{j-1}^{nt+1} , Y_j^{nt+1} e Y_{j+1}^{nt+1} , encontra-se:

$$a_j Y_{j-1}^{nt+1} + b_j Y_j^{nt+1} + c_j Y_{j+1}^{nt+1} = d_j, \quad \text{onde} \quad (5.63)$$

$$a_j = A \frac{\Delta\tau}{\Delta R^2} x_m \quad - b_j = A \frac{\Delta\tau}{\Delta R^2} (x_p + x_m) + 1 + B \Delta\tau$$

$$c_j = A \frac{\Delta\tau}{\Delta R^2} x_p$$

$$d_j = -Y_j^{nt} - C \frac{\Delta\tau}{\Delta R^2} x_m Z_{j-1}^{nt} + \left[C \frac{\Delta\tau}{\Delta R^2} (x_p + x_m) - B\Delta\tau \right] Z_j^{nt} - C \frac{\Delta\tau}{\Delta R^2} x_p Z_{j+1}^{nt} \quad (5.64)$$

Nó central

Aplicando-se, agora, o operador $\int_0^{\Delta R/2} R^2 dR$ sobre a Eq. (4.11), onde ΔR é suposto suficientemente pequeno de maneira que $\partial Y/\partial t$ e $-BY + BZ$ possam ser considerados aproximadamente uniformes no intervalo $[0, \Delta R/2]$, encontra-se:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \left(\frac{\Delta R}{2} \right)^3 \frac{\partial Y}{\partial \tau} \Big|_{R=0} &= A \left(\frac{\Delta R}{2} \right)^2 \frac{\partial Y}{\partial R} \Big|_{R=\Delta R/2} + \\ &+ \frac{1}{3} \left(\frac{\Delta R}{2} \right)^3 [-BY + BZ]_{R=0} + C \left(\frac{\Delta R}{2} \right)^2 \frac{\partial Z}{\partial R} \Big|_{R=\Delta R/2} \end{aligned} \quad (5.65)$$

Discretizando-se $Y(0, \tau) = Y_1^{nt+1}$, $Z(0, \tau) = Z_1^{nt}$,

$$\frac{\partial Y}{\partial \tau} \Big|_{R=0} = \frac{Y_1^{nt+1} - Y_1^{nt}}{\Delta\tau}, \quad \frac{\partial Y}{\partial R} \Big|_{R=\Delta R/2} = \frac{Y_2^{nt+1} - Y_1^{nt+1}}{\Delta R}, \quad \frac{\partial Z}{\partial R} \Big|_{R=\Delta R/2} = \frac{Z_2^{nt} - Z_1^{nt}}{\Delta R},$$

multiplicando-se a Eq. (5.65) por $3 (2/\Delta R)^3 \Delta\tau$ e agrupando-se os termos em Y_1^{nt+1} e Z_1^{nt} , chega-se a:

$$\begin{aligned} b_1 Y_1^{nt+1} + c_1 Z_1^{nt} &= d_1, \quad \text{onde} \\ -b_1 &= A \frac{6\Delta\tau}{\Delta R^2} + 1 + B\Delta\tau & c_1 &= A \frac{6\Delta\tau}{\Delta R^2} \\ d_1 &= -Y_1^{nt} - \Delta\tau \left(B - C \frac{6}{\Delta R^2} \right) Z_1^{nt} - C \frac{6\Delta\tau}{\Delta R^2} Z_2^{nt} \end{aligned} \quad (5.66)$$

Condição de contorno na superfície

Discretizando-se as condições de contorno (4.13), respectivamente, nos tempos discretizados $nt + 1$ e nt , obtêm-se:

$$\frac{Y_{mj+1}^{nt+1} - Y_{mj-1}^{nt+1}}{2\Delta R} + Bi_f Y_{mj}^{nt+1} = 0 \quad (5.67)$$

$$\frac{Z_{mj+1}^{nt} - Z_{mj-1}^{nt}}{2\Delta R} + Bi_s Z_{mj}^{nt} = 0 \quad (5.68)$$

A Eq. (5.63) na posição discretizada $j = mj$ fica:

$$a_{mj} Y_{mj-1}^{nt+1} + b_{mj} Y_{mj}^{nt+1} + c_{mj} Y_{mj+1}^{nt+1} = d_{mj}, \quad \text{onde} \quad (5.69)$$

$$a_{mj} = A \frac{\Delta\tau}{\Delta R^2} x_m \quad - b_{mj} = A \frac{\Delta\tau}{\Delta R^2} (x_p + x_m) + 1 + B\Delta\tau$$

$$c_{mj} = A \frac{\Delta\tau}{\Delta R^2} x_p$$

$$d_{mj} = -Y_{mj}^{nt} - C \frac{\Delta\tau}{\Delta R^2} x_m Z_{mj-1}^{nt} + \left[C \frac{\Delta\tau}{\Delta R^2} (x_p + x_m) - B\Delta\tau \right] Z_{mj}^{nt} + \\ - C \frac{\Delta\tau}{\Delta R^2} x_p Z_{mj+1}^{nt} \quad (5.70)$$

Eliminando-se Y_{mj+1}^{nt+1} da Eq. (5.69) por meio Eq. (5.67) e eliminando-se Z_{mj+1}^{nt} da Eq. (5.70) por meio da Eq. (5.68), encontra-se:

$$a_{mj} Y_{mj-1}^{nt+1} + b_{mj} Y_{mj}^{nt+1} = d_{mj}, \quad \text{onde}$$

$$a_{mj} = A \frac{\Delta\tau}{\Delta R^2} (x_m + x_p)$$

$$-b_{mj} = A \frac{\Delta\tau}{\Delta R^2} (x_p + x_m) + 1 + B\Delta\tau + A \frac{\Delta\tau}{\Delta R} x_p 2 Bi_f$$

$$\begin{aligned}
d_{mj} = & -Y_{mj}^{nt} - C \frac{\Delta\tau}{\Delta R^2} (x_m + x_p) Z_{mj-1}^{nt} + \\
& + \left[C \frac{\Delta\tau}{\Delta R^2} (x_p + x_m + 2 x_p \Delta R Bi_s) - B\Delta\tau \right] Z_{mj}^{nt}
\end{aligned} \tag{5.71}$$

5.4.2 Determinação de Z_j^{nt+1}

Nesta subseção, são calculadas implicitamente as temperaturas discretizadas da sub-região s para o índice de discretização do tempo igual a $nt + 1$, ou seja, Z_j^{nt+1} , $j = 1, \dots, mj$, em função das temperaturas discretizadas das sub-regiões f e s para os índices de discretização do tempo, respectivamente, iguais a $nt + 1$ e nt , ou seja, Y_j^{nt+1} , $j = 1, \dots, mj$, já calculadas na Subseção 5.4.1, e Z_j^{nt} , $j = 1, \dots, mj$. Seguindo os mesmos passos desta subseção, aqui com relação à Eq. (4.12) e à segunda Eq. (4.13):

Nós interiores

$$\begin{aligned}
a_j Z_{j-1}^{nt+1} + b_j Z_j^{nt+1} + c_j Z_{j+1}^{nt+1} &= d_j, \quad \text{onde} \\
a_j = D \frac{\Delta\tau}{\Delta R^2} x_m & \quad - b_j = D \frac{\Delta\tau}{\Delta R^2} (x_p + x_m) + 1 - E\Delta\tau \\
c_j = D \frac{\Delta\tau}{\Delta R^2} x_p & \quad d_j = -Z_j^{nt} - F \frac{\Delta\tau}{\Delta R^2} x_m Y_{j-1}^{nt+1} + \\
& + \left[F \frac{\Delta\tau}{\Delta R^2} (x_p + x_m) + E\Delta\tau \right] Y_j^{nt+1} - F \frac{\Delta\tau}{\Delta R^2} x_p Y_{j+1}^{nt+1} - G_j^{*nt+1} \Delta\tau
\end{aligned}$$

Nó central

$$\begin{aligned}
b_1 Z_1^{nt+1} + c_1 Z_2^{nt+1} &= d_1, \quad \text{onde} \\
-b_1 = D \frac{6\Delta\tau}{\Delta R^2} + 1 - E\Delta\tau & \quad c_1 = D \frac{6\Delta\tau}{\Delta R^2}
\end{aligned}$$

$$d_1 = -Z_1^{nt} + \Delta\tau \left(E + F \frac{6}{\Delta R^2} \right) Y_1^{nt+1} - F \frac{6\Delta\tau}{\Delta R^2} Y_2^{nt+1} - G_1^{* nt+1} \Delta\tau$$

Condição de contorno na superfície

$$a_{mj} Z_{mj-1}^{nt+1} + b_{mj} Z_{mj}^{nt+1} = d_{mj}, \quad \text{onde}$$

$$a_{mj} = D \frac{\Delta\tau}{\Delta R^2} (x_m + x_p)$$

$$-b_{mj} = D \frac{\Delta\tau}{\Delta R^2} (x_p + x_m) + 1 - E \Delta\tau + D \frac{\Delta\tau}{\Delta R} x_p 2 Bi_s$$

$$d_{mj} = -Z_{mj}^{nt} - F \frac{\Delta\tau}{\Delta R^2} (x_m + x_p) Y_{mj-1}^{nt+1} +$$

$$+ \left[\frac{F\Delta\tau}{\Delta R^2} \left(x_p + x_m + 2 x_p \Delta R Bi_f \right) + E\Delta\tau \right] Y_{mj}^{nt+1} - G_{mj}^{* nt+1} \Delta\tau$$

Nota-se que, nas discretizações desta subseção, não foi feita uma aproximação semelhante à que foi realizada na Subseção 5.4.1, que está explicada na página 63, porque, aqui, tanto os termos em θ_f quanto em θ_s foram discretizados para o mesmo valor do índice de tempo igual a $nt + 1$.

Para que estas aproximações feitas na Subseção 5.4.1 sejam corrigidas, os valores recém-calculados de Z_j^{nt+1} são substituídos no lugar de Z_j^{nt} , nas Eqs. (5.60), (5.64), (5.66) e (5.71), e os valores de Y_j^{nt+1} , $j = 1, \dots, mj$, são recalculados, os quais são usados para recalcular também novos Z_j^{nt+1} , $j = 1, \dots, mj$.

Esse procedimento é repetido até que os valores de Y_j^{nt+1} e Z_j^{nt+1} , $j = 1, \dots, mj$, não mais variem entre duas iterações consecutivas, dentro de uma aproximação arbitrada. Só então avança-se com o índice de discretização do tempo e calculam-se Y_j^{nt+2} e Z_j^{nt+2} , $j = 1, \dots, mj$, repetindo-se a mesma forma iterativa de cálculo, e assim por diante em todo o domínio do tempo.

Capítulo 6

Resultados e discussões

Neste capítulo, são apresentados os resultados obtidos por meio dos modelos e da metodologia desenvolvidos, respectivamente, nos Capítulos 4 e 5, os quais são comparados com os encontrados pelo tradicional método de diferenças finitas, a fim de:

- a) verificar-se a validade dos referidos modelos e metodologia;
- b) determinar-se o mais preciso entre os modelos de parâmetros concentrados estudados.

Foram considerados dois casos de simulação: o de um LOFA (Caso 1) e o do transiente ocasionado por uma mudança instantânea do coeficiente de transferência de calor convectivo do gás He (Caso 2).

No Caso 1, são feitas as seguintes suposições:

- o reator está em operação estacionária, antes do início do transiente relativo ao LOFA;
- a partir do início do transiente, não há mais a refrigeração forçada do regime estacionário, mas apenas a convecção natural do He. Assim não se está levando em consideração as formas de transmissão de calor por condução entre os elementos combustíveis em contato, ou por radiação;
- a partir do início do transiente, só existe a geração do calor de decaimento no núcleo, ou seja, houve o “shutdown” do reator;
- o valor do coeficiente de transferência de calor do He, no regime estacionário, $h_{He-estac}$, é arbitrado igual a $120 W/m^2K$, enquanto que, durante o

transiente, ele ($h_{He-trans}$) é suposto constante e igual a $30 W/m^2K$, conforme o caso de convecção natural para gás com baixa pressão da Tabela 10-2, apresentada por Todreas e Kasimi (1990).

No Caso 2, são feitas as seguintes suposições:

- o reator está em operação estacionária, antes do início do transiente;
- tanto no regime estacionário quanto no transiente, ocorre a refrigeração forçada, porém com intensidades diferentes, com o valor do coeficiente de transferência de calor do He passando do $h_{He-estac}$ igual a $600 W/m^2K$ para o $h_{He-trans}$ igual a $300 W/m^2K$, o qual foi suposto constante durante o transiente;
- novamente, não ocorre a transmissão de calor por condução entre os elementos combustíveis em contato, ou por radiação;
- a geração de calor é constante no regime transiente e é a mesma do regime estacionário.

Assim, a taxa volumétrica de geração de calor da sub-região sólida, $g_s(t)$, que aparece na Eq. (4.2):

- para o Caso 1, é variável com o tempo e é fornecida pelas Eqs. (2.1) e (2.2);
- para o Caso 2, é constante e é calculada pela Eq. (2.2).

Em ambos os casos, a temperatura T_∞ do gás He foi suposta igual a $672.5 ^\circ C$, valor escolhido por ser a temperatura média do refrigerante no núcleo do HTTR japonês, conforme a Tabela 2-1 do IAEA-TECDOC-1382 (2003b); e a temperatura de referência T_0 , que aparece nas Eqs. (4.3), foi arbitrada igual a $1400^\circ C$.

No Caso 1, a hipótese de T_∞ ser constante implica em que o reator “pebble-bed” em estudo está associado a um ciclo direto gás turbina (apenas com o circuito primário). Se houvesse um circuito secundário, como o LOFA do circuito primário não significa a perda de circulação forçada do fluido do secundário, necessariamente haveria a queda da temperatura T_∞ do refrigerante no primário.

Os três modelos de parâmetros concentrados testados foram:

- o modelo clássico (CLSA), conforme a Seção 4.3;
- o modelo $H_{2,0} - H_{0,0}$ (conforme a Seção 4.4), onde $H_{2,0}$ e $H_{0,0}$ são as aproximações de Hermite para as integrais, respectivamente, das temperaturas

médias e dos fluxos de calor de ambas as sub-regiões de grafite e UO_2 ;

- o modelo $H_{2,1} - H_{0,0}$ (conforme a Seção 4.4), cuja aproximação de Hermite para as integrais das temperaturas médias das duas sub-regiões é $H_{2,1}$.

Em todas as soluções, foram usados os parâmetros físicos das partículas de combustível TRISO (descritas na página 14, Seção 2.1) e dos elementos combustíveis esféricos de HTGRs, mostrados na Tabela 6.1, onde:

- os subscritos *Buf*, *IPyC*, *SiC* e *OPyC* indicam as diversas camadas de revestimento das partículas TRISO, e o subscrito *Graf* significa grafite;
- d_{UO_2} é o diâmetro do núcleo de UO_2 da partícula de combustível;
- e_j é a espessura da camada de revestimento da partícula de combustível identificada por j ;
- d_P é o diâmetro do elemento combustível esférico;
- $d_{\text{particulada}}$ é o diâmetro da região particulada do elemento combustível esférico.

Foi considerado ainda que a potência média gerada por um elemento combustível esférico é 0.881kW (Zhang *et al.*, 2006) e que a mesma tem 15000 partículas de combustível dispersas (Verkerk e Kikstra, 2003).

Em relação ao coeficiente de transferência de calor interfacial, h_{fs} , como ainda não existe, conforme observado na página 39 da Seção 3.3, algum trabalho publicado que tenha determinado h_{fs} para o caso de condução de calor com geração de calor em uma das sub-regiões, neste trabalho foi feito um estudo conservativo, obtendo-se os resultados numéricos das soluções para h_{fs} arbitrários. Por isso, para eventuais valores escolhidos de h_{fs} , foram obtidos resultados irrealistas, como temperaturas muito acima do que as partículas de combustível podem suportar, mas isso não invalidou que o objetivo a) das simulações, apresentado na página 68 deste capítulo, fosse atingido. Assim:

- nos modelos de parâmetros concentrados, para o Caso 1, foram supostos os valores de h_{fs} iguais a 6, 20 e 600 $\text{W}/\text{m}^2\text{K}$ (Subseção 6.2.1);
- nos modelos de parâmetros concentrados, para o Caso 2, foram supostos os valores de h_{fs} iguais a 60, 6000 e 60000 $\text{W}/\text{m}^2\text{K}$ (Subseção 6.2.2);
- no modelo de parâmetros distribuídos que usa a GITT, para o Caso 1,

Tabela 6.1: Parâmetros físicos da partícula de combustível e do elemento combustível esférico

k_{UO_2}	(W/m K)	2.23 ^(1,a)	k_{Buf}	(W/m K)	40 ^(2,b)
k_{IPyC}	(W/m K)	40 ^(2,b)	k_{SiC}	(W/m K)	91.4 ^(2,4,c,d)
k_{OPyC}	(W/m K)	40 ^(2,b)	k_{Graf}	(W/m K)	41.55 ^(1,a)
ρ_{UO_2}	(g/cm ³)	10.4	ρ_{Buf}	(g/cm ³)	1.05 ^(e,f)
ρ_{IPyC}	(g/cm ³)	1.9 ^(e,f,g,h)	ρ_{SiC}	(g/cm ³)	3.18 ^(e,f)
ρ_{OPyC}	(g/cm ³)	1.9 ^(e,f,g,h)	ρ_{Graf}	(g/cm ³)	1.75 ^(f)
c_{pUO_2}	(J/kgK)	350 ^(1,a)	c_{pBuf}	(J/kgK)	720 ^(2,3,i)
c_{pIPyC}	(J/kgK)	720 ^(2,3,i)	c_{pSiC}	(J/kgK)	620 ^(2,j)
c_{pOPyC}	(J/kgK)	720 ^(2,3,i)	c_{pGraf}	(J/kgK)	1976 ^(a)
d_{UO_2}	(μ m)	500 ^(6,7,f,k)	e_{Buf}	(μ m)	95 ^(6,f)
e_{IPyC}	(μ m)	40 ^(5,6,7,f,g,h,k)	e_{SiC}	(μ m)	35 ^(5,6,7,f,g,h,k)
e_{OPyC}	(μ m)	40 ^(5,6,7,f,g,h,k)	d_P	(cm)	6 ^(f,k,l)
$d_{particulada}$	(cm)	5 ^(8,k)			

1 - a 1400°C 2 - aproximado ao valor da temperatura ambiente 3 - aproximado para um típico valor de compósito de fibra de carbono (CFC) 4 - valor correspondente a uma mistura de 80% de α -SiC (tamanho médio do grão igual a 0.46 μ m) e de 20% de β -SiC (tamanho médio do grão igual a 0.15 μ m) 5 - dimensões da partícula de combustível padrão do programa AGR do Departamento de Energia dos EUA 6 - dimensões da partícula de combustível usada no reator modular pebble-bed sul-africano (PBMR) 7 - dimensões da partícula de combustível usada no reator modular pebble-bed chinês (HTR-10) a - Gasstone e Sesonske (1987a) b - Liu *et al.* (2005) c - Akiyoshi *et al.* (2006) d - Liu e Lin (1996) e - IAEA-TECDOC-1198 (2001a) f - Reitsma *et al.* (2006) g - Miller *et al.* (2004) h - Miller *et al.* (2006) i - Barabash *et al.*(2002) j - Snead *et al.*(2005) k - IAEA-TECDOC-1382 (2003a) l - Kuijper *et al.*(2006)

foram supostos os valores de h_{fs} iguais a 200 e 600 W/m^2K (Subseção 6.3.1);

- no modelo de parâmetros distribuídos que usa a GITT, para o Caso 2, foram supostos os valores de h_{fs} iguais a 200, 4000 e 60000 W/m^2K (Subseção 6.3.2).

A apresentação das tabelas e gráficos para cada caso (Subseções 6.2.1, 6.2.2, 6.3.1 e 6.3.2) de cada modelo (Seções 6.2 e 6.3) segue a seguinte ordem:

1) para os modelos de parâmetros concentrados, em ambos os Casos 1 e 2, são mostrados inicialmente os gráficos das temperaturas macroscópicas estacionárias para os valores de h_{fs} escolhidos, as quais, por hipótese, são as condições iniciais dos respectivos transientes;

2) para o modelo de parâmetros distribuídos que usa a GITT, em ambos os Casos 1 e 2, antes dos gráficos das temperaturas estacionárias mencionadas no item anterior, são apresentadas, primeiramente, tabelas mostrando as convergências das temperaturas macroscópicas centrais adimensionais das duas sub-regiões em três tempos adimensionais escolhidos aleatoriamente, em função do número n das autofunções ψ_{1i} ou ψ_{2i} ;

3) em seguida, são mostrados os seguintes gráficos das temperaturas macroscópicas no regime transiente:

- para os modelos de parâmetros concentrados - Caso 1, os das temperaturas médias obtidas pelas aproximações clássica, ILSA- $H_{2,0} - H_{0,0}$ e ILSA- $H_{2,1} - H_{0,0}$, e pelo método de diferenças finitas;

- para os modelos de parâmetros concentrados - Caso 2, os das temperaturas médias obtidas pela aproximação clássica e os das temperaturas centrais, médias e na superfície obtidas pelas aproximações melhoradas ILSA- $H_{2,0} - H_{0,0}$ e ILSA- $H_{2,1} - H_{0,0}$, sendo que todas estas temperaturas aparecem acompanhadas com as obtidas pelo método de diferenças finitas. Note-se que, na aproximação clássica, só foram calculadas as temperaturas médias, enquanto que, nas aproximações melhoradas, também foram calculadas as temperaturas nos contornos, conforme a observação do final da Seção 4.4;

- para o modelo de parâmetros distribuídos que usa a GITT - Caso 1, os das temperaturas centrais obtidas por esse modelo e pelo MDF;

- para o modelo de parâmetros distribuídos que usa a GITT - Caso 2, os das temperaturas centrais e na superfície obtidas por esse modelo e pelo MDF;

4) então, são apresentados os seguintes gráficos dos desvios percentuais (calculados com as temperaturas em graus Kelvin) dos resultados dos modelos de parâmetros concentrados e de parâmetros distribuídos que usa a GITT, em relação aos obtidos pelo MDF:

- para os modelos de parâmetros concentrados - Casos 1 e 2, os dos desvios percentuais das temperaturas centrais, médias e na superfície, obtidas por cada uma das aproximações clássica, $ILSA-H_{2,0} - H_{0,0}$ e $ILSA-H_{2,1} - H_{0,0}$;

- para o modelo de parâmetros distribuídos que usa a GITT - Casos 1 e 2, os dos desvios percentuais das temperaturas centrais e na superfície;

5) finalmente, são apresentadas, para ambos os modelos de parâmetros concentrados e de parâmetros distribuídos que usa a GITT e para ambos os Casos 1 e 2, tabelas que mostram os valores máximos e as médias dos módulos dos referidos desvios percentuais, para cada transiente simulado.

Neste trabalho, os resultados foram considerados bons, quando os respectivos desvios percentuais eram menores que 1%, medianos, quando eles estavam entre 1% e 2%, e imprecisos, acima de 2%.

Nas simulações tanto dos modelos de parâmetros concentrados como do de parâmetros distribuídos que usa a GITT, foram usados o programa Mathematica e os respectivos notebooks apresentados por Cotta e Mikhailov (1997), o que permitiu, no segundo modelo, a obtenção automática do sistema de equações diferenciais ordinárias composto pelas Eqs. (5.56) e (5.59), no lugar do desenvolvimento analítico que vai da Eq. (5.35) até a Eq. (5.55).

Sendo linear este sistema de equações diferenciais, ele tem solução analítica, que poderia ser obtida pelo comando DSolve do programa Mathematica. Contudo, neste trabalho, optou-se pela solução numérica, usando-se o comando NDSolve.

Já para o método de diferenças finitas foi usado o programa Fortran e os números de intervalos de discretização das variáveis de posição e de tempo, escolhidos conforme o estudo de convergência apresentado na Seção 6.1, foram iguais a 5000. O computador utilizado foi o Intel Pentium 4HT 3.0GHz com memória RAM de 1

GB.

6.1 Convergência da solução pelo método de diferenças finitas

Nesta seção, é mostrado como foi feita a escolha dos valores dos números de intervalos de discretização n_R da variável posição R e n_τ da variável tempo τ adotados nas soluções de referência deste trabalho, as quais usaram o método de diferenças finitas.

Para isto, foi feito o estudo de convergência das temperaturas adimensionais em $R = 0, 0.5$ e 1 , em função de n_R e n_τ , que foram variados de 100 a 5000, para o Caso 1 e para $h_{sf} \approx 60000 \text{ W/m}^2\text{K}$.

As Tabelas 6.2 a 6.7 mostram as temperaturas adimensionais para $R = 0$ (Tabelas 6.2 e 6.3), $R = 0.5$ (Tabelas 6.4 e 6.5) e $R = 1$ (Tabelas 6.6 e 6.7), sendo que as de número 6.2, 6.4 e 6.6 mostram os resultados para a sub-região de grafite e as de número 6.3, 6.5 e 6.7, para a sub-região de UO_2 . Foram examinadas as temperaturas nos tempos adimensionais $\tau = 10, 52$ e 104 e foi considerado que havia a convergência quando ocorria a coincidência de resultados para três números de intervalos de discretização consecutivos.

Pode-se observar, nestas tabelas, que há a convergência na 3^a casa decimal (e até na 4^a casa decimal) de todas as temperaturas das duas sub-regiões, nas três posições e para os três valores de tempo, com a coincidência dos resultados para $n_R \times n_\tau = 3000 \times 3000, 4000 \times 4000$ e 5000×5000 , com exceção da temperatura na sub-região de UO_2 , em $R = 1$, para $\tau=52$ (Tabela 6.7), para a qual só há a coincidência da 2^a casa decimal, sem, contudo, significar queda de precisão, porque, neste caso, os resultados estão próximos de 0.1640, mudando para 0.1639 (e variando, assim, também a 3^a casa decimal), pela diferença de apenas 0.0001.

Assim, por causa da grande precisão obtida nas convergências para $n_R \times n_\tau = 5000 \times 5000$, estes números de intervalos de discretização foram adotados, neste trabalho, para as soluções que usaram o MDF.

Tabela 6.2: Convergência do MDF implícito em relação aos números de intervalos de discretização n_R e n_τ para a sub-região de grafite, $R = 0$ e $h_{sf} \approx 60000W/m^2K$

$n_R \times n_\tau$	CPU	$\tau=10$	$\tau=52$	$\tau=104$
100x100	11s	0.823127	0.171129	0.075644
300x300	32s	0.817960	0.167466	0.075129
3000x3000	5min 38s	0.815726	0.165830	0.074903
4000x4000	7min 32s	0.815665	0.165784	0.074896
5000x5000	9min 35s	0.815628	0.165756	0.074891

Tabela 6.3: Convergência do MDF implícito em relação aos números de intervalos de discretização n_R e n_τ para a sub-região de UO_2 , $R = 0$ e $h_{sf} \approx 60000W/m^2K$

$n_R \times n_\tau$	$\tau=10$	$\tau=52$	$\tau=104$
100x100	0.823145	0.171139	0.075652
300x300	0.817979	0.167477	0.075137
3000x3000	0.815746	0.165840	0.074911
4000x4000	0.815685	0.165794	0.074904
5000x5000	0.815648	0.165766	0.074899

Tabela 6.4: Convergência do MDF implícito em relação aos números de intervalos de discretização n_R e n_τ para a sub-região de grafite, $R = 0.5$ e $h_{sf} \approx 60000W/m^2K$

$n_R \times n_\tau$	$\tau=10$	$\tau=52$	$\tau=104$
100x100	0.821017	0.170691	0.075451
300x300	0.815862	0.167037	0.074937
3000x3000	0.813634	0.165405	0.074711
4000x4000	0.813573	0.165359	0.074704
5000x5000	0.813536	0.165331	0.074700

Tabela 6.5: Convergência do MDF implícito em relação aos números de intervalos de discretização n_R e n_τ para a sub-região de UO_2 , $R = 0.5$ e $h_{sf} \approx 60000W/m^2K$

$n_R \times n_\tau$	$\tau=10$	$\tau=52$	$\tau=104$
100x100	0.821036	0.170702	0.075459
300x300	0.815881	0.167048	0.074945
3000x3000	0.813653	0.165416	0.074720
4000x4000	0.813592	0.165370	0.074713
5000x5000	0.813556	0.165342	0.074708

Tabela 6.6: Convergência do MDF implícito em relação aos números de intervalos de discretização n_R e n_τ para a sub-região de grafite, $R = 1$ e $h_{sf} \approx 60000W/m^2K$

$n_R \times n_\tau$	$\tau=10$	$\tau=52$	$\tau=104$
100x100	0.814701	0.169379	0.074871
300x300	0.809588	0.165754	0.074362
3000x3000	0.807378	0.164134	0.074138
4000x4000	0.807317	0.164089	0.074131
5000x5000	0.807281	0.164061	0.074126

Tabela 6.7: Convergência do MDF implícito em relação aos números de intervalos de discretização n_R e n_τ para a sub-região de UO_2 , $R = 1$ e $h_{sf} \approx 60000\text{W}/\text{m}^2\text{K}$

$n_R \times n_\tau$	$\tau=10$	$\tau=52$	$\tau=104$
100x100	0.814428	0.169329	0.074853
300x300	0.809070	0.165654	0.074321
3000x3000	0.806755	0.164014	0.074087
4000x4000	0.806694	0.163969	0.074080
5000x5000	0.806658	0.163941	0.074075

6.2 Resultados dos Modelos de Parâmetros Concentrados

6.2.1 Caso 1 ($h_{He-estac} = 120 W/m^2K$ e $h_{He-trans} = 30 W/m^2K$)

Nesta subsecção, são apresentados os resultados das simulações dos modelos de parâmetros concentrados para o Caso 1 e para os valores escolhidos de $h_{fs} = 6, 20$ e $600 W/m^2K$, sendo que:

- as figuras 6.1 a 6.3 mostram as temperaturas macroscópicas estacionárias que antecedem os respectivos transientes;

- as figuras 6.5 a 6.13 mostram as temperaturas macroscópicas transientes médias pelas formulações concentradas clássica (CLSA), melhoradas (ILSA - $H_{2,0} - H_{0,0}$ e ILSA - $H_{2,1} - H_{0,0}$) e pela distribuída (MDF). Não foram mostradas, nos gráficos correspondentes à ILSA, as temperaturas macroscópicas transientes centrais e na superfície do elemento combustível esférico, pois, como pode ser visto na figura 6.4, que mostra estas temperaturas obtidas pelo método de diferenças finitas para $h_{fs} = 6 W/m^2K$, elas praticamente se confundem dentro de cada sub-região. Em outras palavras, a convecção natural do gás He, que é uma das hipóteses do Caso 1 (página 68, no início deste capítulo), com um coeficiente de transferência de calor $h_{He-trans} = 30 W/m^2K$, não causa grandes gradientes de temperatura dentro de cada sub-região. Por isso, as figuras 6.5 a 6.13 apresentam apenas as temperaturas médias de cada sub-região;

- as figuras 6.14 a 6.27 mostram os desvios percentuais entre os modelos concentrados e distribuído (MDF);

- as figuras mostram os transientes até $t = 90 min$, sendo que as dos desvios percentuais são complementadas por gráficos em que aparecem, mais claramente, seus inícios;

- as Tabelas 6.8 e 6.9 mostram os máximos e as médias dos módulos dos desvios percentuais entre os modelos concentrados e distribuído (MDF).

Pode-se observar que:

- nos gráficos das temperaturas macroscópicas estacionárias (figuras 6.1

a 6.3), quanto maior o valor de h_{fs} mais as temperaturas das duas sub-regiões se aproximam, pois mais facilmente o calor consegue passar da sub-região de UO_2 , que gera calor, para a de grafite;

- o mesmo acontece nos gráficos das temperaturas macroscópicas transientes médias (figuras 6.5 a 6.13), nos quais nota-se que as curvas das temperaturas das duas sub-regiões ficam mais próximas quanto maior é o valor de h_{fs} , chegando a se confundirem para $h_{fs} = 600 \text{ W/m}^2\text{K}$ (figuras 6.11 a 6.13), aproximando-se do equilíbrio térmico macroscópico, conforme a definição da Eq. (3.18). Assim, para que se pudesse observar diferença entre os comportamentos térmicos de cada sub-região, escolheram-se valores de h_{fs} menores ou iguais a $600 \text{ W/m}^2\text{K}$, nas simulações do Caso 1 nesta subseção (a qual se refere aos modelos de parâmetros concentrados), bem como na Subseção 6.3.1 (a qual se refere ao modelo de parâmetros distribuídos que usou a GITT);

- nas figuras 6.5 a 6.13, as temperaturas macroscópicas transientes médias obtidas pelas aproximações clássica (CLSA) e melhoradas (ILSA - $H_{2,0} - H_{0,0}$ e ILSA - $H_{2,1} - H_{0,0}$) mostram-se muito próximas das obtidas pelo método das diferenças finitas.

Esta primeira avaliação pode ser verificada em detalhes pelas figuras 6.14 a 6.27, que mostram os desvios percentuais entre os resultados destes modelos concentrados e do MDF. Assim, nas figuras 6.14 a 6.27, pode-se observar que:

- na aproximação clássica (figuras 6.14 e 6.15), os valores absolutos dos desvios percentuais são menores que 0.8%;

- nas aproximações melhoradas para a sub-região de grafite (figuras 6.16 a 6.21), os valores absolutos dos desvios percentuais são menores que 1% para todas as temperaturas (médias e nos contornos), para todos os valores de h_{fs} (6, 20 e $600 \text{ W/m}^2\text{K}$) e para ambas as aproximações $H_{2,0} - H_{0,0}$ e $H_{2,1} - H_{0,0}$;

- nas aproximações melhoradas para a sub-região de UO_2 (figuras 6.22 a 6.27), os módulos dos desvios percentuais são altos no início, caindo: lentamente, para as temperaturas macroscópicas centrais (comprometendo a precisão ao longo de todo o transiente, conforme se vê nas figuras 6.22, 6.24 e 6.26), e rapidamente, para as temperaturas macroscópicas na superfície (necessitando entre 20s e menos

de 2 *min* para atingirem 1%, conforme, respectivamente, as figuras 6.25 e 6.23).

Estes resultados podem ser vistos em detalhes nas Tabelas 6.8 e 6.9, que mostram os valores máximos (D_M) e médios (d_m) dos módulos dos desvios percentuais entre os modelos concentrados e distribuído (MDF), bem como o tempo em que estes máximos ocorrem. As médias foram calculadas no intervalo de tempo de 90 *min* a partir dos inícios dos transientes. Verifica-se, então, que:

- os máximos (D_M) dos módulos dos desvios percentuais para a sub-região de grafite nunca ultrapassam 1% (Tabela 6.8), o que demonstra que, para esta sub-região, as três aproximações (CLSA, ILSA - $H_{2,0} - H_{0,0}$ e ILSA - $H_{2,1} - H_{0,0}$) são válidas na simulação deste Caso 1;

- os máximos (D_M) dos módulos dos desvios percentuais para as temperaturas macroscópicas médias da sub-região de UO_2 (Tabela 6.9) não ultrapassam 0.8%, o que mostra que, para esta sub-região, as três aproximações (CLSA, ILSA - $H_{2,0} - H_{0,0}$ e ILSA - $H_{2,1} - H_{0,0}$) também são válidas para a obtenção destas temperaturas na simulação deste Caso 1;

- e as médias (d_m) dos módulos dos desvios percentuais das temperaturas macroscópicas na superfície do elemento combustível, obtidas pelas aproximações melhoradas $H_{2,0} - H_{0,0}$ e $H_{2,1} - H_{0,0}$, para a sub-região de UO_2 (Tabela 6.9), não ultrapassam 0.76%, o que também é um bom resultado;

- por sua vez, as médias (d_m) dos módulos dos desvios percentuais das temperaturas macroscópicas centrais, obtidas pelas aproximações melhoradas, para esta sub-região (Tabela 6.9), variam entre 0.88% e 1.97%, que é um resultado com precisão mediana.

Pode-se observar ainda, nas Tabelas 6.8 e 6.9, que:

- as médias (d_m) dos módulos dos desvios percentuais, em geral, são maiores para a análise clássica (CLSA) que para as análises melhoradas, o que já era esperado, pois a CLSA utiliza as Eqs. (4.26), que são aproximações mais imprecisas que as Eqs. (4.33) ou (4.34), usadas nas ILSA. A exceção ocorreu, em ambas sub-regiões, para $h_{fs} = 600 \text{ W/m}^2\text{K}$, quando a aproximação ILSA - $H_{2,1} - H_{0,0}$ foi ligeiramente pior que a da CLSA;

- comparando-se as aproximações melhoradas ILSA - $H_{2,0} - H_{0,0}$ e ILSA -

$H_{2,1} - H_{0,0}$, verifica-se, nas 18 simulações relativas às três temperaturas (nos contornos e média) das duas sub-regiões e para os três valores de h_{fs} , que a aproximação ILSA - $H_{2,0} - H_{0,0}$ apresenta menores médias (d_m) dos módulos dos desvios percentuais que a ILSA - $H_{2,1} - H_{0,0}$ em 11 simulações, mostrando-se a mais precisa.

Resumindo-se:

- os três modelos de parâmetros concentrados estudados para a condução de calor transiente uni-dimensional macroscópica em um elemento combustível esférico particulado apresentaram bons resultados para as temperaturas macroscópicas médias (CLSA e ILSA), centrais (ILSA) e na superfície (ILSA), na simulação do LOFA deste Caso 1, com maior precisão para a aproximação ILSA - $H_{2,0} - H_{0,0}$ e menor para a CLSA;

- as exceções ocorreram com as aproximações melhoradas, na sub-região de UO_2 , para as temperaturas macroscópicas centrais, cujos resultados tiveram, ao longo de todo o transiente, uma precisão mediana, e, no início dos transientes, para as ambas as temperaturas macroscópicas centrais e na superfície, com imprecisões significativas.

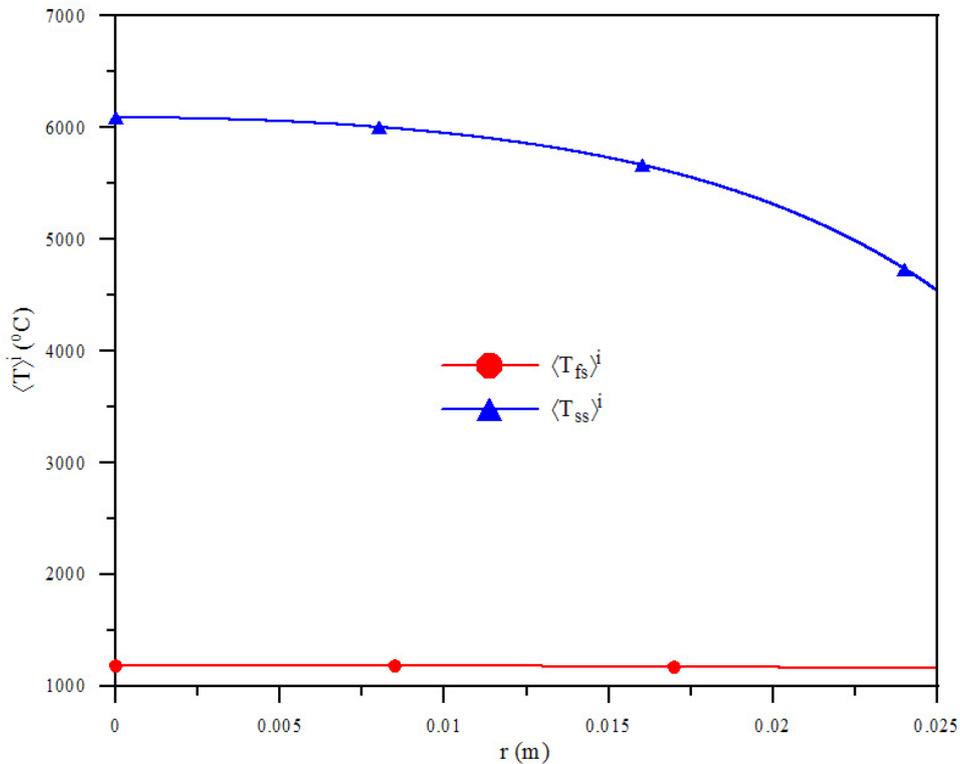


Figura 6.1: Caso 1 - Temp. macroscópicas estacionárias para $h_{fs} = 6 \text{ W/m}^2\text{K}$

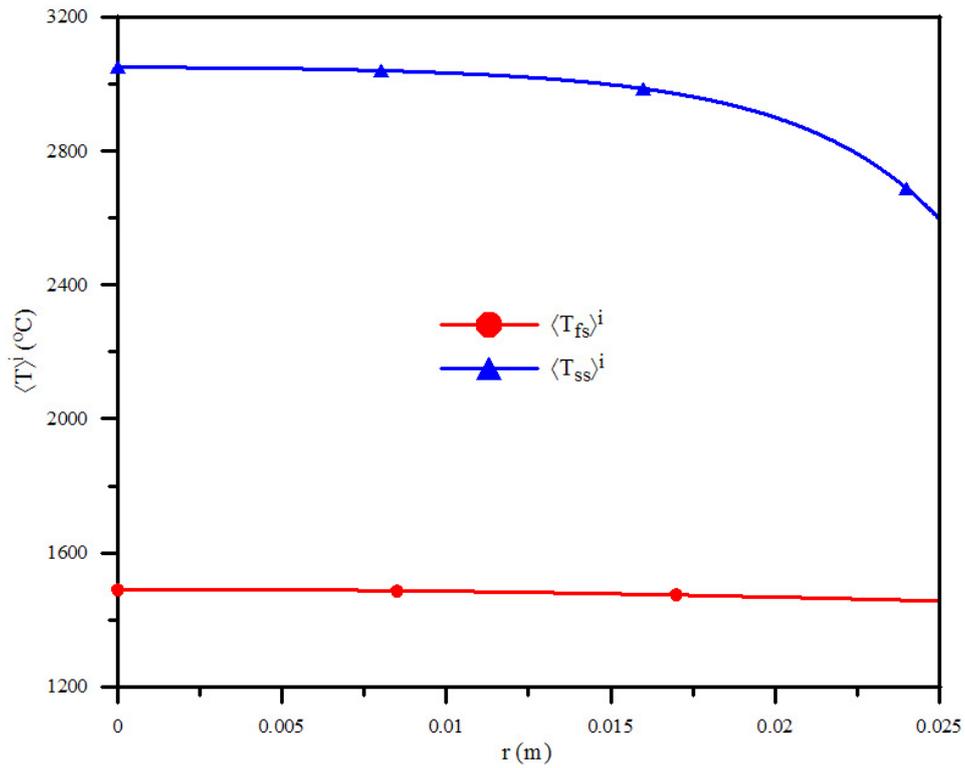


Figura 6.2: Caso 1 - Temperaturas macroscópicas estacionárias para $h_{fs} = 20 \text{ W/m}^2\text{K}$

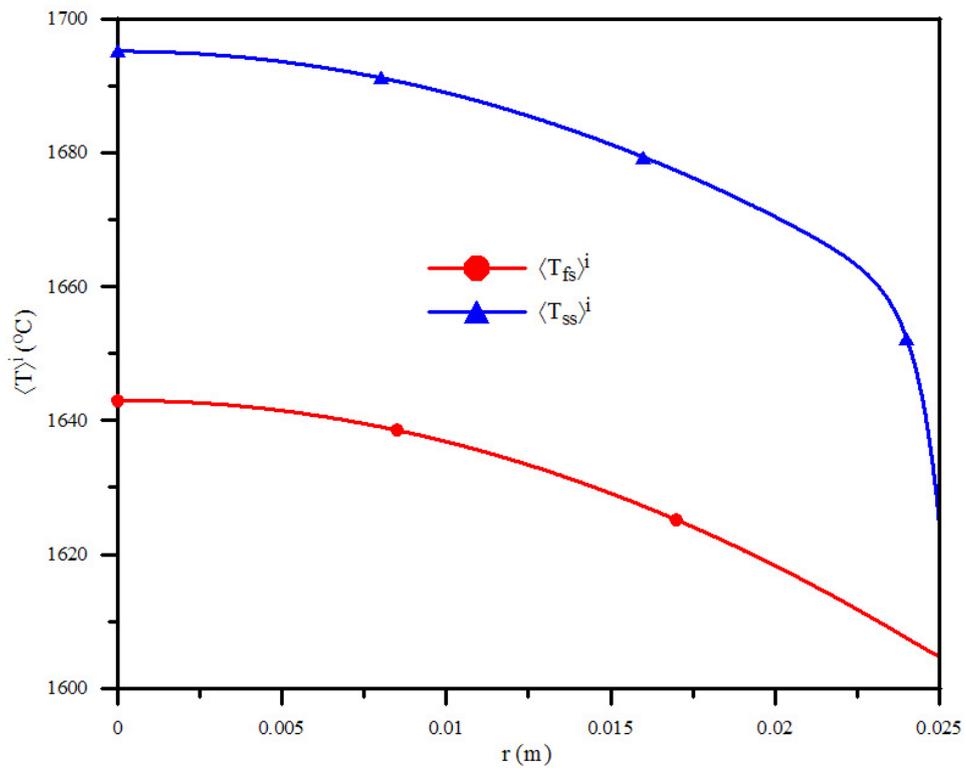


Figura 6.3: Caso 1 - Temperaturas macroscópicas estacionárias para $h_{fs} = 600 \text{ W/m}^2\text{K}$

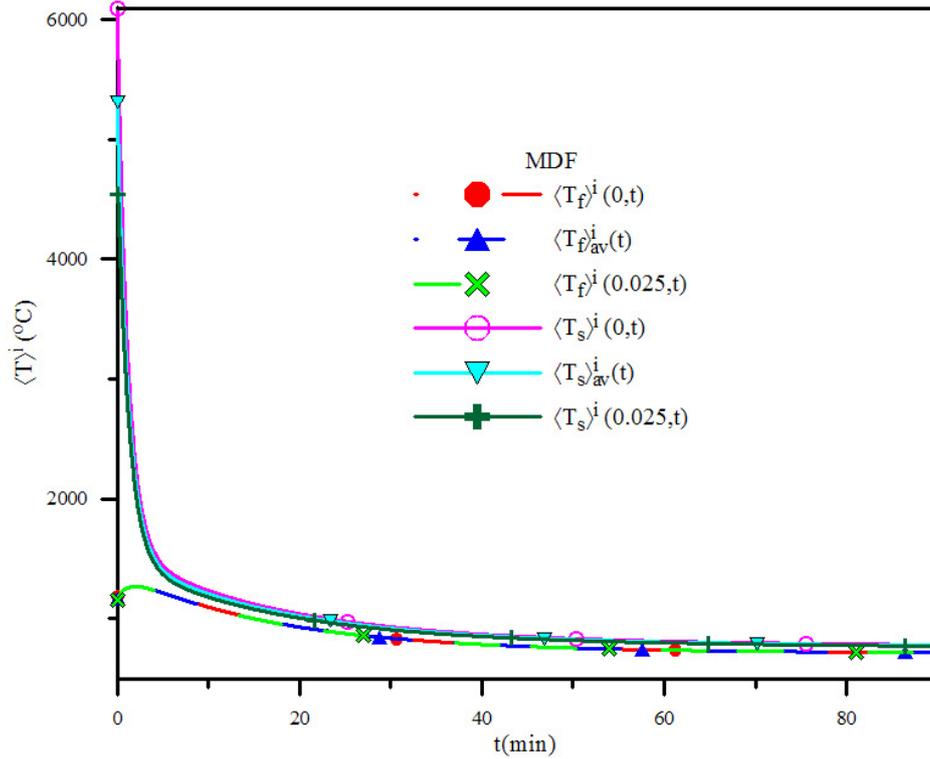


Figura 6.4: Caso 1 - Temperaturas macroscópicas centrais, médias e na superfície pelo método de diferenças finitas para $h_{fs} = 6 \text{ W/m}^2\text{K}$

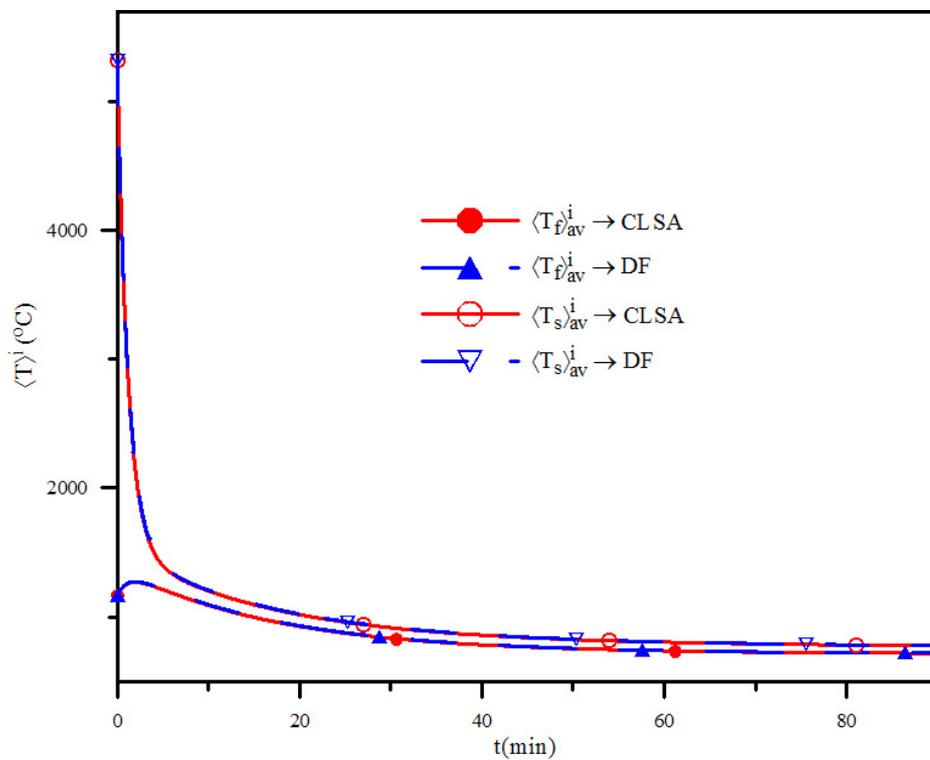


Figura 6.5: Caso 1 - Temperaturas macroscópicas médias pelas formulações concentrada clássica (CLSA) e distribuída (MDF) para $h_{fs} = 6 \text{ W/m}^2\text{K}$

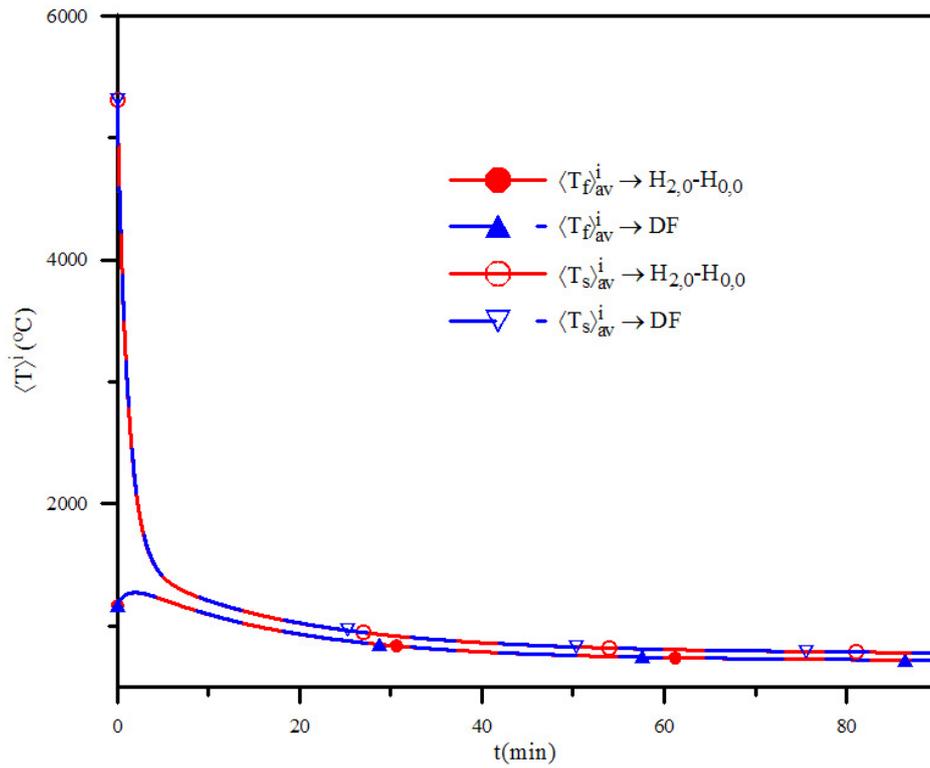


Figura 6.6: Caso 1 - Temperaturas macroscópicas médias pelas formulações concentrada melhorada (ILSA - $H_{2,0} - H_{0,0}$) e distribuída (MDF) para $h_{fs} = 6 \text{ W/m}^2\text{K}$

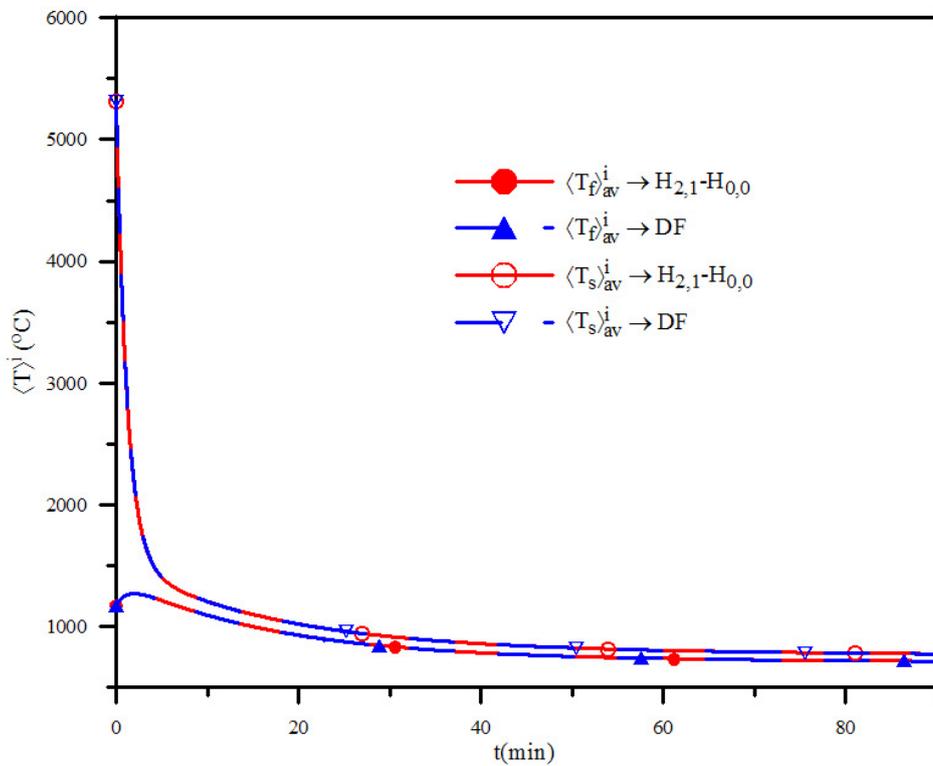


Figura 6.7: Caso 1 - Temperaturas macroscópicas médias pelas formulações concentrada melhorada (ILSA - $H_{2,1} - H_{0,0}$) e distribuída (MDF) para $h_{fs} = 6 \text{ W/m}^2\text{K}$

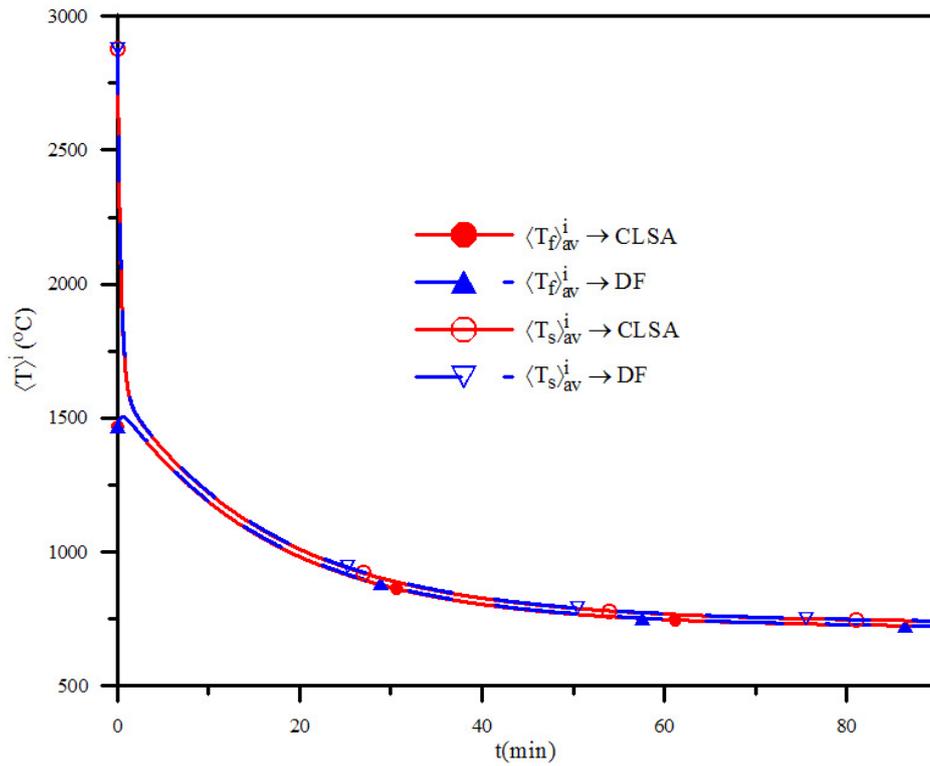


Figura 6.8: Caso 1 - Temperaturas macroscópicas médias pelas formulações concentrada clássica (CLSA) e distribuída (MDF) para $h_{fs} = 20 \text{ W/m}^2\text{K}$

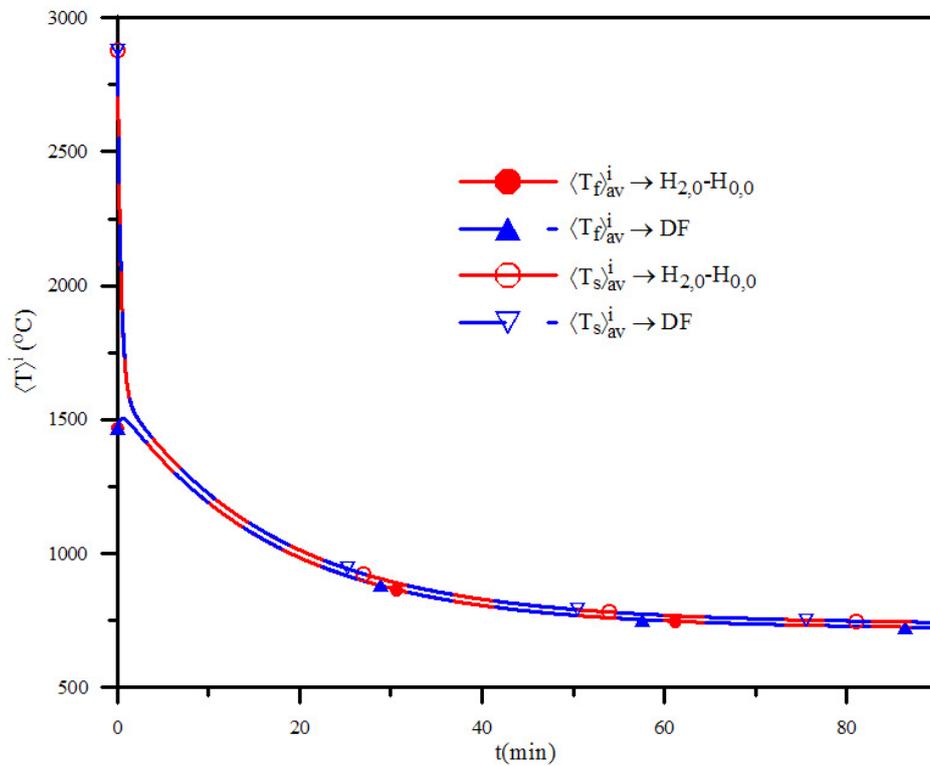


Figura 6.9: Caso 1 - Temperaturas macroscópicas médias pelas formulações concentrada melhorada (ILSA - $H_{2,0} - H_{0,0}$) e distribuída (MDF) para $h_{fs} = 20 \text{ W/m}^2\text{K}$

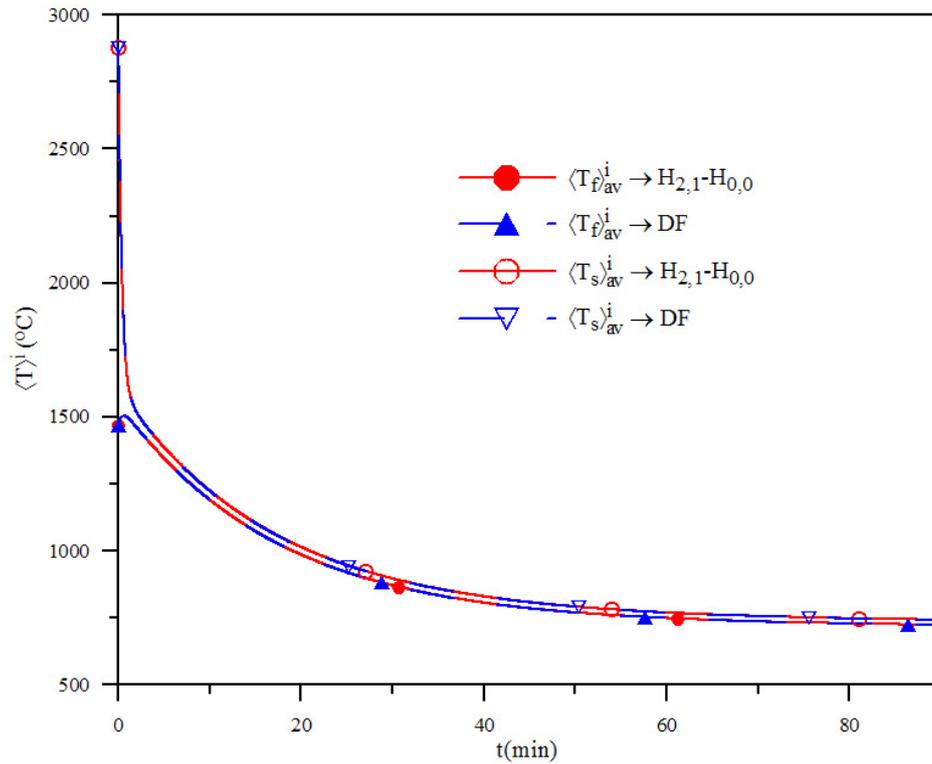


Figura 6.10: Caso 1 - Temperaturas macroscópicas médias pelas formulações concentrada melhorada (ILSA - $H_{2,1}-H_{0,0}$) e distribuída (MDF) para $h_{fs} = 20 \text{ W/m}^2\text{K}$

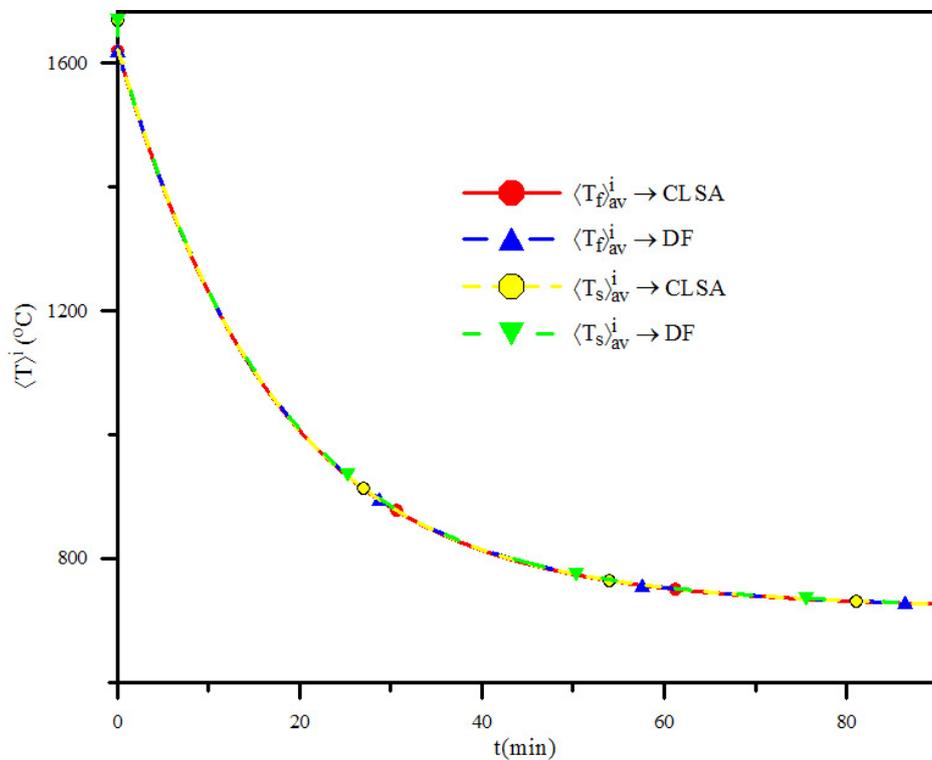


Figura 6.11: Caso 1 - Temperaturas macroscópicas médias pelas formulações concentrada clássica (CLSA) e distribuída (MDF) para $h_{fs} = 600 \text{ W/m}^2\text{K}$

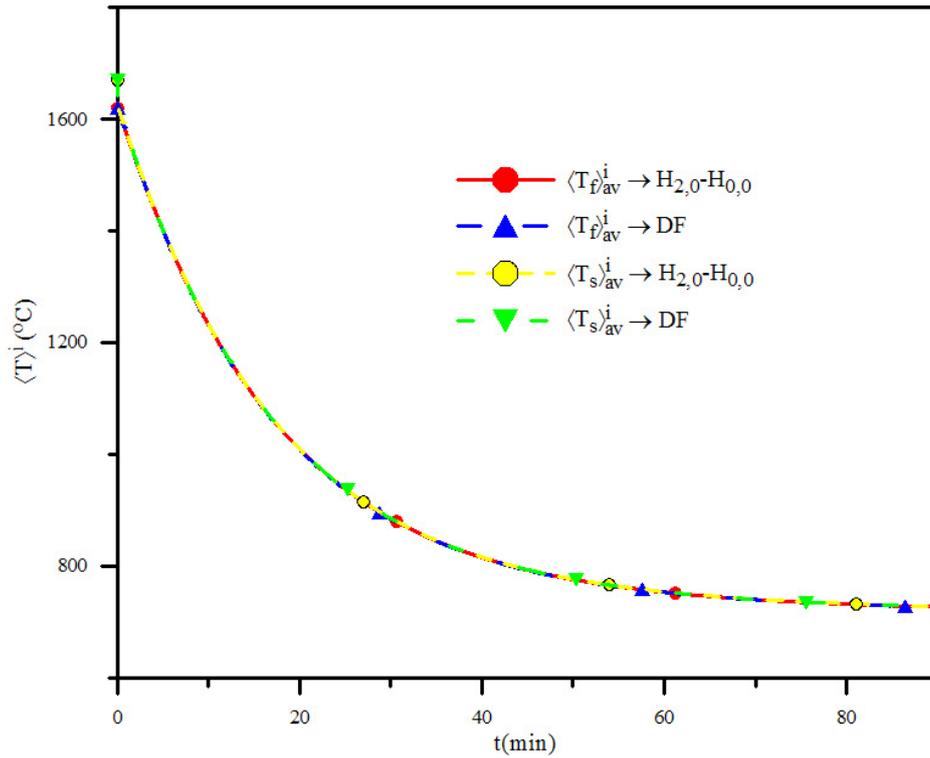


Figura 6.12: Caso 1 - Temperaturas macroscópicas médias pelas formulações concentrada melhorada (ILSA - $H_{2,0} - H_{0,0}$) e distribuída (MDF) para $h_{fs} = 600 W/m^2K$

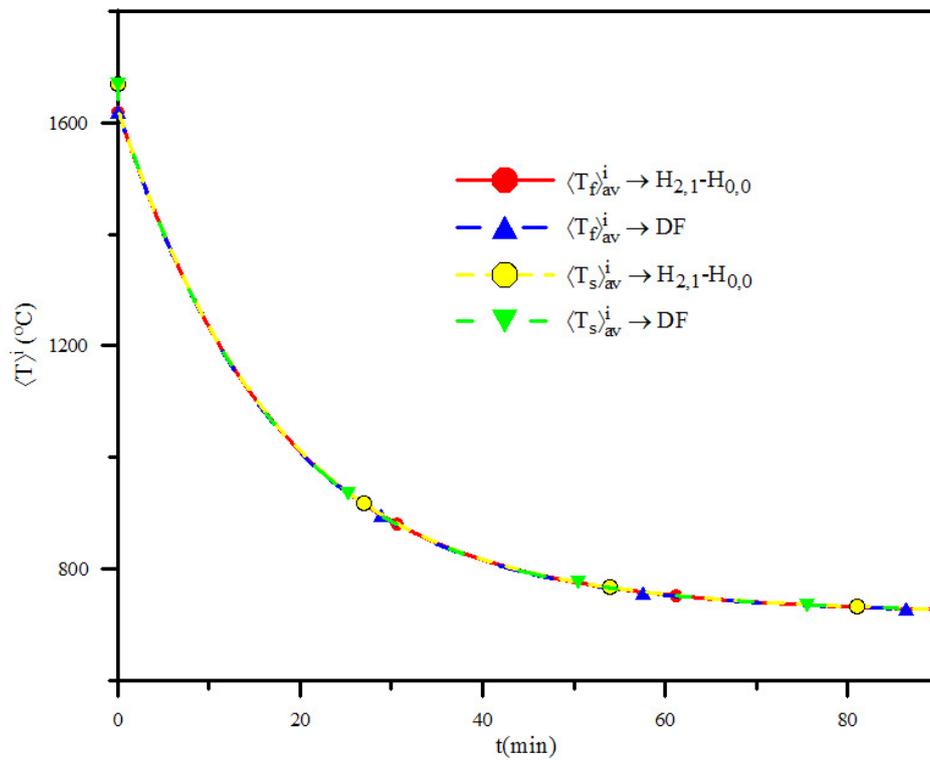


Figura 6.13: Caso 1 - Temperaturas macroscópicas médias pelas formulações concentrada melhorada (ILSA - $H_{2,1} - H_{0,0}$) e distribuída (MDF) para $h_{fs} = 600 W/m^2K$

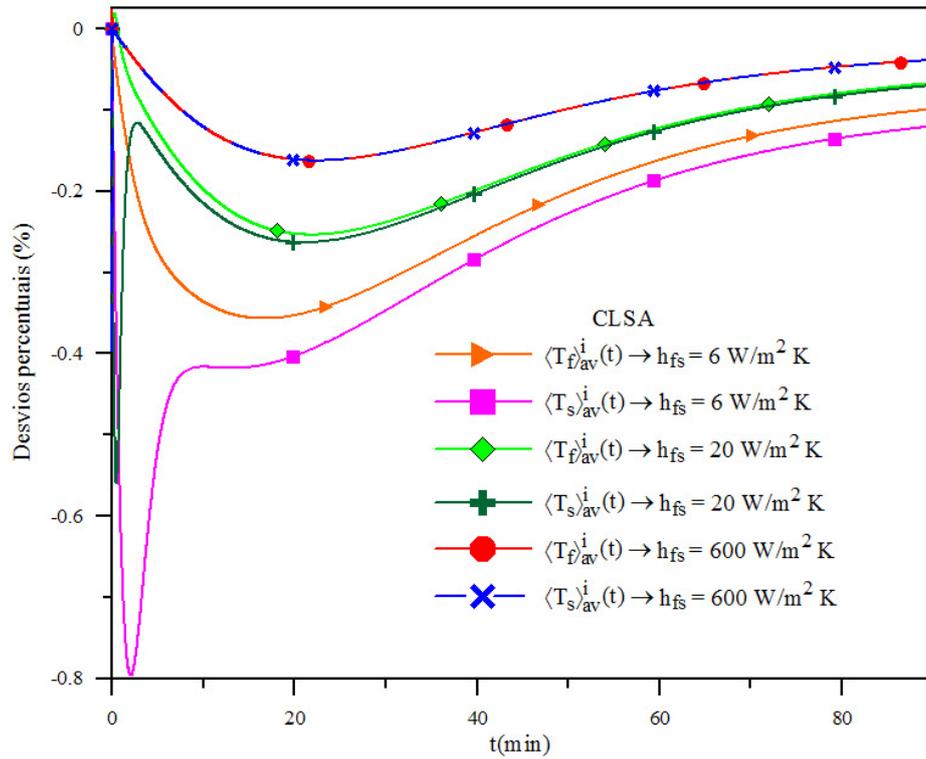


Figura 6.14: Caso 1 - Desvios percentuais entre os modelos concentrado clássico (CLSA) e distribuído (MDF) para $h_{fs} = 6, 20$ e $600 \text{ W/m}^2 \text{ K}$

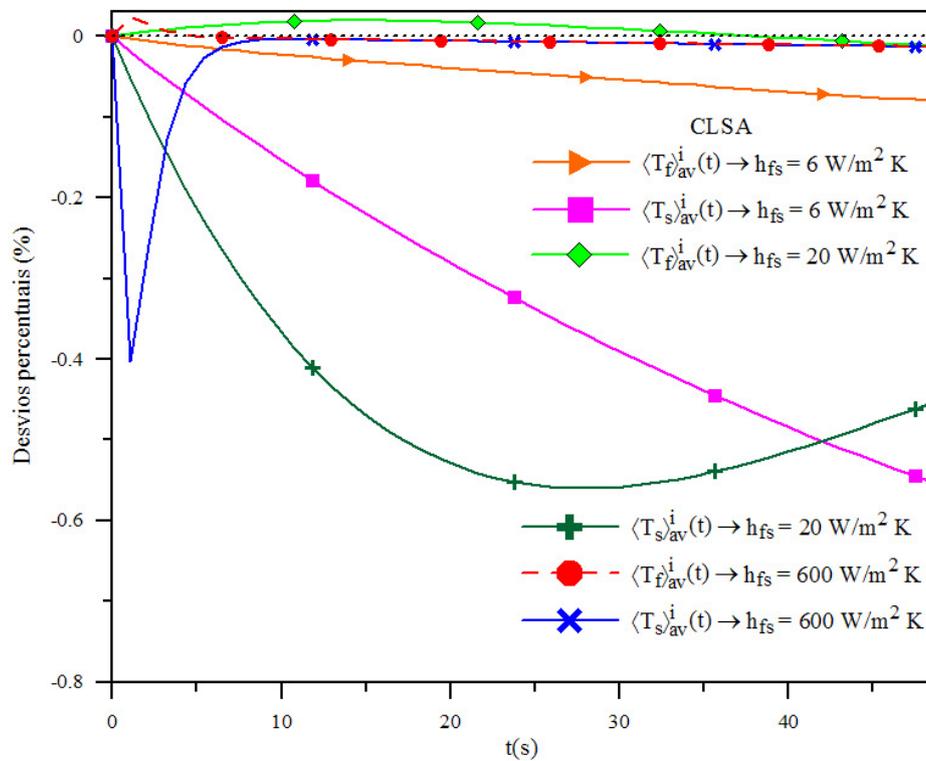


Figura 6.15: Caso 1 - Desvios percentuais, no início do transiente, entre os modelos concentrado clássico (CLSA) e distribuído (MDF) para $h_{fs} = 6, 20$ e $600 \text{ W/m}^2 \text{ K}$

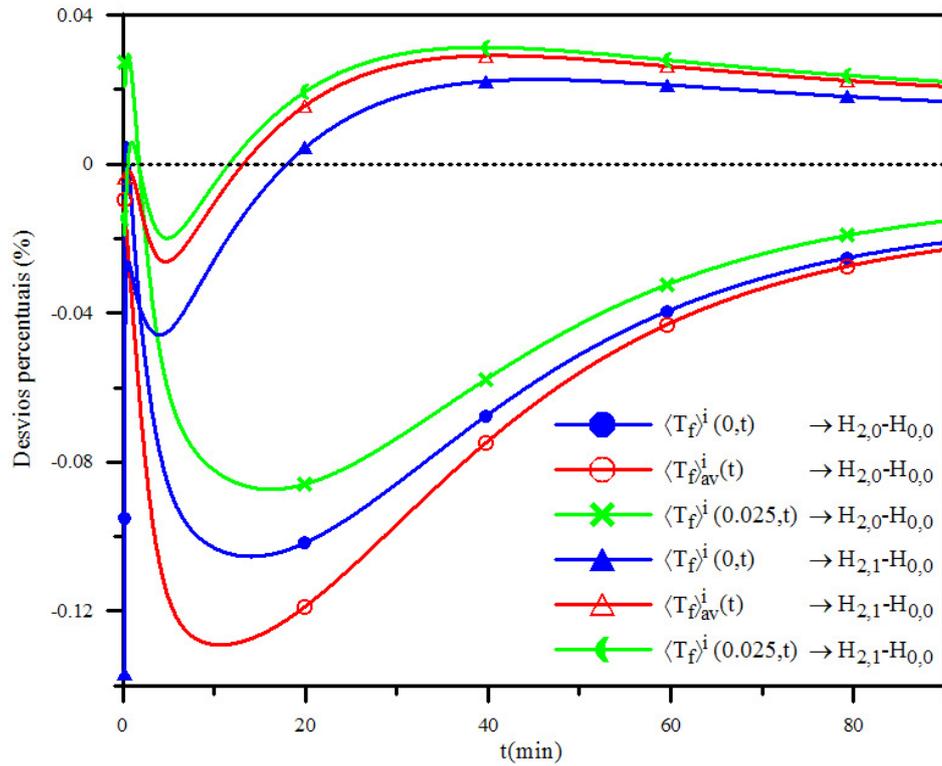


Figura 6.16: Caso 1 - Desvios percentuais entre os modelos concentrados melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) para a sub-região de grafite e $h_{fs} = 6 \text{ W/m}^2\text{K}$

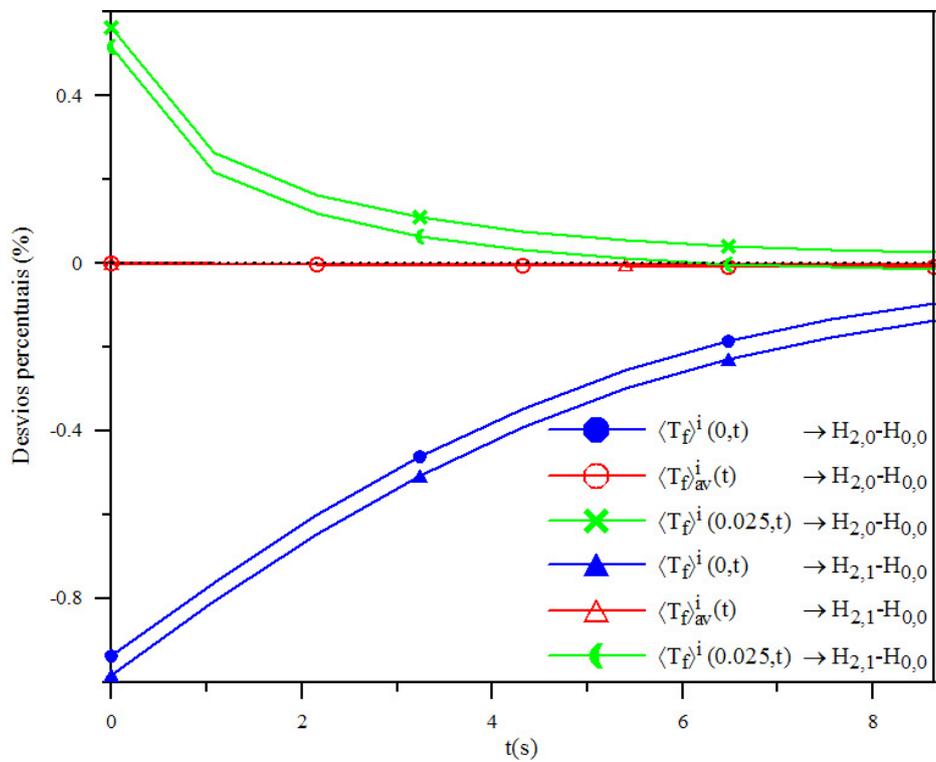


Figura 6.17: Caso 1 - Desvios perc., no início do transiente, entre os modelos conc. melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) p/ a sub-reg. de grafite e $h_{fs} = 6 \text{ W/m}^2\text{K}$

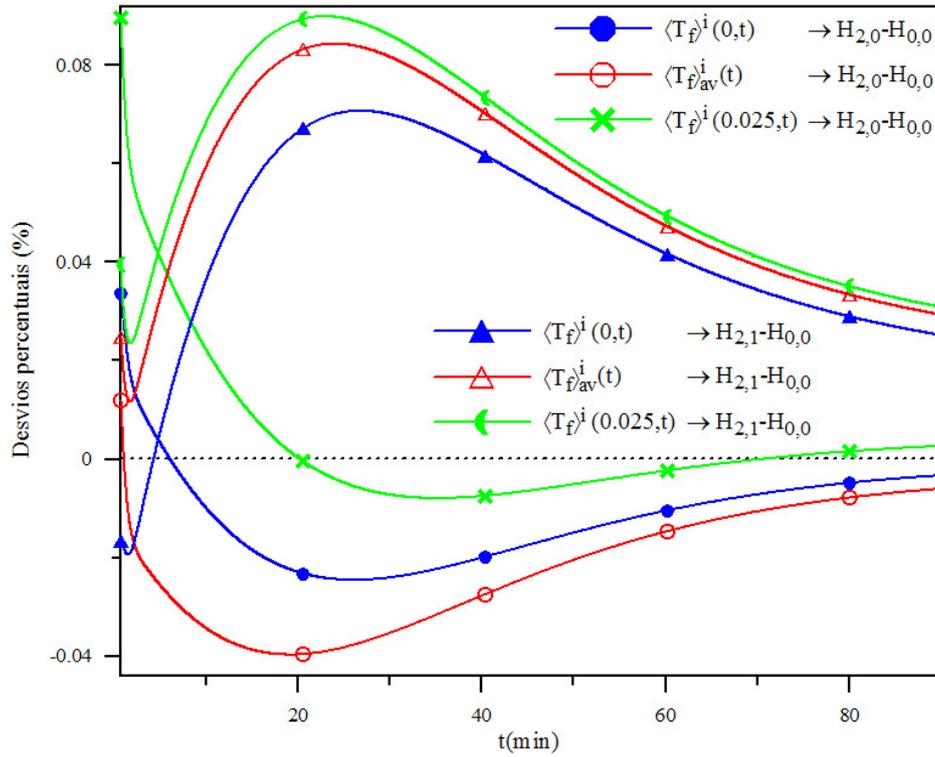


Figura 6.18: Caso 1 - Desvios percentuais entre os modelos concentrados melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) para a sub-região de grafite e $h_{fs} = 20 \text{ W/m}^2\text{K}$

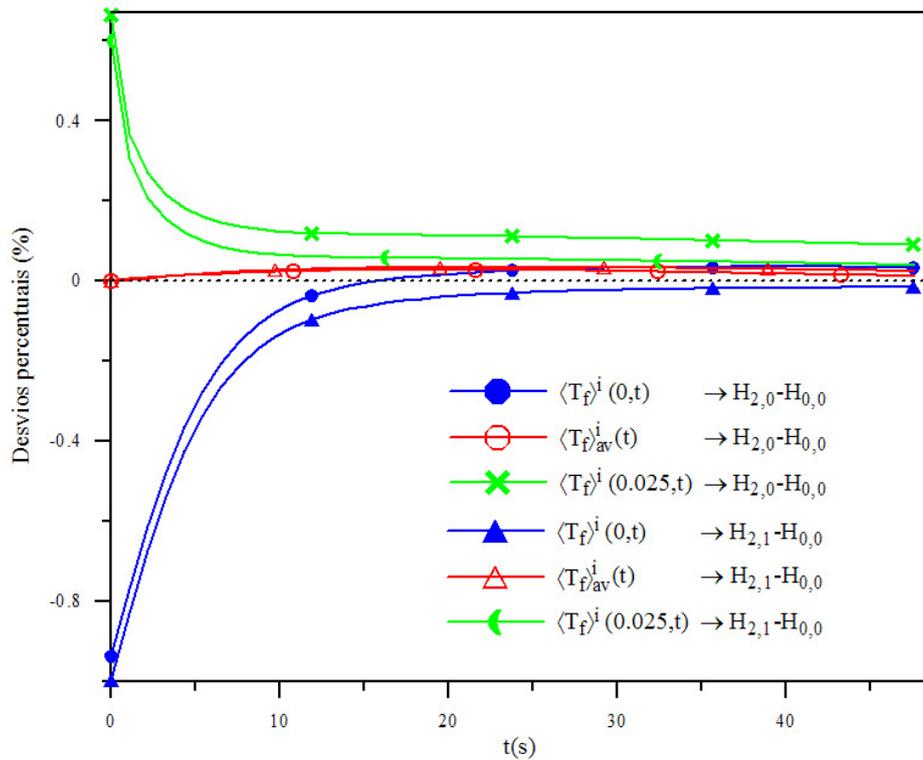


Figura 6.19: Caso 1 - Desvios perc., no início do transiente, entre os modelos conc. melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) p/ a sub-reg. de grafite e $h_{fs} = 20 \text{ W/m}^2\text{K}$

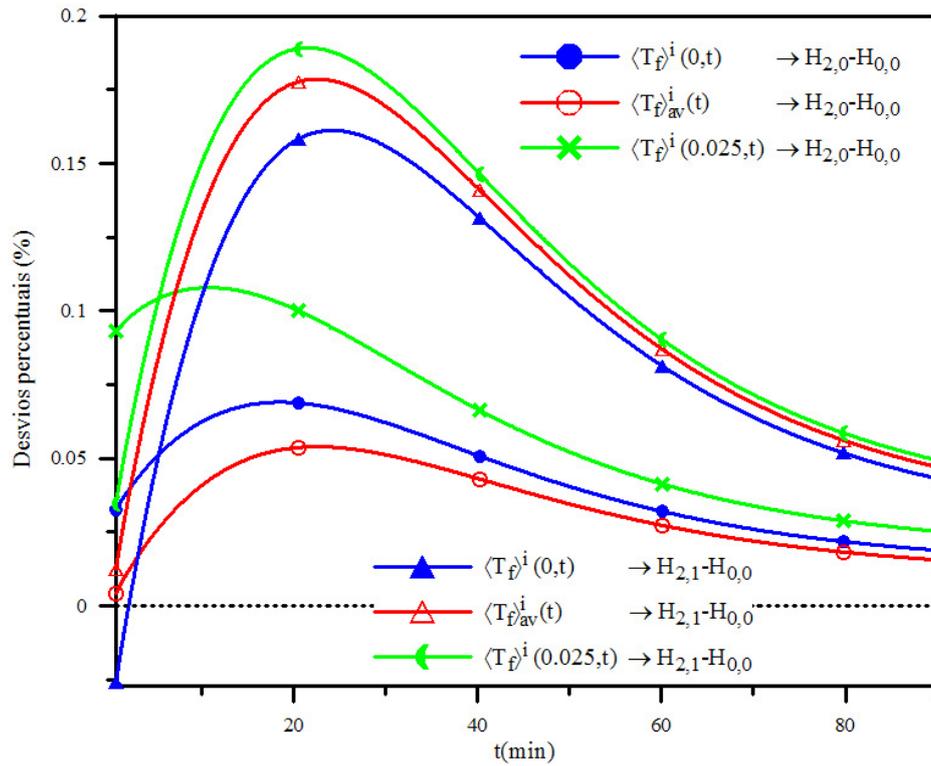


Figura 6.20: Caso 1 - Desvios percentuais entre os modelos concentrados melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) para a sub-região de grafite e $h_{fs} = 600 \text{ W/m}^2\text{K}$

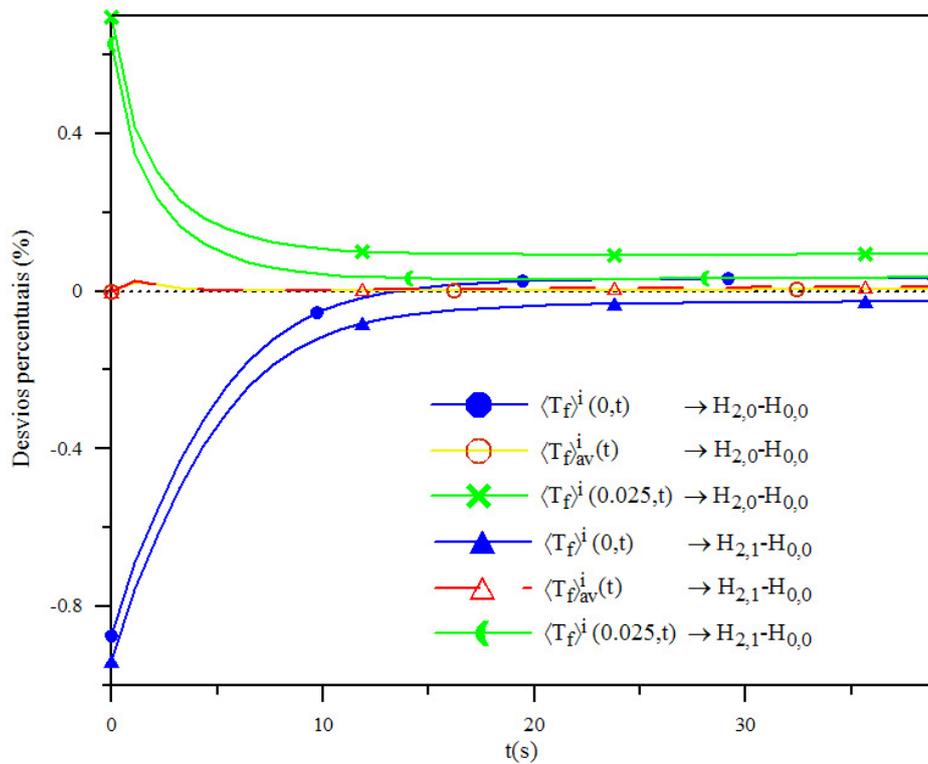


Figura 6.21: Caso 1 - Desvios perc., no início do transiente, entre os modelos conc. melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) p/ a sub-reg. de grafite e $h_{fs} = 600 \text{ W/m}^2\text{K}$

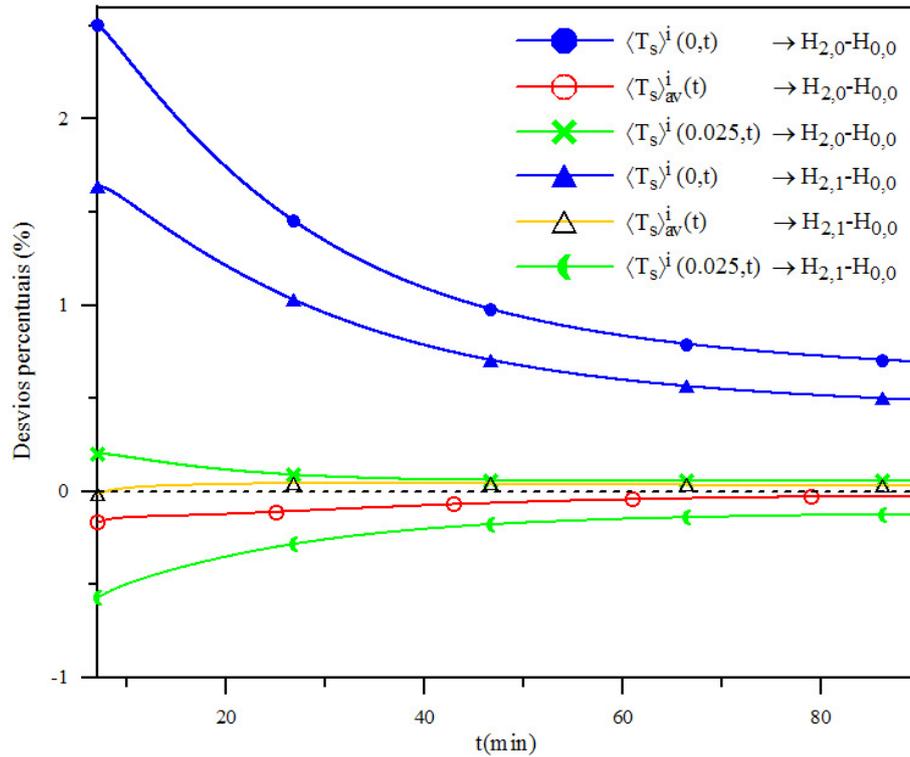


Figura 6.22: Caso 1 - Desvios percentuais entre os modelos concentrados melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) para a sub-região de UO_2 e $h_{fs} = 6 W/m^2K$

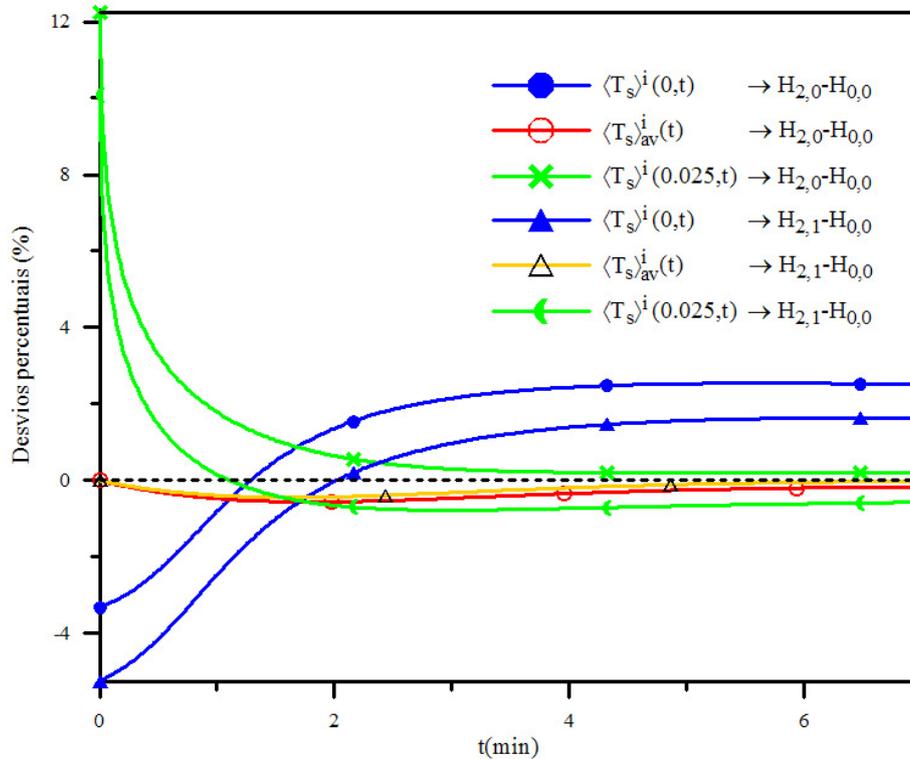


Figura 6.23: Caso 1 - Desvios perc., no início do transiente, entre os modelos conc. melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) p/ a sub-região de UO_2 e $h_{fs} = 6 W/m^2K$

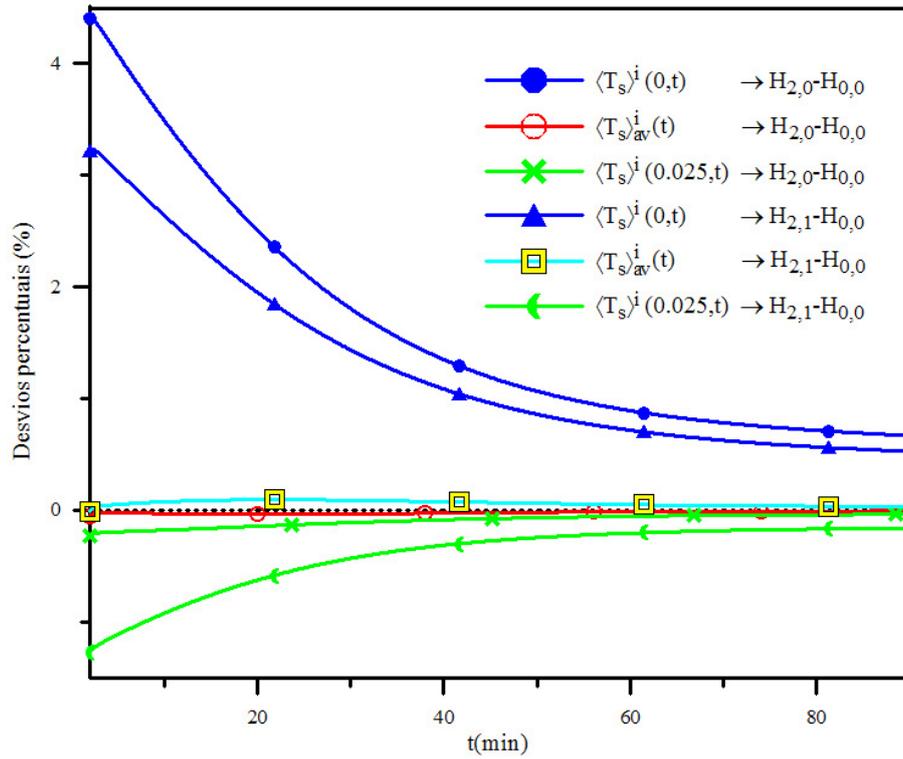


Figura 6.24: Caso 1 - Desvios percentuais entre os modelos concentrados melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) para a sub-região de UO_2 e $h_{fs} = 20 W/m^2K$

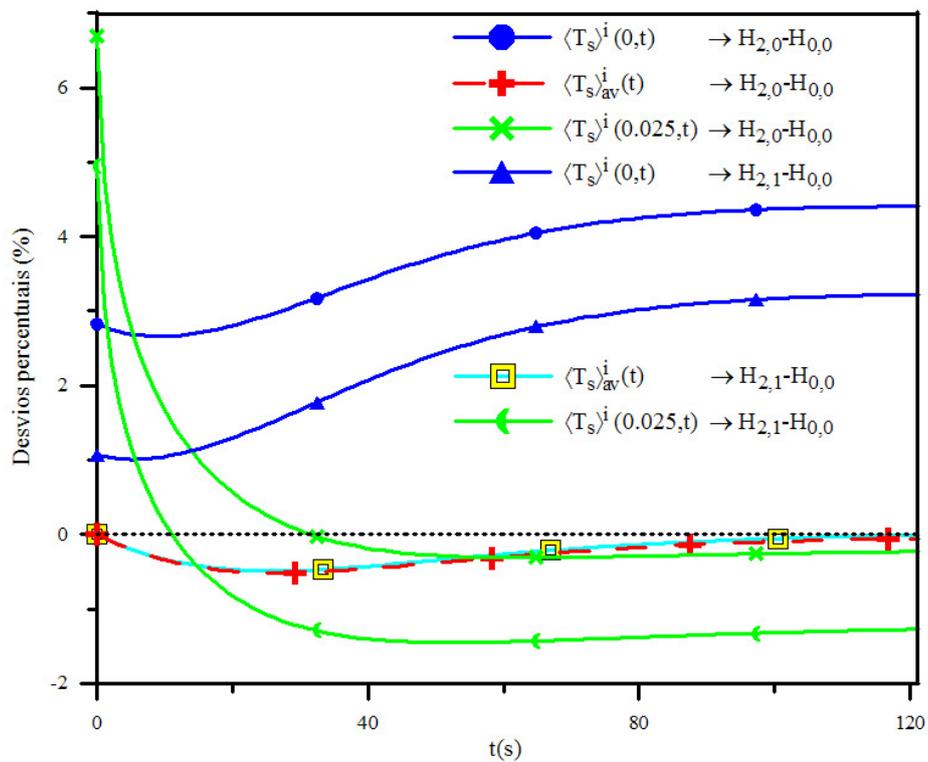


Figura 6.25: Caso 1 - Desvios perc., no início do transiente, entre os modelos conc. melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) p/ a sub-região de UO_2 e $h_{fs} = 20 W/m^2K$

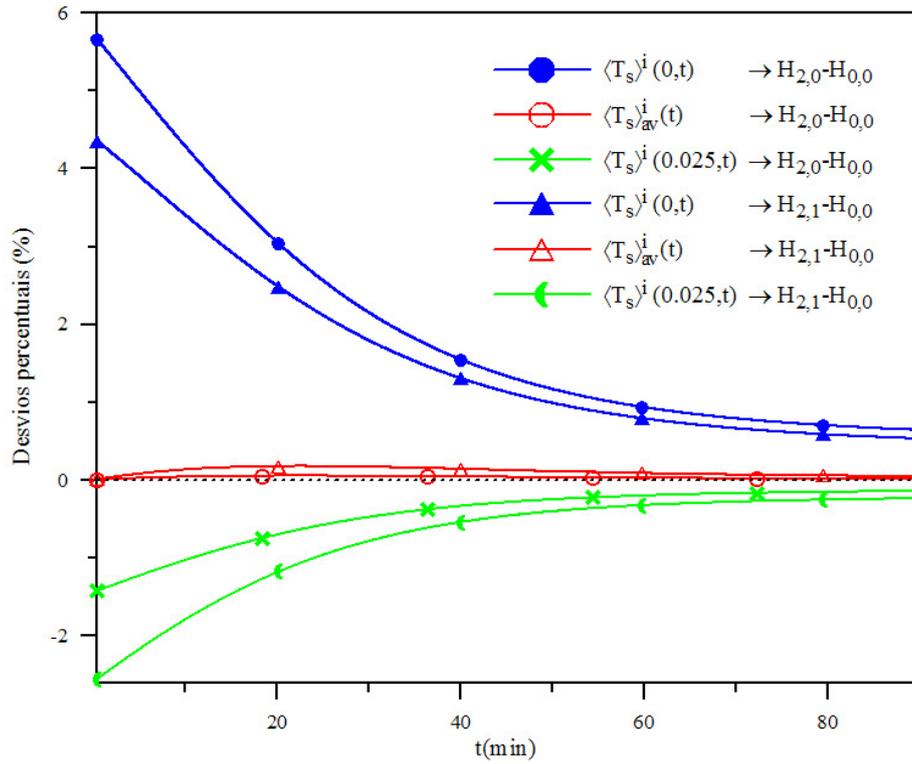


Figura 6.26: Caso 1 - Desvios percentuais entre os modelos concentrados melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) para a sub-região de UO_2 e $h_{fs} = 600 W/m^2K$

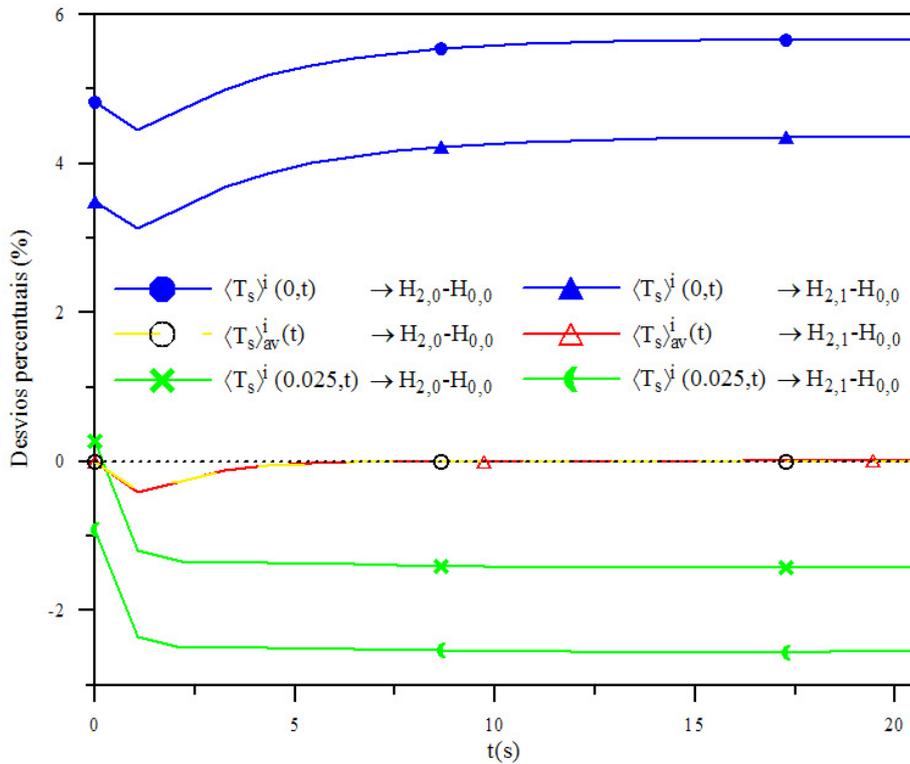


Figura 6.27: Caso 1 - Desvios perc., no início do transiente, entre os modelos conc. melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) p/ a sub-região de UO_2 e $h_{fs} = 600 W/m^2K$

Tabela 6.8: Caso 1 - Máximos (D_M) e médias (d_m) dos módulos dos desvios percentuais entre os modelos concentrados e distribuído (MDF) p/ a sub-reg. de grafite

h_{fs}		$\langle T_f \rangle^i(0, t)$			$\langle T_f \rangle_{av}^i(t)$			$\langle T_f \rangle^i(0.025, t)$		
		t_M	D_M	d_m	t_M	D_M	d_m	t_M	D_M	d_m
6	CLSA				16.63	0.36	0.22			
	H ₂₀	0.00	0.94	0.06	10.67	0.13	0.07	0.00	0.56	0.05
	H ₂₁	0.00	0.98	0.02	40.93	0.03	0.02	0.00	0.52	0.02
20	CLSA				21.78	0.25	0.16			
	H ₂₀	0.00	0.94	0.01	19.15	0.04	0.02	0.00	0.66	0.01
	H ₂₁	0.00	1.00	0.05	23.96	0.08	0.06	0.00	0.60	0.06
600	CLSA				22.36	0.16	0.10			
	H ₂₀	0.00	0.87	0.04	22.50	0.05	0.03	0.00	0.70	0.06
	H ₂₁	0.00	0.94	0.10	22.52	0.18	0.11	0.00	0.63	0.12

Obs: h_{fs} em W/m^2K ; t_M é o tempo em que acontece o máx. dos mód. dos desvios em minutos

Tabela 6.9: Caso 1 - Máximos (D_M) e médias (d_m) dos módulos dos desvios percentuais entre os modelos concentrados e distribuído (MDF) p/ a sub-reg. de UO_2

h_{fs}		$\langle T_s \rangle^i(0, t)$			$\langle T_s \rangle_{av}^i(t)$			$\langle T_s \rangle^i(0.025, t)$		
		t_M	D_M	d_m	t_M	D_M	d_m	t_M	D_M	d_m
6	CLSA				2.05	0.80	0.28			
	H ₂₀	0.00	3.32	1.23	1.82	0.57	0.09	0.00	12.25	0.14
	H ₂₁	0.00	5.25	0.88	1.64	0.44	0.05	0.00	10.07	0.27
20	CLSA				0.47	0.56	0.17			
	H ₂₀	2.07	4.41	1.67	0.45	0.51	0.03	0.00	6.69	0.10
	H ₂₁	2.27	3.23	1.29	0.43	0.49	0.07	0.00	4.95	0.42
600	CLSA				0.02	0.40	0.10			
	H ₂₀	0.32	5.66	1.97	0.02	0.40	0.03	0.29	1.42	0.45
	H ₂₁	0.34	4.35	1.60	0.02	0.40	0.11	0.25	2.56	0.76

Obs: h_{fs} em W/m^2K ; t_M é o tempo em que acontece o máx. dos mód. dos desvios em minutos

6.2.2 Caso 2 ($h_{He-estac} = 600 \text{ W/m}^2\text{K}$, $h_{He-trans} = 300 \text{ W/m}^2\text{K}$ e potência constante)

Nesta subseção, são apresentados os resultados das simulações dos modelos de parâmetros concentrados para o Caso 2 e para os valores escolhidos de h_{fs} iguais a 60, 600 e 6000 $\text{W/m}^2\text{K}$, sendo que:

- as figuras 6.28 a 6.30 mostram as temperaturas macroscópicas estacionárias que antecedem os transientes correspondentes a h_{fs} igual a 60, 600 e 6000 $\text{W/m}^2\text{K}$ (para este Caso 2);

- as figuras 6.31, 6.36 e 6.41 mostram as temperaturas macroscópicas transientes médias obtidas pela formulação concentrada clássica (CLSA) e pela distribuída (MDF);

- as figuras 6.32 a 6.45 (fora as do parágrafo anterior) mostram, além das temperaturas macroscópicas transientes médias, também as centrais e na superfície, pelas formulações concentradas melhoradas (ILSA - $H_{2,0} - H_{0,0}$ e ILSA - $H_{2,1} - H_{0,0}$) e pela distribuída (MDF);

- a figura 6.46 mostra os desvios percentuais entre os resultados dos modelos concentrado clássico (CLSA) e distribuído (MDF);

- as figuras 6.47 a 6.52 mostram os desvios percentuais entre os resultados dos modelos concentrados melhorados (ILSA) e o distribuído (MDF);

- todas as figuras mostram os transientes até aproximadamente 10 *min* dos seus inícios, com exceção das figuras 6.50 e 6.52, nas quais o tempo varia até 5 *min*, porque, nestas figuras, os desvios percentuais apresentam pouca variação para $t > 5 \text{ min}$;

- as Tabelas 6.10 e 6.11 mostram os máximos e as médias dos módulos dos desvios percentuais entre os modelos concentrados e distribuído (MDF), bem como os tempos em que estes máximos ocorrem. Os máximos e as médias foram determinados no intervalo de tempo de 10 *min* a partir do início dos transientes, com exceção das simulações para as aproximações melhoradas (ILSA - $H_{2,0} - H_{0,0}$ e ILSA - $H_{2,1} - H_{0,0}$), para h_{fs} igual a 60 e 6000 $\text{W/m}^2\text{K}$, e para a sub-região de UO_2 , cujos respectivos intervalos de tempo foram de 5 *min*, de acordo com os domínios

de tempo dos gráficos das figuras 6.50 e 6.52.

Pode-se observar, então, que:

- assim como ocorreu na Subseção 6.2.1, na página 79, aqui também, nos gráficos das temperaturas macroscópicas estacionárias (figuras 6.28 e 6.30), quanto maior o valor de h_{fs} mais as curvas das temperaturas das duas sub-regiões se aproximam;

- este comportamento se repete, quando são comparadas entre si as figuras 6.31, 6.36 e 6.41, com as temperaturas macroscópicas transientes médias pela aproximação clássica (CLSA), respectivamente, para h_{fs} igual a 60, 600 e 6000 W/m^2K .

Ao serem confrontados os resultados obtidos pelos modelos de parâmetros concentrados e pelo método de diferenças finitas, é observada:

- para as temperaturas médias de cada sub-região, obtidas pela aproximação clássica (figuras 6.31, 6.36 e 6.41), não muita precisão;

- para as temperaturas médias de cada sub-região, calculadas pelas aproximações melhoradas $H_{2,0} - H_{0,0}$ e $H_{2,1} - H_{0,0}$ (figuras 6.32 a 6.35, 6.37 a 6.40, e 6.42 a 6.45), uma precisão maior do que quando se usa a CLSA (verificada no parágrafo anterior). Notou-se, também, que os resultados da $H_{2,1} - H_{0,0}$ são piores que os da $H_{2,0} - H_{0,0}$, ao serem comparados, de par em par, as respectivas figuras 6.32 e 6.34, 6.33 e 6.35, 6.37 e 6.39, 6.38 e 6.40, 6.42 e 6.44, 6.43 e 6.45;

- uma boa precisão para os resultados da aproximação $H_{2,0} - H_{0,0}$, para as temperaturas centrais e na superfície do elemento combustível, na sub-região de grafite (figuras 6.32, 6.37 e 6.42), piorando um pouco quando se passa para a $H_{2,1} - H_{0,0}$ (figuras 6.34, 6.39 e 6.44).

Ao contrário, verifica-se bem pouca precisão no cálculo, principalmente, das temperaturas centrais, mas também das temperaturas na superfície do elemento combustível, na sub-região de UO_2 , por ambas aproximações melhoradas, nas figuras 6.33, 6.35, 6.38, 6.40, 6.43 e 6.45.

Estas observações ficam mais evidenciadas nos gráficos dos desvios percentuais entre os resultados dos modelos concentrados e os do MDF (figuras 6.46 a 6.52), nas quais vê-se que:

- os máximos dos módulos dos desvios percentuais das temperaturas médias calculadas pela aproximação clássica, para cada sub-região e para cada valor de h_{fs} , ficam entre, aproximadamente, 1% e 2.5% (figura 6.46);

- os módulos dos desvios percentuais das temperaturas médias, centrais e na superfície do elemento combustível, calculadas pela aproximações melhoradas, para a sub-região de grafite (figuras 6.47 a 6.49), chegam no máximo a cerca de 1.8%, que ocorre para a aproximação ILSA - $H_{2,1} - H_{0,0}$ de $\langle T_f \rangle^i(0.025, t)$, para $h_{fs} = 60 \text{ W/m}^2\text{K}$, conforme a figura 6.47;

- para a sub-região de UO_2 (figuras 6.50 a 6.52), os módulos dos desvios percentuais das temperaturas médias calculadas pela aproximações melhoradas não ultrapassam o valor aproximado de 2%;

- o mesmo não ocorre, nesta sub-região, com as temperaturas centrais, cujos desvios percentuais são praticamente sempre superiores a 10%, nem com as temperaturas na superfície, cujos módulos dos desvios percentuais ficam aproximadamente na faixa entre 5% e 10%, para ambas as aproximações melhoradas (figuras 6.50 a 6.52).

As Tabelas 6.10 e 6.11 mostram estes resultados de forma mais exata. Assim, observa-se nas mesmas que:

- para todos os três valores h_{fs} e para ambas as sub-regiões (Tabelas 6.10 e 6.11), as médias (d_m) dos módulos dos desvios percentuais entre o modelo concentrado clássico (CLSA) e o distribuído (MDF) variam entre aproximadamente 1% e 2%, o que mostra que a CLSA apresenta resultados com precisão mediana, no cálculo das temperaturas médias de ambas as sub-regiões;

- já o modelo concentrado melhorado ILSA - $H_{2,0} - H_{0,0}$ apresentou boa precisão, no cálculo das temperaturas médias, centrais ou na superfície, quando se considera a sub-região de grafite (Tabela 6.10), com as médias (d_m) dos módulos dos respectivos desvios percentuais menores ou iguais a 0.87%;

- por sua vez, para estas mesmas temperaturas e sub-região, a aproximação $H_{2,1} - H_{0,0}$ apresentou resultados medianos, com d_m variando entre 0.84% e 1.00% em 3 resultados, e, entre 1.00% e 1.45%, em 6 (Tabela 6.10);

- quando se passa para a sub-região de UO_2 (Tabela 6.11), no cálculo

das temperaturas médias pelos modelos concentrados melhorados (ILSA): as médias (d_m) dos módulos dos desvios percentuais são menores ou iguais a 0.46% (boa precisão) para a aproximação $H_{2,0} - H_{0,0}$, e são iguais a 0.77%, 1.01% ou 1.28%, para a $H_{2,1} - H_{0,0}$ (precisão mediana);

- contudo, para as temperaturas centrais da sub-região de UO_2 (Tabela 6.11), os modelos concentrados melhorados apresentam os máximos (D_M) dos módulos dos respectivos desvios percentuais variando de 17.33% a 36.90% e as médias (d_m) correspondentes variando de 15.16% a 35.60%, o que contraindica o uso destes modelos para o cálculo destas temperaturas, nesta sub-região, para o transiente em estudo neste Caso 2;

- igualmente, para as temperaturas macroscópicas na superfície do elemento combustível, na sub-região de UO_2 (Tabela 6.11), os modelos de parâmetros concentrados melhorados também não apresentam resultados precisos, com os máximos (D_M) dos módulos dos respectivos desvios percentuais variando de 4.48% a 9.28% e as médias (d_m) correspondentes variando de 4.35% a 9.04%.

Comparando-se, também, os modelos concentrados entre si, observa-se, nas Tabelas 6.10 e 6.11, que:

- na determinação das temperaturas macroscópicas médias das duas sub-regiões, a aproximação $H_{2,0} - H_{0,0}$ sempre apresentou as menores médias (d_m) dos módulos dos desvios percentuais, seguida da $H_{2,1} - H_{0,0}$, que foi mais precisa que a CLSA em 5 dos 6 resultados;

- na determinação das temperaturas macroscópicas na superfície, para as duas sub-regiões, a aproximação $H_{2,0} - H_{0,0}$ sempre apresentou menores médias d_m que a $H_{2,1} - H_{0,0}$;

- já na obtenção das temperaturas macroscópicas centrais, a aproximação $H_{2,0} - H_{0,0}$ foi melhor na sub-região de grafite (Tabela 6.10) e a $H_{2,1} - H_{0,0}$ foi mais precisa na sub-região de UO_2 (Tabela 6.11).

Em resumo, na simulação deste Caso 2, para a condução de calor transiente uni-dimensional macroscópica, em um elemento combustível esférico particulado:

- as aproximações $H_{2,0} - H_{0,0}$ e $H_{2,1} - H_{0,0}$ apresentaram, respectivamente, bons e medianos resultados, na obtenção das temperaturas centrais, médias

e na superfície, na sub-região de grafite, e das temperaturas médias, na sub-região de UO_2 ;

- o modelo clássico também apresentou resultados medianos, mas piores que os do ILSA - $H_{2,1} - H_{0,0}$, na determinação das temperaturas centrais em ambas as sub-regiões;

- nenhum dos modelos concentrados estudados se mostrou satisfatório na obtenção das temperaturas centrais e na superfície, na sub-região de UO_2 .

Juntando-se os resultados desta subsecção com os da anterior, pode-se dizer que, ao serem usados os modelos concentrados para a obtenção das temperaturas macroscópicas em um elemento combustível esférico particulado, no qual ocorre a condução de calor transiente uni-dimensional:

- o modelo clássico apresenta resultados, para as temperaturas médias em ambas as sub-regiões, que vão de bons a medianos, mas sempre mais imprecisos que os dos modelos concentrados melhorados;

- a aproximação melhorada $H_{2,0} - H_{0,0}$ apresenta bons resultados para as temperaturas centrais, médias e na superfície, na sub-região de grafite, e para as temperaturas médias, na sub-região de UO_2 . Para as temperaturas centrais e na superfície desta sub-região, esta aproximação tem precisão que vai, dependendo da simulação que está sendo realizada, respectivamente, de mediana a insatisfatória e de boa a insatisfatória;

- a aproximação melhorada $H_{2,1} - H_{0,0}$ apresenta resultados que podem ir de bons a medianos, dependendo da simulação, para as temperaturas médias, em ambas as sub-regiões, e para as centrais e as da superfície, na sub-região de grafite. Para as temperaturas centrais e na superfície, na sub-região de UO_2 , esta aproximação apresenta resultados que vão, respectivamente, de medianos a insatisfatórios e de bons a insatisfatórios;

- em ambas as aproximações melhoradas, pode haver imprecisões no início dos transientes, na sub-região de UO_2 , dependendo da simulação realizada;

- em geral, a aproximação melhorada $H_{2,0} - H_{0,0}$ é mais precisa que a $H_{2,1} - H_{0,0}$.

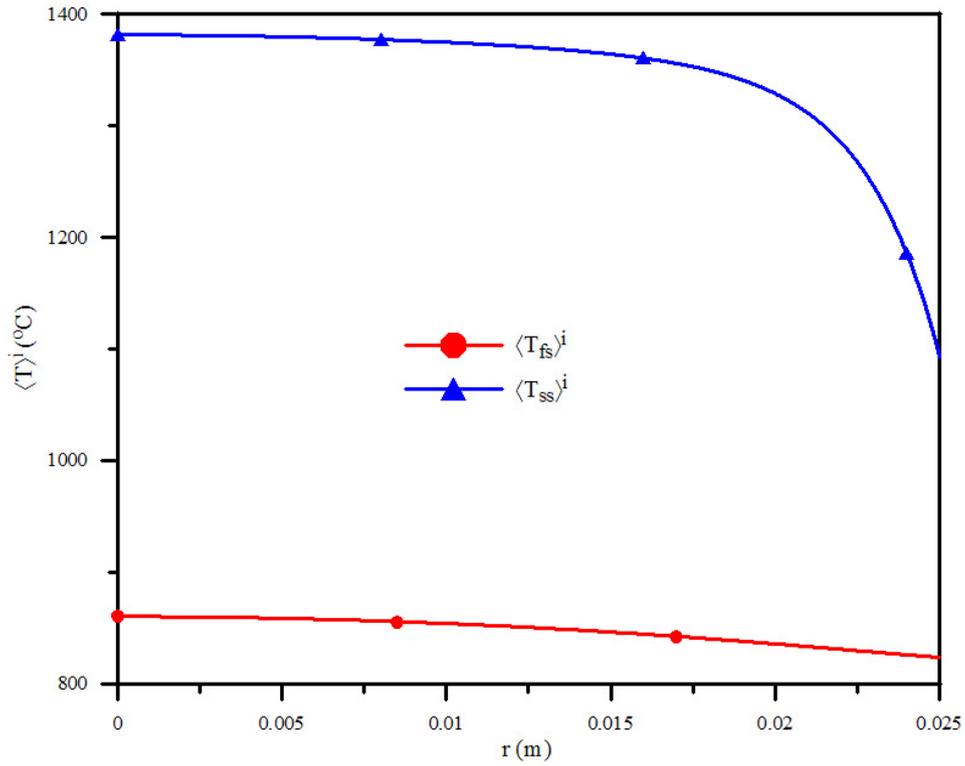


Figura 6.28: Caso 2 - Temperaturas macrosc. estacionárias p/ $h_{fs} = 60 \text{ W/m}^2\text{K}$

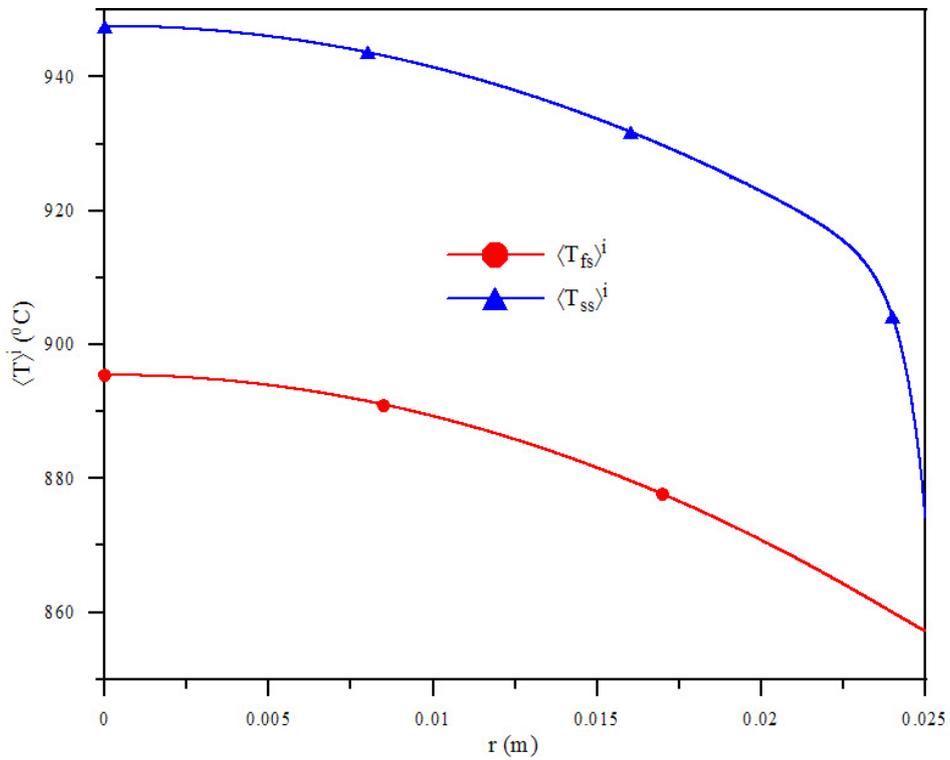


Figura 6.29: Caso 2 - Temperaturas macroscópicas estacionárias para $h_{fs} = 600 \text{ W/m}^2\text{K}$

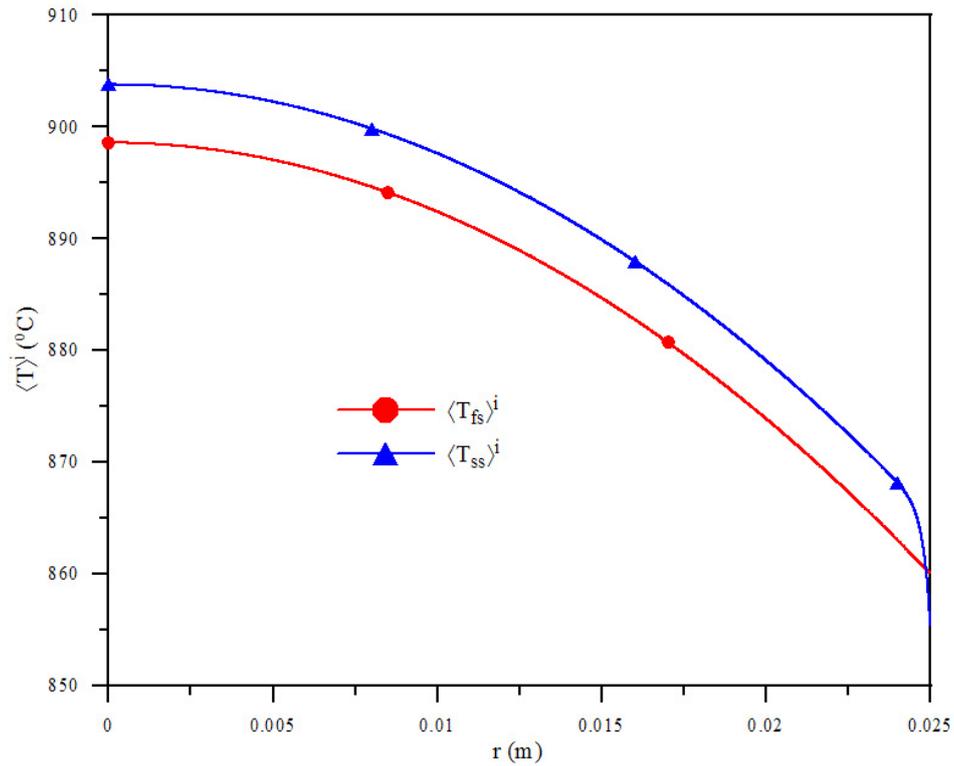


Figura 6.30: Caso 2 - Temperaturas macroscópicas estacionárias para $h_{fs} = 6000 \text{ W/m}^2\text{K}$

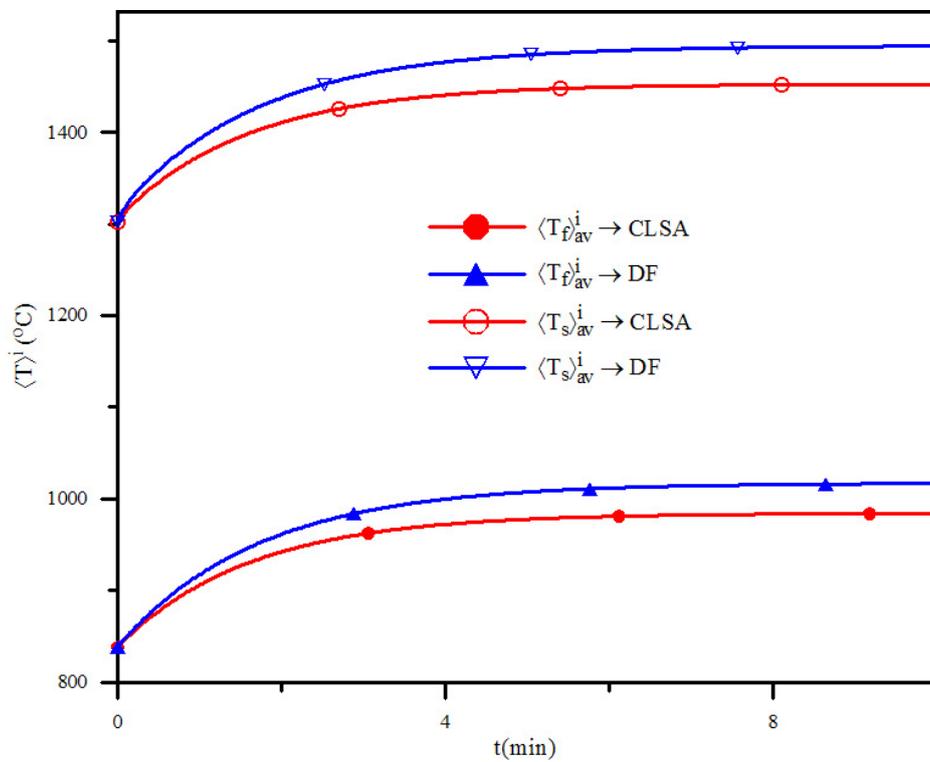


Figura 6.31: Caso 2 - Temperaturas macroscópicas médias pelas formulações concentrada clássica (CLSA) e distribuída (MDF) para $h_{fs} = 60 \text{ W/m}^2\text{K}$

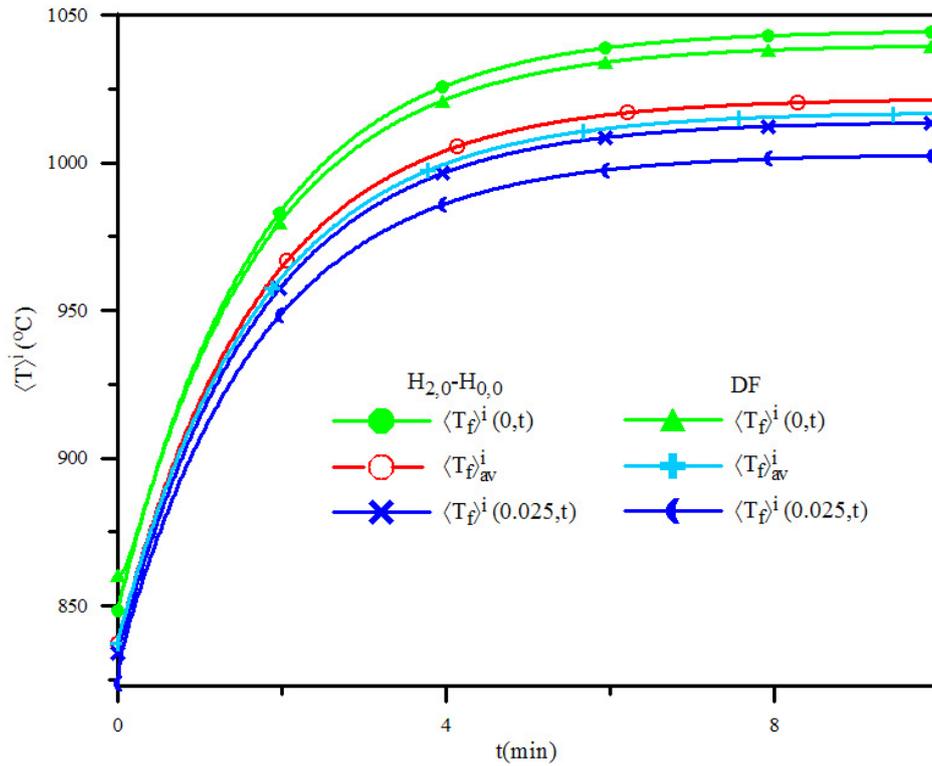


Figura 6.32: Caso 2 - Temp. macrosc. central, média e na superf., na sub-reg. de grafite, pelas formul. conc. (ILSA - $H_{2,0} - H_{0,0}$) e distr. (MDF) $p/h_{fs} = 60 \text{ W/m}^2\text{K}$

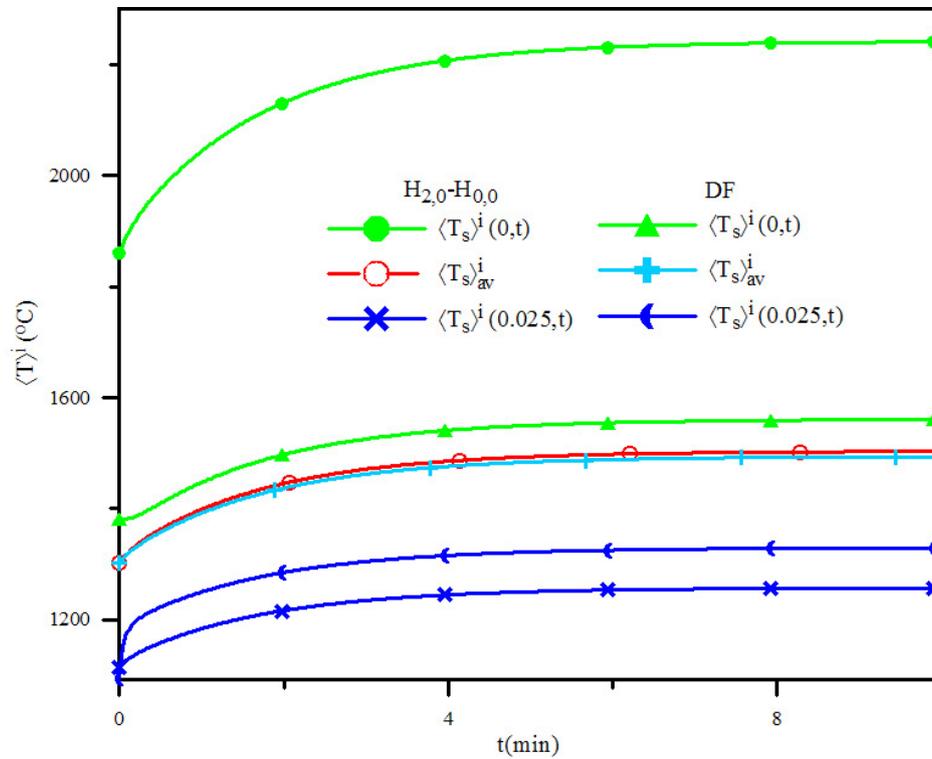


Figura 6.33: Caso 2 - Temp. macrosc. central, média e na superf., na sub-região de UO_2 , pelas formul. conc. (ILSA - $H_{2,0} - H_{0,0}$) e distr. (MDF) $p/h_{fs} = 60 \text{ W/m}^2\text{K}$

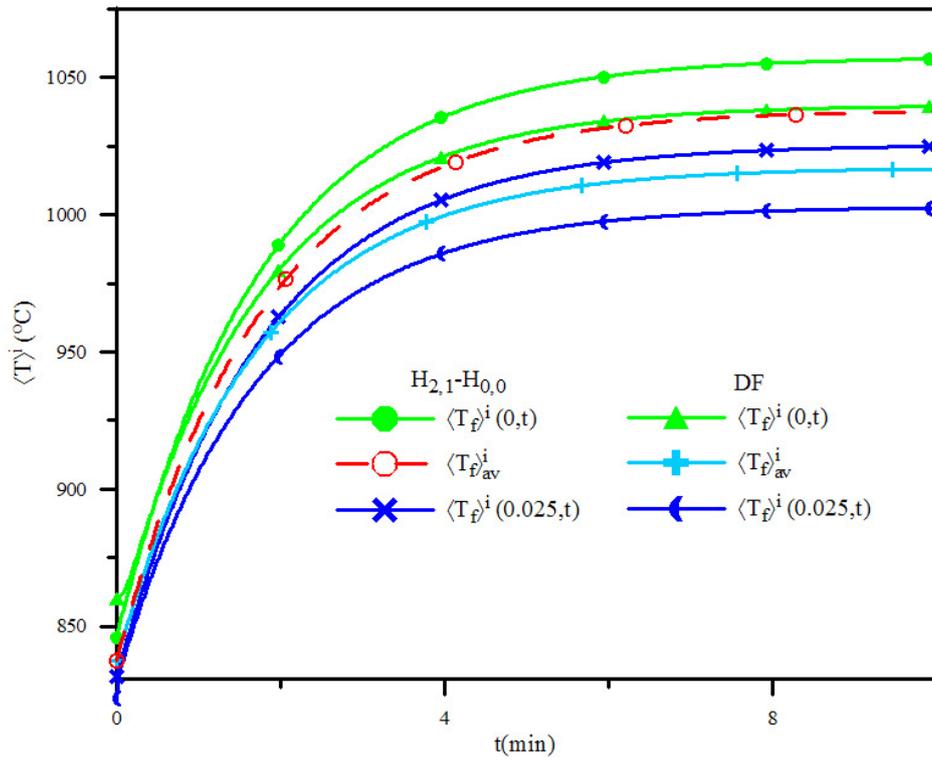


Figura 6.34: Caso 2 - Temp. macrosc. central, média e na superf., na sub-reg. de grafite, pelas formul. conc. (ILSA - $H_{2,1}-H_{0,0}$) e distr. (MDF) $p/h_{fs} = 60 \text{ W/m}^2\text{K}$

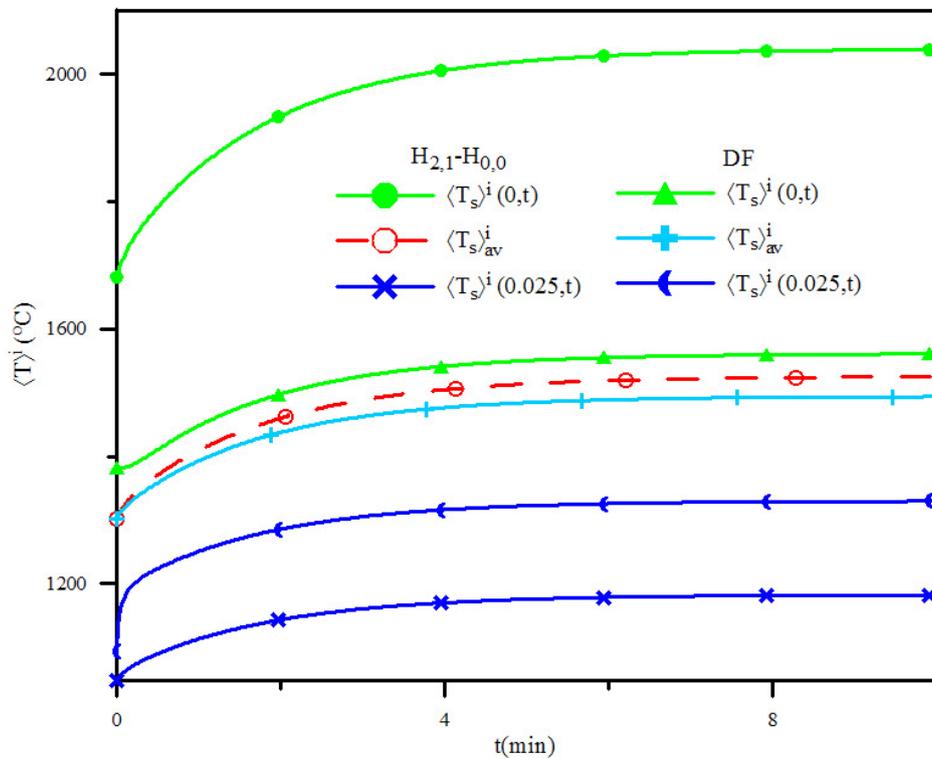


Figura 6.35: Caso 2 - Temp. macrosc. central, média e na superf., na sub-região de UO_2 , pelas formul. conc. (ILSA - $H_{2,1}-H_{0,0}$) e distr. (MDF) $p/h_{fs} = 60 \text{ W/m}^2\text{K}$

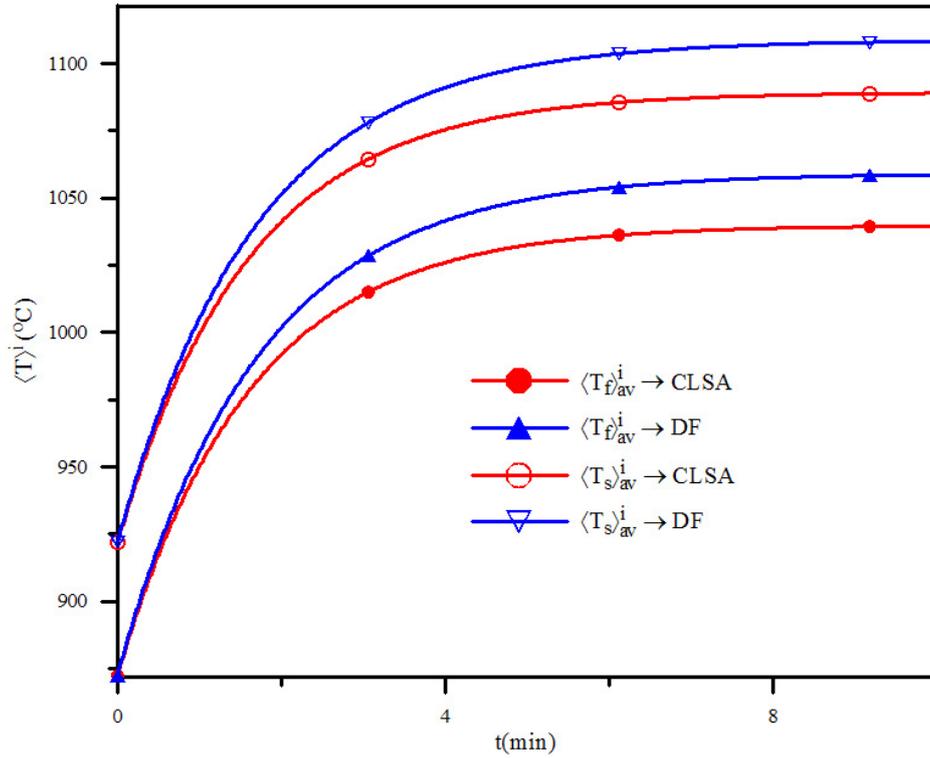


Figura 6.36: Caso 2 - Temperaturas macroscópicas médias pelas formulações concentrada clássica (CLSA) e distribuída (MDF) para $h_{fs} = 600 \text{ W/m}^2\text{K}$

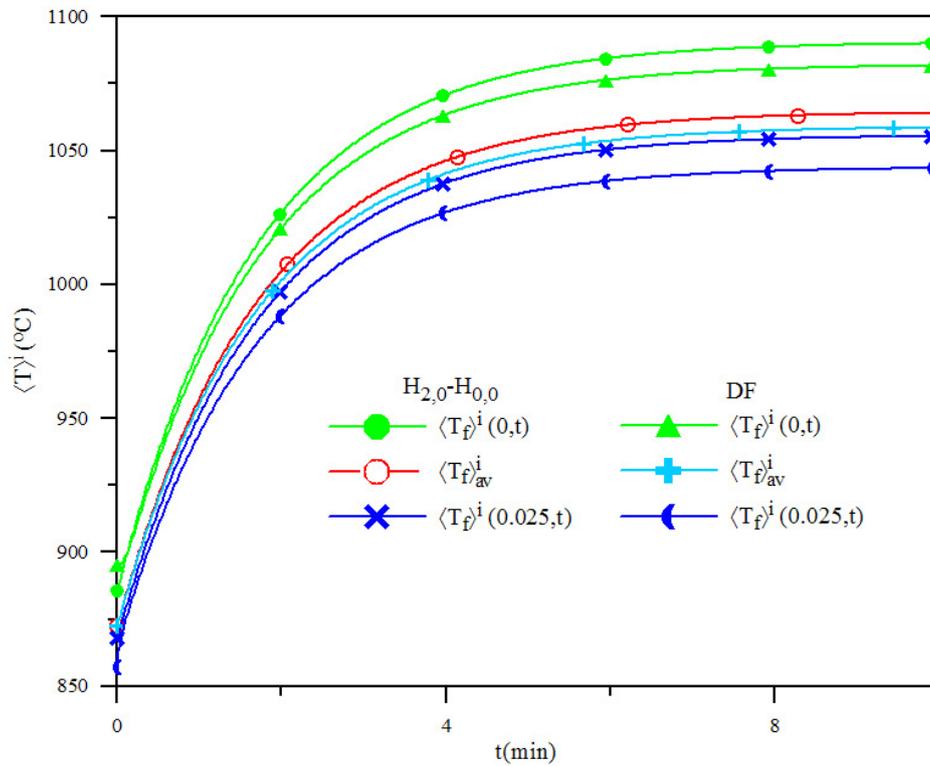


Figura 6.37: Caso 2 - Temp. macrosc. central, média e na superf., na sub-reg. de grafite, pelas formul. conc. (ILSA- $H_{2,0} - H_{0,0}$) e distr. (MDF) p/ $h_{fs} = 600 \text{ W/m}^2\text{K}$

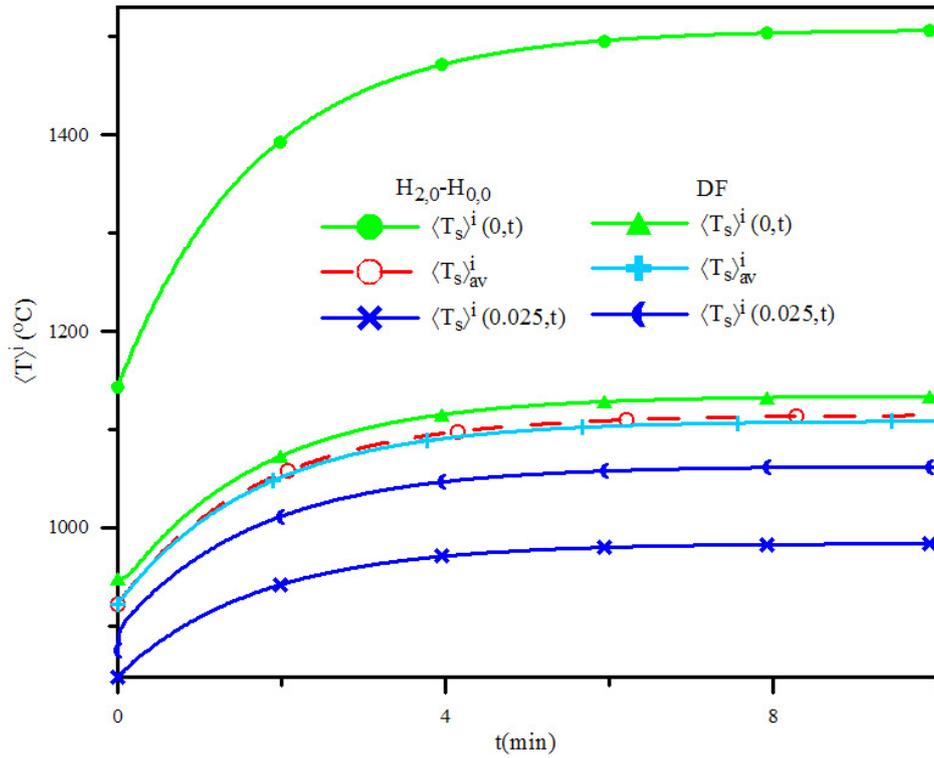


Figura 6.38: Caso 2 - Temp. macrosc. central, média e na superf., na sub-região de UO_2 , pelas formul. conc. (ILSA - $H_{2,0} - H_{0,0}$) e distr. (MDF) $p/h_{fs} = 600 \text{ W/m}^2\text{K}$

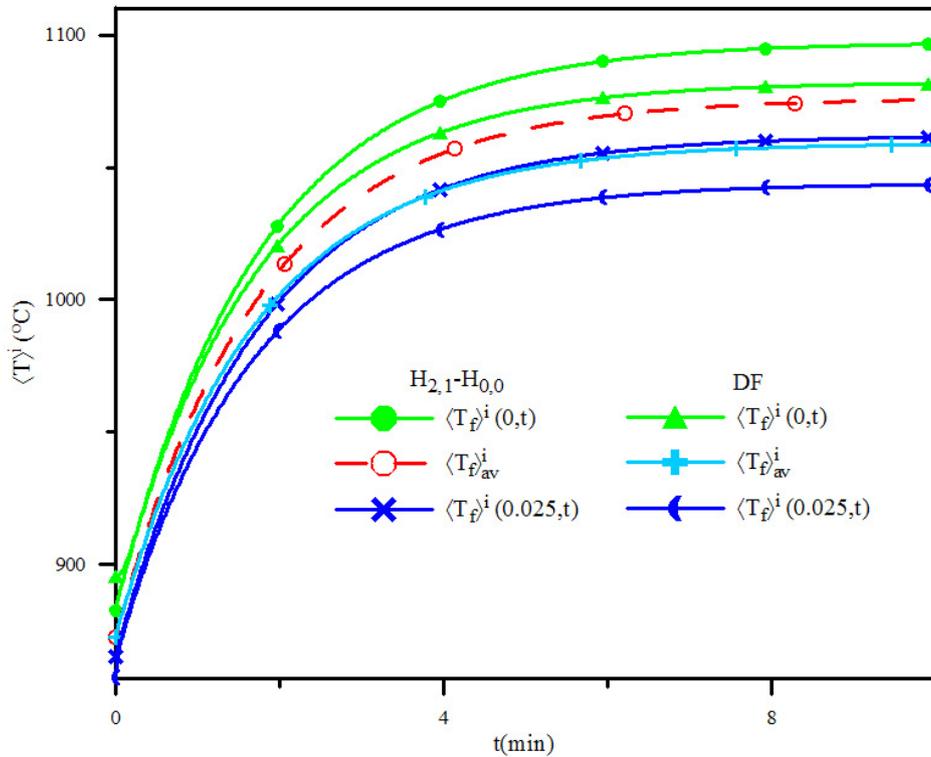


Figura 6.39: Caso 2 - Temp. macrosc. central, média e na superf., na sub-reg. de grafite, pelas formul. conc. (ILSA- $H_{2,1} - H_{0,0}$) e distr. (MDF) $p/h_{fs} = 600 \text{ W/m}^2\text{K}$

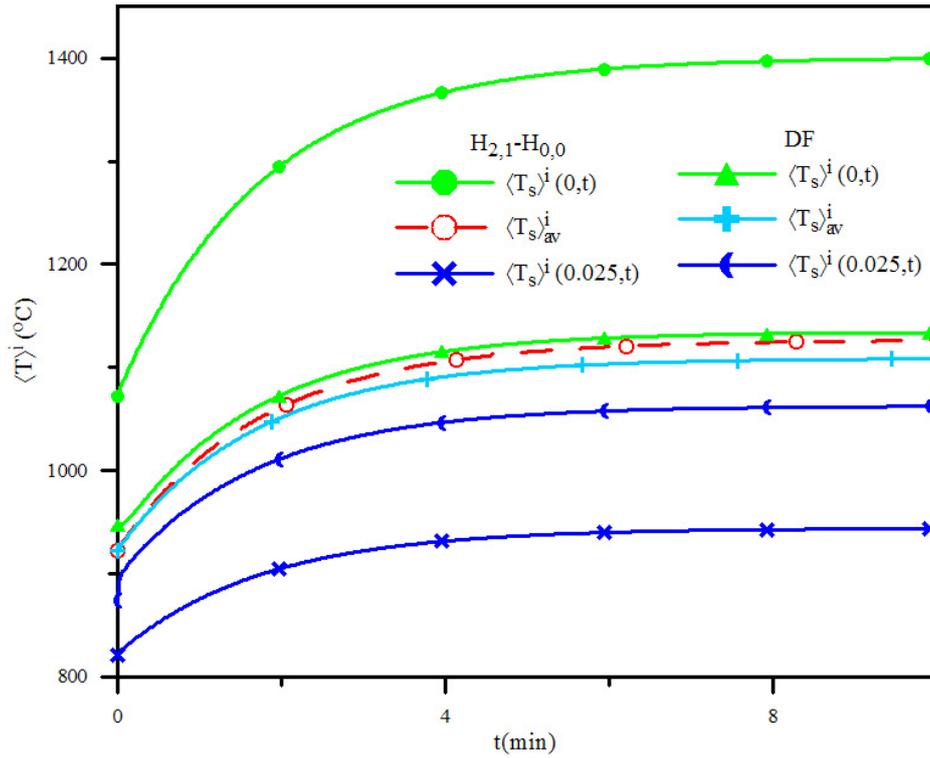


Figura 6.40: Caso 2 - Temp. macrosc. central, média e na superf., na sub-região de UO_2 , pelas formul. conc. (ILSA - $H_{2,1} - H_{0,0}$) e distr. (MDF) $p/h_{fs} = 600 \text{ W/m}^2\text{K}$

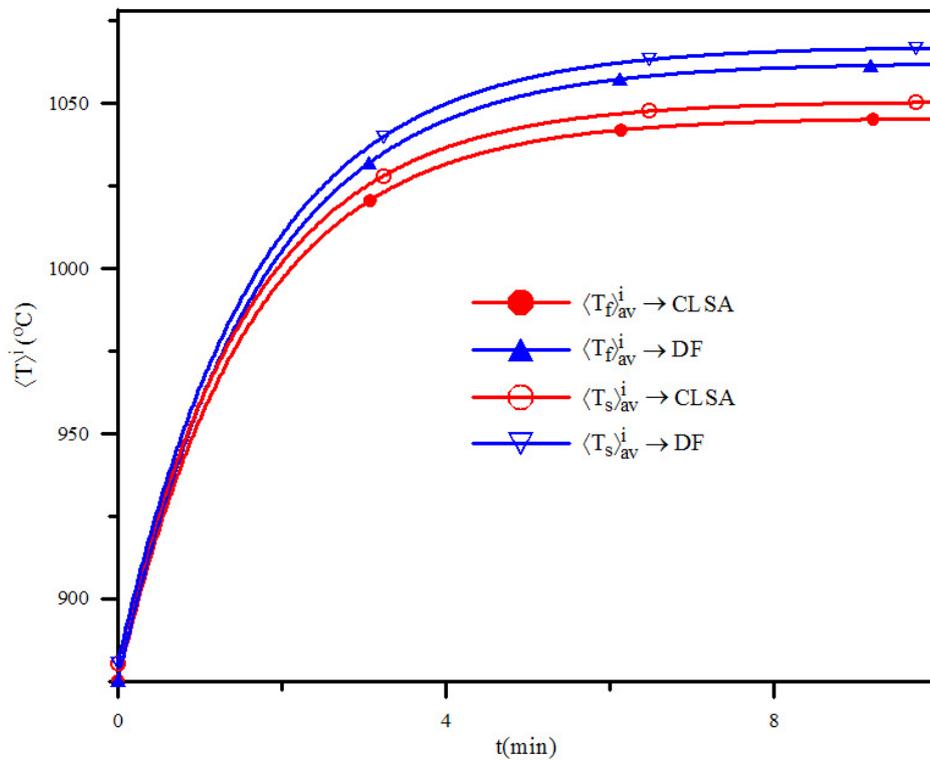


Figura 6.41: Caso 2 - Temperaturas macroscópicas médias pelas formulações concentrada clássica (CLSA) e distribuída (MDF) para $h_{fs} = 6000 \text{ W/m}^2\text{K}$

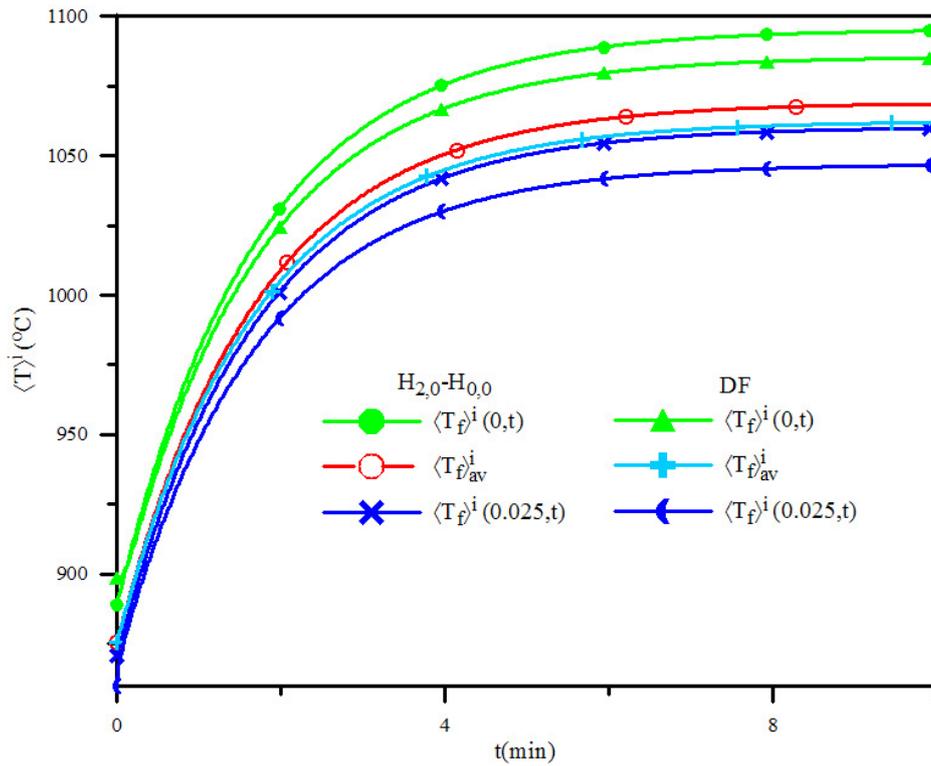


Figura 6.42: Caso 2 - Temp. macrosc. central, média e na sup., na sub-reg. de grafite, pelas formul. conc. (ILSA- $H_{2,0}-H_{0,0}$) e distr. (MDF) $p/h_{fs} = 6000W/m^2K$

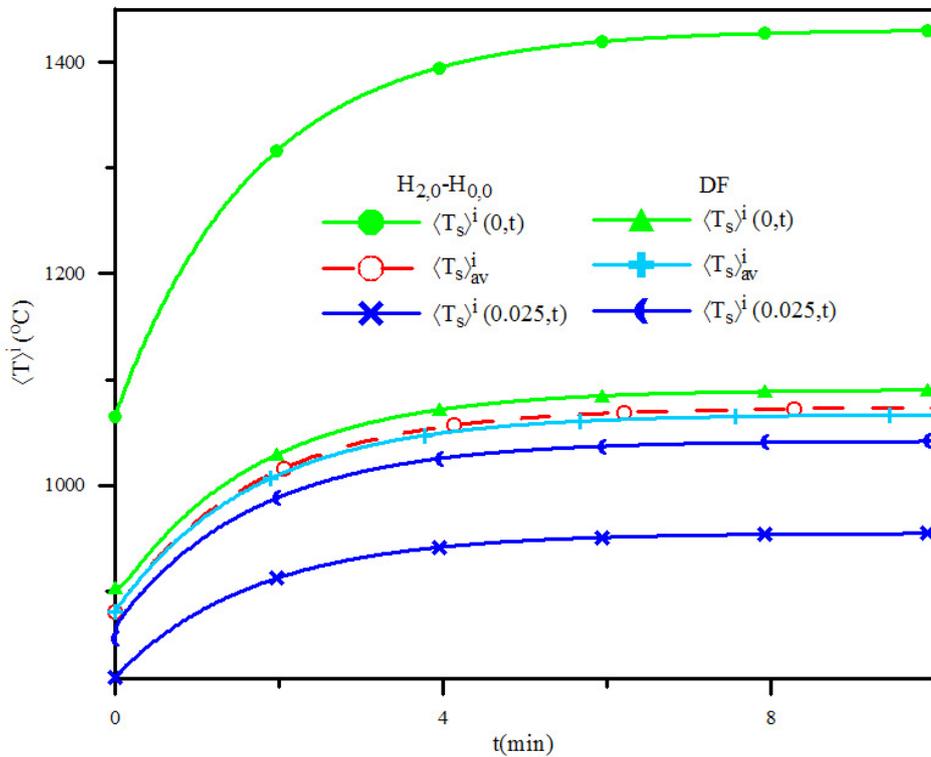


Figura 6.43: Caso 2 - Temp. macrosc. central, média e na sup., na sub-região de UO_2 , pelas formul. conc. (ILSA - $H_{2,0}-H_{0,0}$) e distr. (MDF) $p/h_{fs} = 6000 W/m^2K$

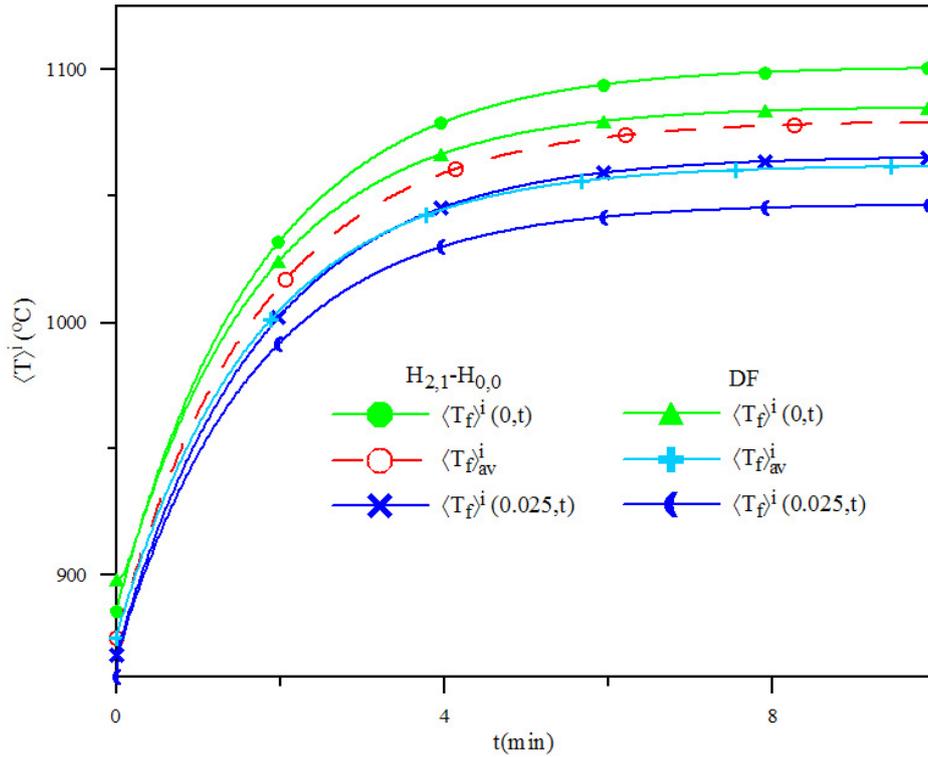


Figura 6.44: Caso 2 - Temp. macrosc. central, média e na sup., na sub-reg. de grafite, pelas formul. conc. (ILSA- $H_{2,1}-H_{0,0}$) e distr. (MDF) p/ $h_{fs} = 6000W/m^2K$

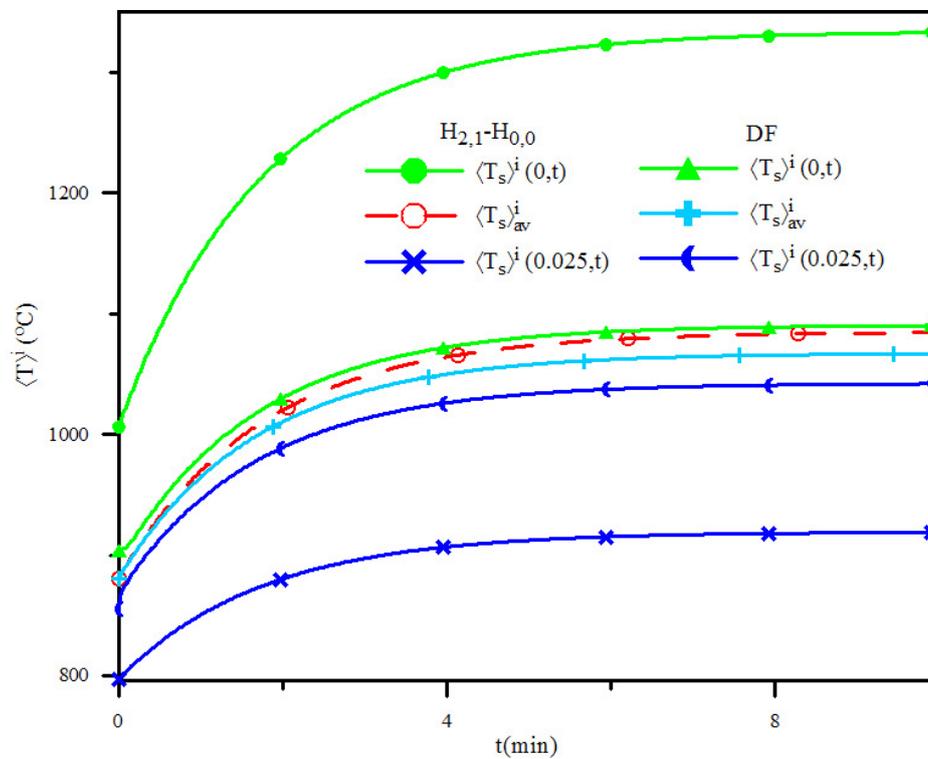


Figura 6.45: Caso 2 - Temp. macrosc. central, média e na sup., na sub-região de UO_2 , pelas formul. conc. (ILSA - $H_{2,1}-H_{0,0}$) e distr. (MDF) p/ $h_{fs} = 6000 W/m^2K$

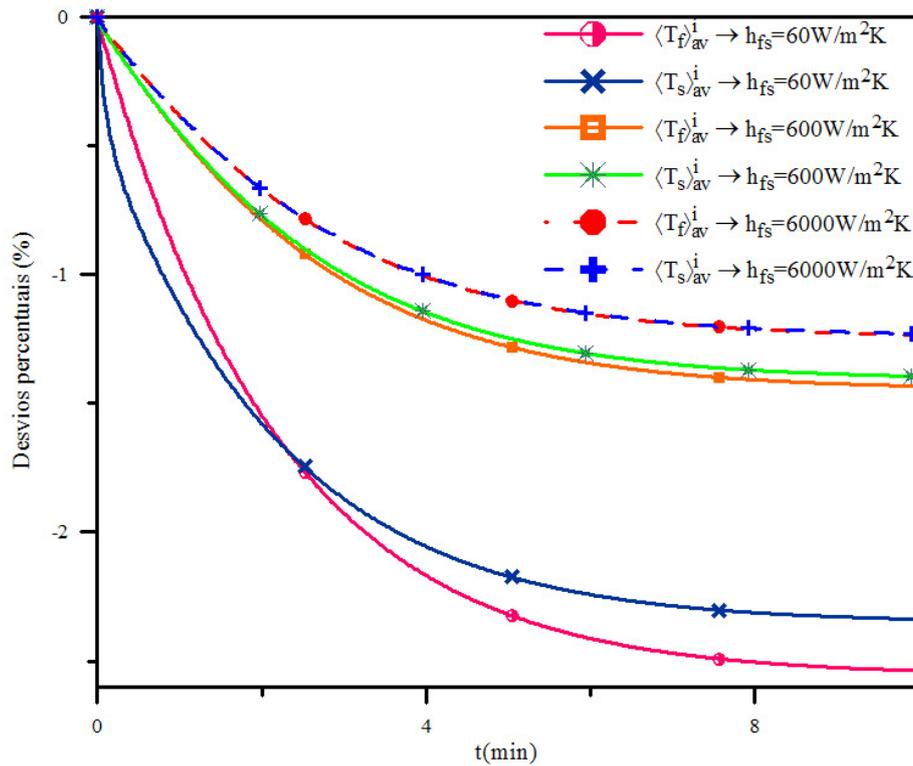


Figura 6.46: Caso 2 - Desvios percentuais entre os modelos concentrado clássico (CLSA) e distribuído (MDF) para $h_{fs} = 60, 600$ e $6000 W/m^2K$

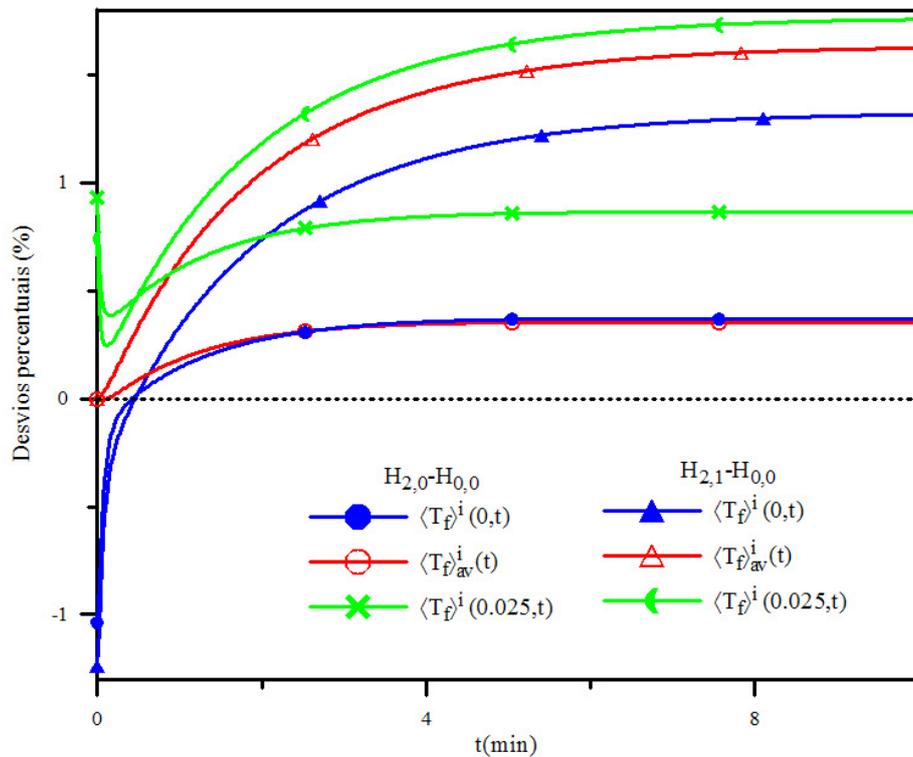


Figura 6.47: Caso 2 - Desvios percentuais entre os modelos concentrados melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) para a sub-região de grafite e $h_{fs} = 60 W/m^2K$

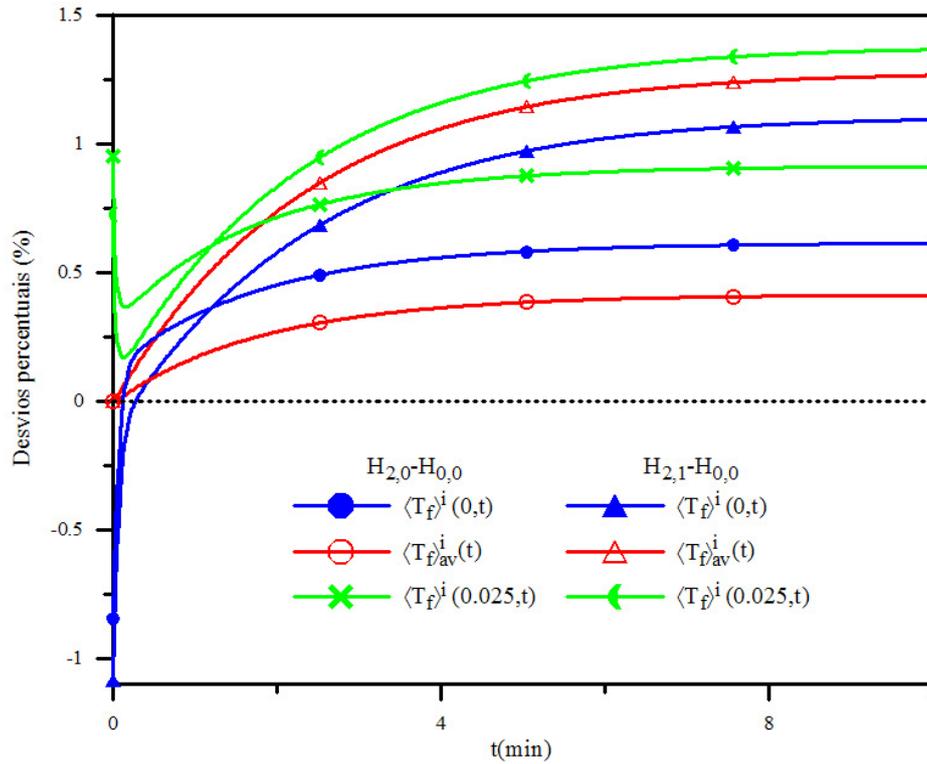


Figura 6.48: Caso 2 - Desvios percentuais entre os modelos concentrados melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) para a sub-região de grafite e $h_{fs} = 600 \text{ W/m}^2\text{K}$

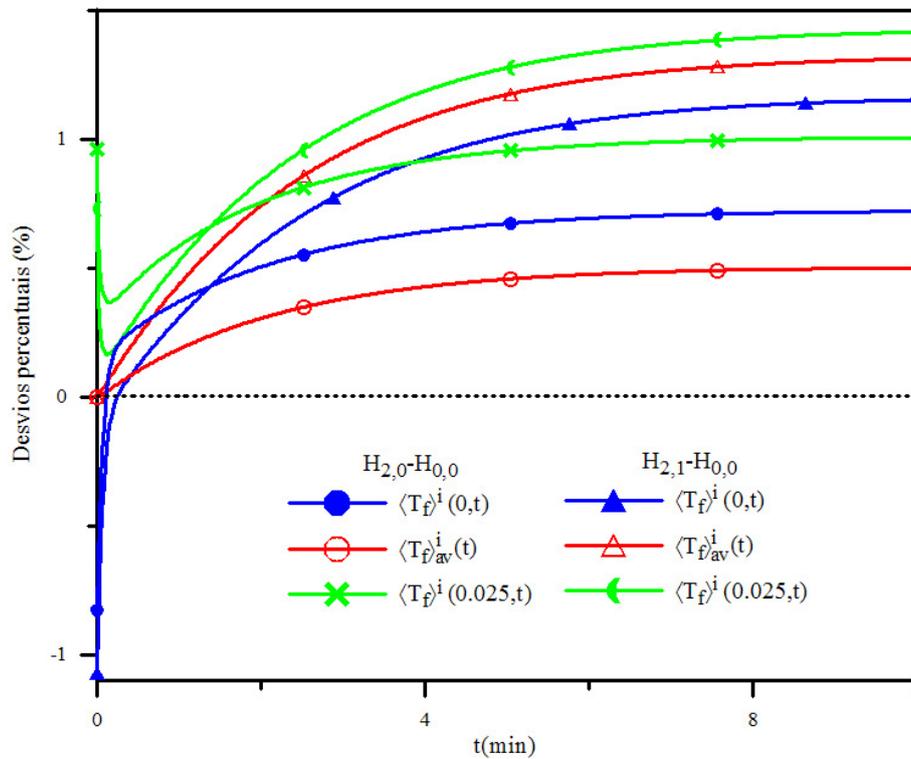


Figura 6.49: Caso 2 - Desvios percentuais entre os modelos concentrados melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) para a sub-região de grafite e $h_{fs} = 6000 \text{ W/m}^2\text{K}$

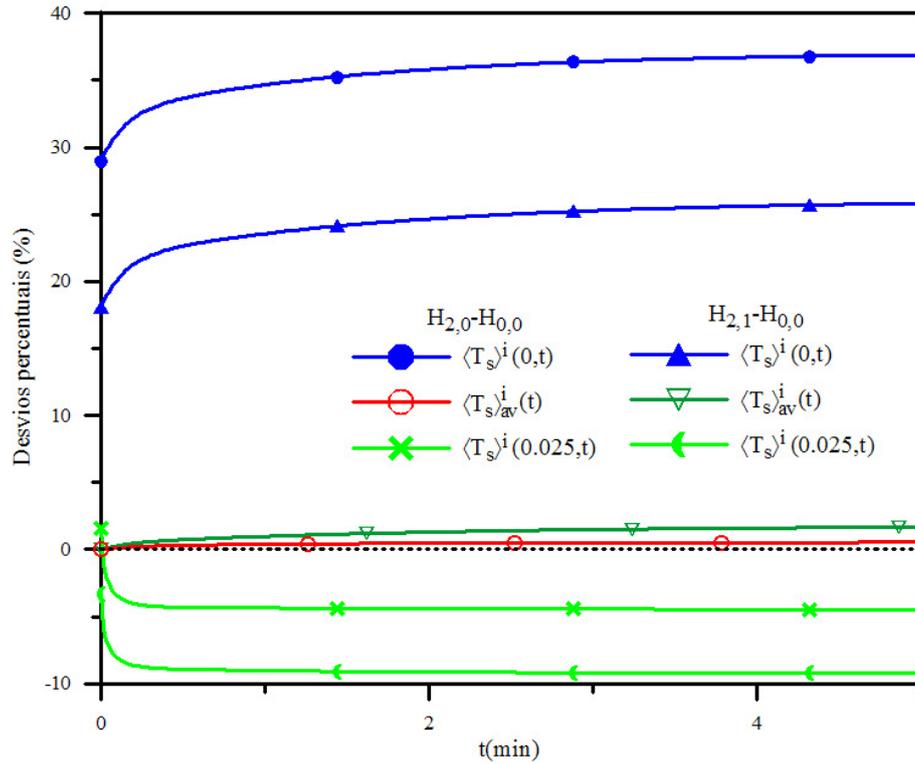


Figura 6.50: Caso 2 - Desvios percentuais entre os modelos concentrados melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) para a sub-região de UO_2 e $h_{fs} = 60 W/m^2K$

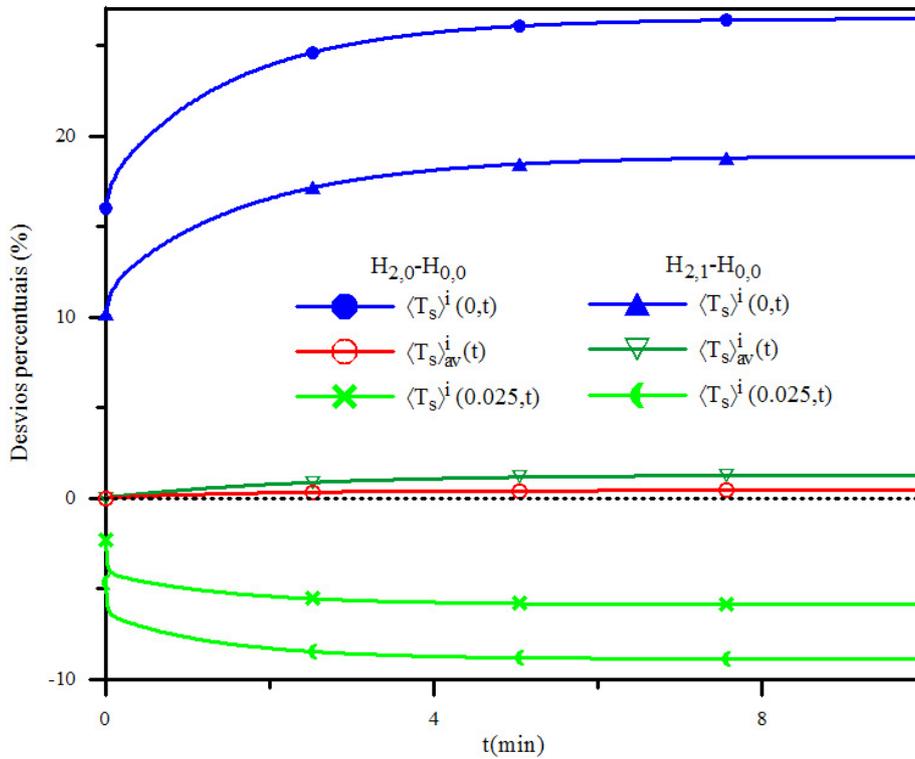


Figura 6.51: Caso 2 - Desvios percentuais entre os modelos concentrados melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) para a sub-região de UO_2 e $h_{fs} = 600 W/m^2K$

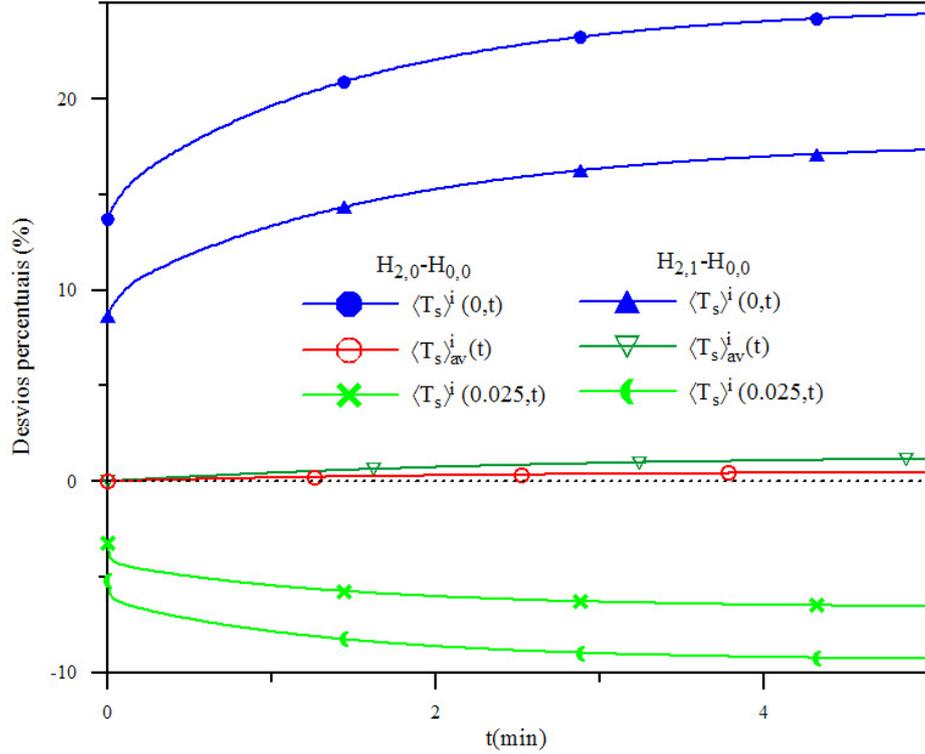


Figura 6.52: Caso 2 - Desvios percentuais entre os modelos concentrados melhorados (ILSA) e distribuído (MDF) para a sub-região de UO_2 e $h_{fs} = 6000 \text{ W/m}^2\text{K}$

Tabela 6.10: Caso 2 - Máximos (D_M) e médias (d_m) dos módulos dos desvios percentuais entre os modelos concentrados e distribuído (MDF) p/ a sub-reg. de grafite

h_{fs}		$\langle T_f \rangle^i(0,t)$			$\langle T_f \rangle_{av}^i(t)$			$\langle T_f \rangle^i(0.025,t)$		
		t_M	D_M	d_m	t_M	D_M	d_m	t_M	D_M	d_m
60	CLSA				10.01	2.54	2.02			
	H ₂₀	0.00	1.04	0.32	6.50	0.35	0.31	0.00	0.93	0.80
	H ₂₁	10.01	1.32	1.03	10.01	1.62	1.31	10.01	1.76	1.45
600	CLSA				10.01	1.43	1.10			
	H ₂₀	0.00	0.85	0.53	10.01	0.41	0.33	0.00	0.95	0.81
	H ₂₁	10.01	1.09	0.84	10.01	1.27	0.99	10.01	1.37	1.09
6000	CLSA				10.01	1.23	0.95			
	H ₂₀	0.00	0.83	0.61	10.01	0.50	0.40	10.01	1.01	0.87
	H ₂₁	10.01	1.15	0.87	10.01	1.31	1.01	10.01	1.41	1.12

Obs: h_{fs} em $\text{W/m}^2\text{K}$; t_M é o tempo em que acontece o máx. dos mód. dos desvios em minutos

Tabela 6.11: Caso 2 - Máximos (D_M) e médias (d_m) dos módulos dos desvios percentuais entre os modelos concentrados e distribuído (MDF) p/ a sub-reg. de UO_2

h_{fs}		$\langle T_s \rangle^i(0, t)$			$\langle T_s \rangle_{av}^i(t)$			$\langle T_s \rangle^i(0.025, t)$		
		t_M	D_M	d_m	t_M	D_M	d_m	t_M	D_M	d_m
60	CLSA				10.01	2.34	1.94			
	H ₂₀	5.00	36.90	35.60	5.00	0.54	0.46	5.00	4.48	4.35
	H ₂₁	5.00	25.83	24.50	5.00	1.67	1.28	5.00	9.20	9.04
600	CLSA				10.01	1.39	1.08			
	H ₂₀	10.01	26.48	25.02	10.01	0.44	0.36	10.01	5.89	5.61
	H ₂₁	10.01	18.87	17.58	10.01	1.28	1.01	10.01	8.88	8.53
6000	CLSA				10.01	1.23	0.94			
	H ₂₀	5.00	24.44	21.83	5.00	0.46	0.31	5.00	6.54	5.94
	H ₂₁	5.00	17.33	15.16	5.00	1.17	0.77	5.00	9.28	8.51

Obs: h_{fs} em W/m^2K ; t_M é o tempo em que acontece o máx. dos mód. dos desvios em minutos

6.3 Resultados do Modelo de Parâmetros Distribuídos que usa a GITT

6.3.1 Caso 1 ($h_{He-estac} = 120 W/m^2K$ e $h_{He-trans} = 30 W/m^2K$)

Nesta subseção, são apresentados os resultados das simulações do modelo de parâmetros distribuídos que usa a GITT, para o Caso 1 e para os valores escolhidos de $h_{fs} = 200$ e $600 W/m^2K$, sendo que:

- evitou-se usar $h_{fs} > 600 W/m^2K$ pelos motivos apresentados na página 79 da Subseção 6.2.1 (quanto maior o h_{fs} mais próximas ficam as temperaturas das sub-regiões no regime transiente);

- as Tabelas 6.12 a 6.15 mostram as convergências das temperaturas macroscópicas centrais adimensionais das duas sub-regiões, nos tempos $\tau = 10.01$, 56.52 e 103.81 , que correspondem, respectivamente, a $t = 8.68$, 49.00 e 90.00

min, em função do número n das autofunções ψ_{1i} ou ψ_{2i} , ou, em outras palavras, em função do número n de termos das expansões truncadas das Eqs. (5.30) e (5.31);

- a figura 6.53 mostra as temperaturas macroscópicas estacionárias que antecedem o transiente relativo a $h_{fs} = 200 \text{ W/m}^2\text{K}$. O gráfico das temperaturas estacionárias correspondentes a $h_{fs} = 600 \text{ W/m}^2\text{K}$ (para o Caso 1) foi apresentado na figura 6.3;

- as figuras 6.54 e 6.55 mostram as temperaturas macroscópicas transientes centrais obtidas pelo modelo distribuído que usa a GITT e pelo MDF. Não foram incluídas as temperaturas na superfície do elemento combustível, pois, neste Caso 1, as temperaturas centrais e na superfície ficam muito próximas, se confundindo nos gráficos, conforme as explicações dadas na página 78 (Subseção 6.2.1) sobre o baixo valor do coeficiente de transferência de calor do He durante o transiente ($h_{He-trans} = 30 \text{ W/m}^2\text{K}$), o que causou pequenos gradientes de temperatura dentro de cada sub-região;

- as figuras 6.56 a 6.59 mostram os desvios percentuais entre os dois modelos distribuídos (que usam a GITT e o MDF);

- em todos os gráficos, os transientes são mostrados até 90 *min*, com exceção das figuras 6.57 e 6.59, que mostram os detalhes dos desvios percentuais nos respectivos inícios;

- a Tabela 6.16 mostra os máximos e as médias dos módulos dos desvios percentuais entre os dois modelos distribuídos em questão, e os tempos em que estes máximos ocorrem. As médias foram calculadas no intervalo de tempo de 90 *min*.

Assim, pode-se observar, na Tabelas 6.12 a 6.15, que as convergências das temperaturas ocorrem:

- para $h_{fs} = 200 \text{ W/m}^2\text{K}$ e para a sub-região de grafite, na 3^a casa decimal, para $\tau = 10.01$ e 56.52 , e na 4^a casa decimal, para $\tau = 103.81$, nos 3 casos, a partir de $n = 5$ (Tabela 6.12);

- para $h_{fs} = 200 \text{ W/m}^2\text{K}$ e para a sub-região de UO_2 , na 2^a casa decimal e a partir de $n = 15$, para $\tau = 10.01$, e na 3^a casa decimal e a partir de $n = 10$, para $\tau = 56.52$ e 103.81 (Tabela 6.13);

- para $h_{fs} = 600 \text{ W/m}^2\text{K}$ e para a sub-região de grafite, na 4^a casa

decimal e a partir de $n = 15$, para $\tau = 10.01$, na 3^a casa decimal, para $\tau = 56.52$, e na 4^a casa decimal, para $\tau = 103.81$, ambas a partir de $n = 5$ (Tabela 6.14);

- para $h_{fs} = 600 \text{ W/m}^2\text{K}$ e para a sub-região de UO_2 , na 2^a casa decimal e a partir de $n = 15$, para $\tau = 10.01$, na 3^a casa decimal e a partir de $n = 18$, para $\tau = 56.52$, e na 3^a casa decimal e a partir de $n = 10$, para $\tau = 103.81$ (Tabela 6.15).

Todos estes resultados demonstram que este modelo distribuído que usa a GITT aliou boas precisões (com as convergências na 2^a, 3^a ou até 4^a casas decimais, ou seja, com os módulos dos desvios percentuais, calculados com as temperaturas em Kelvin, variando de 0.10% a 0.0006%) a baixos números n de autofunções ($n = 5, 10$ ou 15), os quais significam, por sua vez, baixos tempos de CPU (respectivamente, 6s, 10s ou 20s), conforme Tabelas 6.12 a 6.15. Deve-se observar também que, para $h_{fs} = 600 \text{ W/m}^2\text{K}$, para a sub-região de UO_2 e para $\tau = 56.52$ (Tabela 6.15), este tempo computacional foi de 1 *min* e 23s, para a convergência na 3^a casa decimal ($n = 18$). Contudo, se for considerada a convergência já na segunda casa decimal, com $n = 10$ e o respectivo módulo do desvio percentual igual a 0.06% (que é um bom resultado), este tempo computacional cai para 10s.

Deve-se observar também, na Tabelas 6.12 a 6.15, uma instabilidade numérica (oscilação) dos resultados, à medida que n cresce.

Para os gráficos que mostram as temperaturas e os desvios percentuais durante os transientes (figuras 6.54 a 6.59), bem como para a tabela dos máximos e das médias dos módulos dos desvios percentuais (Tabela 6.16), foi utilizado o número n de autofunções igual a 19. Assim, pode-se observar:

- na figura 6.54, que, mesmo para o limite inferior ($200 \text{ W/m}^2\text{K}$) dos valores escolhidos para h_{fs} , as temperaturas macroscópicas transientes centrais das duas sub-regiões, neste Caso 1, se confundem;

- nas figuras 6.54 e 6.55, que as temperaturas obtidas pelos dois modelos distribuídos (que usam a GITT e o MDF) estão bem próximas, o que mostra a boa precisão dos resultados obtidos pela GITT, para $n = 19$;

- nas figuras 6.56 e 6.58, que esta precisão é confirmada, com os módulos dos desvios percentuais permanecendo, em quase toda a duração dos transientes,

respectivamente, inferiores a 0.05% e 0.08%;

Só aparecem algumas imprecisões nos instantes iniciais dos transientes (figuras 6.57 e 6.59), principalmente para $\langle T_s \rangle^i(0.025, t)$, com desvios percentuais, em $t=0$, de aproximadamente 3% e 1.6%, respectivamente, para $h_{fs} = 200$ e $600 W/m^2K$. Contudo, todas estas imprecisões caem rapidamente para valores, em módulo, abaixo de 0.1%, em, aproximadamente, apenas 15s e 5s, respectivamente.

A Tabela 6.16 confirma a grande precisão deste modelo distribuído que usa a GITT, para $n = 19$, na simulação deste Caso 1, com as médias (d_m) dos módulos dos desvios percentuais muito próximos ou iguais a 0.00% em todas as simulações e nas duas sub-regiões.

Tabela 6.12: Caso 1 - Convergência do modelo distribuído que usa a GITT em relação ao número n de termos da expansão, para a sub-região de grafite e $h_{fs} = 200 W/m^2K$

n	CPU	$\tau=10.01$	$\tau=56.52$	$\tau=103.81$
5	6s	0.826144	0.146167	0.074586
10	10s	0.826223	0.146167	0.074589
15	20s	0.826179	0.146153	0.074582
18	1min 23s	0.826188	0.146153	0.074583
19	2min 41s	0.826179	0.146151	0.074582
DF	34s	0.826005	0.146216	0.074594

Tabela 6.13: Caso 1 - Convergência do modelo distribuído que usa a GITT em relação ao número n de termos da expansão, para a sub-região de UO_2 e $h_{fs} = 200 W/m^2K$

n	CPU	$\tau=10.01$	$\tau=56.52$	$\tau=103.81$
5	6s	0.843553	0.151492	0.078341
10	10s	0.829952	0.149032	0.077069
15	20s	0.833634	0.149688	0.077410
18	1min 23s	0.832041	0.149399	0.077261
19	2min 41s	0.833165	0.149601	0.077366
DF	34s	0.832466	0.149572	0.077329

Tabela 6.14: Caso 1 - Convergência do modelo distribuído que usa a GITT em relação ao número n de termos da expansão, para a sub-região de grafite e $h_{fs} = 600 W/m^2K$

n	CPU	$\tau=10.01$	$\tau=56.52$	$\tau=103.81$
5	6s	0.829367	0.146423	0.074727
10	10s	0.829700	0.146564	0.074784
15	20s	0.829629	0.146546	0.074776
18	1min 23s	0.829653	0.146547	0.074777
19	2min 40s	0.829630	0.146543	0.074775
DF	41s	0.829672	0.146623	0.074787

Tabela 6.15: Caso 1 - Convergência do modelo distribuído que usa a GITT em relação ao número n de termos da expansão, para a sub-região de UO_2 e $h_{fs} = 600 W/m^2K$

n	CPU	$\tau=10.01$	$\tau=56.52$	$\tau=103.81$
5	6s	0.845691	0.150057	0.076929
10	10s	0.826900	0.146803	0.075244
15	20s	0.833980	0.148054	0.075887
18	1min 23s	0.830361	0.147409	0.075557
19	2min 40s	0.833055	0.147887	0.075802
DF	41s	0.831826	0.147742	0.075699

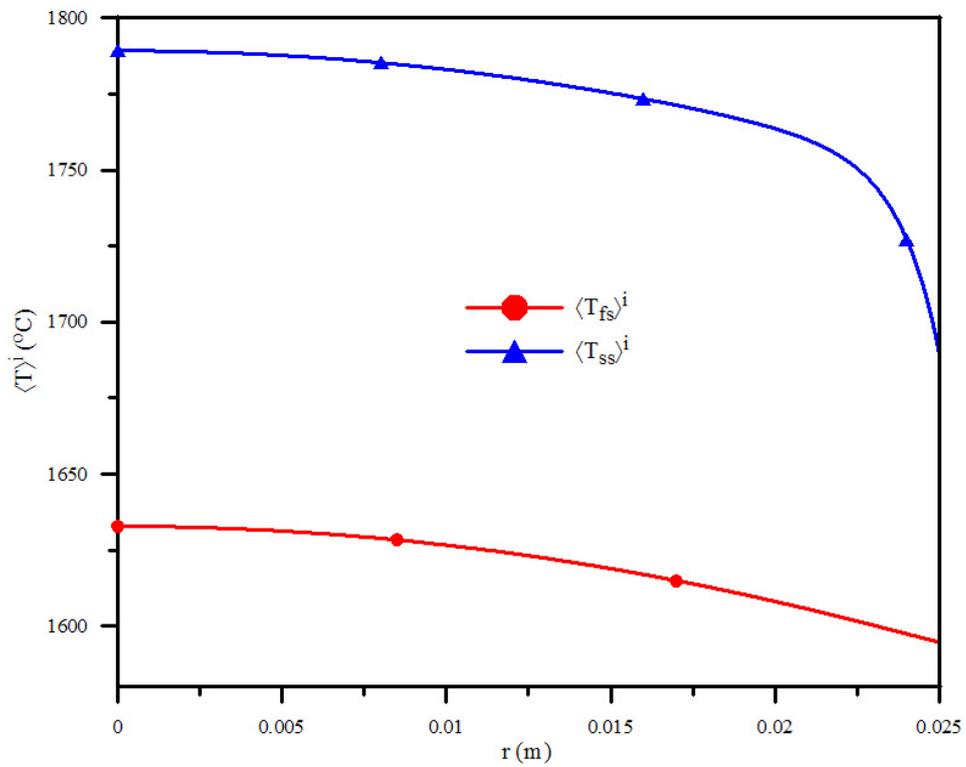


Figura 6.53: Caso 1 - Temperaturas estacionárias para $h_{fs} = 200 W/m^2K$

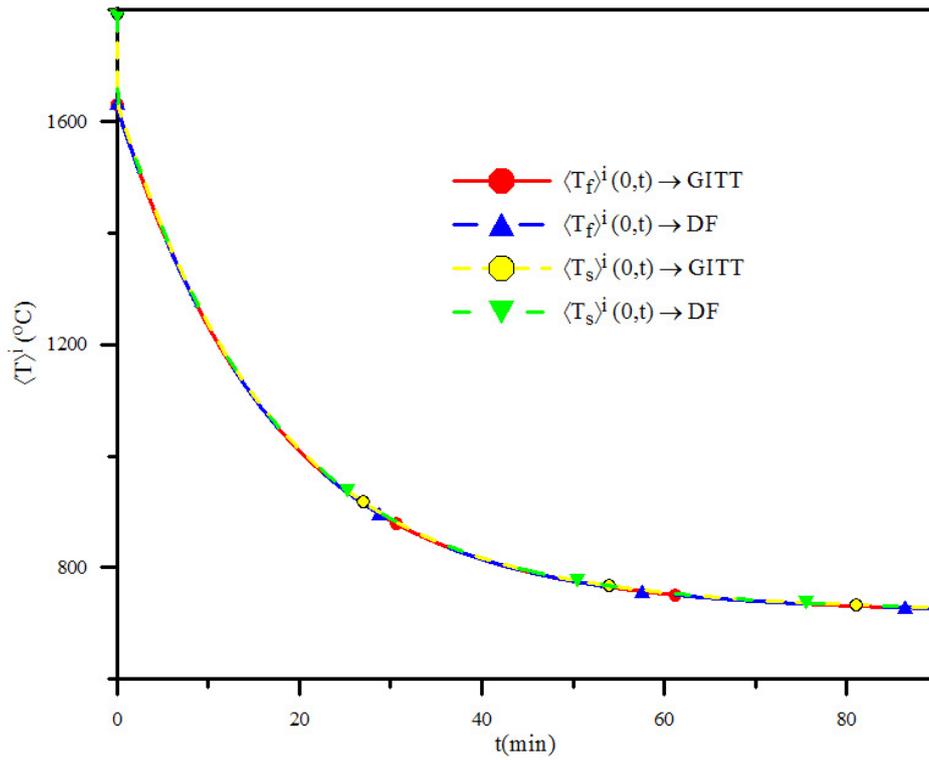


Figura 6.54: Caso 1 - Temperaturas macroscópicas centrais pelos modelos distribuídos que usam a GITT ou o MDF para $h_{fs} = 200 \text{ W/m}^2 \text{ K}$

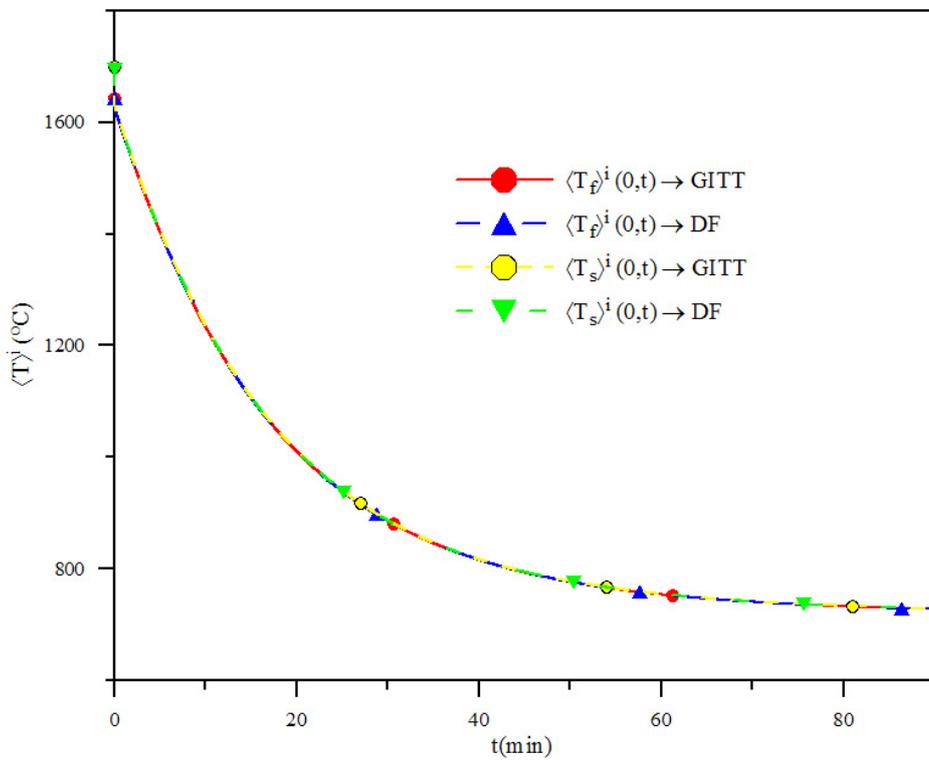


Figura 6.55: Caso 1 - Temperaturas macroscópicas centrais pelos modelos distribuídos que usam a GITT ou o MDF para $h_{fs} = 600 \text{ W/m}^2 \text{ K}$

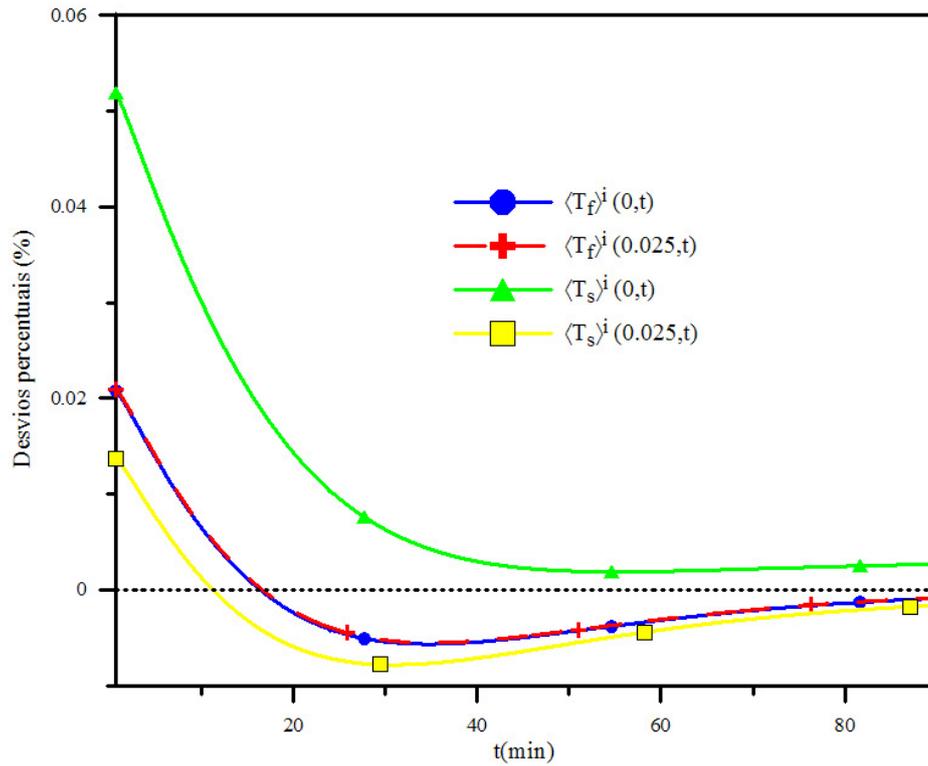


Figura 6.56: Caso 1 - Desvios percentuais entre o modelo distribuído que usa a GITT e o que usa o MDF para $h_{fs} = 200 \text{ W/m}^2\text{K}$

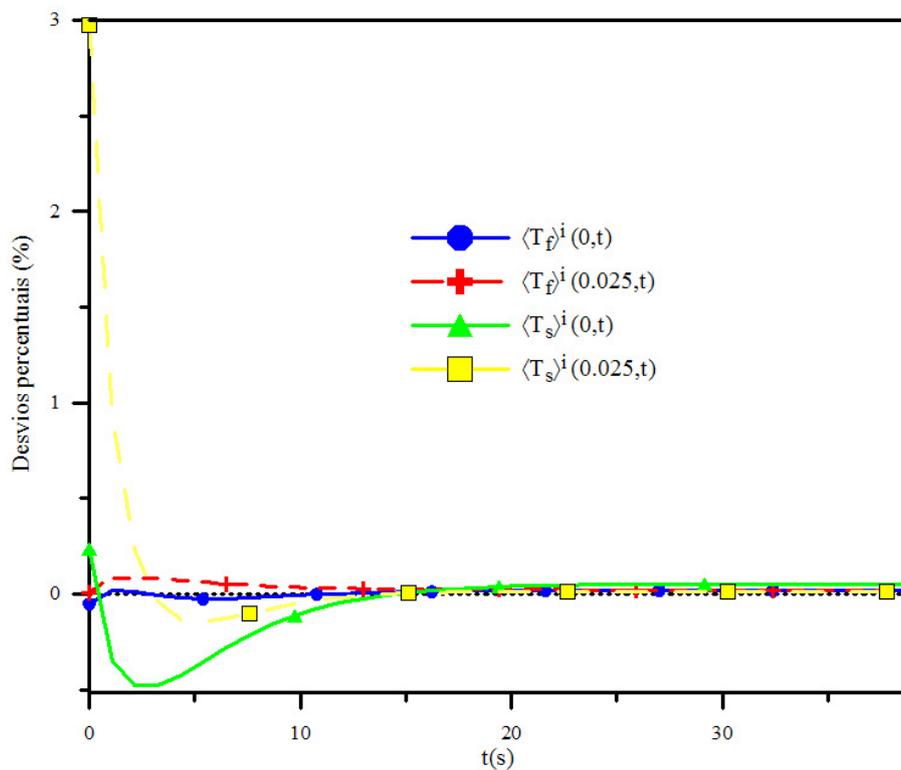


Figura 6.57: Caso 1 - Desvios percentuais, no início do transiente, entre o modelo distribuído que usa a GITT e o que usa o MDF para $h_{fs} = 200 \text{ W/m}^2\text{K}$

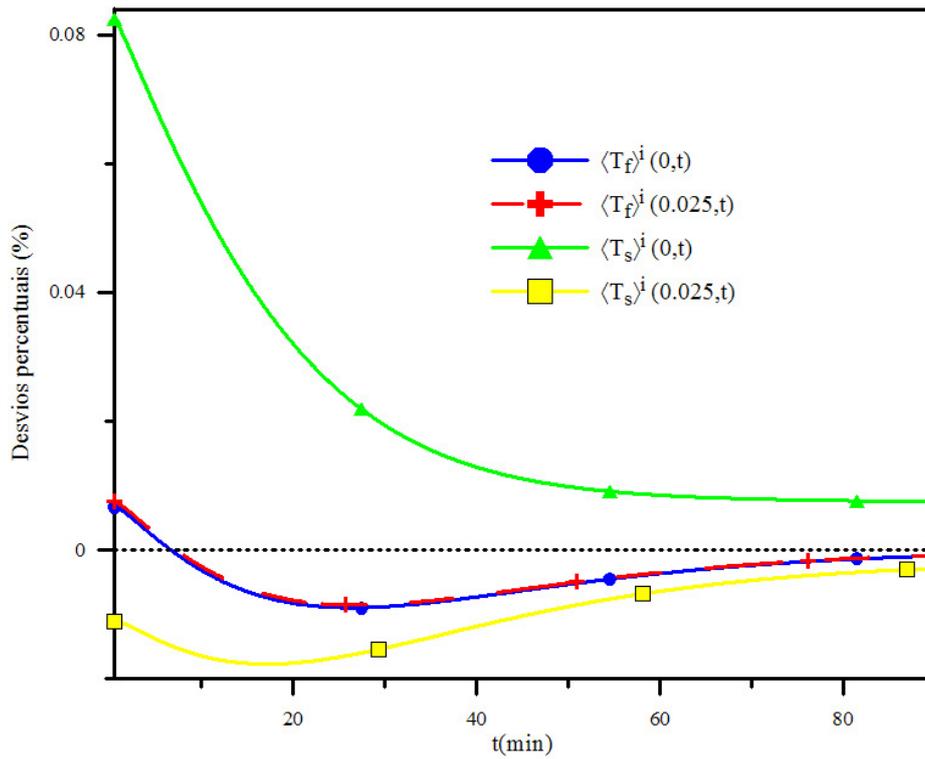


Figura 6.58: Caso 1 - Desvios percentuais entre o modelo distribuído que usa a GITT e o que usa o MDF para $h_{fs} = 600 \text{ W/m}^2\text{K}$

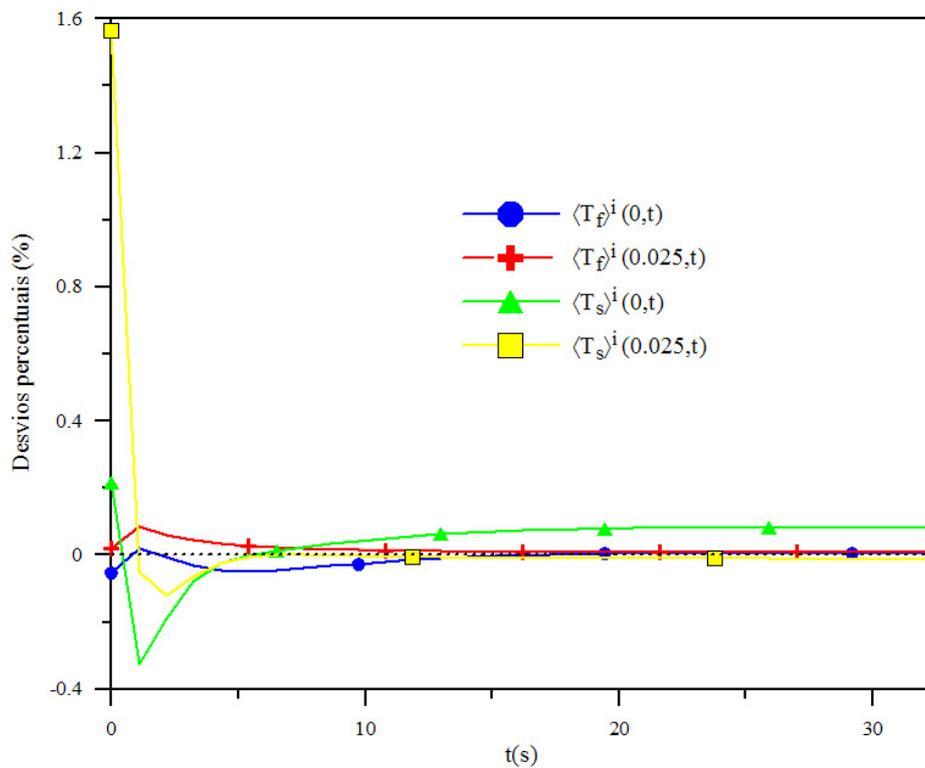


Figura 6.59: Caso 1 - Desvios percentuais, no início do transiente, entre o modelo distribuído que usa a GITT e o que usa o MDF para $h_{fs} = 600 \text{ W/m}^2\text{K}$

Tabela 6.16: Caso 1 - Máximos (D_M) e médias (d_m) dos módulos dos desvios percentuais entre o modelo distribuído que usa a GITT e o que usa o MDF

	h_{fs}	$\langle T_j \rangle^i(0, t)$			$\langle T_j \rangle^i(0.025, t)$		
		$t_M(s)$	D_M	d_m	$t_M(s)$	D_M	d_m
$j \rightarrow f$	200	0.00	0.05	0.00	2.16	0.08	0.00
	600	0.00	0.05	0.00	1.08	0.08	0.00
$j \rightarrow s$	200	2.16	0.48	0.01	0.00	2.97	0.01
	600	1.08	0.32	0.02	0.00	1.56	0.01

Obs: h_{fs} em W/m^2K ; t_M é o tempo em que acontece o máximo dos módulos dos desvios

6.3.2 Caso 2 ($h_{He-estac} = 600 W/m^2K$ e $h_{He-trans} = 300 W/m^2K$)

Nesta subseção, são apresentados os resultados das simulações do modelo de parâmetros distribuídos que usa a GITT, para o Caso 2 e para os valores escolhidos de $h_{fs} = 200, 4000$ e $60000 W/m^2K$, sendo que:

- as Tabelas 6.17 a 6.22 mostram as convergências das temperaturas macroscópicas centrais adimensionais das duas sub-regiões nos tempos $\tau = 1.10, 6.29$ e 11.54 (que correspondem, respectivamente, a $t = 0.95, 5.45$ e $10.01 min$), em função do número n das autofunções ψ_{1i} e ψ_{2i} . Foram escolhidos, arbitrariamente, $n = 5, 12, 19, 20$ e 21 (valores de $n > 21$ foram testados, porém, sem sucesso, pois, com o computador descrito na página 73, no início deste capítulo, o programa de Mathematica rodou indefinidamente). O critério adotado, neste trabalho, para ser considerado que a convergência existe, é que haja a coincidência com o resultado por diferenças finitas, pelo menos, nas simulações em que $n = 20$ e $n = 21$;

- as figuras 6.60 a 6.62 mostram as temperaturas macroscópicas estacionárias que inicializam os transientes correspondentes aos valores de $h_{fs} = 200, 4000$ ou $60000 W/m^2K$;

- as figuras 6.64 a 6.69 mostram as temperaturas macroscópicas transientes centrais e na superfície, pelo modelo distribuído que usa a GITT e pelo MDF. Ao contrário do que foi feito no Caso 1, na Subseção 6.3.1, onde, nos respectivos

gráficos, só foram mostradas as temperaturas centrais (devido aos baixos gradientes de temperatura que ocorrem quando $h_{He-trans} = 30 W/m^2K$), neste Caso 2, com o $h_{He-trans} = 300 W/m^2K$ (que é bem mais alto que o primeiro), foi possível mostrar aquelas duas temperaturas nos mesmos gráficos, sem a superposição das respectivas curvas;

- as figuras 6.70 a 6.74 apresentam os desvios percentuais entre os resultados obtidos pelos dois modelos distribuídos;

- os transientes são mostrados em todas as figuras até $t = 10 min$, com exceção das figuras 6.71 e 6.72, nas quais são mostrados, para melhor visualização, os primeiros segundos dos respectivos transientes, e 6.73, onde o tempo só vai até $6 min$, porque, neste caso, para t maiores, os desvios percentuais são praticamente constantes;

- a Tabela 6.23 apresenta os máximos (com os respectivos tempos) e as médias dos módulos dos desvios percentuais entre os resultados dos modelos distribuídos, para o intervalo de tempo de $10 min$, a não ser no caso de $h_{fs} = 4000 W/m^2K$, cujo intervalo de tempo foi de $6 min$, para ficar de acordo com o domínio de tempo adotado no gráfico da figura 6.73.

Assim, observa-se, nas Tabelas 6.17 a 6.22, que as convergências das temperaturas ocorrem:

- para $h_{fs} = 200 W/m^2K$ e para a sub-região de grafite, na 2^a casa decimal, para $\tau = 1.10$, e na 3^a casa decimal, para $\tau = 6.29$ e 11.54 , as três a partir de $n = 5$ (Tabela 6.17);

- para $h_{fs} = 200 W/m^2K$ e para a sub-região de UO_2 , na 1^a casa decimal, para $\tau = 1.10$, e na 2^a casa decimal, para $\tau = 6.29$ e 11.54 , nos três casos, a partir de $n = 19$ (Tabela 6.18);

- para $h_{fs} = 4000 W/m^2K$ e para a sub-região de grafite, na 2^a casa decimal e a partir de $n = 12$, para $\tau = 1.10$, 6.29 e 11.54 (Tabela 6.19);

- para $h_{fs} = 4000 W/m^2K$ e para a sub-região de UO_2 , na 1^a casa decimal, para os três tempos, sendo a partir de $n = 19$, para $\tau = 1.10$, e a partir de $n = 12$, para $\tau = 6.29$ e 11.54 (Tabela 6.20);

- para $h_{fs} = 60000 W/m^2K$ e para a sub-região de grafite, a partir de

$n = 19$, para $\tau = 1.10$, e a partir de $n = 20$, para $\tau = 6.29$, ambas na 2^a casa decimal, e a partir de $n = 12$ e na 1^a casa decimal, para $\tau = 11.54$ (Tabela 6.21);

- para $h_{fs} = 60000 \text{ W/m}^2\text{K}$ e para a sub-região de UO_2 , na 1^a casa decimal e a partir de $n = 19$, para $\tau = 6.29$ e 11.54 . Para $\tau = 1.10$, houve apenas uma tendência à convergência, com a coincidência da 1^a casa decimal, para $n = 21$, pois, para que ela existisse, também teria de haver esta coincidência para $n = 20$. Mesmo assim, o respectivo desvio percentual (calculado com as temperaturas em Kelvin), para o resultado obtido com $n = 21$, foi de 0.94% , o que significa uma boa precisão (Tabela 6.22).

Pode-se observar também, nas Tabelas 6.17 a 6.22, em relação ao tempo de CPU, que:

- em 9 dos 18 casos analisados, a convergência foi atingida em poucos segundos ($t_{CPU} \leq 13s$), enquanto no restante dos casos, a convergência, ou a tendência à mesma, foram alcançadas para $2 \text{ min } 46s \leq t_{CPU} \leq 11 \text{ min } 35s$.

- os módulos dos desvios percentuais das temperaturas destas tabelas (convertidas para Kelvin), para $n = 12$ (com $t_{CPU} = 13s$), foram menores que 0.1% , em 6 resultados, entre 0.1% e 1% , em 4, entre 1% e 2% , em 3, e maiores que 2% , em 5, sendo que o maior valor foi igual a 4.06% , ou seja, em 8 dos 18 resultados, eles foram maiores que 1% ;

- quando se passa para $n = 19$ (com $t_{CPU} = 2 \text{ min } 46s$), 15 módulos foram menores que 1% , e 3 ficaram entre 1% e 1.1% . Ao contrário no estudo de convergência do Caso 1 (na página 116, Subseção 6.3.1), para $n = 15$ ($t_{CPU} = 20s$), os referidos módulos dos desvios foram todos menores que 0.1% , o que mostra que n maiores e, conseqüentemente, t_{CPU} maiores, são necessários neste Caso 2, para chegar-se à precisão desejada de no máximo 1% .

Assim, como apenas um dos 18 casos analisados não alcançou a convergência propriamente dita para $n \leq 21$, mas apresentando, em compensação, uma boa precisão (0.94%), o valor de $n = 21$ foi adotado nas simulações deste Caso 2.

Observa-se também, nas Tabelas 6.17 a 6.22, uma instabilidade numérica, ou seja, uma oscilação dos resultados à medida que n cresce, da mesma forma como aconteceu no Caso 1.

Analisando-se, agora, as figuras 6.63 a 6.69, vê-se que:

- a aproximação das temperaturas das duas sub-regiões que ocorre à medida que os valores de h_{fs} aumentam, é mais lenta neste Caso 2 do que no caso precedente, como se vê na figura 6.63, onde, para $h_{fs} = 4000 \text{ W/m}^2\text{K}$, estas duas temperaturas ainda não aparecem coincidentes, como ocorreu para $h_{fs} = 200 \text{ W/m}^2\text{K}$, na figura 6.54 do Caso 1;

- as temperaturas correspondentes aos dois modelos distribuídos (que usam, respectivamente, a GITT e o MDF) estão bem próximas em todas as figuras, menos nas 6.67 e 6.69, que correspondem à sub-região de UO_2 e aos valores de h_{fs} , respectivamente, iguais a 4000 e 60000 $\text{W/m}^2\text{K}$.

Estes resultados estão mais claros nos gráficos dos desvios percentuais (figuras 6.70 a 6.74), nos quais se observa:

- boa precisão para a sub-região de grafite, onde os módulos dos desvios não ultrapassam cerca de 0.08%, para $h_{fs} = 200$ e 4000 $\text{W/m}^2\text{K}$, e 0.4%, para $h_{fs} = 60000 \text{ W/m}^2\text{K}$;

- boa precisão, também, para a sub-região de UO_2 , com os módulos dos desvios menores que 0.2%, para $h_{fs} = 200 \text{ W/m}^2\text{K}$, e menores que, aproximadamente, 1%, para $h_{fs} = 4000$ e 60000 $\text{W/m}^2\text{K}$. Observam-se apenas imprecisões para $h_{fs} = 200 \text{ W/m}^2\text{K}$ e para $\langle T_s \rangle^i(0,0)$ e $\langle T_s \rangle^i(0.025,0)$, cujos desvios percentuais são, respectivamente, iguais a 1.2% e 5.7%, mas que caem, respectivamente, para 0.2%, em cerca de 1s, e para 0.5%, em menos de 4s (figura 6.72).

A Tabela 6.23 confirma estes resultados, apresentando baixas médias ($d_m < 1$) dos módulos dos desvios percentuais entre os resultados do modelo distribuído que usa a GITT (com $n = 21$) e do que usa o MDF, o que demonstra a boa precisão do primeiro na simulação deste Caso 2.

Reunindo-se os resultados dos Casos 1 e 2, desta subseção e da anterior, pode-se dizer que o modelo distribuído que usa a GITT para a determinação das temperaturas macroscópicas em um elemento combustível esférico particulado, com a condução de calor transiente uni-dimensional:

- tem ótima precisão, com $n = 19$, na simulação do Caso 1, com as médias

(d_m) dos módulos dos desvios percentuais entre seus resultados e os do MDF, no máximo, iguais a 0.02%, e tem boa precisão, com $n = 21$, neste Caso 2, com as respectiva médias (d_m) menores que 1%;

- nas simulações do Caso 1, também apresenta boa precisão (com desvios menores ou iguais a 0.10%) para valores de n baixos (menores ou iguais a 15) e, em consequência, com tempos de CPU também baixos ($t_{CPU} \leq 20s$), como mostrou o estudo de convergência para as temperaturas centrais, na página 116, Subseção 6.3.1. Ao contrário, no respectivo estudo deste Caso 2, verifica-se que t_{CPU} maiores que 2 min 46s são necessários para que a precisão de 1% seja atingida para todos os resultados;

- apresentou algumas imprecisões no início dos transientes, chegando a 3%, no Caso 1, e a cerca de 6%, no Caso 2 (ambas para $h_{fs} = 200 W/m^2K$, para a sub-região de UO_2 e para a temperatura na superfície), mas as duas baixando para 1%, em menos de 3s.

Tabela 6.17: Caso 2 - Convergência do modelo distribuído que usa a GITT em relação ao número n de termos da expansão, para a sub-região de grafite e $h_{fs} = 200 W/m^2K$

n	CPU	$\tau=1.10$	$\tau=6.29$	$\tau=11.54$
5	6s	0.396127	0.539629	0.549799
12	13s	0.396532	0.539766	0.549893
19	2min 47s	0.396370	0.539470	0.549581
20	5min 35s	0.396414	0.539518	0.549629
21	11min 36s	0.396370	0.539460	0.549570
DF	32s	0.395586	0.539221	0.549510

Tabela 6.18: Caso 2 - Convergência do modelo distribuído que usa a GITT em relação ao número n de termos da expansão, para a sub-região de UO_2 e $h_{fs} = 200 W/m^2K$

n	CPU	$\tau=1.10$	$\tau=6.29$	$\tau=11.54$
5	6s	0.682640	0.845875	0.857443
12	13s	0.595980	0.739338	0.749473
19	2min 47s	0.611942	0.758746	0.769119
20	5min 35s	0.605038	0.750308	0.760572
21	11min 36s	0.611043	0.757637	0.767994
DF	32s	0.607424	0.753950	0.764446

Tabela 6.19: Caso 2 - Convergência do modelo distribuído que usa a GITT em relação ao número n de termos da expansão, para a sub-região de grafite e $h_{fs} = 4000 W/m^2K$

n	CPU	$\tau=1.10$	$\tau=6.29$	$\tau=11.54$
5	6s	0.403520	0.527138	0.534370
12	13s	0.413170	0.556411	0.566203
19	2min 46s	0.413104	0.556975	0.566866
20	5min 36s	0.413340	0.557306	0.567206
21	11min 35s	0.413134	0.557040	0.566936
DF	43s	0.412720	0.556872	0.566921

Tabela 6.20: Caso 2 - Convergência do modelo distribuído que usa a GITT em relação ao número n de termos da expansão, para a sub-região de UO_2 e $h_{fs} = 4000 W/m^2K$

n	CPU	$\tau=1.10$	$\tau=6.29$	$\tau=11.54$
5	6s	0.485814	0.630805	0.639288
12	13s	0.395551	0.529464	0.538618
19	2min 46s	0.438715	0.587791	0.598041
20	5min 36s	0.410066	0.549499	0.559087
21	11min 35s	0.436558	0.584933	0.595137
DF	43s	0.423314	0.567608	0.577668

Tabela 6.21: Caso 2 - Convergência do modelo distribuído que usa a GITT em relação ao número n de termos da expansão, para a sub-região de grafite e $h_{fs} = 60000 W/m^2K$

n	CPU	$\tau=1.10$	$\tau=6.29$	$\tau=11.54$
5	6s	0.292828	0.288506	0.288486
12	13s	0.403956	0.523763	0.530432
19	2min 46s	0.410572	0.548296	0.557262
20	5min 36s	0.411449	0.550256	0.559360
21	11min 34s	0.411293	0.550693	0.559890
DF	2min 46s	0.412731	0.556753	0.566721

Tabela 6.22: Caso 2 - Convergência do modelo distribuído que usa a GITT em relação ao número n de termos da expansão, para a sub-região de UO_2 e $h_{fs} = 60000 W/m^2K$

n	CPU	$\tau=1.10$	$\tau=6.29$	$\tau=11.54$
5	6s	0.341342	0.336324	0.336301
12	13s	0.374473	0.485392	0.491566
19	2min 46s	0.430634	0.574821	0.584208
20	5min 36s	0.393788	0.526445	0.535145
21	11min 34s	0.429465	0.574760	0.584345
DF	2min 46s	0.413437	0.557468	0.567438

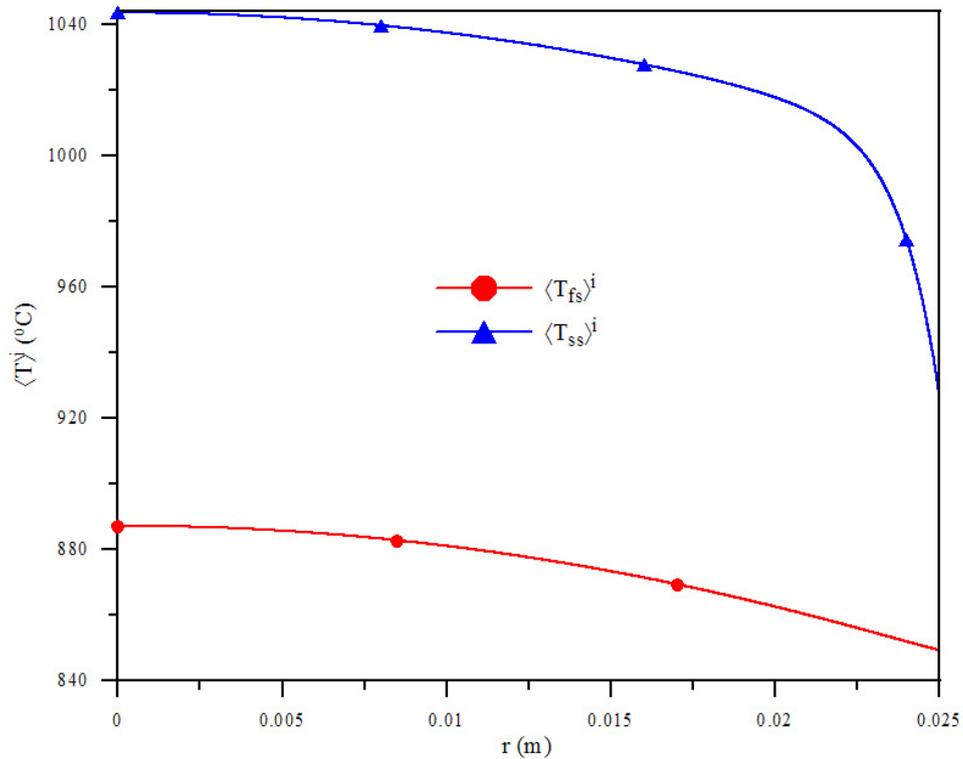


Figura 6.60: Caso 2 - Temperaturas macroscópicas estacionárias para $h_{fs} = 200 W/m^2K$

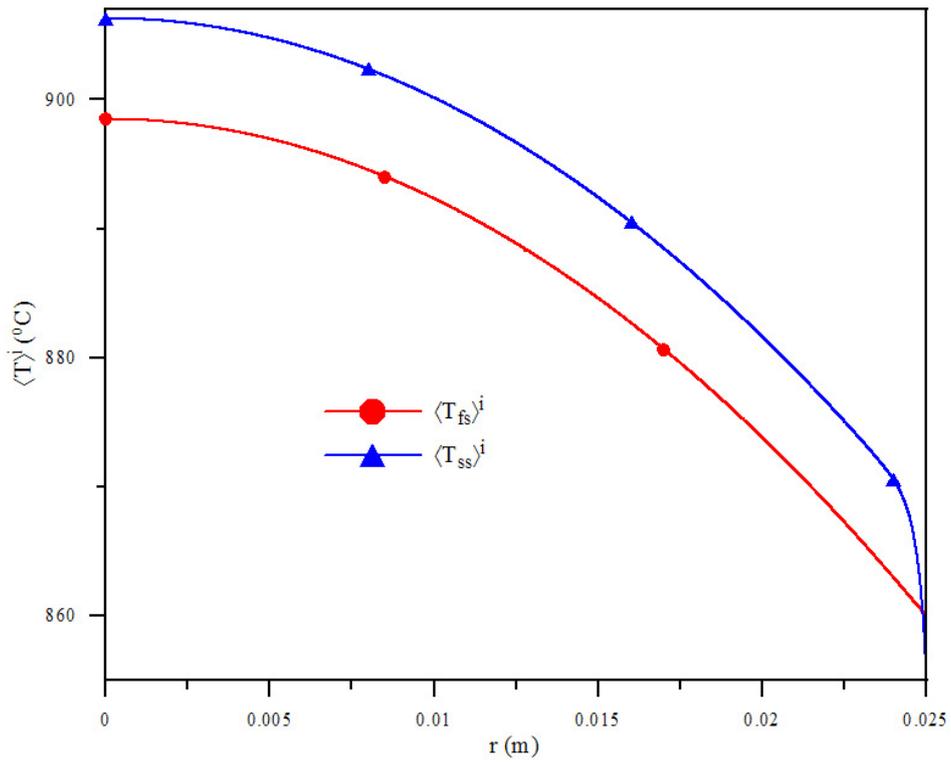


Figura 6.61: Caso 2 - Temperaturas macroscópicas estacionárias para $h_{fs} = 4000 \text{ W/m}^2\text{K}$

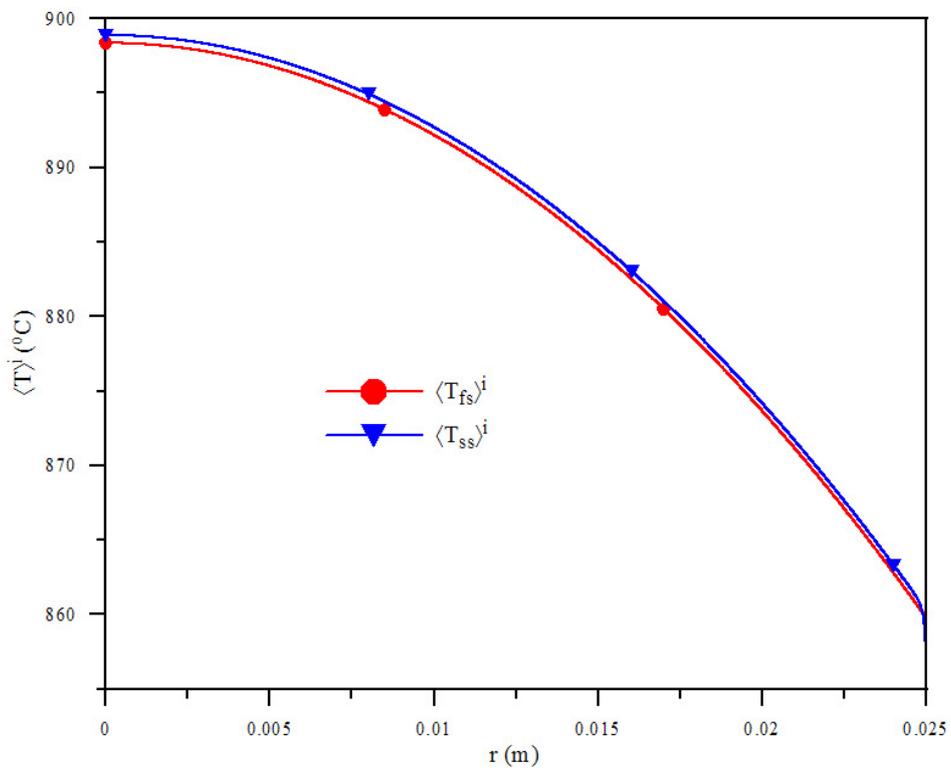


Figura 6.62: Caso 2 - Temperaturas macroscópicas estacionárias para $h_{fs} = 60000 \text{ W/m}^2\text{K}$

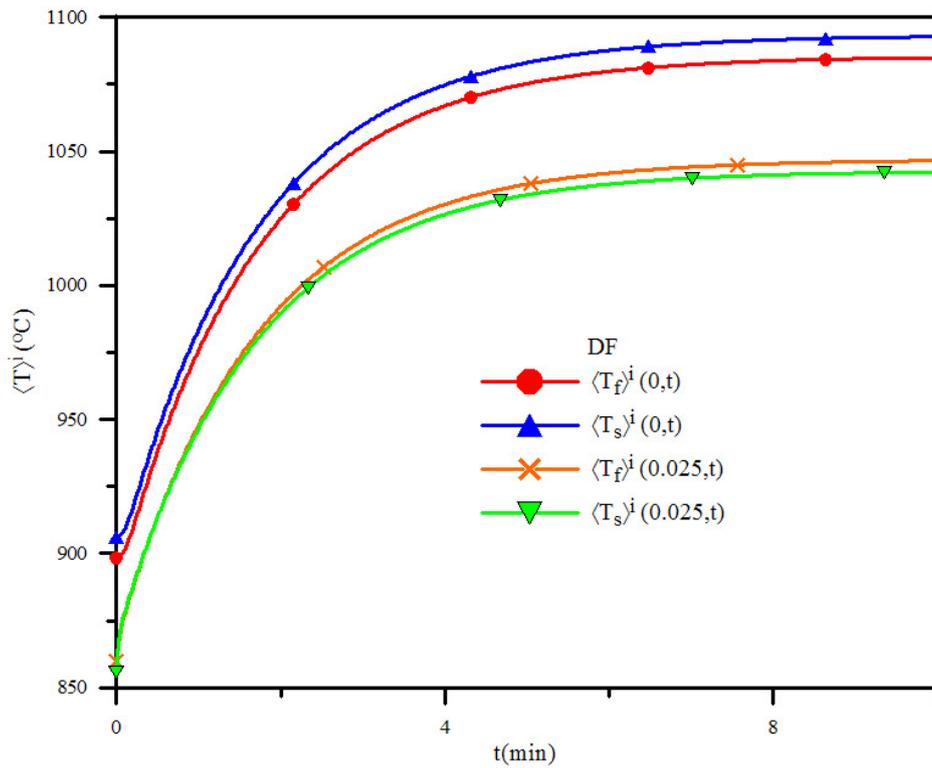


Figura 6.63: Caso 2 - Temperaturas macroscópicas centrais e na superfície das duas sub-regiões para $h_{fs} = 4000 \text{ W/m}^2\text{K}$ pelo MDF

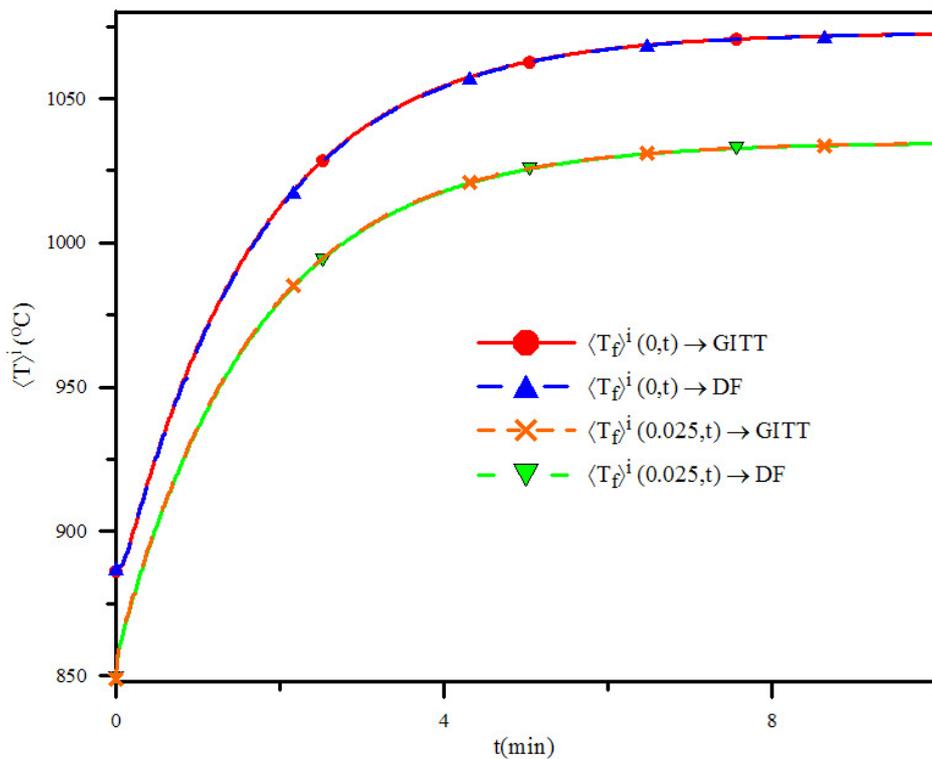


Figura 6.64: Caso 2 - Temp. macrosc. central e na superfície, na sub-reg. de grafite, pelos modelos distribuídos que usam a GITT ou o MDF p/ $h_{fs} = 200 \text{ W/m}^2\text{K}$

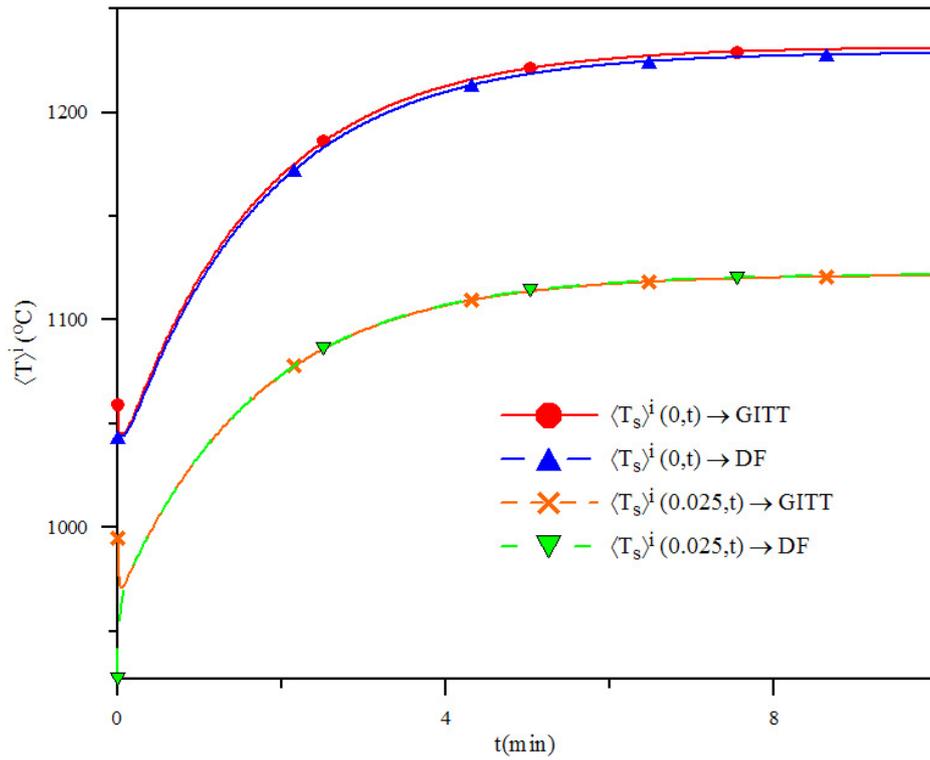


Figura 6.65: Caso 2 - Temp. macroscópicas central e na superfície, na sub-reg. de UO_2 , pelos modelos distribuídos que usam a GITT ou o MDF $p/h_{fs} = 200 \text{ W/m}^2\text{K}$

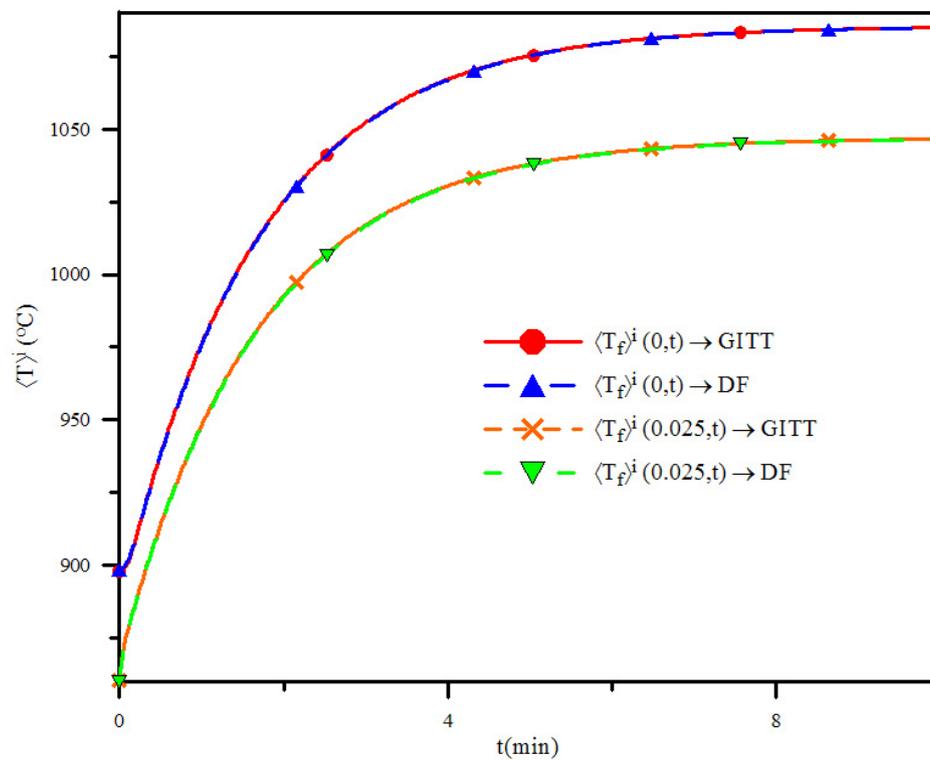


Figura 6.66: Caso 2 - Temp. macrosc. central e na superfície, na sub-reg. de grafite, pelos modelos distribuídos que usam a GITT ou o MDF para $h_{fs} = 4000 \text{ W/m}^2\text{K}$

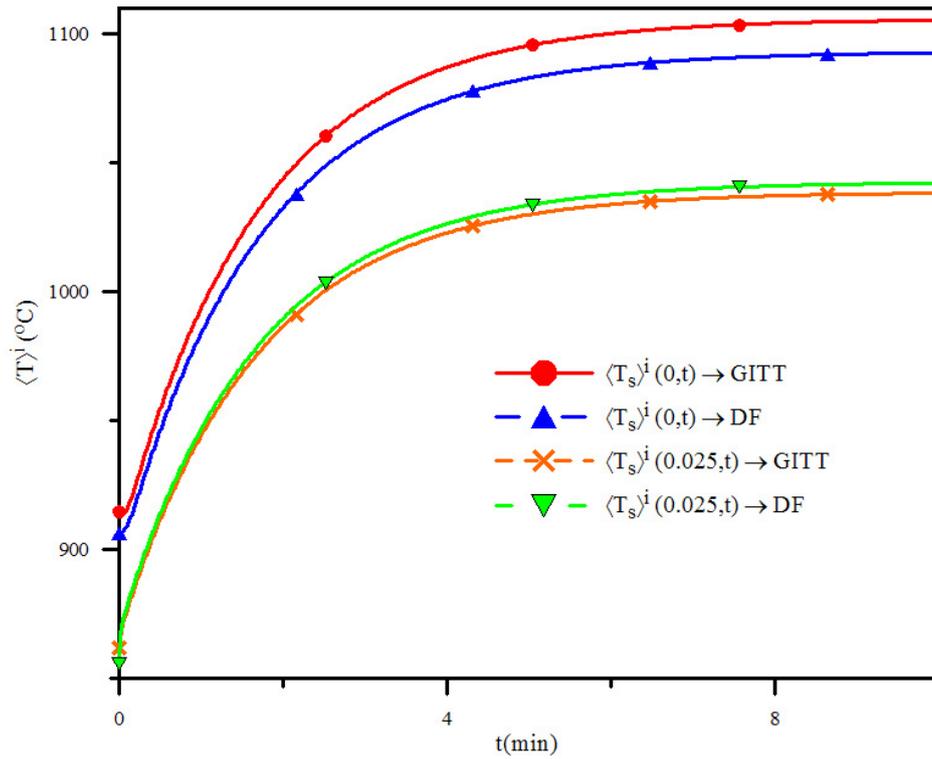


Figura 6.67: Caso 2 - Temp. macrosc. central e na superfície, na sub-região de UO_2 , pelos modelos distribuídos que usam a GITT ou o MDF para $h_{fs} = 4000 W/m^2K$

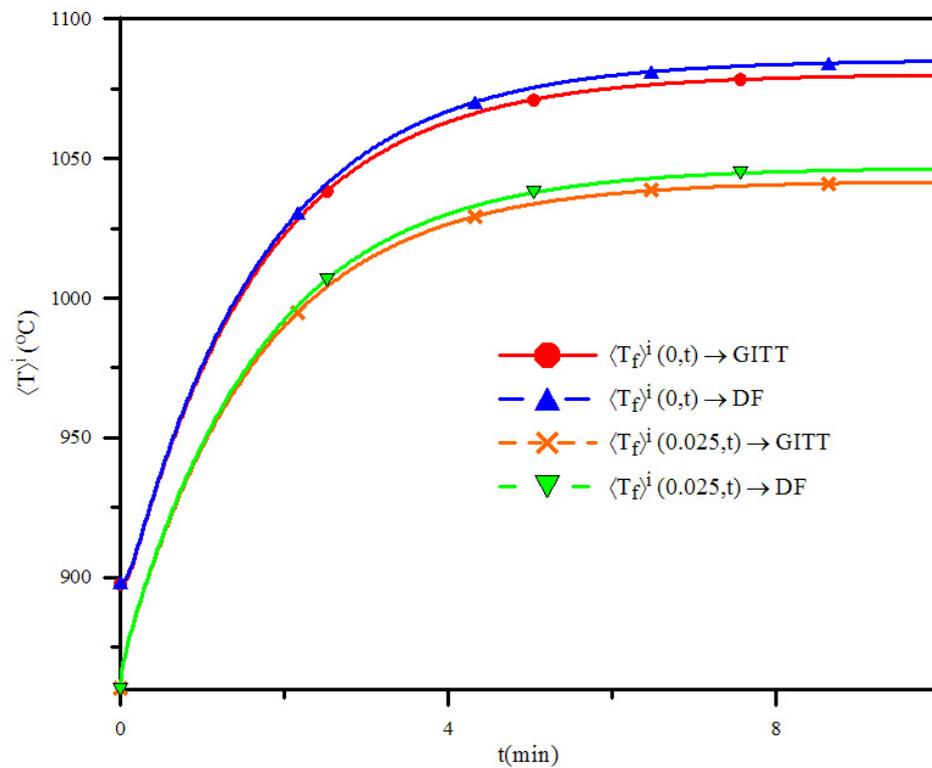


Figura 6.68: Caso 2 - Temp. macrosc. central e na superfície, na sub-reg. de grafite, pelos modelos distribuídos que usam a GITT ou o MDF para $h_{fs} = 60000 W/m^2K$

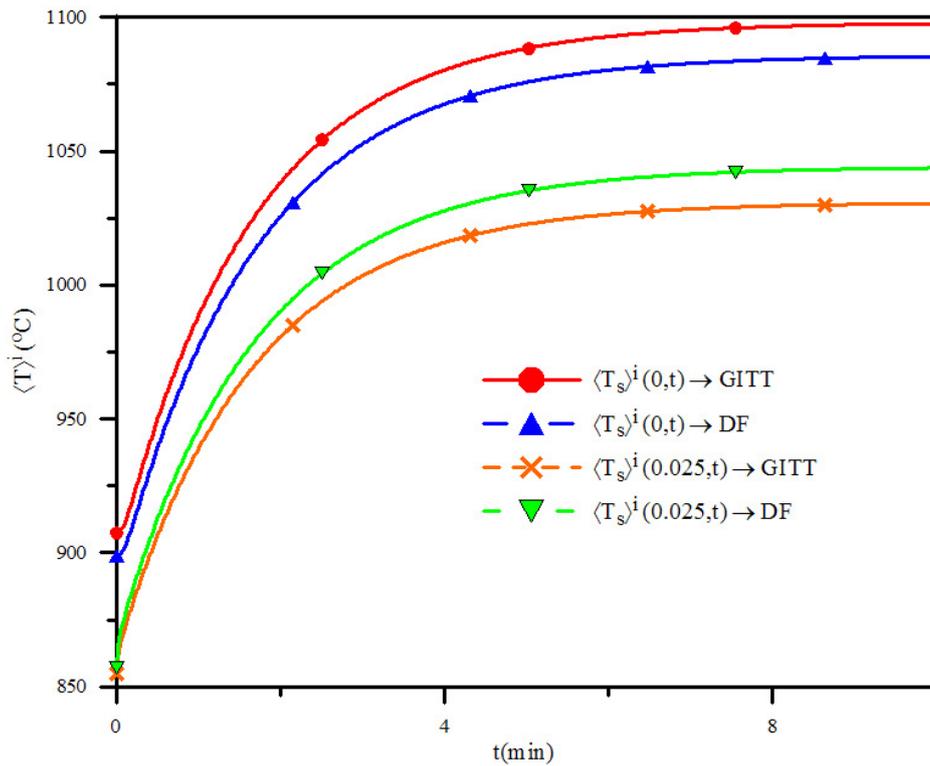


Figura 6.69: Caso 2 - Temp. macrosc. central e na superfície, na sub-região de UO_2 , pelos modelos distribuídos que usam a GITT ou o MDF para $h_{fs} = 60000 \text{ W/m}^2K$

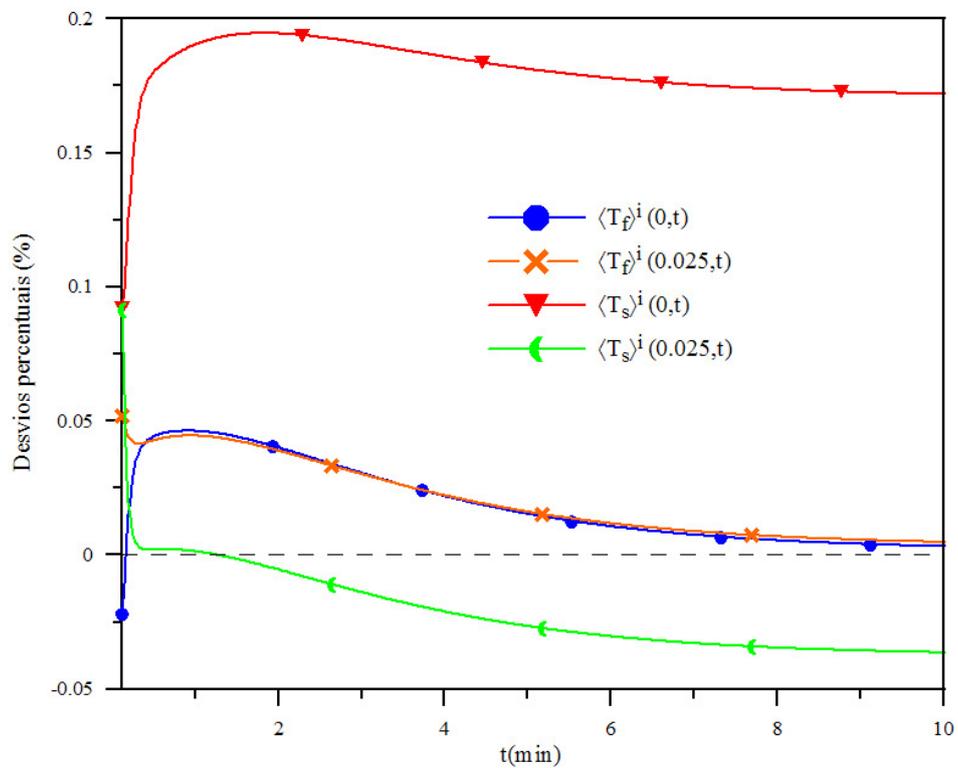


Figura 6.70: Caso 2 - Desvios percentuais entre o modelo distribuído que usa a GITT e o que usa o MDF para $h_{fs} = 200 \text{ W/m}^2K$

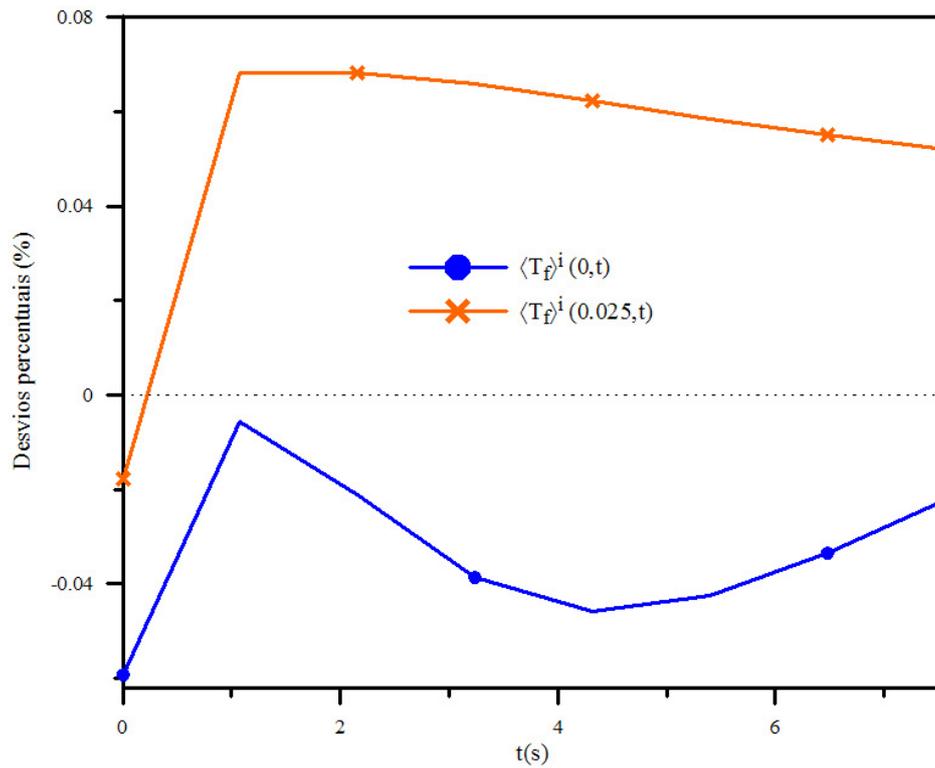


Figura 6.71: Caso 2 - Desvios percentuais, no início do transiente, para $h_{fs} = 200 \text{ W/m}^2\text{K}$ e para a sub-região de grafite

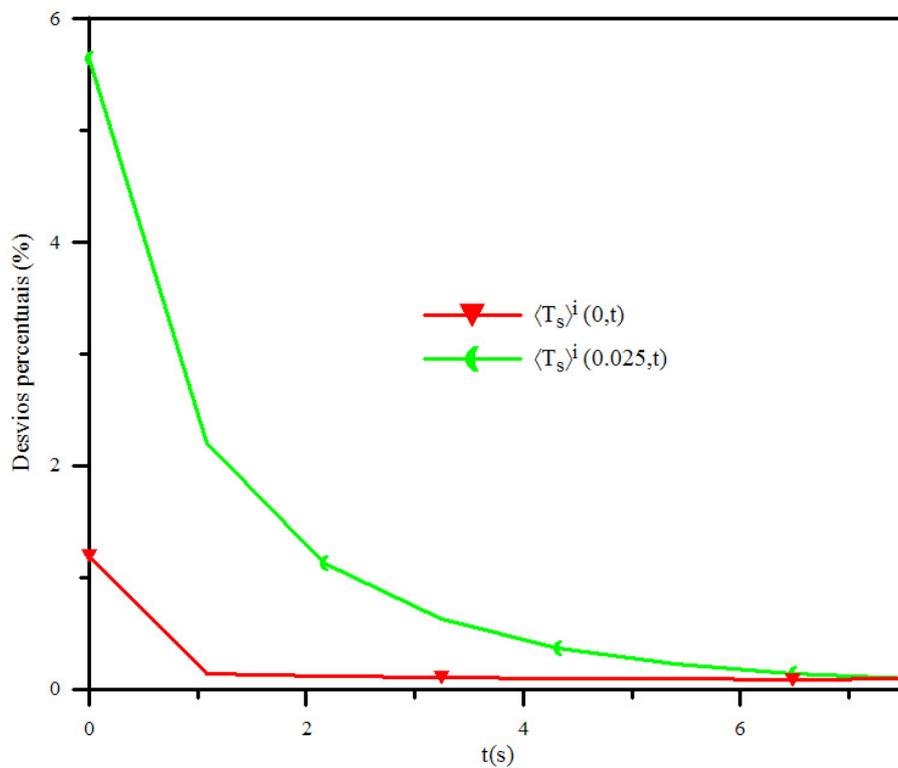


Figura 6.72: Caso 2 - Desvios percentuais, no início do transiente, para $h_{fs} = 200 \text{ W/m}^2\text{K}$ e para a sub-região de UO_2

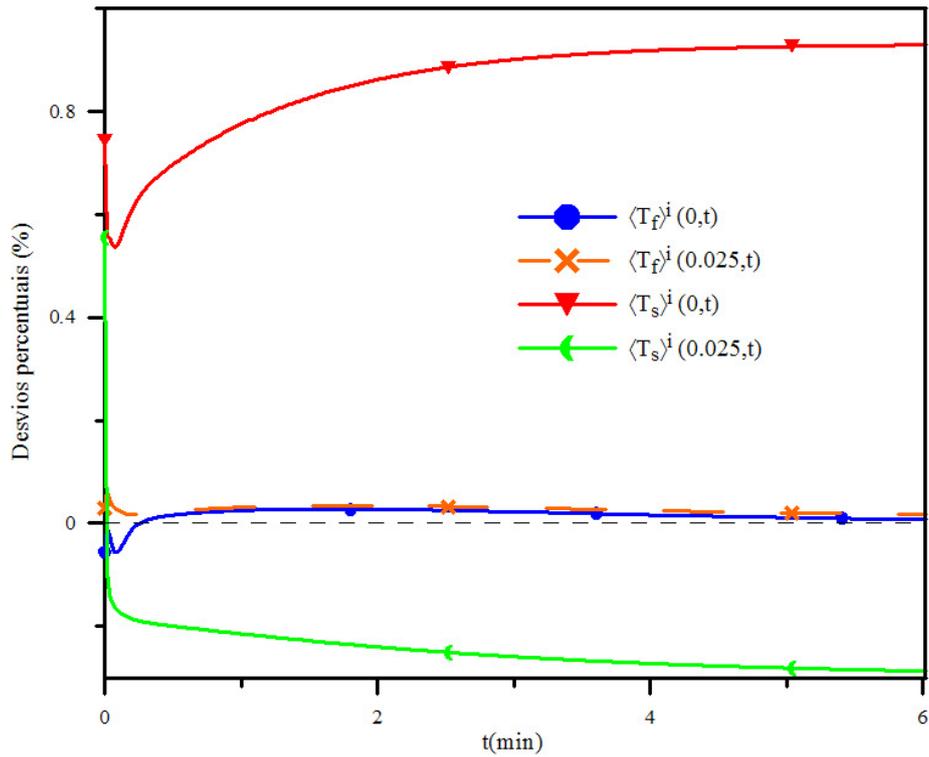


Figura 6.73: Caso 2 - Desvios percentuais entre o modelo distribuído que usa a GITT e o que usa o MDF para $h_{fs} = 4000 \text{ W/m}^2\text{K}$

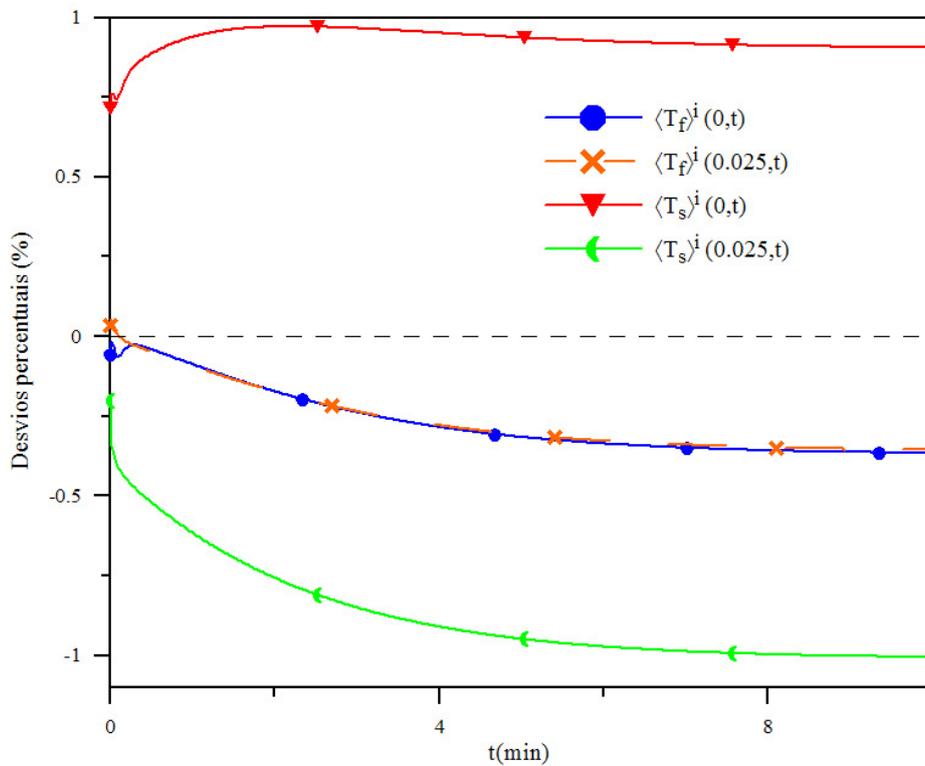


Figura 6.74: Caso 2 - Desvios percentuais entre o modelo distribuído que usa a GITT e o que usa o MDF para $h_{fs} = 60000 \text{ W/m}^2\text{K}$

Tabela 6.23: Caso 2 - Máximos (D_M) e médias (d_m) dos módulos dos desvios percentuais entre o modelo distribuído que usa a GITT e o que usa o MDF

	h_{fs}	$\langle T_j \rangle^i(0, t)$			$\langle T_j \rangle^i(0.025, t)$		
		t_M	D_M	d_m	t_M	D_M	d_m
$j \rightarrow f$	200	0.00	0.06	0.02	0.04	0.07	0.02
	4000	0.09	0.06	0.02	0.02	0.06	0.03
	60000	10.01	0.37	0.27	10.01	0.36	0.26
$j \rightarrow s$	200	0.00	1.20	0.18	0.00	5.64	0.04
	4000	6.01	0.93	0.86	0.00	0.56	0.25
	60000	2.21	0.97	0.93	10.01	1.01	0.88

Obs: h_{fs} em W/m^2K ; t_M é o tempo em que acontece o máx. dos mód. dos desvios em minutos

Capítulo 7

Conclusões e sugestões

O presente trabalho apresentou e analisou formulações (as dos modelos de parâmetros concentrados clássico e melhorados $H_{2,0} - H_{0,0}$ e $H_{2,1} - H_{0,0}$) e uma metodologia (a GITT) simplificadas para a determinação das temperaturas macroscópicas transientes uni-dimensionais de um elemento combustível esférico dos HTGRs do tipo “pebble-bed”, composto, por hipótese, por uma matriz de grafite com partículas de combustível de UO_2 dispersas. As equações macroscópicas de energia foram obtidas por meio do modelo de duas equações de energia.

Foram simulados um LOFA e o transiente causado por uma mudança instantânea do coeficiente de transferência de calor convectivo do gás He, foi verificada a validade dos modelos e da metodologia propostos, e determinado qual entre os modelos de parâmetros concentrados estudados foi o mais preciso, pela comparação entre os respectivos resultados e os do método de diferenças finitas.

Foi realizado um estudo conservativo em relação ao coeficiente de transferência de calor interfacial h_{fs} , por ainda não haver na literatura algum trabalho que tenha calculado h_{fs} para a condução de calor com geração de calor em uma das sub-regiões.

Os resultados foram considerados precisos, medianos e imprecisos, quando os respectivos desvios percentuais foram, respectivamente, menores que 1%, entre 1% e 2%, e maiores que 2%.

Dos resultados obtidos, pode-se concluir que:

- a aproximação melhorada $H_{2,0} - H_{0,0}$ é sempre válida na determinação das temperaturas macroscópicas médias das duas sub-regiões, com resultados

sempre precisos (chegando a ser, dependendo da simulação, muito precisos, ou seja, com desvios percentuais menores que 0.1%), ao contrário das aproximações clássica e melhorada $H_{2,1} - H_{0,0}$, as quais, em uma das simulações realizadas, apresentaram resultados medianos, sendo que a penúltima aproximação (a CLSA) é a mais imprecisa das três;

- da mesma forma, na determinação das temperaturas macroscópicas centrais e na superfície **da sub-região de grafite**, a aproximação melhorada $H_{2,0} - H_{0,0}$ é sempre válida, com as médias (d_m) dos módulos dos desvios percentuais variando de precisos a muito precisos, enquanto que a aproximação $H_{2,1} - H_{0,0}$ teve alguns resultados medianos;

- contudo, para a sub-região de UO_2 , ambos os modelos concentrados $H_{2,0} - H_{0,0}$ e $H_{2,1} - H_{0,0}$ não são indicados para a determinação das temperaturas macroscópicas nos contornos, porque, em uma das simulações realizadas, estas duas aproximações apresentaram resultados muito imprecisos, com $d_m > 15\%$ (para as temperaturas centrais) e $d_m > 4\%$ (para as temperaturas na superfície).

- a GITT, por sua vez, é sempre válida na determinação das temperaturas macroscópicas centrais e na superfície das duas sub-regiões com a precisão escolhida, a qual depende do valor de n arbitrado e de eventuais limitações do computador usado em permitir ou não que o respectivo programa seja rodado no tempo desejado (não excessivamente longo).

Assim, este trabalho conseguiu atingir seu objetivo de apresentar e analisar formulações e metodologia simplificadas híbridas numérico-analíticas, alternativas em relação às soluções numéricas, precisas e com custo computacional baixo, na determinação das temperaturas macroscópicas transientes de um elemento combustível esférico particulado.

A contribuição acadêmica deste trabalho é a combinação destas formulações de parâmetros concentrados e da metodologia da GITT com o modelo de duas equações de energia, ainda pouco explorado, na condução de calor transiente no referido elemento combustível.

Os seguintes trabalhos são sugeridos para dar continuidade a este:

- determinação de h_{fs} para a condução de calor com geração de calor em

uma das sub-regiões, a exemplo do que já foi feito para os escoamentos laminar e turbulento em um meio poroso rígido sem geração de calor em ambas as sub-regiões;

- combinação do modelo de duas equações de energia, que prevê apenas duas sub-regiões, com outros modelos que permitam a inclusão dos revestimentos das partículas de combustível e a inclusão do revestimento de grafite do elemento combustível na análise da condução de calor;

- consideração das propriedades termofísicas de cada sub-região dependentes da temperatura;

- inclusão, no caso de um LOFA, do transporte do calor de decaimento, por condução e por radiação, da zona onde encontram-se os elementos combustíveis esféricos para os refletores de grafite e para o vaso de contenção de concreto circundantes;

- melhora da convergência dos resultados que se obtém à medida que cresce o número n das autofunções ψ_{1i} ou ψ_{2i} da solução pela GITT, através da utilização de um filtro, como, por exemplo, a solução clássica por parâmetros concentrados, para eliminar o termo fonte da equação macroscópica de condução de calor da sub-região sólida;

- comparação dos modelos de parâmetros concentrados com o de parâmetros distribuídos que usa a GITT, em termos dos custos computacionais e da precisão dos resultados;

- solução analítica, em vez da numérica, do sistema de equações diferenciais ordinárias obtido no modelo distribuído que usa a GITT, usando-se o comando DSolve do programa Mathematica em vez do NDSolve, verificando-se se esta mudança acarreta diminuição do tempo de processamento ou aumento da precisão dos resultados, bem como a eliminação das respectivas instabilidades numéricas observadas.

Referências Bibliográficas

- Akiyoshi, M., Takagi, I., Yano, T., Akasaka, N., e Tachi, Y. (2006). Thermal conductivity of ceramics during irradiation. *Fusion Engineering and Design*, 81 Issues 1-7:321–325.
- Barabash, V., Mazul, I., Latypov, R., Pokrovsky, A., e Wu, C. H. (2002). The effect of low temperature neutron irradiation and annealing on the thermal conductivity of advanced carbon-based materials. *Journal of Nuclear Materials*, 307-311 Part 2:1300–1304.
- Barros, F. e Cotta, R. (2007). Integral transforms for three-dimensional steady turbulent dispersion in rivers and channels. *Applied Mathematical Modelling*, 31:2719–2732.
- Bastien, D., Chevalier, A., Haverkate, B. R. W., Hittner, D., Magill, J., Proto, G., Reutler, H., Taylor, N., e Lenza, W. V. (1998). Recommendations for the development of the high temperature reactors HTRS. In: *Proceedings of the Technical Committee on Safety Related Design and Economic Aspects of HTGRs*, pp. 9-22, Beijing, China.
- Baydakov, A. G., Kodochigov, N. G., Kuzavkov, N. G., e Vorontsov, V. E. (1998). GT-MHR as economical highly efficient inherently safe modular gas cooled reactor for electric power generation. In: *Proceedings of the Technical Committee on Safety Related Design and Economic Aspects of HTGRs*, pp. 23-34, Beijing, China.
- Cerqueira, D. R. e Su, J. (2005). Conjugate heat transfer of laminar forced convection in a circular duct with wall axial heat conduction. *International Nuclear Atlantic Conference - INAC*.

- Cheroto, S., Guigon, S. M. S., Ribeiro, J. W., e Cotta, R. M. (1997a). Lumped-differential formulations for drying in capillary porous media. *Drying Technology*, 15(3-4):811–835.
- Cheroto, S., Santos, C. A. C., e Kakac, S. (1997b). Hybrid-analytical investigation of unsteady forced convection in parallel-plate channels for thermally developing flow. *Heat and Mass Transfer*, 32(5):317–324.
- Cotta, R. e Mikkhailov, M. D. (1997). *Heat Conduction Lumped Analysis, Integral Transforms, Symbolic Computation*. John Wiley & Sons.
- Cotta, R. M. (1993). *Integral Transforms in Computational Heat and Fluid Flow*. CRC Press, Boca Raton.
- Dantas, L. B., Orlande, H. R., e Cotta, R. M. (2007). Improved lumped-differential formulations and hybrid solution methods for drying in porous media. *International Journal of Thermal Sciences*, 46(9):878 – 889.
- Eskom (2009). *Pebble Bed Reactor Technology*, http://www.eskom.co.za/nuclear_energy/pebble_bed/pebble_bed.html.
- Gasstone, S. e Sesonske, A. (1987a). Appendix. In: *Nuclear Reactor Engineering*, 3 ed., Van Nortrand Reinhold Company.
- Gasstone, S. e Sesonske, A. (1987b). Power reactor systems. In: *Nuclear Reactor Engineering*, 3 ed., Capítulo 12, Van Nortrand Reinhold Company.
- Gougar, H. D., Ougouag, A. M., e Terry, W. K. (2004a). Advanced core design and fuel management for pebble-bed reactors. *INEEL - Home of Science and Engineering Solutions*, INEEL/EXT-04-02245, Capítulo 8, Idaho National Engineering and Environmental Laboratory, Idaho.
- Gougar, H. D., Ougouag, A. M., e Terry, W. K. (2004b). Design of a very high temperature reactor. In: *Advanced core design and fuel management for pebble-bed reactors*, INEEL/EXT-04-02245, Capítulo 6, Idaho National Engineering and Environmental Laboratory, Idaho.

- Gougar, H. D., Ougouag, A. M., e Terry, W. K. (2004c). Modeling pebble bed cores with PEBBED. In: *Advanced core design and fuel management for pebble-bed reactors*, INEEL/EXT-04-02245, Capítulo 3, Idaho National Engineering and Environmental Laboratory, Idaho.
- Haque, H., Feltes, W., e Brinkmann, G. (2006). Thermal response of a modular high temperature reactor during passive cooldown under pressurized and depressurized conditions. *Nuclear Engineering and Design*, 236 Issues 5-6:475–484.
- Hsu, C. (1999). A closure model for transient heat conduction in porous media. *Journal of Heat Transfer*, 121:733–739.
- IAEA-TECDOC-1163 (2000a). Code to experiment benchmark exercises. In: *Heat transport and afterheat removal for gas cooled reactors under accident conditions*, capítulo 4, International Atomic Energy Agency.
- IAEA-TECDOC-1163 (2000b). Model validation code to code benchmark exercises. In: *Heat transport and afterheat removal for gas cooled reactors under accident conditions*, capítulo 3, International Atomic Energy Agency.
- IAEA-TECDOC-1198 (2001a). Review of the pebble bed modular reactor PBMR plant. In: *Current status and future development of modular high temperature gas cooled reactor technology*, Capítulo 3, International Atomic Energy Agency.
- IAEA-TECDOC-1198 (2001b). HTGR development and general features. In: *Current status and future development of modular high temperature gas cooled reactor technology*, Capítulo 2, International Atomic Energy Agency.
- IAEA-TECDOC-1210 (2001). Safety related design and economic aspects of HTGRs. *International Atomic Energy Agency*.
- IAEA-TECDOC-1382 (2003a). The high temperature gas cooled reactor test module core physics benchmarks. In: *Evaluation of high temperature gas cooled reactor performance: Benchmark analysis to initial testing of the HTTR and HTR-10*, Capítulo 4, International Atomic Energy Agency.

- IAEA-TECDOC-1382 (2003b). High temperature test reactor (HTTR) reactor physics benchmarks. In: *Evaluation of high temperature gas cooled reactor performance: Benchmark analysis to initial testing of the HTTR and HTR-10*, Capítulo 2, International Atomic Energy Agency.
- Jing, X., Xu, X., Yang, Y., e Qu, R. (2002). Prediction calculations and experiments for the first criticality of the 10 MW high temperature gas cooled reactor test module. *Nuclear Engineering and Design*, 218:43–49.
- Kloosterman, J. L. (2003). Application of boron and gadolinium burnable poison particles in UO₂ and PuO₂ fuels in HTRs. *Annals of Nuclear Energy*, 30 Issue 17:1807–1819.
- Kuijper, J. C., Raepsaet, X., e de Haas, J. B. M. (2006). HTGR reactor physics and fuel cycle studies. *Nuclear Engineering and Design*, 236 Issues 5-6:615–634.
- Kuwahara, F., Nakayama, A., e Koyama, H. (1996). A numerical study of thermal dispersion in porous media. *Journal of Heat Transfer-Transactions of the Asme*, 118(3):756–761.
- Kuwahara, F., Shiota, M., e Nakayama, A. (2001). A numerical study of interfacial convective heat transfer coefficient in two-energy equation model for convection in porous media. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 44(6):1153–1159.
- Lamarsh, J. R. (1983). Nuclear reactors and nuclear power. In: *Introduction to Nuclear Engineering*, Capítulo 4, Addison-Wesley.
- Lee, Y.-M., Yang, R.-B., e Gau, S.-S. (2006). A generalized self-consistent method for calculation of effective thermal conductivity of composites with interfacial contact conductance. *Int. Comm. Heat and Mass Transfer*, 33:142–150.
- Liu, D.-M. e Lin, B.-W. (1996). Thermal conductivity in hot-pressed silicon-carbide. *Ceramics International*, 22:407–414.
- Liu, Z., Zhang, G., Li, H., Sun, J., e Ren, M. (2005). Al (Alumínio) infiltrated C-C hybrid composites. *Materials and Design*, 26 Issue 1:83–87.

- Mennig, J., Auerbach, T., e Halg, W. (1983). Two point hermite approximation for the solution of linear initial value and boundary value problems. *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 39:199–224.
- Miller, G. K., Petti, D. A., e Maki, J. T. (2004). Consideration of the effects of partial debonding of the IPyC and particle asphericity on triso-coated fuel behavior. *Journal of Nuclear Materials*, 334:79–89.
- Miller, G. K., Petti, D. A., Maki, J. T., e Knudson, D. L. (2006). An evaluation of the effects of SiC layer thinning on failure of triso-coated fuel particles. *Journal of Nuclear Materials*, 355 Issues 1-3:150–162.
- Nakayama, A., Kuwahara, F., Sugiyama, M., e Xu, G. (2001). A two-energy equation model for conduction and convection in porous media. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 44:4375–4379.
- Pedras, M. H. J. e de Lemos, M. J. S. (2000). On the definition of turbulent kinetic energy for flow in porous media. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 27(2):211–220.
- Pedras, M. H. J. e de Lemos, M. J. S. (2001). Macroscopic turbulence modeling for incompressible flow through undeformable porous media. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 44:1081–1093.
- Pessoa, C. V., de Oliveira, C. L., e Su, J. (2008). Prediction of the thermal behavior of a particulate spherical fuel element using GITT. *12th Brazilian Congress of Thermal Engineering and Sciences - ENCIT*.
- Pessoa, C. V., de Oliveira, C. L., e Su, J. (2009). Prediction of the dynamical thermal behavior of a particulate spherical fuel element using lumped and distributed parameter models. *International Nuclear Atlantic Conference - INAC*.
- Pessoa, C. V. e Su, J. (2007a). Prediction of the dynamical thermal behavior of a HTGR multilayered spherical fuel particle using lumped and distributed parameter models. *International Nuclear Atlantic Conference - INAC*.

- Pessoa, C. V. e Su, J. (2007b). Prediction of the dynamical thermal behavior of the HTGR particulate spherical fuel element using the generalized self-consistent method for calculation of the effective thermal conductivity. *International Nuclear Atlantic Conference - INAC*.
- Pontedeiro, A. C. (2007). Modelos locais e concentrados para o estudo do comportamento térmico de elementos combustíveis nucleares. *Tese - COPPE / UFRJ, D.Sc., Engenharia Mecânica*.
- Pontedeiro, A. C., Cotta, R. M., e Su, J. (2004). Improved lumped model for transient heat conduction in a heat generating cylinder with temperature-dependent thermophysical properties. *ASME Heat Transfer/Fluids Engineering Summer Conference*.
- Pontedeiro, A. C., Cotta, R. M., e Su, J. (2005). Thermal analysis of high burn-up nuclear fuel rod using improved lumped model and Kirchhoff transform. *International Nuclear Atlantic Conference - INAC*.
- Pontedeiro, A. C., Cotta, R. M., e Su, J. (2007). Thermal analysis of high burn-up nuclear fuel rod using generalized integral transform technique. *International Nuclear Atlantic Conference - INAC*.
- Quintard, M. e Whitaker, S. (1995). Local thermal equilibrium for transient heat conduction: theory and comparison with numerical experiments. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 38(15):2779–2796.
- Regis, C. R., Cotta, R. M., e Su, J. (2000). Improved lumped analysis of transient heat conduction in a nuclear fuel rod. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 27 No.3:357–366.
- Reitsma, F., Strydom, G., e de Haas, J. (2006). The PBMR steady-state and coupled kinetics core thermal-hydraulics benchmark test problems. *Nuclear Engineering and Design*, 236:657–668.

- Ribeiro, J. W., Cotta, R. M., e Mikhailov, M. D. (1993). Integral transform solution of Luikov equations for heat and mass-transfer in capillary-porous media. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 36(18):4467–4475.
- Saito, M. B. e de Lemos, M. J. S. (2005). Interfacial heat transfer coefficient for non-equilibrium convective transport in porous media. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 32(5):666–676.
- Saito, M. B. e de Lemos, M. J. S. (2006). A correlation for interfacial heat transfer coefficient for turbulent flow over an array of square rods. *Journal of Heat Transfer - Transactions of the ASME*, 128:444–452.
- Snead, L., Zinkle, S., e White, D. (2005). Thermal conductivity degradation of ceramic materials due to low temperature, low dose neutron irradiation. *Journal of Nuclear Materials*, 340 Issues 2-3:187–202.
- Su, J. (2001). Improved lumped models for asymmetric cooling of a long slab by heat convection. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 28 No.7:973–983.
- Su, J. (2004). Improved lumped models for transient radiative cooling of a spherical body. *International Communications Heat Transfer*, 31, No.1:85–94.
- Su, J. e Cotta, R. M. (2001). Improved lumped parameter formulation for simplified LWR thermohydraulic analysis. *Annals of Nuclear Engineering*, 28:1019–1031.
- Terry, W. K., Jewell, J. K., e Briggs, J. B. (2004). Assessments of reactor physics facilities / experiments for the prismatic-block-type NGNP. In: *Preliminary Assessment of Existing Experimental Data for Validation of Reactor Physics Codes and Data for NGNP Design and Analysis*, Capítulo 3, Idaho National Engineering and Environmental Laboratory, Idaho.
- Todreas, N. E. e Kasimi, M. S. (1990). *Nuclear systems I - Thermal hydraulic fundamentals*, volume Hemisphere Publishing Corporation, New York, USA.
- Verkerk, E. C. e Kikstra, J. F. (2003). Comparison of two models of a high temperature reactor coupled to a gas turbine. *Nuclear Engineering and Design*, 220:51–65.

- Whitaker, S. (1999). *The Method of Volume Averaging*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- Xu, Y. e Zuo, K. (2002). Overview of the 10 MW High Temperature Gas Cooled Reactor-Test Module project. *Nuclear Engineering and Design*, 218 Issues 1-3:13–23.
- Zhang, Z., Wu, Z., Sun, Y., e Li, F. (2006). Design aspects of the chinese modular high-temperature gas-cooled reactor HTR-PM . *Nuclear Engineering and Design*, 236(5-6):485–490.