

RECONSTRUÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE POTÊNCIA NUCLEAR NO  
ELEMENTO COMBUSTÍVEL HETEROGÊNEO

Paulo Conti Filho

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS  
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS  
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS  
EM ENGENHARIA NUCLEAR.

Aprovada por:

---

Prof. Aquilino Senra Martinez, D.Sc.

---

Prof. Fernando Carvalho da Silva, D.Sc.

---

Prof. Antonio Carlos Marques Alvim, Ph.D.

---

Prof. Sérgio de Queiroz Bogado Leite, Ph.D.

---

Prof. Hermes Alves Filho, D.Sc.

---

Prof. Roberto David Martinez Garcia, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

OUTUBRO DE 2005

FILHO, PAULO CONTI

Reconstrução da Distribuição de Potência Nuclear no Elemento Combustível Heterogêneo [Rio de Janeiro] 2005

VIII, 133 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, D.SC., Engenharia Nuclear, 2005)

Tese – Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Difusão de Nêutrons Multigrupo
2. Modelagem Computacional
3. Malha Grossa Bidimensional
4. Reconstrução de Fluxo de Nêutrons

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

## DEDICATÓRIA

A minha mulher Heloíza e a minha filha Paula,  
pela paciência e compreensão.

## AGRADECIMENTOS

A elaboração de uma tese de doutorado é uma tarefa que somente poucos podem concluí-la sem o auxílio de muitos, como não me enquadro neste caso, cabe a mim, por uma questão de justiça, expressar meus sinceros agradecimentos a todos aqueles que direta ou indiretamente contribuíram para o término deste trabalho, em especial:

A Comissão Nacional de Energia Nuclear por me ter concedido a liberação em tempo parcial para cursar as disciplinas e elaborar esta tese.

Ao Programa de Engenharia Nuclear PEN/COPPE/UFRJ, por ter me aceito em seu quadro discente e por todos os conhecimentos transmitidos, em especial pelos queridos professores: Aquilino Senra Martinez, Fernando Carvalho da Silva e Antonio Carlos Marques Alvim.

A equipe do CIN/CNEN em especial a bibliotecária Maria Emília Frade de Mello, pelo apoio na busca, pesquisa e obtenção de artigos e livros, tão necessários à realização desta pesquisa.

Aos amigos e colegas do Grupo de Desempenho do Núcleo da Coordenação de Reatores da CNEN, Dr. Sérgio de Queiroz Bogado Leite, Dr<sup>a</sup> Maria da Conceição Michiyo Koide pelo incentivo e em especial ao Dr. José Luiz Batista pelo apoio incondicional à realização deste doutorado.

Ao amigo e colega do Grupo de Termo-hidráulica da Coordenação de Reatores da CNEN, Dr. Auro Correia Pontedeiro por ter me apresentado ao maravilhoso mundo da computação simbólica (Mathematica).

A todos os chefes da SEASE (Serviço de Avaliação de Segurança) e da CODRE (Coordenação de Reatores) que souberam dosar a cobrança de trabalhos com a cessão de tempo necessário para o estudo, pesquisa e elaboração desta tese.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

## RECONSTRUÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE POTÊNCIA NUCLEAR NO ELEMENTO COMBUSTÍVEL HETEROGÊNEO

Paulo Conti Filho

Outubro / 2005

Orientadores: Aquilino Senra Martinez

Fernando Carvalho da Silva

Programa: Engenharia Nuclear

Um novo método de reconstrução de potência pino a pino utilizando o método dos Pseudo-Harmônicos é apresentado. O método perturbativo com Pseudo-Harmônicos foi usado para obter o fluxo de nêutrons (e a potência do pino) na região perturbada (elemento combustível heterogêneo). Usando como dados de entrada, entre outros, as condições de contorno (correntes médias e fluxos médios nas interfaces),  $k_{\text{eff}}$  e o fluxo médio do elemento combustível obtidos de cálculo de malha grossa, o código de reconstrução calcula a distribuição de potência pino a pino no interior do elemento combustível heterogêneo. Para demonstrar sua precisão e aplicabilidade em problemas realísticos, o novo método foi testado no primeiro núcleo da unidade 1 de Ulchin (Coréia do Sul), que é um reator a água pressurizada Framatome com 2775 MW térmicos. O cálculo de referência usando o código Citation foi realizado em malha fina (5x5 pontos de malha por pino) e considerou explicitamente o baffle (sem homogeneização do baffle/refletor) Os resultados obtidos para o caso exemplo de Ulchin-1 mostraram uma boa precisão do método. A máxima diferença na potência do pino é de aproximadamente 4%.

Abstract of Thesis present to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

NUCLEAR POWER DISTRIBUTION RECONSTRUCTION WITHIN THE  
HETEROGENEOUS FUEL ASSEMBLY

Paulo Conti Filho

October / 2005

Advisors: Aquilino Senra Martinez  
Fernando Carvalho da Silva

Department: Nuclear Engineering

A new pin power reconstruction method employing the Pseudo-Harmonics method is present. The Pseudo-Harmonics with perturbation method was used to obtain the neutron flux (and the pin power) in the perturbed region (heterogeneous fuel assembly). Using as input data, among others, the boundary conditions (interface-averaged currents and interface-averaged fluxes),  $k_{\text{eff}}$  and averaged fuel assembly flux obtained from coarse mesh calculation, the reconstruction code calculates the pin power distribution inside the heterogeneous fuel assembly. To demonstrate its accuracy and applicability to realistic problem, the new method was tested on the initial core of Ulchin (South Korean) unit 1, which is a Framatome type pressurized water reactor at 2775 MW thermal. The Citation code reference calculation was carried out in very fine mesh (5x5 mesh points per pin) and it considered explicitly the baffle and the reflector (without baffle/reflector homogenization). Results obtained for the Ulchin-1 pin power benchmark problem shows good accuracy of method. The pin power maximum difference is approximately 4 %.

## ÍNDICE DO TEXTO

	Pág.
<b>DEDICATÓRIA</b>	<b>iii</b>
<b>AGRADECIMENTOS</b>	<b>iv</b>
<b>RESUMO</b>	<b>v</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>vi</b>
<b>ÍNDICE DO TEXTO</b>	<b>vii</b>
<b>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
<b>1.1 Apresentação da Natureza e Dificuldades do Problema</b>	<b>1</b>
<b>1.2 Revisão Bibliográfica</b>	<b>5</b>
<b>1.3 Objetivo do Trabalho</b>	<b>9</b>
<b>1.4 Descrição dos Capítulos</b>	<b>10</b>
<b>CAPÍTULO 2 – FORMULAÇÃO MATEMÁTICA</b>	<b>12</b>
<b>2.1 A Teoria da Perturbação Aplicada a Reconstrução do Fluxo / Potência de um Elemento Combustível Heterogêneo</b>	<b>12</b>
<b>CAPÍTULO 3 – MODELO NUMÉRICO DE RECONSTRUÇÃO DE FLUXO / POTÊNCIA</b>	<b>20</b>
<b>3.1 A Linguagem de Programação Numérico Simbólica MATHEMATICA</b>	<b>20</b>
<b>3.2 O Programa de Reconstrução de Fluxo / Potência</b>	<b>21</b>
<b>CAPÍTULO 4 – CRITÉRIOS PARA A CONSTRUÇÃO DE UMA SOLUÇÃO DE REFERÊNCIA</b>	<b>30</b>
<b>4.1 Um Erro Frequente na Escolha de uma Solução de Referência</b>	<b>30</b>
<b>4.1.1 Arranjos de Elementos Combustíveis <i>Benchmark#1</i> e <i>Benchmark#2</i></b>	<b>31</b>
<b>4.1.2 Reator Bi-dimensional <i>Benchmark#3</i></b>	<b>40</b>

<b>4.1.3 Reator Tri-dimensional EPRI-9R 3D</b>	<b>44</b>
<b>4.1.4 Reator Bi-dimensional de Koebke</b>	<b>52</b>
<b>4.2 O Reator Nuclear de ULCHIN-1</b>	<b>61</b>
<b>4.3 Observações Relativas ao Critério de Convergência Baseado no Comprimento de Difusão de Nêutrons</b>	<b>74</b>
<b>CAPÍTULO 5 – RESULTADOS DA RECONSTRUÇÃO DE FLUXO / POTÊNCIA</b>	<b>78</b>
<b>5.1 Reconstrução de Fluxo / Potência Considerando 1 Nodo por Elemento Combustível</b>	<b>78</b>
<b>5.2 Reconstrução de Fluxo / Potência Considerando 2x2 Nodos para o Elemento Combustível EF</b>	<b>98</b>
<b>CAPÍTULO 6 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS</b>	<b>104</b>
<b>6.1 Conclusões</b>	<b>104</b>
<b>6.2 Sugestões para Trabalhos Futuros</b>	<b>105</b>
<b>ANEXO A – CONSTRUÇÃO DAS MATRIZES <math>A_1</math>, <math>A_2</math>, <math>F_1</math>, <math>F_2</math> e <math>Q</math> DOS SISTEMAS NÃO PERTURBADO E PERTURBADO</b>	<b>106</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>128</b>



# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1 Apresentação da Natureza e Dificuldades do Problema

Na análise do comportamento neutrônico de um reator nuclear, um dos parâmetros mais importantes é o valor do fluxo de nêutrons em um determinado ponto no núcleo do reator. Uma avaliação correta deste fluxo é necessária para uma boa estimativa da distribuição espacial de potência do reator e de outros parâmetros de igual relevância, para uma operação segura, tais como a margem de desligamento do reator, valor de barras de controle e curvas envelope para os fatores de potência, etc.

Desde os primórdios da Engenharia Nuclear esta tem sido uma das principais tarefas da área de Física de Reatores. Desde então, vários métodos foram desenvolvidos com o propósito de calcular o fluxo de nêutrons levando em consideração a complexidade da geometria e da composição do reator.

Dentre estes métodos, está o cálculo do fluxo de nêutrons a partir da equação de balanço com a aproximação da difusão multigrupo e solução em diferenças finitas. Este método, além de ser relativamente simples, fornece ótimos resultados, especialmente para reatores térmicos do tipo PWR (Pressurized Water Reactor), como é o caso dos reatores de ANGRA I e II, daí o motivo pelo qual as soluções de referência para vários problemas de cálculo de fluxo neutrônico serem calculadas por este método.

Porém, este método exige um grande esforço, não só computacional (tempo de processamento e memória) como também na discretização do problema, já que um núcleo de um reator PWR é formado por dezenas de milhares de varetas combustíveis e outras tantas de controle, veneno queimável e tubos guias. Atualmente a simulação tridimensional de um núcleo inteiro de grandes reatores PWR em um único micro-computador ainda tem um elevado custo computacional (o qual será diminuído à medida que os computadores se tornarem mais rápidos e, principalmente, com maior capacidade de memória RAM (Random Access Memory)).

Num futuro próximo, a simulação tridimensional em malha fina para grandes reatores PWR se tornará possível devido ao fato de que, ao contrário de outras áreas da engenharia, o tamanho dos maiores reatores nucleares não aumentou de dimensão ao longo das décadas nas quais o conhecimento associado à engenharia nuclear se desenvolveu e se solidificou.

Como exemplo de grandes reatores, está o reator de ANGRA-II que é um PWR composto de 193 elementos combustíveis e que produz 3765 MW térmicos em um volume ativo de aproximadamente  $39.82 \text{ m}^3$ , cujo projeto data da década de 1970. Quadro oposto verifica-se em outros campos da engenharia onde as soluções das equações que regem certos fenômenos de interesse são calculadas em amplos domínios espaciais (ex: engenharia naval, civil, prospecção de petróleo, etc...), o que torna o cálculo em malha fina ainda demasiado demorado e custoso para simples computadores pessoais.

Com o objetivo de eliminar esta limitação na simulação em malha fina de PWR e de outros tipos de grandes reatores (BWR (Boiling Water Reactor), etc) vários métodos de cálculo foram desenvolvidos visando utilizar pouca memória e tempo reduzido de processamento, bem como tornar fácil a discretização do núcleo do reator. Estes métodos, chamados nodais, nodalizam o núcleo do reator diminuindo substancialmente a memória necessária à resolução do problema, além de fornecer ótimos resultados para os parâmetros integrais. Os métodos nodais se valem do fato de que no núcleo do reator existem regiões (nodos) de tamanho razoavelmente grande e que no interior destes nodos os parâmetros nucleares (seções de choque) variam muito pouco.

Estes métodos nodais são atualmente as principais ferramentas de cálculo neutrônico nas grandes empresas e centros de pesquisa que realizam cálculos de reatores PWR. Infelizmente o cálculo global nodal de um reator não fornece as informações sobre o fluxo de nêutrons no interior dos nodos, pois no processo de nodalização os elementos estruturais internos característicos dos elementos combustíveis (varetas de diversos tipos) são substituídos por uma composição equivalente que a princípio conserva vários parâmetros, dentre eles as taxas de reação no interior do nodo. Assim sendo, os métodos nodais fornecem bons resultados para os parâmetros globais do reator, tais como o fator de multiplicação efetivo ( $k_{\text{eff}}$ ), o fluxo médio do nodo, a corrente média nas interfaces, o fluxo médio nas interfaces, etc. Vários métodos de

reconstrução do fluxo de nêutrons para o interior dos elementos combustíveis heterogêneos, a partir dos resultados do cálculo nodal de reatores já foram desenvolvidos nas últimas três décadas visando sanar esta limitação dos códigos nodais de não fornecer diretamente o fluxo pino a pino do elemento combustível.

Estes métodos de reconstrução de fluxo possuem basicamente o mesmo princípio de funcionamento, ou seja, primeiramente é realizado um cálculo global do reator através de um método nodal que fornece os parâmetros globais, tais como  $k_{eff}$ , fluxos médios, correntes médias, etc. Em seguida o esquema de reconstrução de fluxo para o interior do elemento combustível é executado utilizando como dados de entrada os parâmetros globais do reator anteriormente calculados, além da composição e geometria explícita do elemento combustível heterogêneo. Os resultados obtidos na reconstrução do fluxo no interior dos elementos combustíveis são de um modo geral razoáveis e fornecem uma boa estimativa dos principais parâmetros utilizados tanto na avaliação quanto na análise de segurança destes reatores.

Os métodos de reconstrução de fluxo podem ser divididos em dois grupos principais. O primeiro grupo engloba todos os métodos de reconstrução de fluxo que utilizam fatores de forma, que são obtidos durante o processo de homogeneização das seções de choque dos elementos combustíveis que compõem o reator que será simulado. Os fatores de forma são definidos como sendo a distribuição obtida pela razão do fluxo heterogêneo pelo fluxo homogêneo para um determinado elemento combustível com condição de contorno de corrente nula em todas as suas interfaces. Assim definidos, basta uma multiplicação desses fatores de forma com o fluxo homogêneo obtido a partir dos resultados do cálculo global (de malha grossa) do reator para se estimar qual será a distribuição de fluxo no interior do elemento combustível heterogêneo.

A Figura 1.1.1 ilustra o processo básico do cálculo dos fatores de forma, quando do cálculo das seções de choque homogeneizadas.

Elemento Combustível Heterogêneo

$$\sum_g^{het}(\phi_g^{het}(x,y)) \rightarrow \sum_g^{hom} = \frac{\iint_{EC} \phi_g^{het}(x,y) \cdot \Sigma_g^{het}(x,y) dx dy}{\iint_{EC} \phi_g^{het}(x,y) dx dy}$$

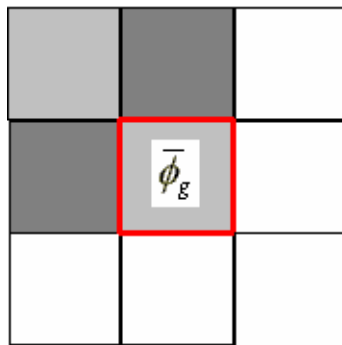
Elemento Combustível Homogêneo

Fatores de Forma

$$\sum_g^{hom}(\phi_g^{hom}(x,y)) \rightarrow f_g(x,y) = \frac{\phi_g^{het}(x,y)}{\phi_g^{hom}(x,y)}$$

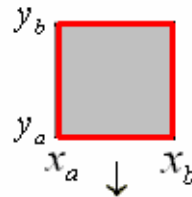
Figura 1.1.1: Cálculo dos fatores de forma para um elemento combustível.

Para obter uma estimativa do fluxo no interior de um elemento combustível heterogêneo que está submetido a quaisquer condições de contorno (condições estas que foram obtidas através do cálculo global do núcleo) basta calcular um fluxo para o elemento combustível homogêneo e multiplica-lo pelo fator de forma, assumindo que o fator de forma se mantém inalterado para qualquer condição de contorno nas interfaces. A Figura 1.1.2 ilustra o uso dos fatores de forma, após o cálculo global do reator. Importantes metodologias de cálculo neutrônico, tais como a SAV90 [1] da KWU-SIEMENS e a ANC [2] da Westinghouse utilizam os fatores de forma na reconstrução dos fluxos no interior dos elementos combustíveis heterogêneos.



Cálculo global do reator:  
 -keff  
 -condições de contorno nas interfaces  
 -fluxos médios nos nodos  $\bar{\phi}_g$

Elemento combustível homogêneo



$$\phi_g^{\text{hom}}(x, y) \rightarrow \phi_g^{\text{het}}(x, y) = f_g(x, y) \cdot \phi_g^{\text{hom}}(x, y)$$



Normalização do fluxo

$$\phi_g^{\text{rec}}(x, y) = \frac{\bar{\phi}_g}{\frac{1}{l_x l_y} \int_{x_a}^{x_b} \int_{y_a}^{y_b} \phi_g^{\text{het}}(x, y) dx dy} \cdot \phi_g^{\text{het}}(x, y)$$

onde  $l_x = x_b - x_a$      $l_y = y_b - y_a$

Figura 1.1.2: Uso dos fatores de forma para a reconstrução do fluxo heterogêneo.

O segundo grupo de métodos de reconstrução de fluxo engloba todos aqueles métodos que não se enquadram no primeiro grupo. Entre estes métodos estão aqueles que a partir das condições de contorno calculadas pelo cálculo global do núcleo, resolvem a equação de difusão multigrupo diretamente, obtendo assim uma boa estimativa para o fluxo no interior do elemento combustível. Além deste, o próprio método de reconstrução apresentado nesta tese também se enquadra neste segundo grupo, já que não se utilizam os fatores de forma.

## 1.2 Revisão Bibliográfica

Várias teses e artigos foram produzidos nas últimas três décadas a respeito da reconstrução de fluxo e da potência pino a pino no interior de elementos combustíveis heterogêneos, especialmente de reatores PWR. Um retrospecto abrangente dos métodos de resolução da Equação de Difusão de nêutrons e de reconstrução de fluxo e/ou de potência pode ser encontrado em CONTI[3] e KOIDE[4].

Visando complementar e atualizar a revisão bibliográfica, até o presente momento, será apresentado um pequeno retrospecto, especificamente, dos métodos de reconstrução concebidos.

Em 1977, KOEBKE *et al.* [5] apresentam os métodos de modulação e o método do elemento combustível heterogêneo embebido. Ambos os métodos apresentados utilizam os resultados oriundos de um cálculo global nodal (NEM) para calcular a distribuição de fluxo local não separável dentro dos nodos que compõem o reator, aplicando um método de interpolação de alta ordem. No método da modulação cuja abordagem é simples, demonstrou-se que a modulação da distribuição de potência interpolada suave, com o pré-cálculo das funções de forma pontuais heterogêneas são adequadas em muitos casos. Já o método do elemento combustível embebido, também conhecido por “Flux-Lupe” possui uma abordagem teórica mais simples, porém em termos computacionais é menos eficiente que o método da modulação. As condições de contorno internas são deduzidas da solução global nodal, que fornece o acoplamento entre as soluções do problema local (elemento combustível) e do reator. Esta técnica produz resultados mais precisos do que a técnica da modulação, mesmo quando aplicada a elementos combustíveis com fortes heterogeneidades internas.

Em 1985, KOEBKE *et al.* [6] aperfeiçoaram o método da modulação utilizando uma interpolação espectral, no lugar da interpolação por polinômios, proposta originalmente. Este esquema de interpolação espectral apresenta melhores resultados do que aqueles que utilizam uma interpolação por polinômios.

Em 1988, JEONG *et al.* [7] introduzem uma modificação no método apresentado em [6], de modo a considerar na escolha das funções de forma (utilizadas na interpolação) a transição exponencial do fluxo térmico próximo à superfície do elemento combustível. Este método foi testado em problemas *benchmarks* tidos como severos (núcleo heterogêneo com absorvedores) e apresentou um erro de reconstrução do fluxo na mesma ordem de grandeza tanto para o fluxo rápido quanto para o fluxo térmico.

Em 1989, REMPE *et al.* [8] introduziram no código nodal tridimensional SIMULATE-3 [9, 10] a capacidade de reconstruir a potência pino a pino ao longo de cálculos que envolviam a depleção do elemento combustível. O método de reconstrução adotado é baseado nos fatores de forma gerados por um único elemento combustível,

como apresentado nas Figuras 1.1.1 e 1.1.2. Neste trabalho, REMPE deixa claro que não foi utilizado o esquema de *colorset* para o cálculo dos fatores de forma (o esquema *colorset* é aquele no qual o elemento combustível em questão é envolvido pelos seus vizinhos, formando um arranjo 3x3, sendo que os fatores de forma são calculados apenas para o elemento combustível central de modo que as condições de contorno deste elemento combustível se assemelham às condições de contorno reais). Um tratamento detalhado da interação espectral entre os elementos combustíveis é introduzido para quantificar a correção que deverá ser considerada nas seções de choque para minimizar o fato de se utilizar fatores de forma calculados a partir de um simples elemento combustível. Comparações com cálculos de transporte multigrupo e com experimentos críticos demonstram que o método de reconstrução possui precisão comparável a métodos de malha fina pino a pino. A alta eficiência numérica do método de reconstrução permite efetuar cálculos econômicos de distribuições de potência tridimensionais pino a pino de reatores de água leve. Cabe ressaltar que [8] não apresentou de forma completa os dados que possibilitariam a reprodução dos resultados apresentados e que sua lista de referências contém vários artigos e relatórios proprietários, que são de difícil obtenção. Além disso, [8] não deixa claro se houve comparações utilizando *benchmarks* tridimensionais pino a pino e qual a malha espacial utilizada.

Em 1991, JUNG *et al.* [11] propõem um método de reconstrução usando o princípio da máxima entropia. Este método utiliza os multiplicadores de Lagrange e os fluxos nos cantos do elemento combustível. A distribuição de probabilidade que maximiza a entropia, fornece a distribuição de probabilidade mais imparcial e objetiva dentro das informações parciais conhecidas. A distribuição de fluxo na fronteira do elemento combustível é assumida ser a distribuição de probabilidade na expressão da entropia. A distribuição de fluxo na fronteira mais objetiva é aquela deduzida por cálculo numérico dos multiplicadores de Lagrange. Deste modo, a distribuição de fluxo na fronteira é usada como condição de contorno em um cálculo de elemento combustível heterogêneo embebido para fornecer uma distribuição de fluxo detalhado. Este método foi aplicado a dois problemas *benchmarks* de PWR e apresentou bons resultados.

Em 1992, BÖER *et al.* [12] reformulam o problema de reconstrução de fluxo para utilizar uma interpolação unidimensional ao longo do contorno do elemento combustível seguido por uma solução analítica aproximada do problema de Dirichlet associado. Técnicas de diferenças finitas são usadas para o cálculo dos valores do fluxo no contorno e suas derivadas para elementos combustíveis cartesianos e hexagonais. A solução interior é baseada na aproximação de elemento-fraco para problemas elípticos e utiliza em sua variante mais simples como pontos de apoio somente os fluxos nos cantos em adição aos fluxos superficiais conhecidos. Este método apresentou bons resultados quando aplicado a problemas *benchmarks* da IAEA (2D) e KWU (2D).

Em 1994, NOH *et al.* [13] desenvolvem um novo método nodal que discretiza diretamente a equação de difusão multidimensional sem o procedimento da integração transversa. Este método expande as distribuições de fluxo homogêneo dentro de um nodo em funções de base analíticas não separáveis satisfazendo a equação de difusão de nêutrons em qualquer ponto do nodo. Assim, o método é preciso mesmo nos locais de grande gradiente de fluxo, tais como nas vizinhanças dos pontos do canto como também nas interfaces nodais. O fluxo de nêutrons do elemento combustível heterogêneo é reconstruído diretamente pelo uso das distribuições de fluxo homogêneo obtidas e dos fatores de forma previamente calculados. Este método foi testado com vários problemas *benchmark*, apresentando bons resultados.

Em 1996, PARK *et al.* [14] apresentam um método de reconstrução que calcula o fluxo no interior de um elemento combustível heterogêneo, resolvendo a equação multigrupo (2 grupos de energia) bidimensional (XY), onde o elemento combustível é discretizado em malha fina e as condições de contorno são aquelas oriundas do cálculo global nodal do reator. PARK utiliza no seu estudo, quatro tipos de condições de contorno: Dirichlet (condição de contorno igual a uma função), Neumann (condição de contorno igual a uma derivada de função), mista não homogênea e mista homogênea. PARK conclui que a condição de contorno de Neumann não deve ser usada por ser propensa a mau condicionamento numérico e os métodos iterativos habituais não são aplicáveis por que o raio espectral torna-se, às vezes, maior que 1, além de apresentar um tempo de processamento extremamente alto. A condição de contorno de Dirichlet e a mista não homogênea são mais rápidas do que a condição de contorno mista homogênea, porém as três condições de contorno resultam em precisão similar. Das



duas condições de contorno (Dirichlet e mista não homogênea), entretanto, a de Dirichlet demonstra ser mais eficiente.

Em 1999, JOO *et al.* [15] apresentam um método de reconstrução de potência pino a pino empregando soluções analíticas da equação da difusão de nêutrons multigrupo bidimensional. Conforme as condições de contorno, as quatro correntes superficiais médias e os quatro fluxos pontuais dos cantos de um nodo são usados. O uso de correntes superficiais ao contrário de fluxos superficiais garante que a distribuição de fluxo bidimensional seja consistente com a solução nodal. Os fluxos pontuais dos cantos são determinados pela superposição da condição de balanço do fluxo do canto em cada ponto, o que produz um sistema linear consistindo de fluxos nos cantos. Uma expansão analítica intranodal consistente é usada na formulação da equação de balanço do ponto do canto. Em adição a isto, o esquema do fator de forma dependente do grupo é utilizado para as possíveis aplicações em núcleos carregados com óxido misto (MOX), que envolvem uma contribuição significativa do grupo de energia rápida para a potência total e a diferença nas funções de forma rápida e térmica sejam notáveis.

Este resumo retrospecto dos métodos de reconstrução para LWR (Light Water Reactor), até o presente momento, visou constatar o fato de que a grande maioria dos métodos de reconstrução de fluxo utiliza os fatores de forma aliados a soluções homogêneas intranodais para estimar o fluxo no interior de elementos combustíveis heterogêneos. O cálculo dos fatores de forma é algo que está bem definido e estabelecido, oferecendo poucas formas de variação, pois depende, diretamente, de cálculo de malha fina do elemento combustível heterogêneo, simples ou em esquema de *colorset* e ambos com condição de corrente nula nas fronteiras externas. Portanto, nos métodos de reconstrução de fluxo o ponto que concentra os maiores esforços está na obtenção da solução homogênea de fluxo intranodal a partir dos resultados do cálculo global nodal.

### **1.3 Objetivo do Trabalho**

Como visto nos itens 1.1 e 1.2 vários métodos de reconstrução foram concebidos ao longo das três últimas décadas. Várias técnicas de solução foram utilizadas visando otimizar a performance computacional dos programas de cálculo e a precisão dos

resultados obtidos, sendo que a grande maioria dos métodos de reconstrução do fluxo / potência utiliza os fatores de forma juntamente com a solução homogênea intranodal.

O presente trabalho apresenta um método de reconstrução de fluxo de nêutrons utilizando a Teoria da Perturbação aliada à técnica dos Pseudo-Harmônicos para o cálculo do fluxo perturbado. Como os demais métodos de reconstrução de fluxo, este também utiliza como dados de entrada os resultados oriundos do cálculo global nodal de malha grossa do reator, principalmente os valores do fluxo médio nos nodos, do fluxo e da corrente média nas fronteiras dos nodos, além do  $k_{\text{eff}}$  do reator.

A técnica dos Pseudo-Harmônicos possui uma base teórica consolidada [16] e tem sido aplicada a uma variada gama de problemas de Física de Reatores [17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30].

#### **1.4 Descrição dos Capítulos**

O Capítulo 1 apresenta uma visão geral sobre a natureza e dificuldades de se obterem boas estimativas do valor do fluxo e, por conseguinte, da potência em núcleos de reatores PWR. É apresentada uma revisão bibliográfica dos principais trabalhos publicados sobre métodos de reconstrução de fluxo, evidenciando que a maioria destes métodos utilizam o método dos fatores de forma juntamente com uma previsão do fluxo homogêneo para reconstruir o fluxo no interior dos elementos combustíveis. Depois declara-se o objetivo da tese que é elaborar um esquema de reconstrução de fluxo que considere o elemento combustível heterogêneo como sendo uma perturbação do elemento combustível homogêneo e calcule o fluxo perturbado através do método dos Pseudo-Harmônicos.

No Capítulo 2 é apresentada a formulação matemática que foi utilizada. Nesta tese, a teoria da Perturbação é aplicada a um elemento combustível heterogêneo, onde as células de tubos guia e de venenos queimáveis são consideradas como perturbações. O fluxo perturbado é calculado utilizando o método dos Pseudo-Harmônicos.

No Capítulo 3 é apresentada uma breve informação a respeito da linguagem numérica simbólica MATHEMATICA, que foi utilizada para escrever o programa de reconstrução de fluxo baseada na formulação apresentada no Capítulo 2. Além disso, são apresentadas algumas considerações sobre o programa de reconstrução de fluxo

incluindo uma correção nas condições de contorno que minimizam o efeito de um carregamento típico de PWR (carregamento convencional ou também chamado de carregamento tipo tabuleiro de xadrez) melhorando os resultados da reconstrução de fluxo.

O Capítulo 4 é decorrência da busca por uma solução de referência que represente o melhor possível o reator que está sendo simulado. Ao final de um estudo que modelou diversos núcleos, ficam claros os pré-requisitos que uma solução de referência deve ter para que se possa estimar a precisão do método de reconstrução.

No Capítulo 5 são apresentados os resultados para a reconstrução do fluxo do reator nuclear sul-coreano ULCHIN-1, utilizado como caso exemplo nesta tese. Os resultados demonstram uma boa concordância com a solução de referência.

No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

## CAPÍTULO 2

### FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Neste capítulo é descrita a formulação matemática envolvida na resolução do problema proposto, isto é, a reconstrução do fluxo / potência para o caso de um elemento combustível heterogêneo localizado no interior de um reator.

Na resolução deste problema, a heterogeneidade do elemento combustível será tratada como sendo uma perturbação em relação ao mesmo elemento combustível homogeneizado, considerando em ambos, as mesmas condições de contorno e  $k_{\text{eff}}$  oriundos do cálculo espacial global do reator.

Métodos perturbativos têm sido aplicados aos mais diversos problemas, visando o cálculo de fluxo e  $k_{\text{eff}}$ , desde o final da década de 70 [32, 33, 34, 35], porém estes métodos possuíam desvantagens do ponto de vista matemático que só foram contornados a partir de 1982 com a introdução do método dos Pseudo-Harmônicos [16]. A partir daí, diversos problemas [17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30] foram tratados com este método, fornecendo boas estimativas de fluxo, potência e  $k_{\text{eff}}$ .

#### **2.1 – A Teoria da Perturbação Aplicada a Reconstrução do Fluxo / Potência de um Elemento Combustível Heterogêneo**

Como mencionado na introdução do Capítulo 2, a Teoria da Perturbação se presta a resolução dos mais diversos tipos de problemas na área da Física de Reatores. A aplicação de tal teoria, na reconstrução do fluxo / potência de um elemento combustível heterogêneo, pode ser visualizada pela Figura 2.1.1 que mostra uma equivalência entre os elementos combustíveis homogêneos e heterogêneos, utilizando as mesmas condições de contorno e o mesmo  $k_{\text{eff}}$ .

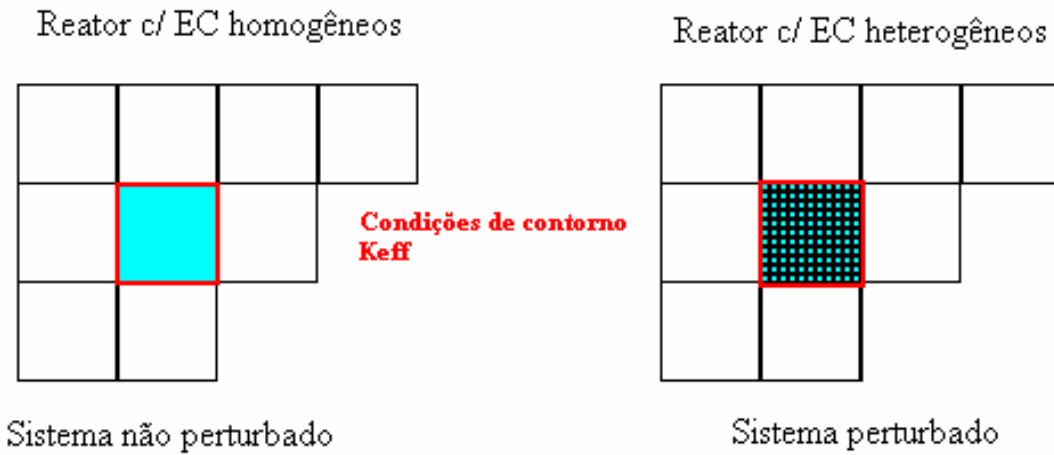


Figura 2.1.1 – Ilustra a relação entre o sistema não perturbado (elemento combustível homogêneo) e o sistema perturbado (elemento combustível heterogêneo).

Para um determinado elemento combustível homogêneo, pode-se escrever a equação de balanço na aproximação da difusão a dois grupos de energia ( $g = 1,2$ ) como:

$$\vec{\nabla} \cdot (-\bar{D}_g \vec{\nabla} \hat{\phi}_g(x, y)) + \bar{\Sigma}_{rg} \hat{\phi}_g(x, y) = \frac{1}{k_{eff}} \chi_g \sum_{g'=1}^2 \nu \bar{\Sigma}_{fg'} \hat{\phi}_{g'}(x, y) + \sum_{\substack{g'=1 \\ g' \neq g}}^2 \bar{\Sigma}_{gg'} \hat{\phi}_{g'}(x, y), \quad (2.1)$$

onde  $\hat{\phi}_g(x, y)$  é o fluxo de nêutrons correspondente ao elemento combustível homogêneo ou sistema não perturbado e  $\bar{D}_g$ ,  $\bar{\Sigma}_{rg}$ ,  $\nu \bar{\Sigma}_{fg}$  e  $\bar{\Sigma}_{gg'}$  são seus respectivos parâmetros nucleares homogeneizados.

Para o elemento combustível heterogêneo ou sistema perturbado, pode-se escrever a seguinte equação:

$$\vec{\nabla} \cdot (-D_g(x, y) \vec{\nabla} \phi_g(x, y)) + \Sigma_{rg}(x, y) \phi_g(x, y) = \frac{1}{k_{eff}} \chi_g \sum_{g'=1}^2 \nu \Sigma_{fg'}(x, y) \phi_{g'}(x, y) + \sum_{\substack{g'=1 \\ g' \neq g}}^2 \Sigma_{gg'}(x, y) \phi_{g'}(x, y) \quad (2.2)$$

Após a integração das equações (2.1) e (2.2) em toda a área do elemento combustível e considerando as condições de contorno oriundas do cálculo espacial global do reator, pode-se escrever as seguintes equações matriciais:

$$\begin{aligned} \hat{A}_1 \cdot \hat{\phi}_1 &= \lambda_0 (\hat{F}_1 \cdot \hat{\phi}_1 + \hat{F}_2 \cdot \hat{\phi}_2) \\ \hat{A}_2 \cdot \hat{\phi}_2 &= \hat{Q} \cdot \hat{\phi}_1 \end{aligned}, \quad (2.3)$$

que é relativo ao elemento combustível homogêneo, onde  $\lambda_0 = \frac{1}{k_{eff}}$  e :

$$\begin{aligned} A_1 \cdot \phi_1 &= \lambda_0 (F_1 \cdot \phi_1 + F_2 \cdot \phi_2) \\ A_2 \cdot \phi_2 &= Q \cdot \phi_1 \end{aligned} \quad (2.4)$$

que é relativo ao elemento combustível heterogêneo. Reescrevendo as equações (2.3) e (2.4) com o auxílio de supermatrizes e supervetores, pode-se escrever:

$$(\hat{A} - \lambda_0 \hat{F}) \cdot \hat{\phi}_0 = 0 \quad (2.5)$$

$$(A - \lambda_0 F) \cdot \phi = 0 \quad (2.6)$$

$$\text{onde } \hat{A} = \begin{pmatrix} \hat{A}_1 & 0 \\ -\hat{Q} & \hat{A}_2 \end{pmatrix}, \quad \hat{F} = \begin{pmatrix} \hat{F}_1 & \hat{F}_2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\phi}_0 = \begin{pmatrix} \hat{\phi}_1 \\ \hat{\phi}_2 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ -Q & A_2 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} F_1 & F_2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ e}$$

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix}.$$

No Anexo A encontra-se, de forma sumária, a construção das matrizes  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $Q$ ,  $F_1$  e  $F_2$  para o caso bi-dimensional (XY) a dois grupos de energia.

Considerando o elemento combustível heterogêneo, como uma perturbação do elemento combustível homogêneo, pode-se escrever:

$$A = \hat{A} + \delta A \quad (2.7)$$

$$F = \hat{F} + \delta F \quad (2.8)$$

$$\phi = \hat{\phi}_0 + \delta \phi, \quad (2.9)$$

onde  $\delta A$ ,  $\delta F$  e  $\delta \phi$  representam tais perturbações.

Utilizando um procedimento matemático semelhante ao exposto em [36], páginas 340-341, deve-se reescrever as equações (2.7) e (2.8) como:

$$A = \hat{A} + \varepsilon \delta A \quad (2.10)$$

$$F = \hat{F} + \varepsilon \delta F \quad (2.11)$$

onde o parâmetro real  $\varepsilon$  varia entre 0 e 1. Além disso,  $\delta \phi$  será escrito como uma expansão em ordens de aproximação, do tipo:

$$\delta \phi = \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k \phi^{(k)}. \quad (2.12)$$

Substituindo as equações (2.10), (2.11) e (2.12) em (2.6), e agrupando os diversos termos segundo a ordem de aproximação  $k$ , tem-se:

$$\begin{aligned}
& \varepsilon^0 \left[ (\hat{A} - \lambda_0 \hat{F}) \cdot \hat{\phi}_0 \right] + \\
& \varepsilon^1 \left[ (\delta A - \lambda_0 \delta F) \cdot \hat{\phi}_0 + (\hat{A} - \lambda_0 \hat{F}) \cdot \phi^{(1)} \right] + \\
& \varepsilon^2 \left[ (\delta A - \lambda_0 \delta F) \cdot \phi^{(1)} + (\hat{A} - \lambda_0 \hat{F}) \cdot \phi^{(2)} \right] + \dots \\
& \varepsilon^k \left[ (\delta A - \lambda_0 \delta F) \cdot \phi^{(k-1)} + (\hat{A} - \lambda_0 \hat{F}) \cdot \phi^{(k)} \right] + \dots = 0
\end{aligned} \tag{2.13}$$

deste modo, anulando-se cada termo de  $\varepsilon^k$ , obtém-se a seguinte fórmula de recorrência para a componente de k-ésima ordem do fluxo perturbado  $\phi^{(k)}$  como:

$$(\hat{A} - \lambda_0 \hat{F}) \cdot \phi^{(k)} = (\lambda_0 \delta F - \delta A) \cdot \phi^{(k-1)}, \tag{2.14}$$

definindo o lado direito da equação (2.14) como:

$$S^{(k)} \equiv (\lambda_0 \delta F - \delta A) \cdot \phi^{(k-1)}, \tag{2.15}$$

pode-se escrever, de forma compacta:

$$(\hat{A} - \lambda_0 \hat{F}) \cdot \phi^{(k)} = S^{(k)}. \tag{2.16}$$

Na resolução da equação (2.16), deve-se considerar para a solução geral do fluxo perturbado  $\phi^{(k)}$ :

$$\phi^{(k)} = c^{(k)} \hat{\phi}_0 + \phi_p^{(k)}, \tag{2.17}$$

onde  $c^{(k)}$  é uma constante arbitrária da solução homogênea e  $\phi_p^{(k)}$  é a solução particular da k-ésima equação. Na prática, a equação se reduz a:

$$(\hat{A} - \lambda_0 \hat{F}) \cdot \phi_p^{(k)} = S^{(k)}. \tag{2.18}$$

Com a resolução da equação (2.18), pode-se determinar o valor do fluxo perturbado para qualquer ordem de aproximação k. Nos métodos perturbativos, para a resolução de equações que envolvam o fluxo perturbado, se faz necessário a expansão de  $\phi_p^{(k)}$  em harmônicos do sistema,

$$\phi_p^{(k)} = \sum_{j=1}^{\infty} a_j^{(k)} \varphi_j, \tag{2.19}$$

onde  $\varphi_i$  são os harmônicos do sistema não perturbado, obtidos através de:

$$(\hat{A} - \eta_i \hat{F}) \varphi_i = 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots, \tag{2.20}$$

além disso, tais harmônicos também satisfazem a seguinte relação de ortogonalidade:

$$\langle \varphi_i^* \cdot \hat{F} \cdot \varphi_j \rangle = 0, \quad \text{para } j \neq i, \quad \forall j, \quad i = 1, 2, 3, \dots, \tag{2.21}$$

onde  $\varphi_i^*$  são os harmônicos adjuntos do sistema não perturbado, dados por

$$(\hat{A}^* - \eta_i \hat{F}^*)\varphi_i^* = 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (2.22)$$

A desvantagem do uso deste método está no fato de que devido a certas características do operador  $(A - \eta_i F)$ , os auto-valores  $\eta_i$  podem ser imaginários ou os auto-vetores serem degenerados, acarretando em deficiência de auto-vetores [31, 37].

É neste contexto que o método dos Pseudo-Harmônicos foi desenvolvido para facilitar a tarefa de se obter o fluxo perturbado. O método dos Pseudo-Harmônicos [16] foi desenvolvido no início dos anos 80 e consiste na expansão do fluxo perturbado em termos de vetores de base construídos a partir de um conjunto completo de autofunções do operador que considera apenas o termo de difusão mais a remoção, para cada grupo de energia. As matrizes geradas a partir desses operadores (difusão + remoção), são extremamente bem comportadas e além de serem reais, possuem como características: simetria, dominância diagonal, positiva definida, bloco tri-diagonal (caso unidimensional), bloco penta-diagonal (caso bidimensional) e bloco hepta-diagonal (caso tridimensional). São essas características que implicam que os auto-valores  $\gamma_{gj}$  sejam reais e os auto-vetores ortogonais, formando uma base completa.

Os pseudo-harmônicos podem ser, formalmente, calculados através de:

$$A_g \omega_{gj} = \gamma_{gj} \omega_{gj}, \quad (2.23)$$

onde  $\omega_{gj}$  e  $\gamma_{gj}$  são, respectivamente, os pseudo-harmônicos e os seus auto-valores associados, para um determinado grupo de energia. Deve-se notar que, os pseudo-harmônicos além de formarem uma base completa são ortogonais. E também podem ser normalizados, isto é:

$$\langle \omega_{gj} \cdot \omega_{gi} \rangle = \delta_{ij} \quad (2.24)$$

Sendo assim, busca-se formar uma nova base de vetores a partir dos pseudo-harmônicos, de modo a viabilizar a expansão de  $\phi_p^{(k)}$ . Os novos vetores de base, definidos como  $\psi_{gj}$ , são montados de modo a serem ortogonais a  $\hat{\phi}_0$ . Para isso, associa-se para cada pseudo-harmônico um vetor do tipo:

$$W_{gj} = \begin{bmatrix} (2-g)\omega_{gj} \\ (g-1)\omega_{gj} \end{bmatrix}, \quad g = 1, 2 \text{ e } j = 1, 2, 3, \dots \quad (2.25)$$



Como os vetores  $W_{gj}$  pertencem ao espaço gerado pelos harmônicos do sistema não perturbado  $\varphi_i$  e pelo modo fundamental  $\hat{\phi}_0$ , estes ( $W_{gj}$ ) podem ser escritos como uma expansão linear de tais vetores,

$$W_{gj} = \sum_{i=0}^{\infty} \beta_{ij}^g \varphi_i, \quad g = 1, 2 \text{ e } j = 1, 2, 3, \dots, \text{ onde } \varphi_0 = \hat{\phi}_0 \quad (2.26)$$

Os coeficientes  $\beta_{ij}^g$  são determinados através do uso da relação de ortogonalidade apresentada na equação (2.21), daí tem-se :

$$\beta_{ij}^g = \frac{\langle \varphi_i^* \cdot \hat{F} \cdot W_{gj} \rangle}{\langle \varphi_i^* \cdot \hat{F} \cdot \varphi_i \rangle} \quad (2.27)$$

Sendo assim, pode-se escrever os vetores de base da seguinte forma:

$$\psi_{gj} = W_{gj} - \frac{\langle \varphi_0^* \cdot \hat{F} \cdot W_{gj} \rangle}{\langle \varphi_0^* \cdot \hat{F} \cdot \hat{\phi}_0 \rangle} \hat{\phi}_0, \quad (2.28)$$

onde nota-se a retirada da contribuição do modo fundamental, tornando esta base de vetores ortogonal a  $\hat{\phi}_0$ .

De posse de uma base convenientemente montada para expressar a solução particular do fluxo perturbado  $\phi_p^{(k)}$ , este pode ser expresso por :

$$\phi_p^{(k)} = \sum_{g=1}^2 \sum_{j=1}^{Nph} \alpha_{gj}^{(k)} \psi_{gj}, \quad (2.29)$$

onde  $Nph$  é o número de pseudo-harmônicos utilizados na reconstrução do fluxo perturbado.

Substituindo a equação (2.29) em (2.18) obtemos a seguinte equação:

$$\sum_{g=1}^2 \sum_{j=1}^{Nph} \alpha_{gj}^{(k)} (\hat{A} - \lambda \hat{F}) \psi_{gj} = S^{(k)}, \quad (2.30)$$

deve-se notar que o sistema (2.30) é um sistema de  $2*Nph$  equações vetoriais. Realizando o produto interno de  $\psi_{g'i}$  com o sistema (2.32), obtém-se :

$$\sum_{g=1}^2 \sum_{j=1}^{Nph} \alpha_{gj}^{(k)} \langle \psi_{g'i} \cdot (\hat{A} - \lambda \hat{F}) \cdot \psi_{gj} \rangle = \langle \psi_{g'i} \cdot S^{(k)} \rangle \quad (2.31)$$

Deve-se observar que o produto interno  $\langle \psi_{g'i} \cdot (\hat{A} - \lambda \hat{F}) \cdot \psi_{gj} \rangle$  são elementos de uma matriz que não depende da ordem de aproximação que está sendo utilizada para o cálculo do fluxo perturbado.

Definindo os vetores  $\vec{\alpha}^{(k)}$  e  $\vec{V}^{(k)}$  como :

$$\vec{\alpha}^{(k)} = [\alpha_{gj}^{(k)}] \text{ e } \vec{V}^{(k)} = [\langle \psi_{g'i} \cdot S^{(k)} \rangle], \text{ onde } \begin{cases} g = 1, 2 \\ g' = 1, 2 \end{cases} \text{ e } \begin{cases} i = 1, Nph \\ j = 1, Nph \end{cases}, \text{ com} \quad (2.32)$$

$$\alpha^{(k)}[(g-1) \cdot Nph + j] = \alpha_{gj}^{(k)} \text{ e } V^{(k)}[(g'-1) \cdot Nph + i] = \langle \psi_{g'i} \cdot S^{(k)} \rangle,$$

e a matriz  $M$  como:

$$M [i + (g'-1) \cdot Nph, j + (g-1) \cdot Nph] = \langle \psi_{g'i} \cdot (\hat{A} - \lambda \hat{F}) \cdot \psi_{gj} \rangle, \text{ onde } \begin{cases} g = 1, 2 \\ g' = 1, 2 \end{cases} \text{ e} \quad (2.33)$$

$$\begin{cases} i = 1, Nph \\ j = 1, Nph \end{cases},$$

pode-se escrever resumidamente (2.31) como:

$$M \cdot \vec{\alpha}^{(k)} = \vec{V}^{(k)} \quad (2.34)$$

Utilizando o fato de que a matriz  $M$  não depende da ordem de aproximação utilizada para o fluxo perturbado, a inversão desta matriz se fará apenas uma única vez durante todo o processo de cálculo do fluxo perturbado. Utilizando tal procedimento, tem-se que:

$$\vec{\alpha}^{(k)} = M^{-1} \cdot \vec{V}^{(k)} \quad (2.35)$$

Uma vez obtidos os  $\alpha_{gj}^{(k)}$ , obtém-se a solução particular do fluxo perturbado  $\phi_p^{(k)}$ .

O próximo passo é o cálculo da constante  $c^{(k)}$  da equação (2.17). Para isso é usada uma condição que considera a potência gerada no sistema perturbado como sendo igual à potência gerada no sistema não perturbado, ou seja:

$$\hat{P} = \langle \hat{\Sigma}_f \cdot \hat{\phi}_0 \rangle = \langle \Sigma_f \cdot \phi \rangle, \quad (2.36)$$

onde  $\hat{\Sigma}_f$  e  $\Sigma_f$  representam os vetores seção de choque de fissão dos sistemas não perturbado e perturbado, respectivamente e são montados segundo a equação (2.37).

$$\hat{\Sigma}_f = \begin{bmatrix} \hat{\Sigma}_{f1} \\ \hat{\Sigma}_{f2} \end{bmatrix} \text{ e } \Sigma_f = \begin{bmatrix} \Sigma_{f1} \\ \Sigma_{f2} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Utilizando a equação (2.9), (2.12), com  $\varepsilon = 1$  e (2.17) em (2.36) e pondo em evidência  $c^{(k)}$ , obtém-se:

$$c^{(k)} = \frac{1}{\langle \tilde{\Sigma}_f \cdot \hat{\phi}_0 \rangle} (P_0 - \langle \tilde{\Sigma}_f \cdot \phi_p^{(k)} \rangle - \sum_{m=1}^{k-1} (c^{(m)} \langle \tilde{\Sigma}_f \cdot \hat{\phi}_0 \rangle + \langle \tilde{\Sigma}_f \cdot \phi_p^{(m)} \rangle) \quad (2.38)$$

Com isso, o fluxo perturbado, para uma determinada ordem de aproximação, é calculado utilizando a equação (2.17) e posteriormente (2.12) com  $\varepsilon = 1$ .

Para concluir o procedimento de reconstrução de fluxo, ainda resta efetuar uma normalização com o auxílio dos valores do fluxo médio dos nodos  $\bar{\phi}_g$ , proveniente, também, do cálculo global do reator. Por fim, procede-se à normalização do fluxo segundo a equação (2.39).

$$\phi_g^{rec}(x, y) = \frac{\bar{\phi}_g}{l_x l_y \int_{y_a}^{y_b} \int_{x_a}^{x_b} \phi_g(x, y) dx dy} \cdot \phi_g(x, y), \text{ onde, } l_x = x_b - x_a \text{ e } l_y = y_b - y_a, \quad (2.39)$$

onde a integração é realizada na área do elemento combustível ( $l_x l_y$ ).

## CAPÍTULO 3

### **CONSIDERAÇÕES SOBRE O MODELO NUMÉRICO UTILIZADO PARA A RECONSTRUÇÃO DE FLUXO PELO MÉTODO DOS PSEUDO- HARMÔNICOS**

#### **3.1 A Linguagem de Programação Numérico-Simbólica MATHEMATICA**

Com o intuito de desenvolver a modelagem computacional da tese em um tempo relativamente curto, optou-se em utilizar a linguagem de programação numérica simbólica MATHEMATICA [45] para agilizar o trabalho de programação e depuração dos algoritmos elaborados.

Lançada comercialmente em 1988, a linguagem de programação numérica simbólica MATHEMATICA tem obtido grande sucesso, principalmente, na área acadêmica. A linguagem MATHEMATICA é muito diferente de outras linguagens de programação extremamente tradicionais na área de ciências exatas, tais como o FORTRAN, isto porque o MATHEMATICA possui extrema habilidade para lidar com complexas e complicadas expressões matemáticas bem como com os “números”, e também por possuir uma linguagem interpretativa.

O MATHEMATICA usa símbolos para representar objetos matemáticos. Isto possibilita que a computação seja feita exatamente seguindo as regras da álgebra. O fato de o MATHEMATICA usar uma linguagem interpretativa faz com que um cálculo consuma muito mais tempo para ser executado do que em uma linguagem compilada como o FORTRAN. Em troca, o tempo dedicado à elaboração e escrita de um programa é extremamente reduzido, já que se utiliza (na programação) uma escrita matemática muito próxima daquela utilizada correntemente no dia a dia.

Outra característica marcante do MATHEMATICA é a capacidade gráfica para visualizar os resultados dos cálculos. A simples visualização de certas quantidades permite ao programador depurar o programa em um tempo muito menor do que aquele necessário à mesma tarefa em FORTRAN, onde os resultados são fornecidos, na sua maioria, em forma puramente numérica.

Existe uma literatura vastíssima sobre o MATHEMATICA, além do HELP do próprio programa (que possui um ótimo livro on-line) e que é uma boa fonte de informações. Neste trabalho foram utilizados como referências apenas livros básicos, dos quais três merecem citação FALEIROS [38], SPHAIER [39] e GLYNN *et al.* [40].

Em resumo as linguagens numérico-simbólicas (MATHEMATICA, MAPLE, MATLAB, MuPad, etc.) tendem a aumentar a sua participação nas ciências exatas, tomando o lugar de certas aplicações que ainda são realizadas pelas linguagens compiladas. Isto se tornará realidade à medida que os computadores, principalmente os microcomputadores pessoais, se tornarem cada vez mais rápidos e com maior capacidade de memória. Décadas atrás, o mesmo fato aconteceu quando os programadores de computadores digitais passaram a usar as linguagens compiladas (FORTRAN, COBOL, ALGOL, etc) no lugar de usar o tradicional ASSEMBLER que executava muito mais rápido, porém tinha uma escrita de programa de baixo nível e extremamente vinculada ao computador no qual o programa seria executado. Outro item importante nas linguagens numérico-simbólicas é a portabilidade dos programas que não são vinculados aos sistemas operacionais, ou seja, um notebook (no MATHEMATICA a aplicação ou programa é chamado de notebook) que executa no MATHEMATICA instalado, digamos em um Pentium IV (32bits) com Windows XP, executará do mesmo modo e fornecendo os mesmos resultados caso seja executado em um MATHEMATICA instalado em um AMD-64bits com Linux. Esta portabilidade é de extrema importância para que as trocas de programas pelos usuários do MATHEMATICA, não impliquem em modificações que podem introduzir erros que nem sempre são facilmente notados ou depurados.

### **3.2 Consideração sobre o Programa de Reconstrução do Fluxo Perturbado**

Baseado na formulação matemática apresentada no Capítulo II foi desenvolvido uma aplicação escrita em MATHEMATICA para o cálculo do fluxo perturbado utilizando o método dos Pseudo-Harmônicos. Esta aplicação utiliza como dados de entrada:

- a geometria e composição do elemento combustível heterogêneo.

- as seções de choque homogeneizadas que representam o elemento combustível homogêneo.
- as condições de contorno do elemento combustível, oriundas do cálculo global do núcleo.
- o fator de multiplicação ( $k_{eff}$ ) proveniente do cálculo global do reator.

No Anexo A são apresentadas as equações que permitem o cálculo das matrizes  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $F_1$ ,  $F_2$  e  $Q$  tanto para o sistema não perturbado quanto para o sistema perturbado. Como para o cálculo das matrizes do sistema não perturbado é necessário ter as seções de choque homogeneizadas que representam o elemento homogêneo (sistema não perturbado), procede-se previamente ao cálculo de tais seções de choque homogeneizadas no fluxo e no volume para todos os elementos combustíveis presentes no núcleo de ULCHIN-1 (ver seção 4.2, para uma descrição completa do núcleo do reator de ULCHIN-1). Estas seções de choque homogeneizadas são calculadas utilizando as condições de contorno de corrente nula em todas as interfaces do elemento combustível. O núcleo de ULCHIN-1 possui seis tipos de elementos combustíveis distintos presentes no ciclo 1. A Tabela 3.2.1 apresenta as seções de choque homogeneizadas para estes elementos combustíveis, bem como o fator de descontinuidade, conforme definido em [41, 42].

Para a geração das matrizes  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $F_1$ ,  $F_2$  e  $Q$  do sistema perturbado (elemento combustível heterogêneo), as seções de choque utilizadas são aquelas referentes a cada célula componente do elemento combustível (ver Tabela 4.2.1).

Outra característica do programa de reconstrução de fluxo do elemento combustível heterogêneo que deve ser explicada é uma pequena, porém útil, correção que é feita nas condições de contorno, de modo a minimizar o erro que se introduz no cálculo das matrizes  $A_1$  e  $A_2$ , quando da consideração de que uma condição de contorno (seja ela qual for) é constante ao longo da interface do elemento combustível, com esta correção consegue-se representar de forma aproximada a condição de contorno real experimentada pelo elemento combustível. Esta aproximação é importante no caso do núcleo do reator estar carregado com elementos combustíveis de diferentes enriquecimentos, de um tal modo a manter a forma da potência o mais plana possível. Este esquema de recarga é tradicionalmente utilizado pelos reatores PWR. Na prática o núcleo de um grande reator nuclear, tipo o de ULCHIN-1, utiliza um carregamento de

elementos combustíveis tipo tabuleiro de xadrez que intercala de modo conveniente os diversos tipos de enriquecimento e de elementos combustíveis com varetas absorvedoras de modo a manter a potência do reator a mais plana possível. Na Figura 3.2.1 pode ser visto um carregamento típico em tabuleiro de xadrez.

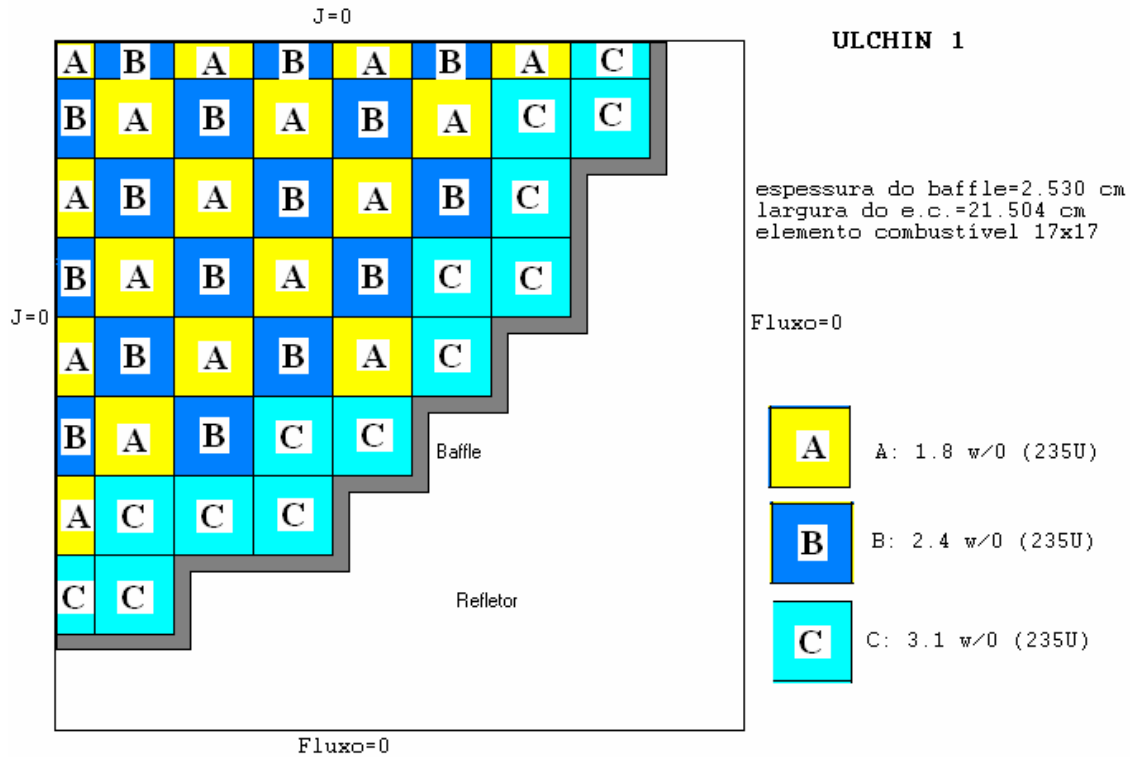
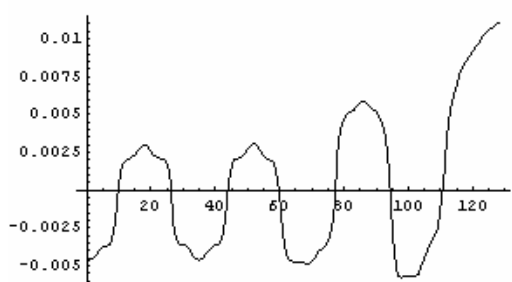
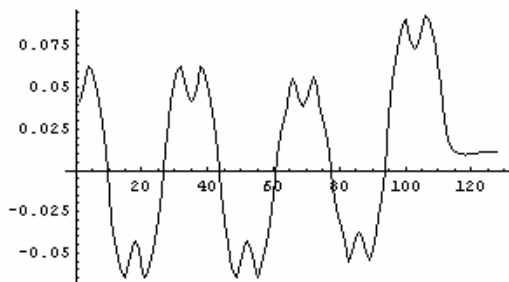


Figura 3.2.1: Esquema carregamento tipo de tabuleiro de xadrez para um reator PWR.

Como pode ser observada na Figura 3.2.2 a utilização de um carregamento típico de PWR causa uma forte oscilação na condição de contorno ao longo de uma interface de elementos combustíveis.

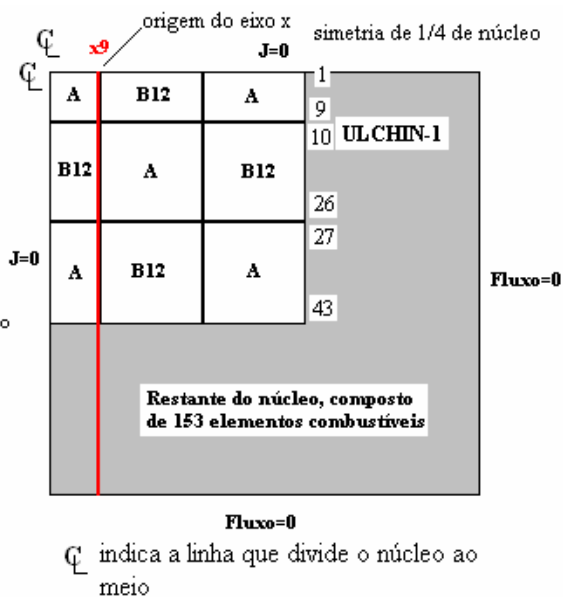


Razão entre corrente e fluxo, ao longo da interface  $x_9$ , para o fluxo rápido



Razão entre corrente e fluxo, ao longo da interface  $x_9$ , para o fluxo térmico

eixo x: pontos de malha ao longo de  $x_9$ , considerando um ponto por vareta



Note que o máximo/mínimo das razões entre corrente e fluxo ocorrem na região central das interfaces, enquanto que os zeros ocorrem nos cantos das interfaces.

Figura 3.2.2: Condição de contorno ao longo da interface  $x_9$  do reator de ULCHIN-1.



Tabela 3.2.1: Seções de choque macroscópicas homogeneizadas dos elementos combustíveis de ULCHIN-1. A última coluna da tabela se refere ao fator de descontinuidade (fd).

Elemento Combustível tipo A

$D$ (cm)	$\Sigma_a$ (cm <sup>-1</sup> )	$\Sigma_{12}$ (cm <sup>-1</sup> )	$\nu\Sigma_f$ (cm <sup>-1</sup> )	fd
1.44055	0.00841229	0.0183063	0.0046476	1.00619
0.42225	0.060937		0.0739517	0.95743

Elemento Combustível tipo B<sub>12</sub>

$D$ (cm)	$\Sigma_a$ (cm <sup>-1</sup> )	$\Sigma_{12}$ (cm <sup>-1</sup> )	$\nu\Sigma_f$ (cm <sup>-1</sup> )	fd
1.44862	0.00896833	0.0171532	0.00534032	1.00311
0.438522	0.0787714		0.0945852	0.983757

Elemento Combustível tipo B<sub>8</sub>

$D$ (cm)	$\Sigma_a$ (cm <sup>-1</sup> )	$\Sigma_{12}$ (cm <sup>-1</sup> )	$\nu\Sigma_f$ (cm <sup>-1</sup> )	fd
1.44777	0.00888003	0.0173542	0.00534079	1.00485
0.4378082	0.0758787		0.0942237	0.972901

Elemento Combustível tipo C

$D$ (cm)	$\Sigma_a$ (cm <sup>-1</sup> )	$\Sigma_{12}$ (cm <sup>-1</sup> )	$\nu\Sigma_f$ (cm <sup>-1</sup> )	fd
1.45095	0.0090568	0.0172553	0.0061282	1.00513
0.43984	0.0790657		0.114172	0.942062

Elemento Combustível tipo C<sub>12</sub>

$D$ (cm)	$\Sigma_a$ (cm <sup>-1</sup> )	$\Sigma_{12}$ (cm <sup>-1</sup> )	$\nu\Sigma_f$ (cm <sup>-1</sup> )	fd
1.45351	0.00932332	0.0166495	0.00612725	1.00283
0.442165	0.0883632		0.115555	0.977356

Elemento Combustível tipo C<sub>16</sub>

$D$ (cm)	$\Sigma_a$ (cm <sup>-1</sup> )	$\Sigma_{12}$ (cm <sup>-1</sup> )	$\nu\Sigma_f$ (cm <sup>-1</sup> )	fd
1.45432	0.0091451	0.0164442	0.00612832	1.00893
0.443176	0.0921069		0.116205	1.02748

De modo a deixar mais evidente o exposto anteriormente, é apresentado na Figura 3.2.3 as condições de contorno reais e as condições de contorno médias apuradas ao longo da interface  $x_9$  do núcleo de ULCHIN-1.

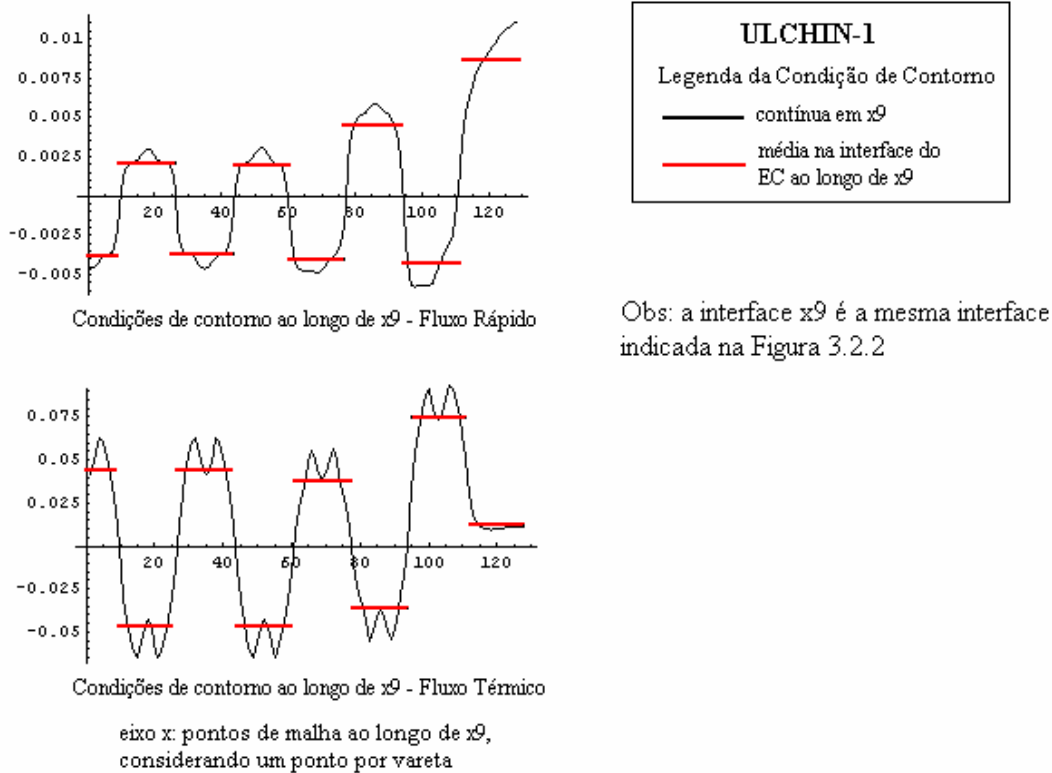


Figura 3.2.3: Condições de contorno contínua e média ao longo de  $x_9$ , para ULCHIN1.

Pode-se notar que a utilização de condições de contorno médias ao longo das interfaces dos elementos combustíveis é uma aproximação extremamente grosseira e que favorece a introdução de imprecisões no cálculo de reconstrução do fluxo do elemento combustível heterogêneo, seja qual for o método de reconstrução utilizado.

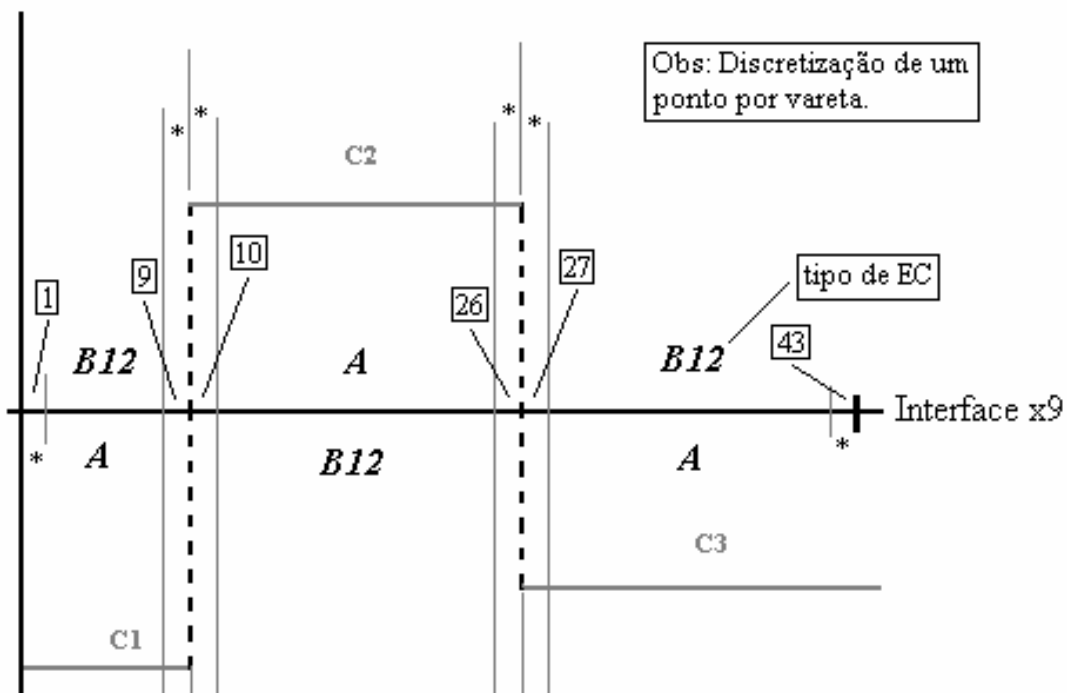
Com o objetivo de tentar minimizar a influência do uso de condições de contorno constantes ao longo das interfaces, foi realizado um estudo que constatou que os piores resultados na reconstrução do fluxo, quando comparados à solução “exata” (ver seção 4.2), se concentram nas células (varetas) que se posicionam próximo aos cantos do elemento combustível, devido aos seguintes fatos:

- são nesses pontos onde ocorre a maior diferença entre os valores de condição de contorno média e exata.

- justamente nos cantos ocorre uma superposição dos efeitos do esquema de carregamento do núcleo tipo tabuleiro de xadrez, devido a proximidade entre varetas de diferentes tipos de enriquecimento.

Diante deste quadro, foi implementada uma pequena correção nas condições de contorno que são utilizadas no método de reconstrução de fluxo, de modo a atenuar a diferença entre as condições de contorno nos cantos. Nesta correção o valor da condição de contorno para a célula do canto é estimado como sendo a média aritmética das condições de contorno dos elementos combustíveis adjacentes. O esquema original, onde se utiliza um único valor para a condição de contorno pode ser visualizado na Figura 3.2.4, já o esquema de correção pode ser visualizado na Figura 3.2.5 (ambos os desenhos se referem a apenas uma única interface do elemento combustível bidimensional).

Condição de Contorno mista homogênea



$$Cond. Contorno = -\frac{J}{\phi} = \frac{D(x_0, y) \nabla \phi(x_0, y)}{\phi(x_0, y)}$$

\*célula do canto

Figura 3.2.4: Condição de contorno constante na interface do elemento combustível.



Visando demonstrar a importância de tal correção nos valores das condições de contorno, foram simuladas algumas reconstruções de fluxo com e sem o esquema de correção e que são apresentados na Tabela 3.2.2.

Tabela 3.2.2: Diferenças (em relação a solução 5x5 – ver seção 4.2) das reconstruções de fluxo sem e com a correção nas condições de contorno. \*DMA = diferença média absoluta, \*\*MDP = maior diferença positiva, \*\*\*MDN = menor diferença negativa.

Elemento Combustível BD (ver seção 4.2)	Sem Correção	Com Correção
DMA* $\phi_1$ (%)	0.273	0.216
DMA $\phi_2$ (%)	0.758	0.542
MDP** $\phi_1$ (%)	+0.547	+0.800
MDN*** $\phi_1$ (%)	-1.687	-0.619
MDP $\phi_2$ (%)	+6.066	+1.184
MDN $\phi_2$ (%)	-3.101	-1.624

Pode-se notar pelos resultados apresentados na Tabela 3.2.2 (exceto para o MDP do fluxo rápido que sofreu um aumento de +0.547% para +0.800%) que a correção proposta para as condições de contorno se mostraram efetivas, portanto foram implementadas no programa de reconstrução de fluxo.

## CAPÍTULO 4

### **CRITÉRIOS PARA A CONSTRUÇÃO DE UMA SOLUÇÃO DE REFERÊNCIA**

Em todos os trabalhos de reconstrução de fluxo de nêutrons, independentemente do método utilizado, surge a necessidade de avaliar o quão preciso é o método de reconstrução em questão. Para tal, utiliza-se um problema padrão (*benchmark*) que é simulado, na grande maioria das vezes, por códigos computacionais que discretizam espacialmente a equação da difusão de nêutrons em diferenças finitas, gerando uma distribuição de fluxo que posteriormente é comparada com aquela obtida pelo método de reconstrução. Assim, pode-se estimar a precisão do método de reconstrução e eventuais vantagens e desvantagens pertinentes a tal método.

#### **4.1 – Um Erro Freqüente na Escolha das Soluções de Referência**

Todo novo esquema de reconstrução de fluxo de nêutrons deve ser qualificado pela confrontação de seus resultados, com uma distribuição de fluxo previamente calculada para o mesmo reator simulado. Um cuidado especial deve ser dado à escolha do reator, ou aglomerado de elementos combustíveis, pois determinadas características (geometria e/ou composição) podem evidenciar determinado lado positivo ou negativo do esquema de reconstrução de fluxo. Além disso, a solução de referência deve ser gerada com uma malha espacial extremamente fina, já que em muitos casos a presença de veneno queimável e barras de controle provocam uma substancial depressão espacial no fluxo de nêutrons, de modo que se fazem necessários vários pontos de malha para que se obtenha uma boa estimativa do fluxo.

É fato que a recente evolução dos computadores pessoais permite atualmente utilizar uma malha espacial extremamente fina na grande maioria dos reatores e / ou arranjos de elementos combustíveis utilizados atualmente, o que era impossível até alguns anos atrás. Porém em vários artigos [13, 11, 7, 41, 43] sobre reconstrução de fluxo que foram estudados, para a presente tese, encontram-se autores que se mostraram satisfeitos com soluções de referências geradas com uma malha espacial extremamente

econômica, mesmo para pequenos reatores, o que deixa de evidenciar determinadas limitações dos respectivos esquemas de reconstrução de fluxo e/ou potência pino a pino.

Com o objetivo de estudar quais devem ser os pré-requisitos a serem considerados na escolha de uma boa solução de referência, foi simulado um total de dois arranjos de elementos combustíveis e três pequenos reatores nucleares, sendo um deles tridimensional.

A simulação foi realizada utilizando uma versão do código CITATION [44] desenvolvida pelo grupo de neutrônica da CNEN. As principais modificações desta versão do código CITATION são:

- (i) introdução de precisão dupla para todas as variáveis reais.
- (ii) aumento do número de colunas, linhas e planos para 2210.
- (iii) aumento do número máximo de iterações externas para 50000.
- (iv) gravação dos valores numéricos do fluxo de nêutrons (disponível para casos bi e tridimensional) de modo a serem lidos pelo MATHEMATICA [45].
- (v) eliminação das gravações de dados em unidades lógicas, que são lidas a cada iteração. Isto foi eliminado se utilizando a declaração COMMON para compartilhar os dados entre as sub-rotinas (disponível, atualmente, apenas para casos bidimensionais).

O uso desta versão do código CITATION permitiu a simulação de todos os arranjos selecionados, uma vez que a não utilização da dupla precisão, na versão original, não permitia a convergência do fluxo, caso se utilizasse uma malha espacial extremamente fina. A seguir são apresentados os resultados das simulações realizadas.

#### **4.1.1 – Arranjos de Elementos Combustíveis *Benchmark#1* e *#2***

A referência [11], que trata de um determinado método de reconstrução de fluxo em particular, simula para qualificar tal método dois pequenos arranjos de elementos combustíveis, *Benchmark#1* e *Benchmark#2*. Nas Figuras 4.1.1.1 e 4.1.1.2, estão descritos os dois arranjos de elementos combustíveis, e na Tabela 4.1.1.1 as seções de choque de cada uma das varetas presentes no elemento combustível apresentado na Figura 4.1.1.3.

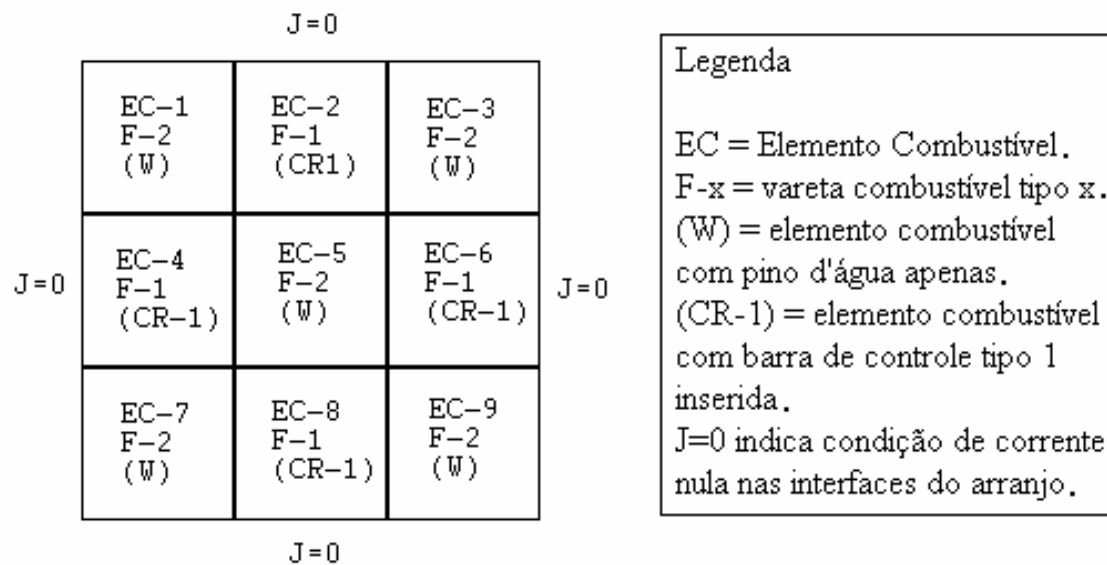


Figura 4.1.1.1: Descrição do arranjo de elementos combustíveis designados como *Benchmark#1*.

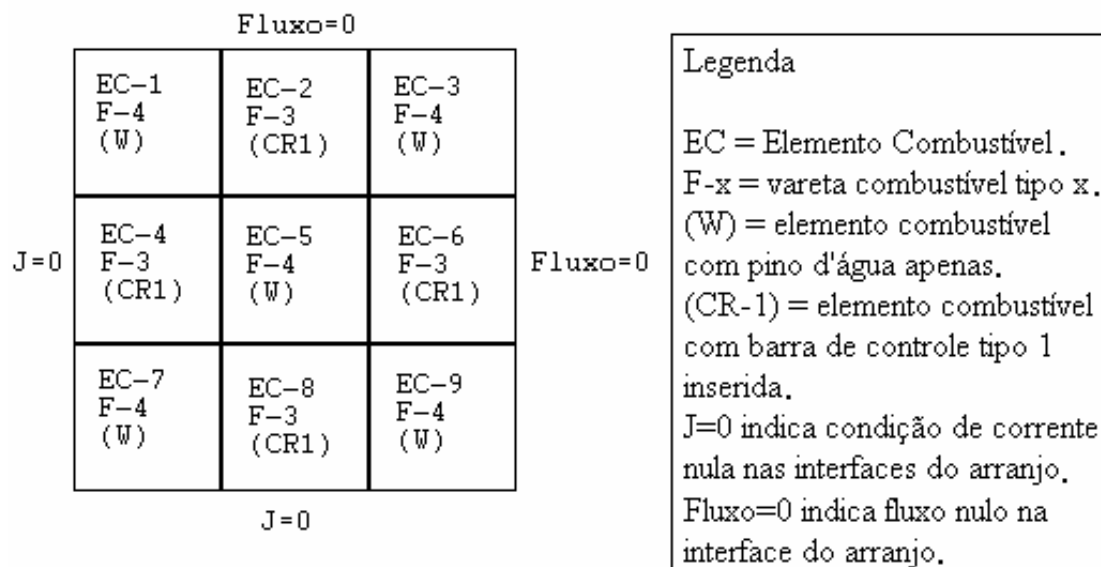


Figura 4.1.1.2: Descrição do arranjo de elementos combustíveis designados como *Benchmark#2*.



**Elemento Combustível 15x15, utilizado nos Benchmark#1, #2 e #3**

Elemento Combustível 15 x 15  
 largura do e.c. = 21.0 cm  
 passo da vareta = 1.4 cm

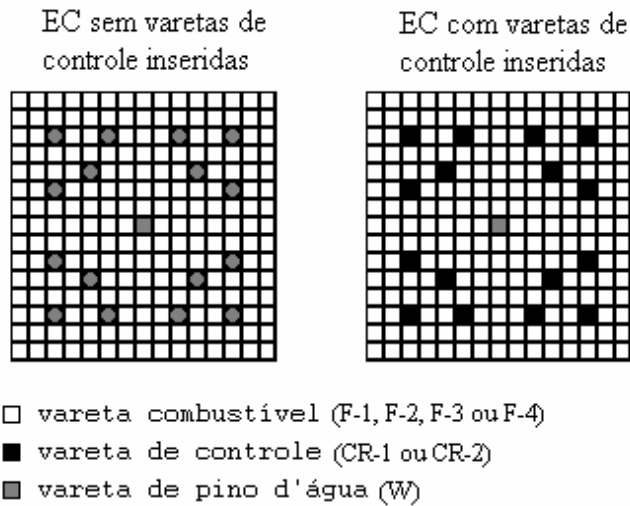


Figura 4.1.1.3: Descrição do Elemento Combustível 15x15, presente nos *Benchmark#1* e *Benchmark#2*.

Tabela 4.1.1.1: Seções de choque das barras presentes no elemento combustível 15x15.

Parâmetro	grupo	(F-1)	(F-2)	(F-3)	(F-4)	(CR1)	(CR2)	(W)
D (cm)	1	1.5	1.5	1.5	1.5	1.1133	1.1133	1.7
	2	0.4	0.4	0.4	0.4	0.18401	0.18401	0.350
$\Sigma_{21}$ (cm <sup>-1</sup> )		0.02	0.02	0.02	0.02	0.037529	0.0037529	0.035
$\Sigma_a$ (cm <sup>-1</sup> )	1	0.013	0.010	0.010	0.011	0.04989	0.0836661	0.001
	2	0.180	0.150	0.160	0.190	0.96726	0.96726	0.050
$\nu\Sigma_f$ (cm <sup>-1</sup> )	1	0.0065	0.005	0.0065	0.0055	0.0	0.0	0.0
	2	0.240	0.180	0.240	0.210	0.0	0.0	0.0

Na Tabela 4.1.1.2 são apresentados os resultados dos parâmetros globais obtidos das simulações do *Benchmark#1*, com o código CITATION, para várias malhas espaciais e considerando-se como critérios de convergência numérica os valores de  $\Delta\phi \leq 10^{-6}$  para o fluxo e  $\Delta k \leq 10^{-5}$  para o  $k_{\text{eff}}$ .

Tabela 4.1.1.2: Resultados do *Benchmark#1*.

Malha espacial por vareta <sup>(*)</sup>	$k_{eff}$	Tempo de CPU relativo	Nº de iterações externas	Diferença de Reatividade (pcm)
1x1	0.8826228	1.00	99	1122
2x2	0.8770251	1.25	260	399
3x3	0.8751725	2.97	590	157
4x4	0.8743760	4.68	576	53
5x5 (referência)	0.8739693	8.92	801	0

(\*) No jargão da área de neutrônica a malha espacial pode ser indicada por vareta, pino ou célula.

A Diferença de Reatividade apresentada na última coluna da Tabela 4.1.1.2 foi calculada segundo a fórmula padrão (ver [49], página 222, fórmula 5-302) para a diferença de reatividade entre dois estados de um sistema nuclear, ou seja,  $\Delta\rho = \rho - \rho_{ref} = \left(\frac{1}{k_{ref}} - \frac{1}{k}\right) * 10^5$  pcm. Na Tabela 4.1.1.3 podem ser observadas as diferenças de fluxo encontradas para as diversas malhas espaciais utilizadas nas simulações.

Tabela 4.1.1.3: Resultado das diferenças médias absolutas (DMA) e das máximas diferenças absolutas (máxima DA) dos fluxos rápido e térmico, do *Benchmark#1*.

Malha espacial por vareta	DMA Fluxo Rápido (%)	Máxima DA Fluxo Rápido (%)	DMA Fluxo Térmico (%)	Máxima DA Fluxo Térmico (%)
1x1	1.56	4.93	3.81	15.16
2x2	0.53	1.67	1.26	5.28
3x3	0.21	0.65	0.49	2.07
4x4	0.07	0.23	0.17	0.71
5x5	referência	referência	referência	referência

Nas Figuras 4.1.1.4 a 4.1.1.7, são apresentadas as formas dos fluxos rápido e térmico da simulação com malha espacial 5x5, respectivamente, bem como a diferença percentual relativa entre as soluções com malha espacial 5x5 e 1x1 para o *Benchmark#1*.

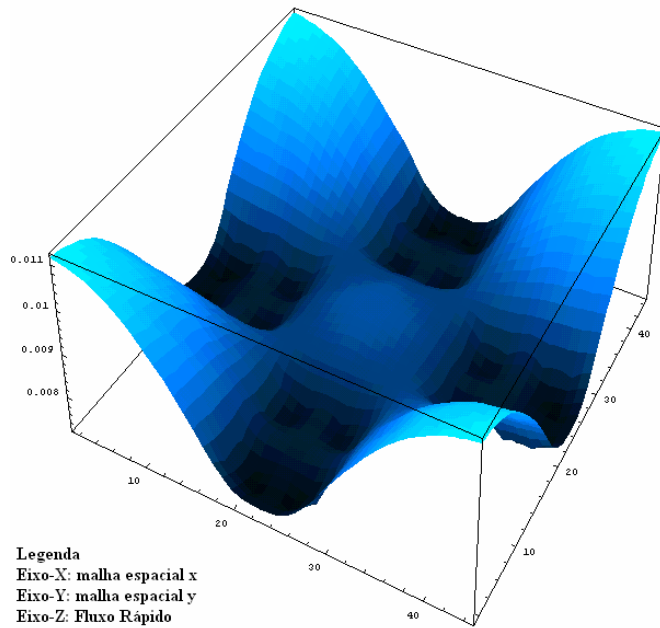


Figura 4.1.1.4: Fluxo rápido em unidade arbitrária (ua) com malha espacial 5x5 por pino do *Benchmark#1*.

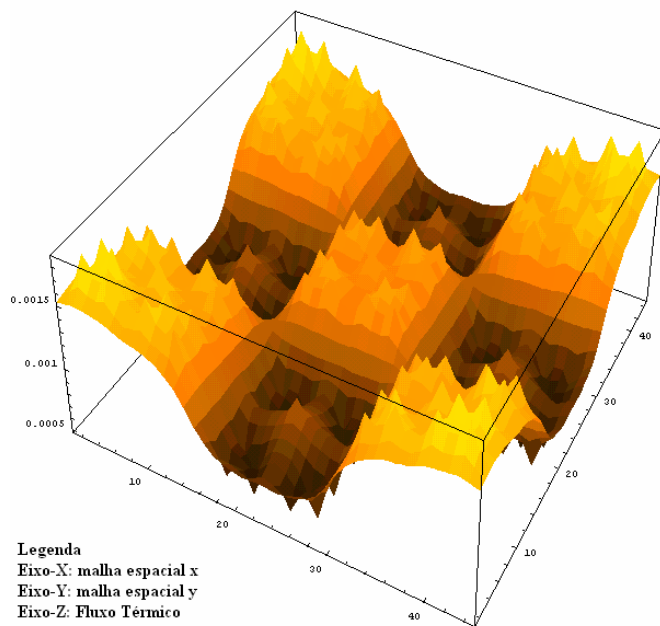


Figura 4.1.1.5: Fluxo térmico (ua) com malha espacial 5x5 por pino do *Benchmark#1*.

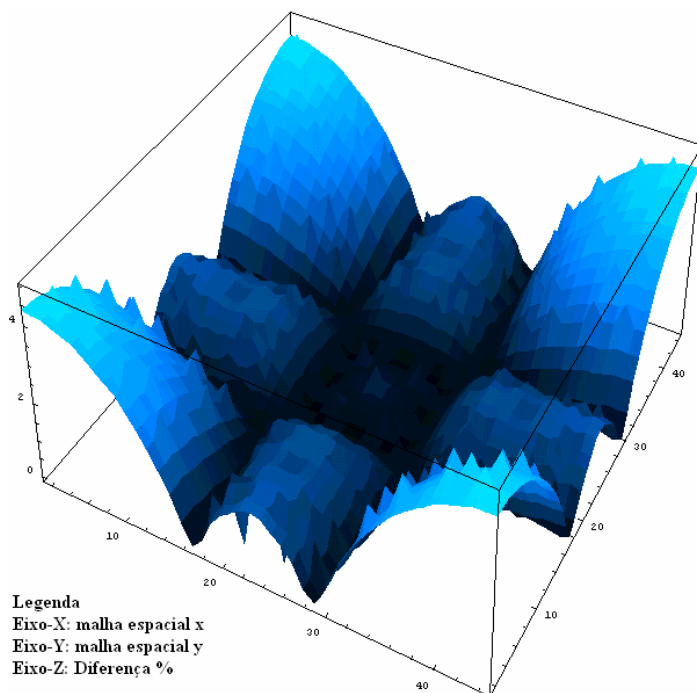


Figura 4.1.1.6: Diferença percentual entre as soluções 5x5 e 1x1 para o fluxo rápido do *Benchmark#1*.

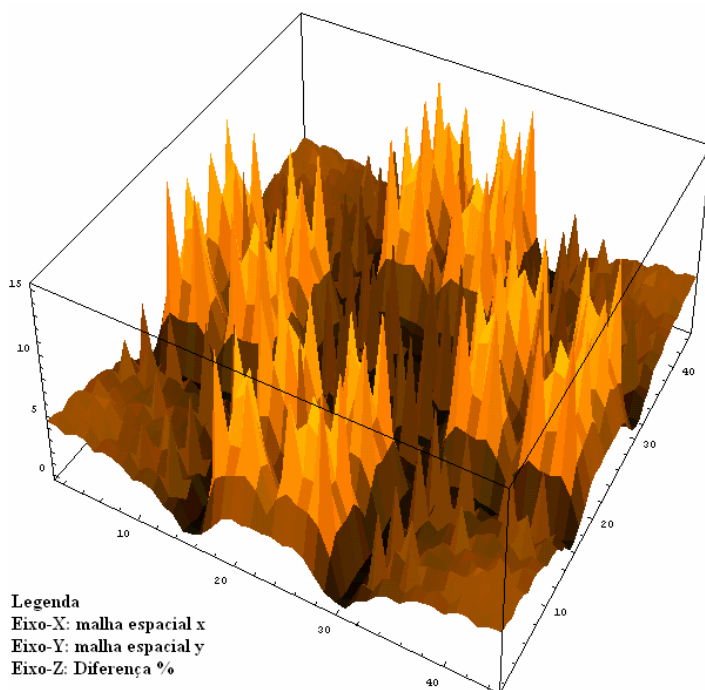


Figura 4.1.1.7: Diferença percentual entre as soluções 5x5 e 1x1 para o fluxo térmico do *Benchmark#1*.

Neste caso, verifica-se que a solução 4x4 não só apresenta uma diferença de reatividade menor que 100 pcm, em relação à solução de referência, como também as diferenças (DMA e máxima DA) são menores do que 1%, assim a solução 4x4 poderia ser considerada, em um nível de qualificação de metodologia de reconstrução de fluxo, como uma solução “exata”. Porém neste caso os autores utilizaram a solução 1x1 como sendo a solução de referência para o *Benchmark#1*. Pode-se observar que a solução com malha espacial de 1x1 ponto por pino, tomada como solução de referência (ver página 390 de [11]), possui uma diferença de reatividade de 1122 pcm em relação à solução 5x5.

Para o *Benchmark#2*, observa-se um comportamento semelhante, como pode ser visualizado nas Tabelas 4.1.1.4 e 4.1.1.5.

Tabela 4.1.1.4: Resultados do *Benchmark#2*, com  $\Delta\phi \leq 10^{-6}$  e  $\Delta k \leq 10^{-5}$ .

Malha espacial por vareta	$k_{eff}$	Tempo de CPU relativo	Nº de iterações externas	Diferença de Reatividade (pcm)
1x1	0.8594553	1.00	92	1961
2x2	0.8500800	1.28	136	678
3x3	0.8471117	1.77	187	265
4x4	0.8458521	3.46	333	90
5x5(referência)	0.8452120	7.99	663	0

Tabela 4.1.1.5: Resultado das diferenças médias absolutas (DMA) e das máximas diferenças absolutas (máxima DA) dos fluxos rápido e térmico, do *Benchmark#2*.

Malha espacial por vareta	DMA Fluxo Rápido (%)	Máxima DA Fluxo Rápido (%)	DMA Fluxo Térmico (%)	Máxima DA Fluxo Térmico (%)
1x1	1.66	8.61	4.32	17.23
2x2	0.56	2.96	1.40	6.02
3x3	0.22	1.15	0.54	2.36
4x4	0.07	0.38	0.18	0.80
5x5	referência	referência	referência	referência

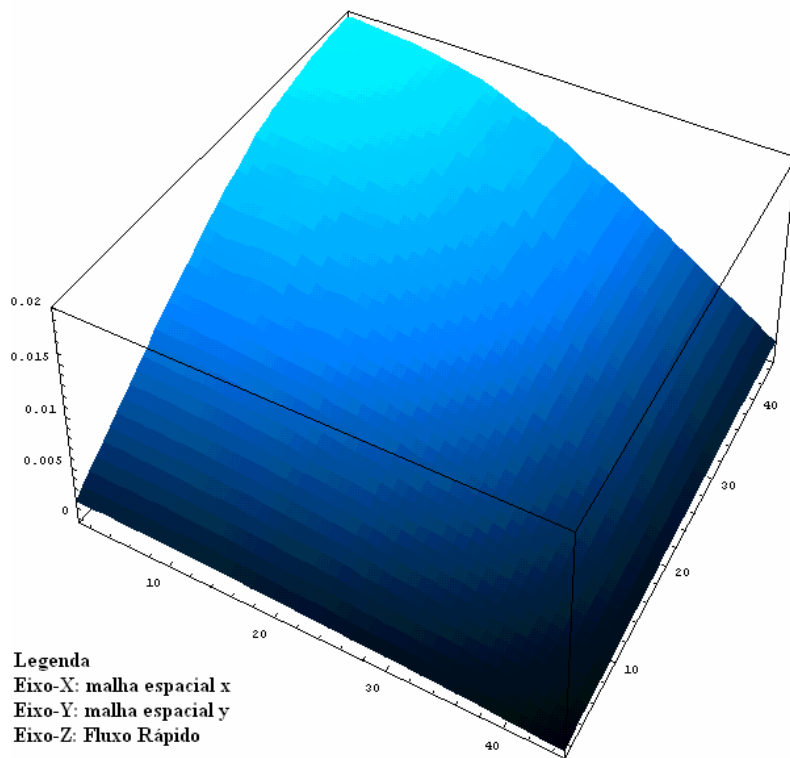


Figura 4.1.1.8: Fluxo rápido (ua) do reator *Benchmark#2*, solução 5x5.

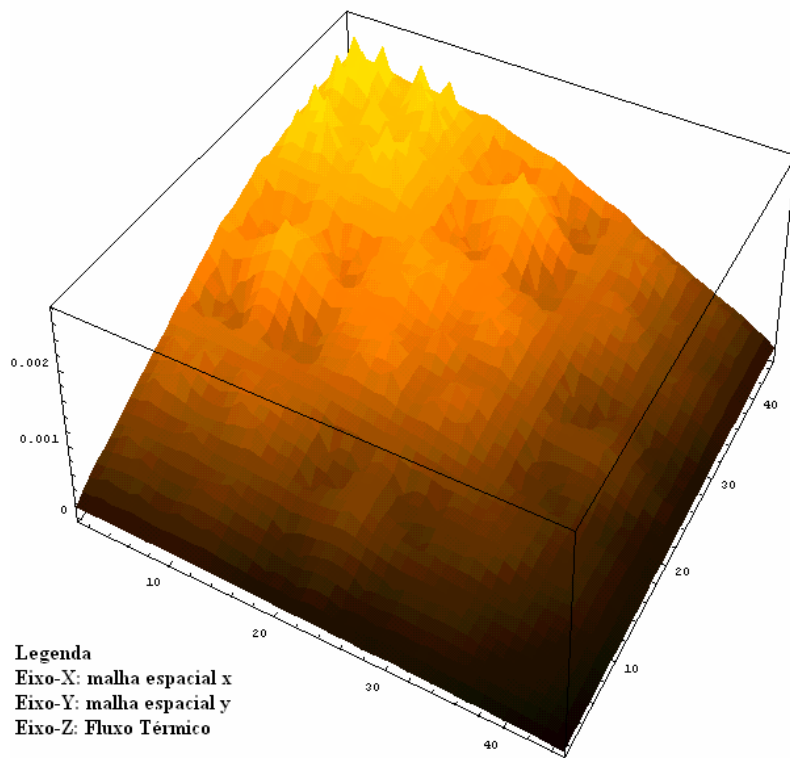


Figura 4.1.1.9: Fluxo térmico (ua) do reator *Benchmark#2*, solução 5x5.

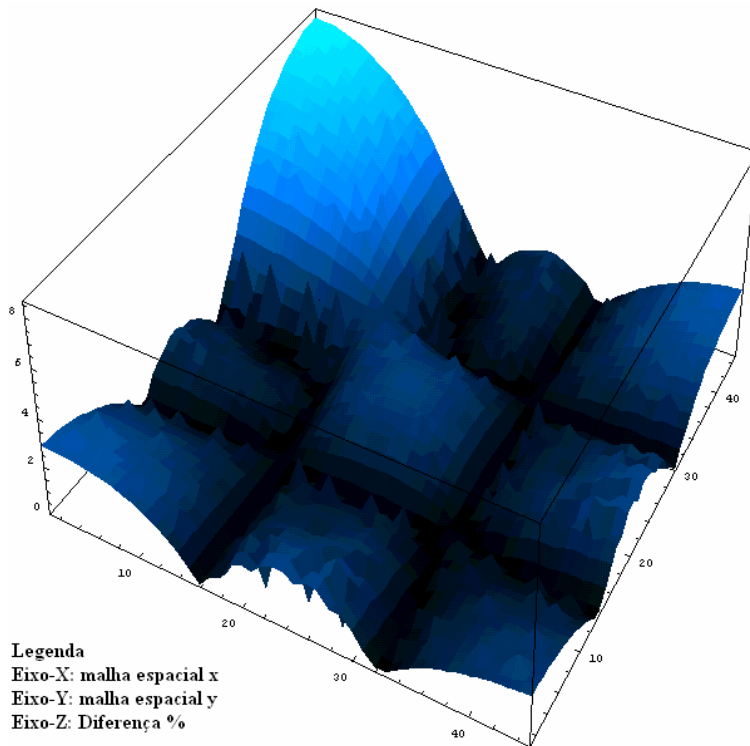


Figura 4.1.1.10: Diferença percentual do fluxo rápido entre as soluções 5x5 e 1x1 do *Benchmark#2*.

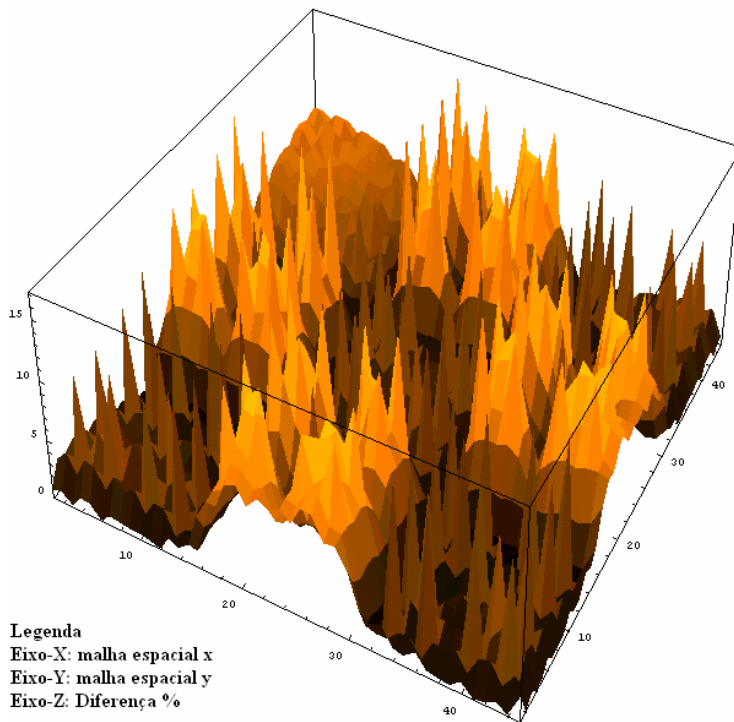


Figura 4.1.1.11: Diferença percentual do fluxo térmico entre as soluções 5x5 e 1x1 do *Benchmark#2*.

Mais uma vez pode-se observar que a solução 4x4 poderia ser escolhida como a solução de referência. Também neste caso os autores utilizaram a solução 1x1 (ver página 390 de [11]) como sendo a solução de referência para o *Benchmark#2*. Porém, deve ser observado que a solução 1x1 apresenta uma diferença de reatividade de 1961 pcm em relação à solução 5x5 e diferenças médias e máximas da ordem de 1.66% e 8.61% para o fluxo rápido e 4.32% e 17.23% para o fluxo térmico, respectivamente.

#### 4.1.2 – Reator Bi-dimensional *Benchmark#3*

O terceiro núcleo chamado *Benchmark#3* é apresentado em [7]. Este núcleo representa um pequeno reator PWR e contém explicitamente um *baffle*. Na Figura 4.1.2.1 é apresentada a geometria do núcleo do *Benchmark#3*. Este reator utiliza o mesmo elemento combustível 15x15 e seções de choque, dos arranjos dos *Benchmark#1* e #2. As Figuras 4.1.2.2 a 4.1.2.3 apresentam, respectivamente, a forma do fluxo rápido e térmico para a solução 5x5, enquanto as Figuras 4.1.2.4 e 4.1.2.5 apresentam a diferença pontual entre as soluções 1x1 e 5x5 para os fluxos rápido e térmico, respectivamente. Os resultados para este núcleo são apresentados nas Tabelas 4.1.2.1 e 4.1.2.2.

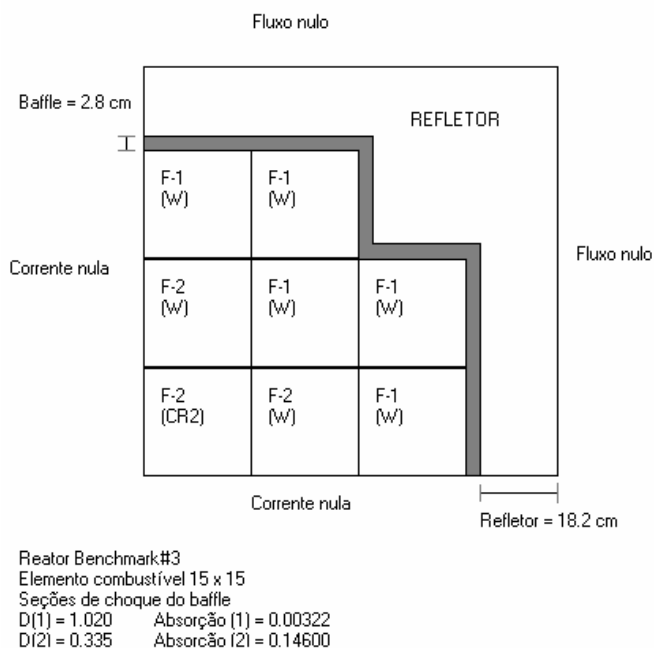


Figura 4.1.2.1: Descrição do núcleo do reator *Benchmark#3*.



Tabela 4.1.2.1: Resultados do *Benchmark#3*, com  $\Delta\phi \leq 10^{-6}$  e  $\Delta k \leq 10^{-5}$ .

Malha espacial por vareta	$k_{eff}$	Tempo de CPU relativo	Nº de iterações externas	Diferença de Reatividade (pcm)
1x1	0.8902181	1.00	77	103
2x2	0.8898052	1.84	193	51
3x3	0.8895727	4.65	271	22
4x4	0.8894609	22.237	974	7
5x5 (referência)	0.8894020	81.962	1264	0

Tabela 4.1.2.2: Resultado das diferenças médias absolutas (DMA) e das máximas diferenças absolutas (máxima DA) dos fluxos rápido e térmico.

Malha espacial por vareta	DMA Fluxo Rápido (%)	Máxima DA Fluxo Rápido (%)	DMA Fluxo Térmico (%)	Máxima DA Fluxo Térmico (%)
1x1	2.19	16.04	3.36	36.52
2x2	0.76	5.10	1.05	11.51
3x3	0.31	1.97	0.41	4.41
4x4	0.10	0.65	0.14	1.46
5x5	referência	referência	referência	referência

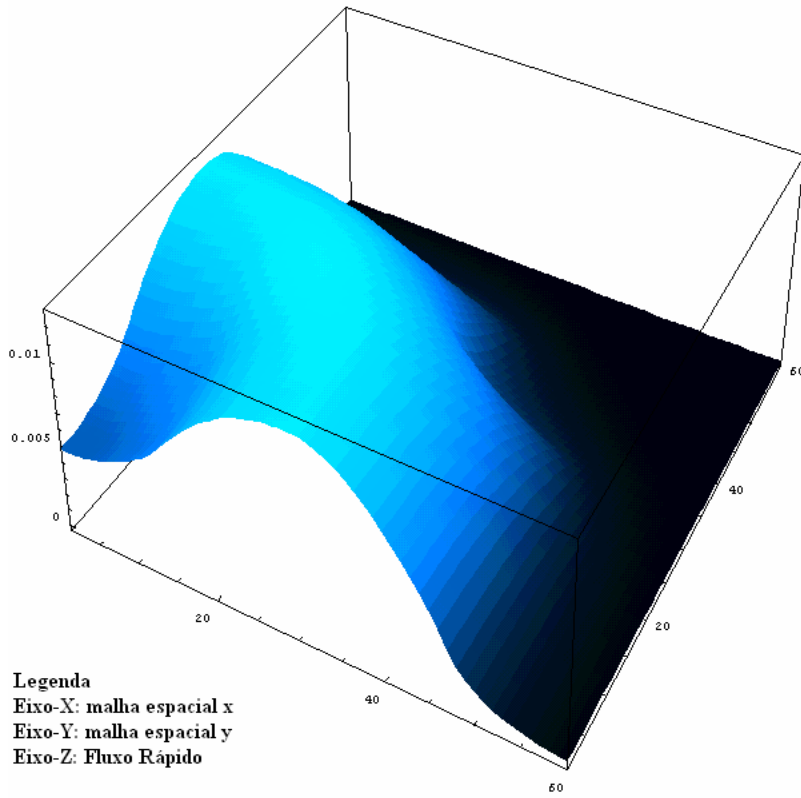


Figura 4.1.2.2: Fluxo rápido (ua) do reator *Benchmark#3*, solução 5x5.

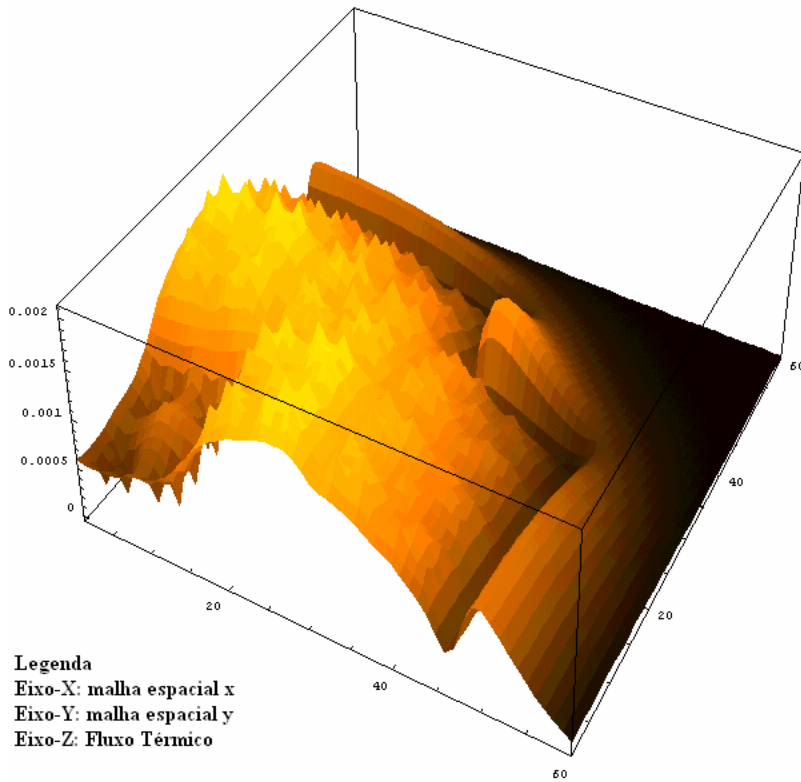


Figura 4.1.2.3: Fluxo térmico (ua) do reator *Benchmark#3*, solução 5x5.

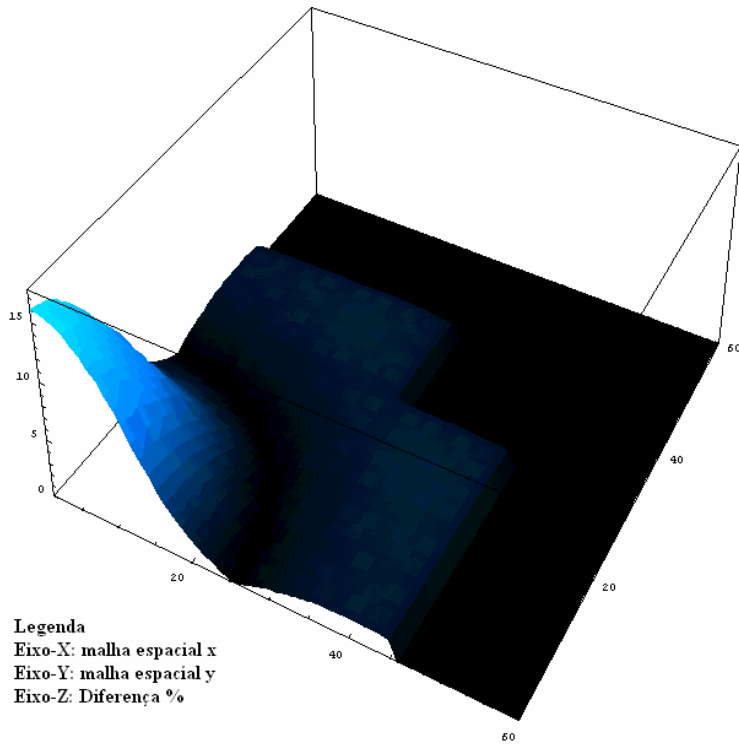


Figura 4.1.2.4: Diferença percentual absoluta do fluxo rápido entre as soluções 5x5 e 1x1 do *Benchmark#3*.

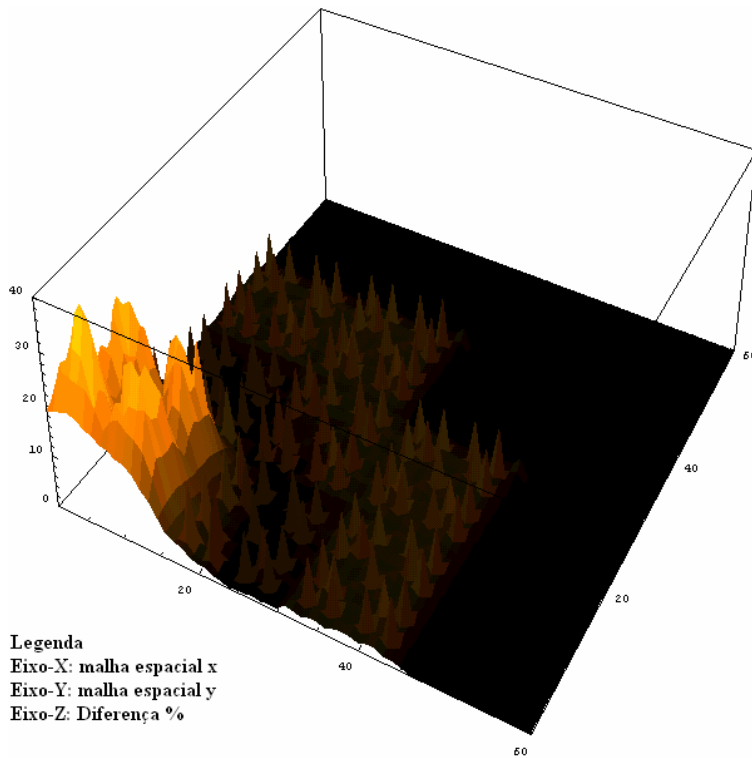


Figura 4.1.2.5: Diferença percentual absoluta do fluxo térmico entre as soluções 5x5 e 1x1 do *Benchmark#3*.

Em [7] não fica claro se o autor utilizou como solução de referência 1x1 ou 2x2 pontos por pino. De qualquer modo pode-se verificar que mesmo a solução 2x2 apresenta uma diferença de fluxo substancial quando comparada com a distribuição 5x5. Este caso do *Benchmark#3* é também interessante, pois mostra um caso de um pequeno reator PWR onde pela observação pura e simples do valor de  $k_{eff}$  seria possível escolher como solução de referência a solução 1x1 já que a diferença de reatividade é de apenas 103 pcm em relação à solução 5x5, porém, as diferenças máximas pontuais do fluxo rápido e térmico são 16.04% e 36.52%, respectivamente.

#### 4.1.3 – Reator Tri-dimensional EPRI-9R 3D

Em um recente trabalho (2004) [43], foi apresentado um método híbrido de cálculo de reatores, que trata a dimensão z através de um cálculo nodal e as dimensões x e y como malha fina em diferenças finitas. Para qualificar tal metodologia os autores usaram o *Benchmark* EPRI-9R 3D, que representa  $\frac{1}{4}$  de núcleo de um pequeno reator PWR modificado para um problema tri-dimensional, onde duas barras de controle encontram-se introduzidas até a metade do núcleo ativo do reator. A Figura 4.1.3.1 mostra a geometria do núcleo do reator, onde os elementos combustíveis e as seções de choque são as mesmas apresentadas na Figura 4.1.1.3 e na Tabela 4.1.1.1, respectivamente, e relativas aos *Benchmark#1*, #2 e #3.

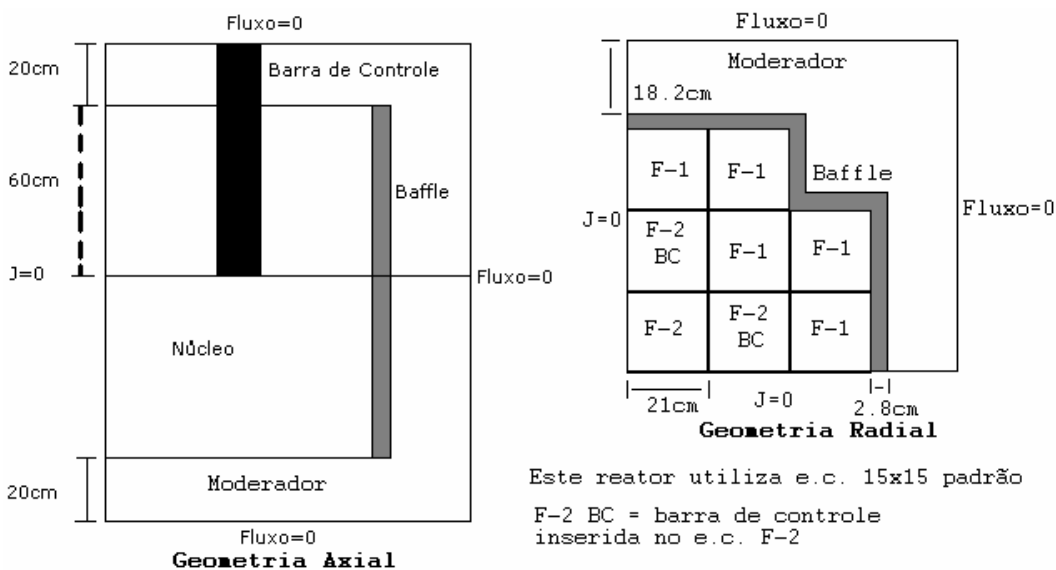


Figura 4.1.3.1: Geometria do reator EPRI-9R 3D.

Em [43], os autores utilizaram o código VENTURE [46] para gerar a sua solução de referência usando, apenas, 1x1 ponto por pino (vareta). A simulação do reator EPRI-9R 3D utilizando o CITATION está sumarizada na Tabela 4.1.3.1. Em todas as simulações deste reator foi utilizado um espaçamento entre os planos axiais de 1 cm, o que gerou 160 planos. Como seria impossível apresentar os resultados da diferença de fluxo rápido e térmico para todos os planos axiais, foram selecionados seis planos cujos resultados são apresentados. A Figura 4.1.3.2 indica onde se situa cada plano apresentado na Tabela 4.1.3.2.

Tabela 4.1.3.1: Resultados da simulação do reator EPRI-9R 3D.

Código utilizado na simulação e malha xy	$\Delta z$ (cm) – distância entre planos axiais	$k_{eff}$	Tempo de CPU relativo
CITATION 1x1	1	0.876716	1
CITATION 2x2	1	0.877009	8.49
CITATION 3x3	1	0.876969	57.55
VENTURE 1x1	1	0.876640	47.52

Pode-se observar, dos resultados da Tabela 4.1.3.1, que os valores de  $k_{eff}$  apresentam uma boa concordância entre si, o que poderia evidenciar que soluções com malhas espaciais mais refinadas não seriam necessárias, visto que o tempo de processamento aumenta de modo exponencial. Porém, ao se analisar as diferenças entre as distribuições de fluxo de nêutrons geradas, pelo CITATION, para diferentes malhas espaciais, observam-se diferenças substanciais, conforme pode ser visto na Tabela 4.1.3.2. Deve-se notar que a solução obtida com a malha espacial 3x3 foi considerada, no presente trabalho, como a solução de referência. Nas Figuras 4.1.3.3 a 4.1.3.6 podem ser vistos os fluxos rápido e térmico obtidos através da simulação com 3x3 pontos por pino em x-y e espaçamento de planos axiais igual a 1 cm, para os planos 50 e 110, respectivamente.

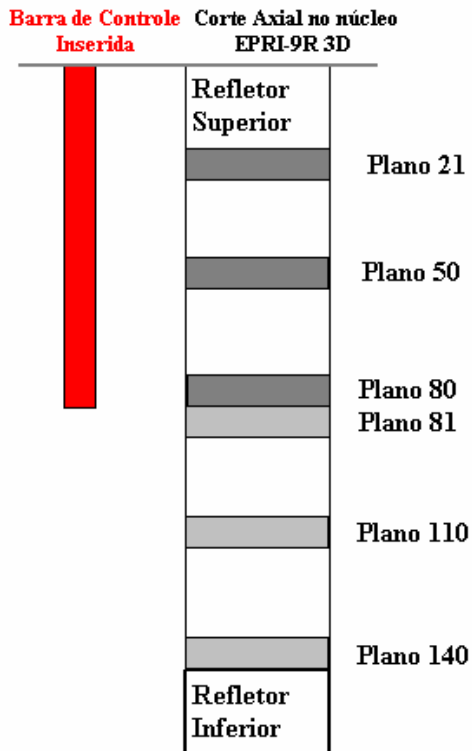


Figura 4.1.3.2: Corte axial do reator EPRI-9R 3D e localização dos planos axiais.

Tabela 4.1.3.2: Resultado das diferenças médias absolutas (DMA) e das máximas diferenças absolutas (máxima DA) dos fluxos rápido e térmico do reator EPRI-9R 3D.

Plano 21

Malha espacial por vareta	DAmáx $\phi 1$ (%)	DAmáx $\phi 2$ (%)	DMA $\phi 1$ (%)	DMA $\phi 2$ (%)
1x1	19.28	43.37	12.90	15.51
2x2	4.04	8.97	2.66	3.19
3x3	referência	referência	referência	referência

Plano 50

Malha espacial por vareta	DAmáx $\phi 1$ (%)	DAmáx $\phi 2$ (%)	DMA $\phi 1$ (%)	DMA $\phi 2$ (%)
1x1	14.80	32.78	8.93	11.23
2x2	3.20	7.11	1.89	2.37
3x3	referência	referência	referência	referência

Plano 80

Malha espacial por vareta	DAmáx $\phi$ 1 (%)	DAmáx $\phi$ 2 (%)	DMA $\phi$ 1 (%)	DMA $\phi$ 2 (%)
1x1	3.04	16.71	1.29	3.03
2x2	0.73	4.63	0.28	0.68
3x3	referência	referência	referência	referência

Plano 81

Malha espacial por vareta	DAmáx $\phi$ 1 (%)	DAmáx $\phi$ 2 (%)	DMA $\phi$ 1 (%)	DMA $\phi$ 2 (%)
1x1	2.46	12.61	1.02	2.10
2x2	0.60	2.30	0.22	0.44
3x3	referência	referência	referência	referência

Plano 110

Malha espacial por vareta	DAmáx $\phi$ 1 (%)	DAmáx $\phi$ 2 (%)	DMA $\phi$ 1 (%)	DMA $\phi$ 2 (%)
1x1	3.81	9.05	3.05	3.47
2x2	0.83	1.49	0.68	0.74
3x3	referência	referência	referência	referência

Plano 140

Malha espacial por vareta	DAmáx $\phi$ 1 (%)	DAmáx $\phi$ 2 (%)	DMA $\phi$ 1 (%)	DMA $\phi$ 2 (%)
1x1	4.83	5.55	4.11	4.11
2x2	1.06	1.17	0.91	0.90
3x3	referência	referência	referência	referência

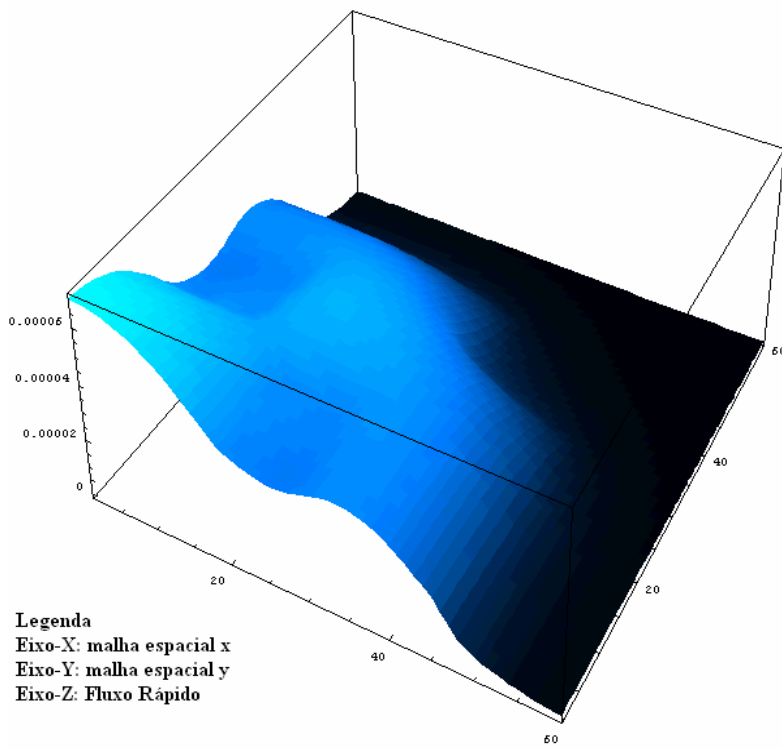


Figura 4.1.3.3: Fluxo rápido (ua) do plano 50 do reator EPRI-9R 3D solução 3x3.

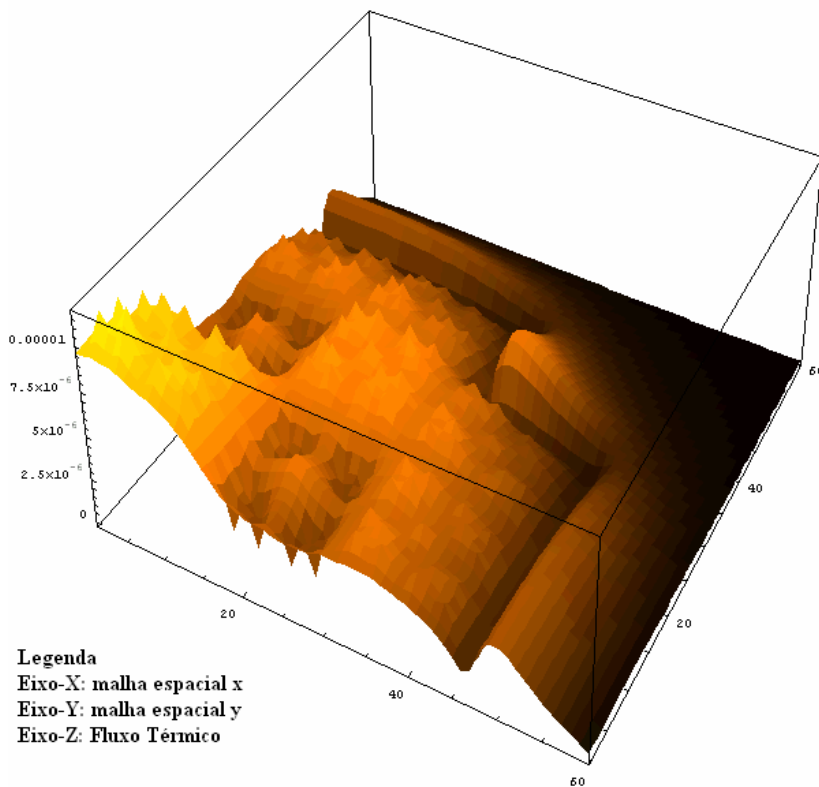


Figura 4.1.3.4: Fluxo térmico (ua) do plano 50 do reator EPRI-9R 3D solução 3x3.



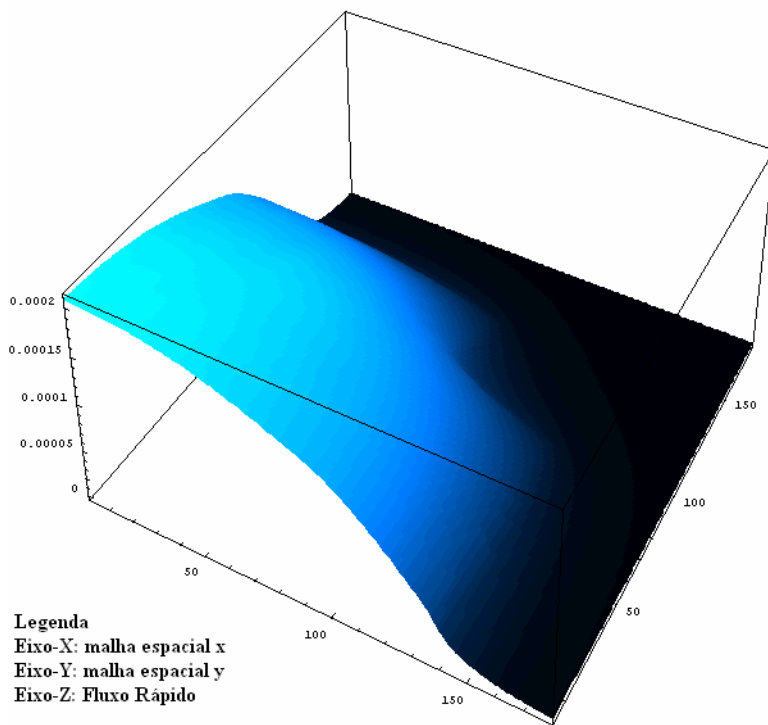


Figura 4.1.3.5: Fluxo rápido (ua) do plano 110 do reator EPRI-9R 3D solução 3x3.

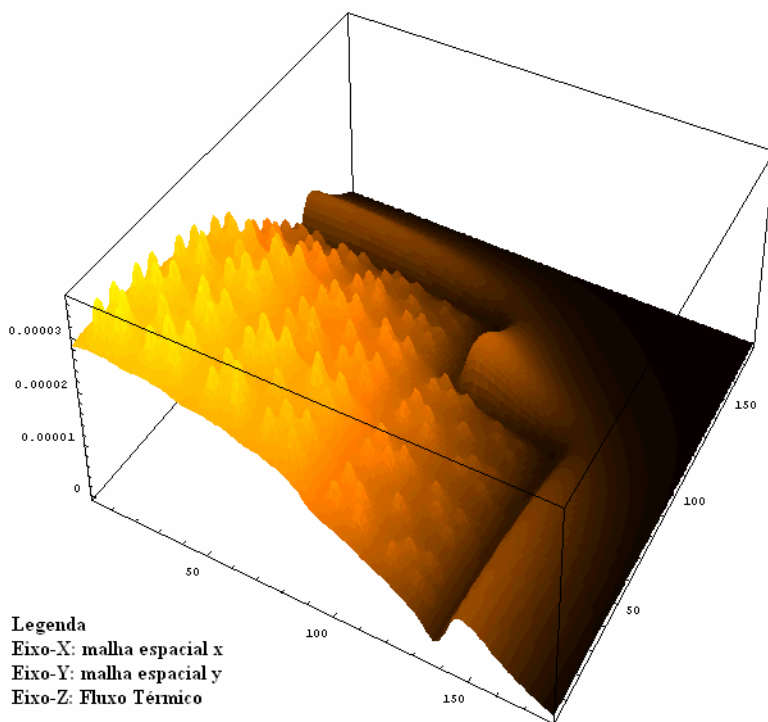


Figura 4.1.3.6: Fluxo térmico (ua) do plano 110 do reator EPRI-9R 3D solução 3x3.



### Fluxo Térmico (unidimensional)

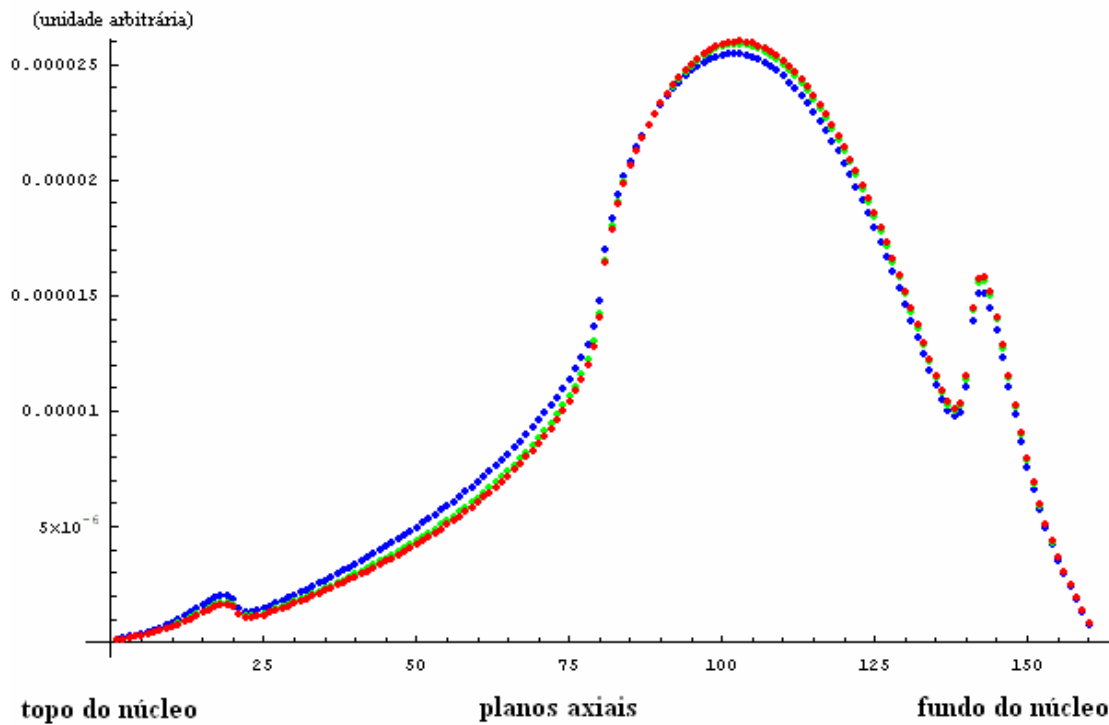


Figura 4.1.3.8: Fluxo térmico (ua) unidimensional z, para o elemento combustível com a barra de controle inserida – azul (solução 1x1 em xy), verde (solução 2x2 em xy) e vermelho (solução 3x3 em xy)

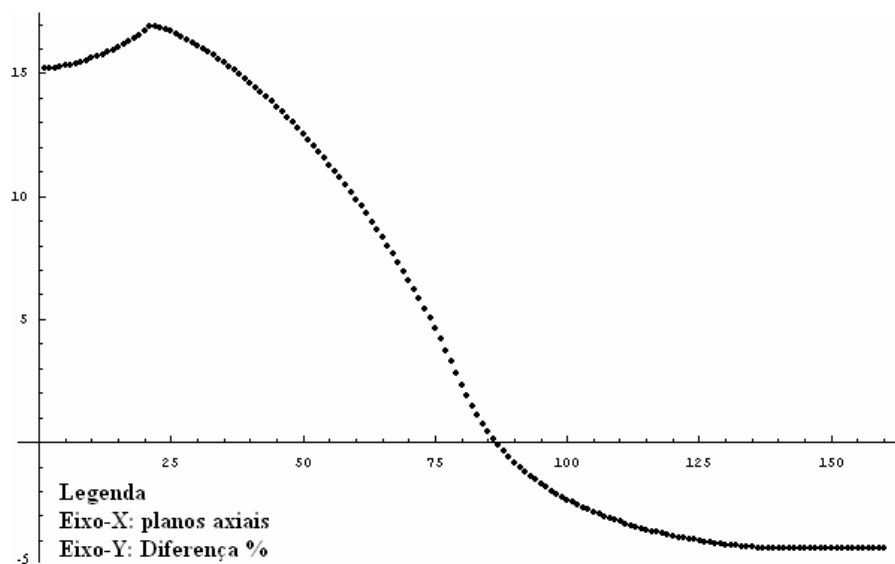


Figura 4.1.3.9: Diferença percentual do fluxo rápido unidimensional z entre as soluções 1x1 e 3x3, para o elemento combustível com barra de controle.

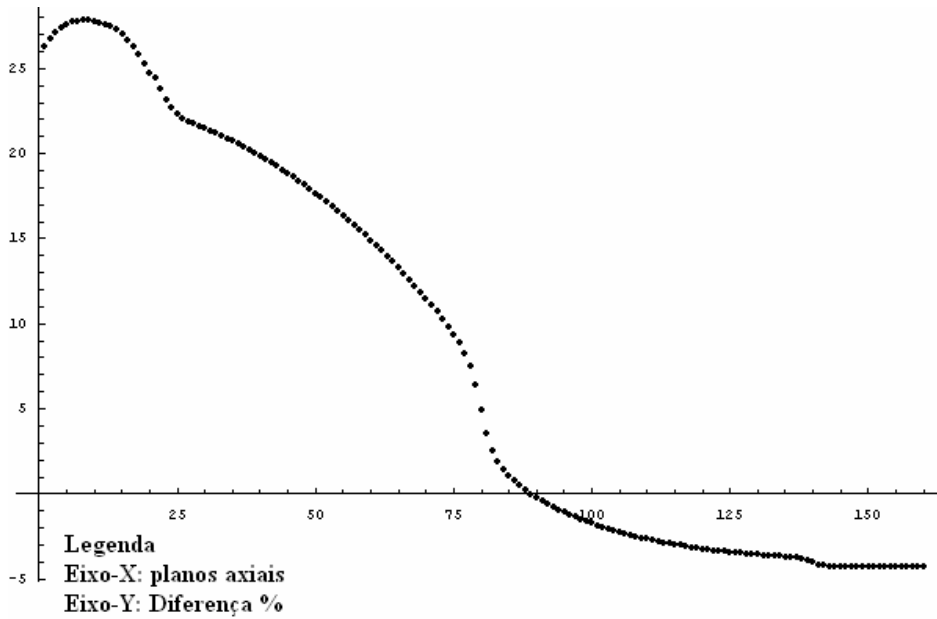


Figura 4.1.3.10: Diferença percentual do fluxo térmico unidimensional z entre as soluções 1x1 e 3x3, para o elemento combustível com barra de controle.

Fica, mais uma vez, evidente que mesmo no caso tri-dimensional uma convergência no  $k_{eff}$ , não garante que os fluxos também estejam convergidos em função da malha espacial utilizada para discretizar o reator.

#### 4.1.4 – Reator Bi-dimensional de Koebke

Neste item, será apresentado o resultado das simulações de um tradicional reator PWR, bi-dimensional e hipotético, amplamente utilizado pela comunidade de física de reatores como *benchmark*. O reator de Koebke [41], considerando quatro grupos de energia, foi simulado explicitamente incluindo o *baffle*, com e sem barras de controle inseridas. O núcleo do reator de Koebke pode ser visto na Figura 4.1.4.1, enquanto que a Tabela 4.1.4.1 apresenta as seções de choque dos diversos tipos de células e materiais componentes do núcleo, para os quatros grupos de energias.

As Figuras 4.1.4.2 a 4.1.4.9 apresentam a forma do fluxo para os quatro grupos de energia em uma visão em perspectiva, para os casos com e sem barras de controle inseridas, utilizando uma malha espacial 7x7. As Tabelas 4.1.4.2 e 4.1.4.3 apresentam os resultados para o caso em que as barras de controle estão inseridas no reator.

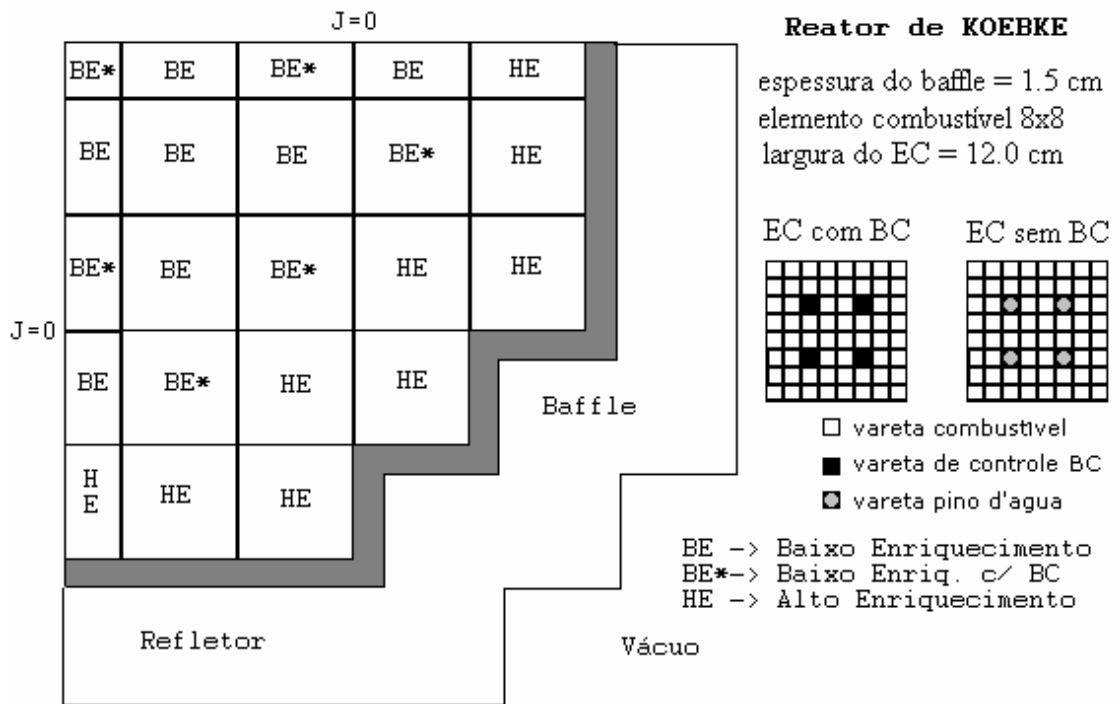


Figura 4.1.4.1: Geometria e composição do reator de Koebke.

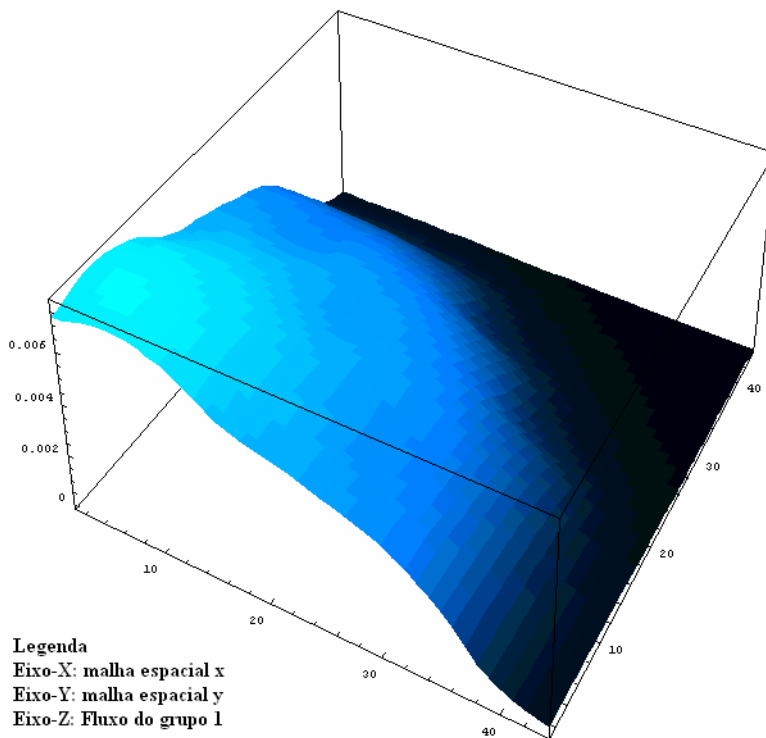


Figura 4.1.4.2: Fluxo do grupo 1 (ua), reator de Koebke **com** barras de controle inseridas, malha espacial 7x7.

Tabela 4.1.4.1: Seções de choque dos diversos tipos de células e materiais componentes do núcleo do reator de Koebke.

Parâmetros de Difusão	g	Baixo Enr. (BE)	Alto Enr. (HE)	Tubo Guia	Barra de Controle	<i>Baffle</i>	Refletor
$\nu\Sigma_f$ (cm <sup>-1</sup> )	1	0.00812	0.00812	0.0	0.0	0.0	0.0
	2	0.0006	0.000696	0.0	0.0	0.0	0.0
	3	0.00792	0.00912	0.0	0.0	0.0	0.0
	4	0.0888	0.1248	0.0	0.0	0.0	0.0
$\Sigma_a$ (cm <sup>-1</sup> )	1	0.0039	0.0039	0.00024	0.0017	0.001	0.00035
	2	0.00225	0.00229	0.000016	0.0077	0.00077	0.000026
	3	0.0223	0.0228	0.0015	0.099	0.0082	0.0013
	4	0.07	0.086	0.027	0.54	0.11	0.028
$\Sigma^{g \rightarrow g+1}$ (cm <sup>-1</sup> )	1	0.061	0.061	0.078	0.072	0.0026	0.084
	2	0.061	0.061	0.1	0.055	0.0034	0.11
	3	0.062	0.061	0.099	0.049	0.0031	0.13
	4	-	-	-	-	-	-
$D$ (cm)	1	2.6	2.6	3.3	2.4	1.8	2.6
	2	1.1	1.1	1.2	1.1	0.94	1.4
	3	0.84	0.84	0.71	0.63	0.38	0.84
	4	0.35	0.35	0.26	0.21	0.36	0.24

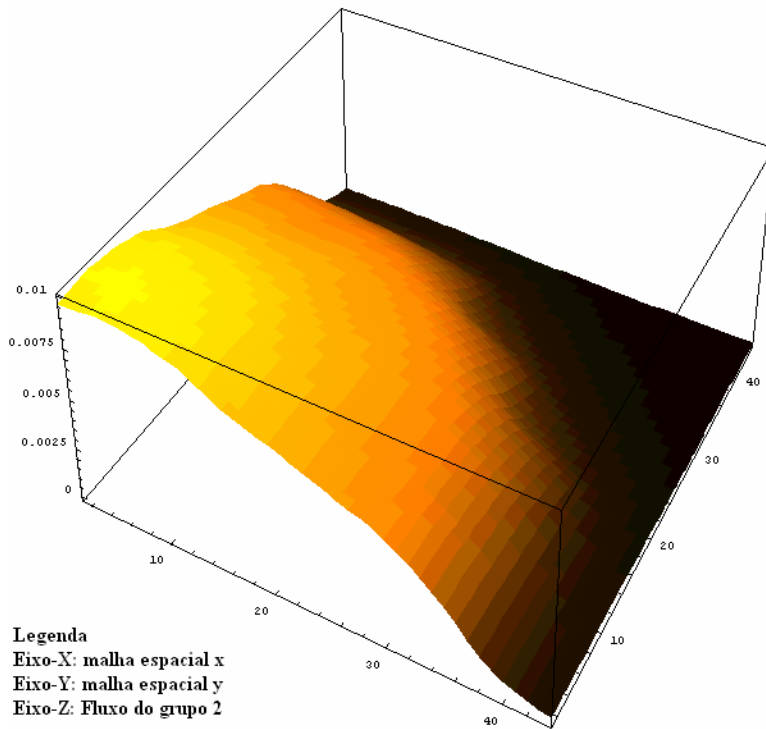


Figura 4.1.4.3: Fluxo do grupo 2 (ua), reator de Koebke **com** barras de controle inseridas. , malha espacial 7x7.

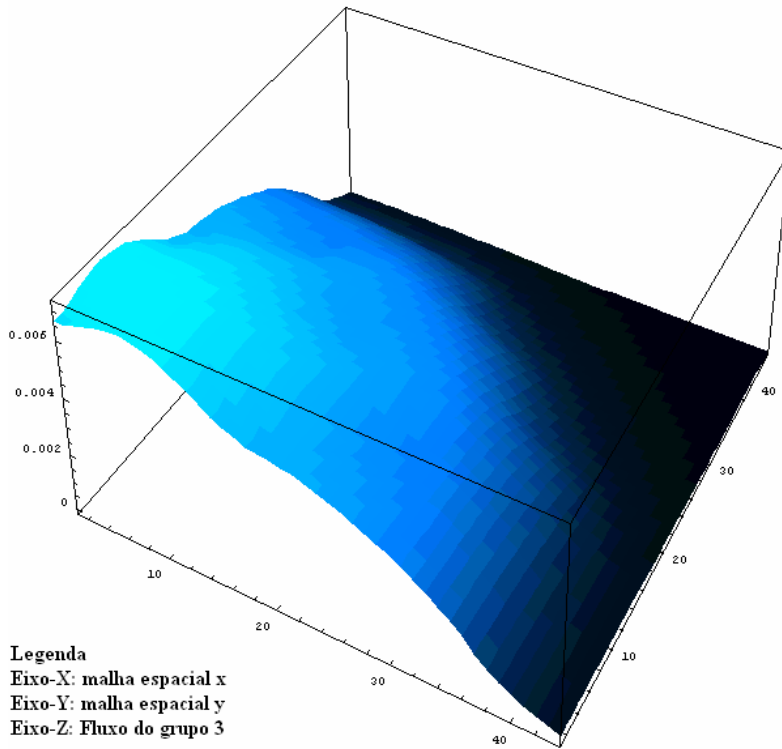


Figura 4.1.4.4: Fluxo do grupo 3 (ua), reator de Koebke **com** barras de controle inseridas, malha espacial 7x7.

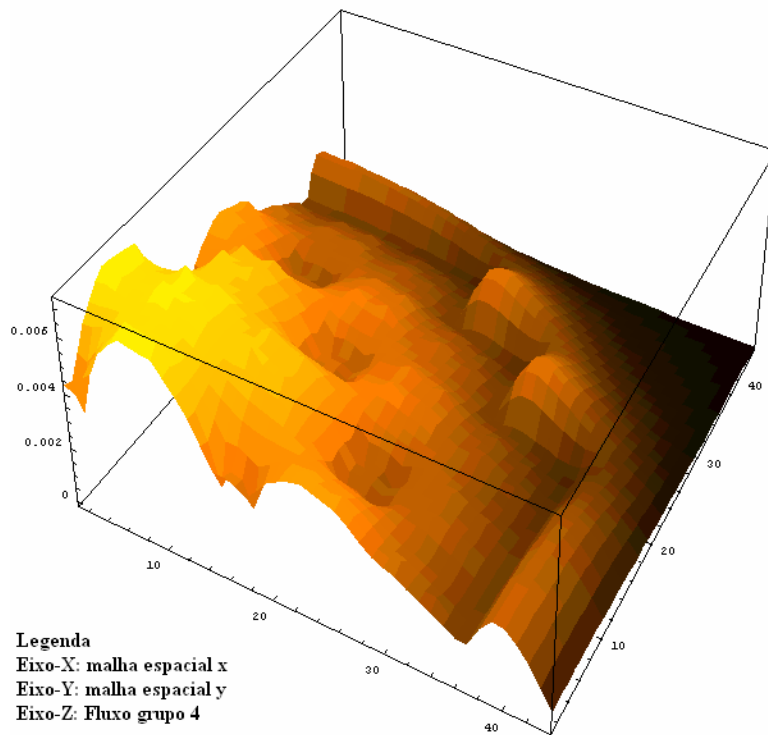


Figura 4.1.4.5: Fluxo do grupo 4 (ua), reator de Koebke **com** barras de controle inseridas, malha espacial 7x7.

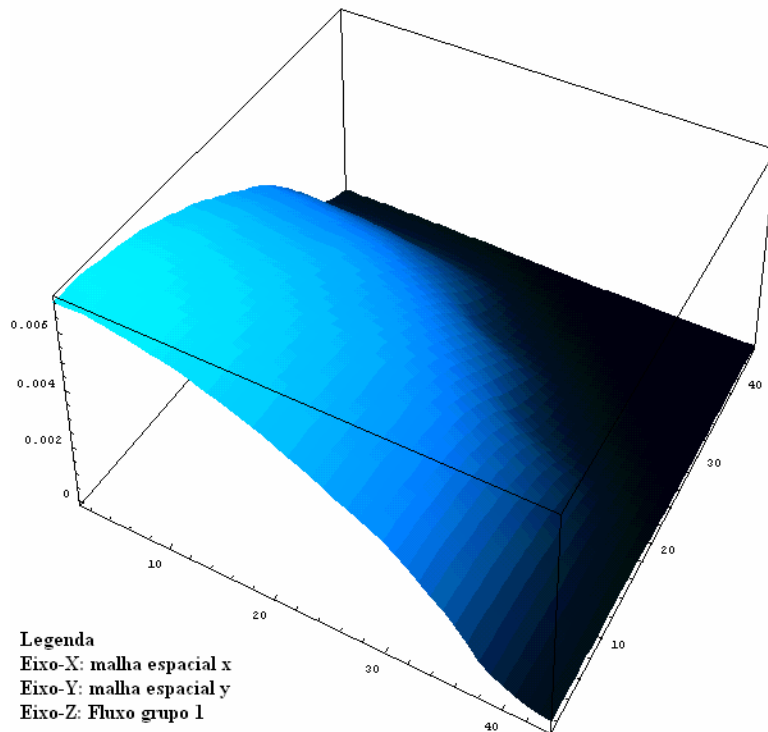


Figura 4.1.4.6: Fluxo do grupo 1 (ua), reator de Koebke **sem** barras de controle inseridas, malha espacial 7x7.



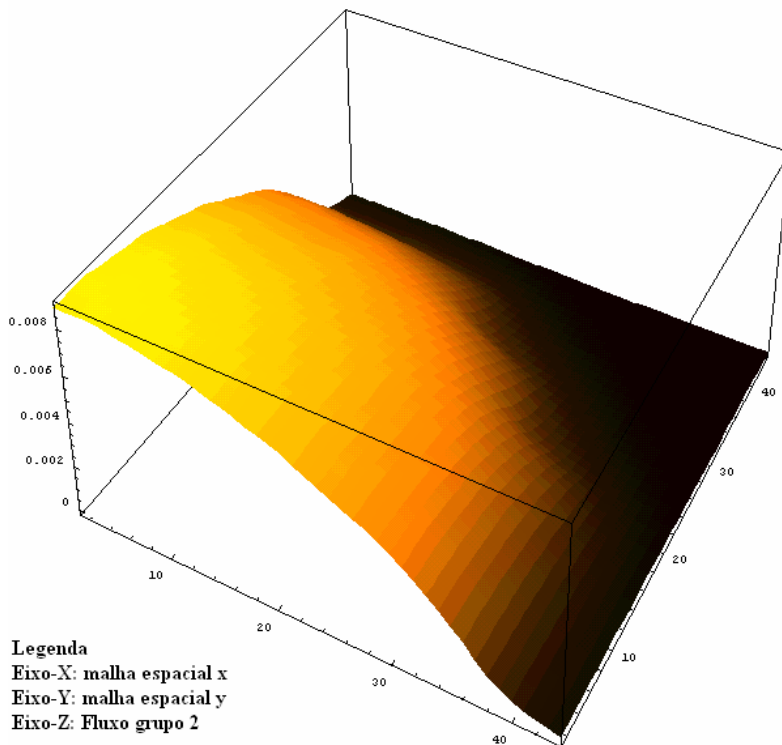


Figura 4.1.4.7: Fluxo do grupo 2 (ua), reator de Koebke **sem** barras de controle inseridas, malha espacial 7x7.

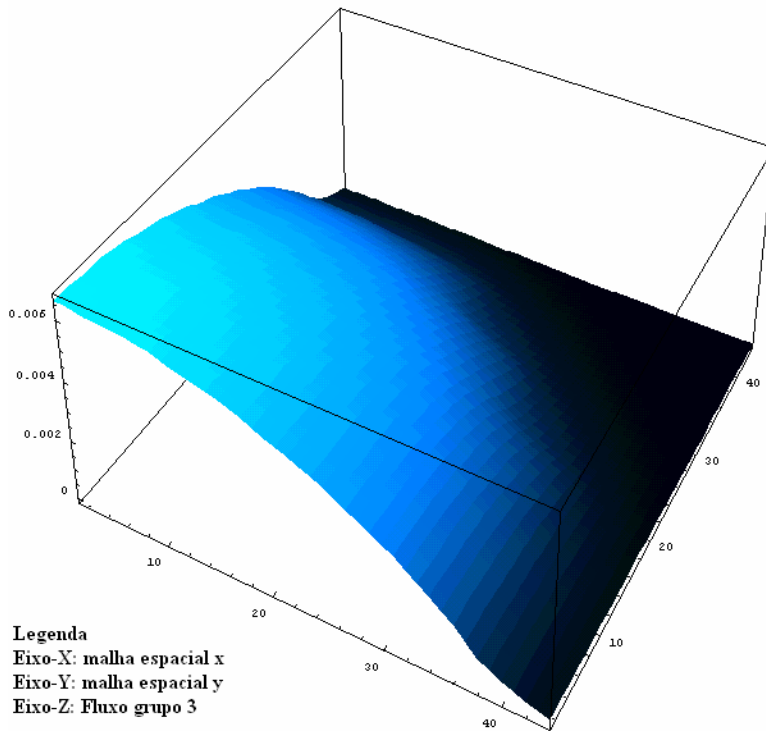


Figura 4.1.4.8: Fluxo do grupo 3 (ua), reator de Koebke **sem** barras de controle inseridas, malha espacial 7x7.

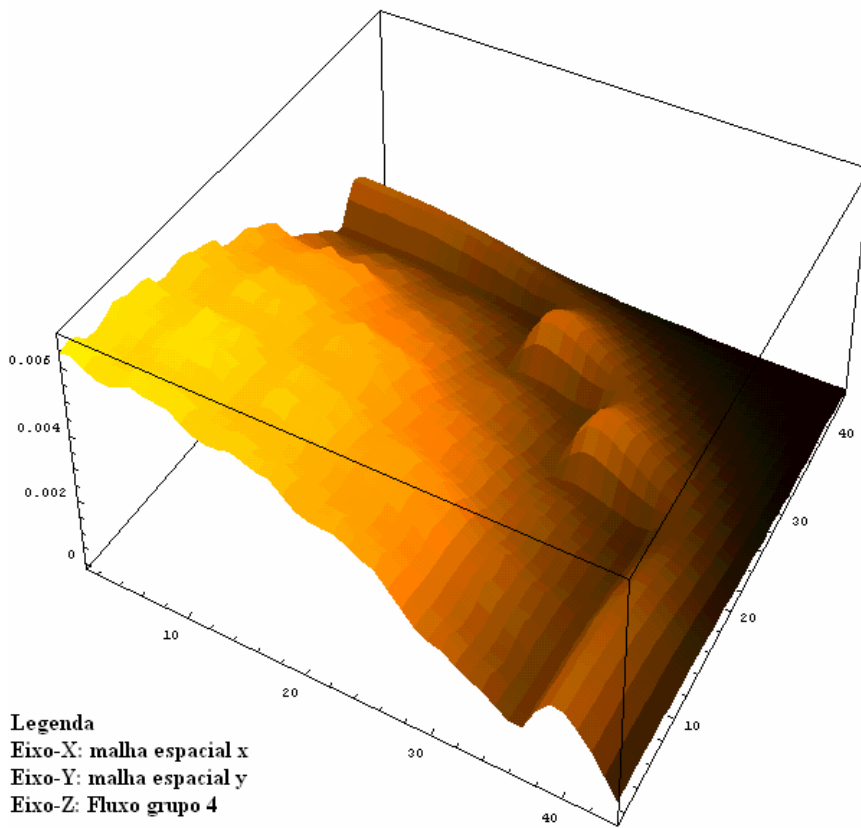


Figura 4.1.4.9: Fluxo do grupo 4 (ua), reator de Koebke **sem** barras de controle inseridas, malha espacial 7x7.

Tabela 4.1.4.2: Resultados do Reator de Koebke **com** barras de controle inseridas, com  $\Delta\phi \leq 10^{-6}$  e  $\Delta k \leq 10^{-5}$ .

Malha espacial por vareta	$k_{eff}$	Tempo de CPU relativo	Nº de iterações externas	Diferença de Reatividade (pcm)
1x1	0.9142038	1.00	59	1342
2x2	0.9068281	1.67	106	452
3x3	0.9047619	7.67	278	201
4x4	0.9039300	31.0	693	99
5x5	0.9035072	115.7	1680	47
6x6	0.9032672	258.3	2546	18
7x7 (referência)	0.9031230	405.7	2934	0

Tabela 4.1.4.3: Resultado das diferenças médias absolutas (DMA) e das máximas diferenças absolutas (máxima DA) dos fluxos 1, 2, 3 e 4. Caso **com** as barras de controle inseridas.

Malha (*)	DMA g=1	DMA g=2	DMA g=3	DMA g=4	DA máx. g=1	DA máx. g=2	DA máx. g=3	DA máx. g=4
1x1	0.68	0.65	0.66	1.48	2.97	2.98	3.66	21.05
2x2	0.25	0.23	0.23	0.49	1.08	1.07	0.94	6.93
3x3	0.12	0.11	0.11	0.23	0.54	0.53	0.44	2.99
4x4	0.06	0.06	0.06	0.14	0.31	0.31	0.26	1.47
5x5	0.03	0.03	0.03	0.05	0.15	0.14	0.13	0.70
6x6	0.01	0.01	0.01	0.02	0.05	0.05	0.04	0.26
7x7	Ref.	Ref.	Ref.	Ref.	Ref.	Ref.	Ref.	Ref.

Obs: (\*) malha espacial por vareta. Ref. = Solução de referência. Os valores de DMA e DA máx. estão em %.

Neste caso, pode-se observar de [41] que o valor de  $k_{\text{eff}}$  estimado por Koebke (0.903841), situa-se entre as soluções 4x4 e 5x5 (ver Tabela 4.1.4.2) o que a torna uma boa aproximação para uma solução “exata”, pois no caso 5x5 todas as diferenças estão abaixo de 1%, em relação à solução 7x7 (ver Tabela 4.1.4.3).

Para o reator de Koebke sem as barras de controle inseridas, pode-se observar da Tabela 4.1.4.4 que a solução adotada por Koebke situa-se entre as soluções 3x3 e 4x4. Neste caso, também, observa-se que a solução 4x4 apresenta todas as diferenças abaixo de 1%, em relação à solução 7x7 (ver Tabela 4.1.4.5).

Os casos simulados acima e os resultados apresentados demonstram claramente, mais uma vez, que a solução adotada como “exata” deve ser gerada com uma malha espacial extremamente fina de modo a minimizar a introdução de diferenças que não sejam oriundas única e exclusivamente do método de reconstrução, o qual está sendo qualificado.

Tabela 4.1.4.4: Resultados do Reator de Koebke **sem** barras de controle inseridas, com  $\Delta\phi \leq 10^{-6}$  e  $\Delta k \leq 10^{-5}$ .

Malha espacial por vareta	$k_{\text{eff}}$	Tempo de CPU relativo	Nº de iterações externas	Diferença de Reatividade (pcm)
1x1	0.9765467	1.00	55	-118
2x2	0.9774062	2.50	104	-28
3x3	0.9775807	10.0	238	-10
4x4	0.9776417	44.0	656	-3
5x5	0.9776587	162.5	1576	-1.5
6x6	0.9776667	377.5	2484	-0.7
7x7 (referência)	0.9776732	611.0	2904	0

Tabela 4.1.4.5: Resultado das diferenças médias absolutas (DMA) e das máximas diferenças absolutas (máxima DA) dos fluxos 1, 2, 3 e 4. Caso **sem** as barras de controle inseridas.

Malha (*)	DMA g=1	DMA g=2	DMA g=3	DMA g=4	DA máx. g=1	DA máx. g=2	DA máx. g=3	DA máx. g=4
1x1	0.17	0.19	0.14	0.56	1.65	1.58	1.60	10.18
2x2	0.04	0.04	0.02	0.13	0.33	0.31	0.36	2.56
3x3	0.02	0.02	0.02	0.05	0.12	0.14	0.22	0.99
4x4	0.02	0.02	0.02	0.03	0.11	0.11	0.15	0.46
5x5	0.01	0.01	0.01	0.02	0.05	0.05	0.07	0.22
6x6	0.003	0.003	0.003	0.005	0.02	0.02	0.02	0.08
7x7	Ref.	Ref.	Ref.	Ref.	Ref.	Ref.	Ref.	Ref.

Obs: (\*) malha espacial por vareta. Ref. = Solução de referência. Os valores de DMA e DA máx. estão em %.

## 4.2 – O Reator Nuclear de ULCHIN-1

Para se ter um determinado grau de certeza sobre a solução de referência que será utilizada, para a qualificação do esquema de reconstrução de fluxo através de Pseudo-Harmônicos, o reator escolhido para ser simulado foi um PWR-FRAMATOME real – ULCHIN-1 - que está em funcionamento na Coreia do Sul e que teve seus dados geométricos e de composição publicados em [13, 47, 48]. As Figuras 4.2.1 e 4.2.2 apresentam, respectivamente, a geometria e a composição do núcleo e dos elementos combustíveis presentes em ULCHIN-1. O reator nuclear de ULCHIN-1 produz 2775MWt e possui 153 elementos combustíveis, se situando entre ANGRA-1 (1876MWt com 121 elementos combustíveis) e ANGRA-2 (3765MWt com 193 elementos combustíveis), no que diz respeito a tamanho e a potencia térmica gerada.

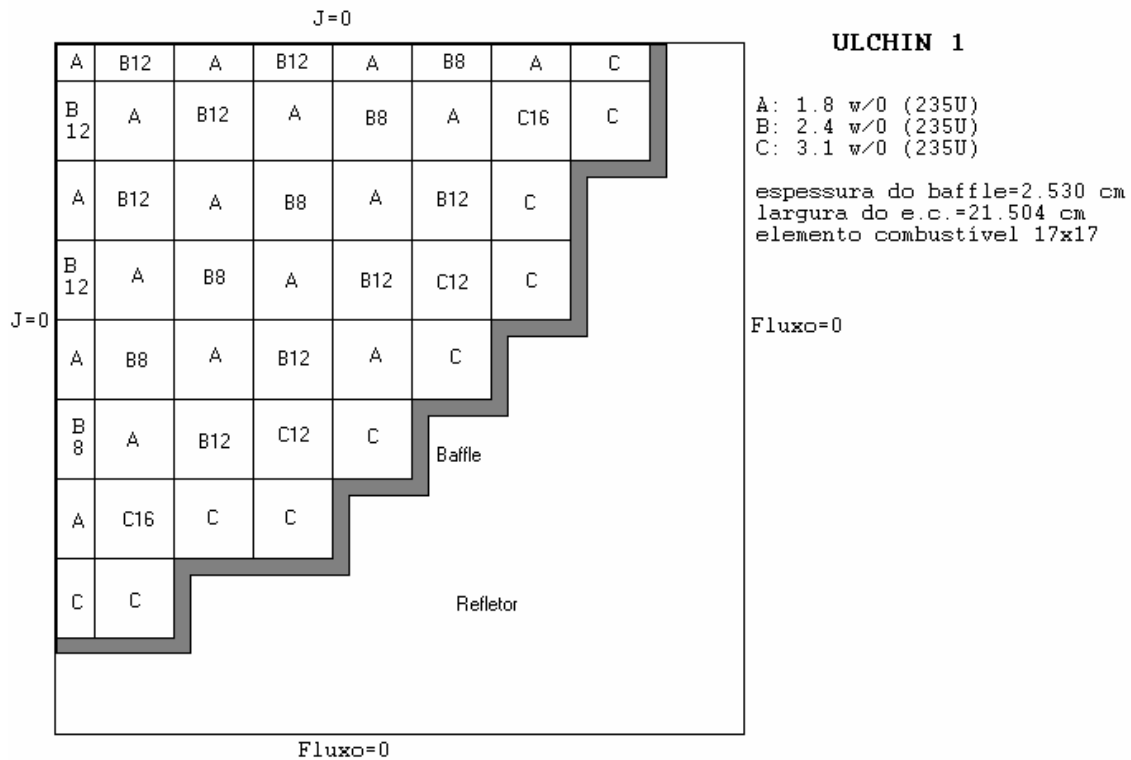


Figura 4.2.1: Geometria e composição do núcleo de ULCHIN-1.

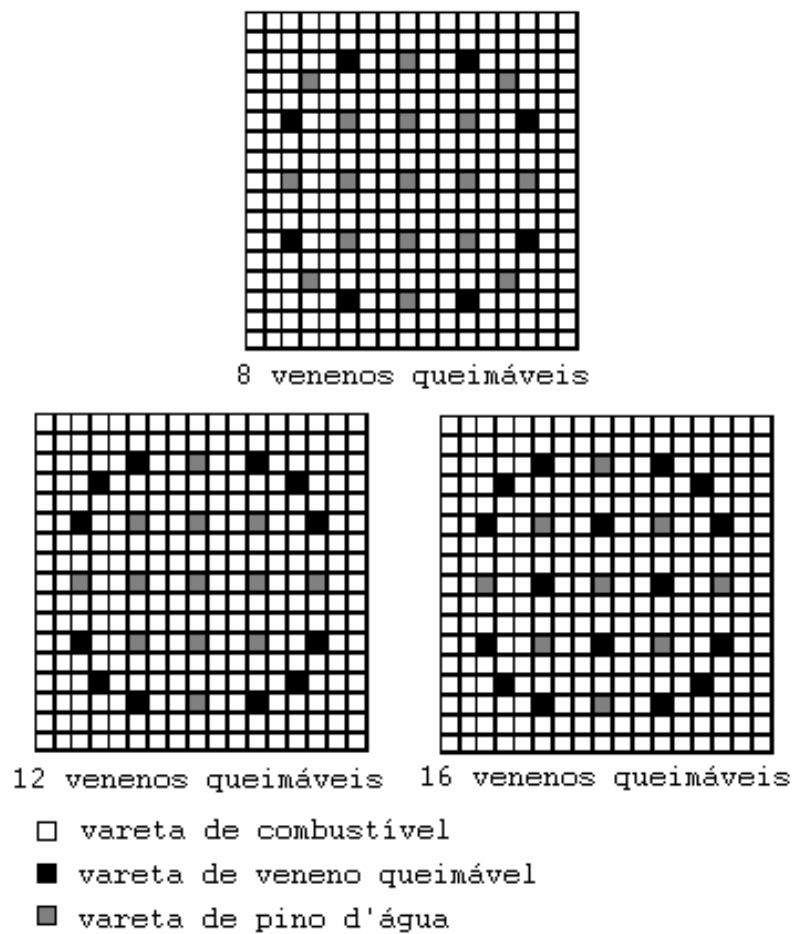


Figura 4.2.2: Geometria e composição do elemento combustível de ULCHIN-1.

Na Tabela 4.2.1 são apresentadas as seções de choque macroscópicas para os diversos tipos de células presentes nos elementos combustíveis de ULCHIN-1, para o esquema de dois grupos de energia. Estas seções de choque macroscópicas extraídas de [13], são relativas ao testes físicos (início de vida) à baixa potência do ciclo 1 de ULCHIN-1.

Tabela 4.2.1: Seções de choque macroscópicas das varetas do reator de ULCHIN-1, ciclo 1, início de vida.

Tipo de Célula	Grupo	D (cm)	$\Sigma_a(\text{cm}^{-1})$	$\Sigma_{21}(\text{cm}^{-1})$	$v\Sigma_f(\text{cm}^{-1})$
Vareta comb. A	1	1.4232E+00	9.1428E-03	1.7401E-02	5.0830E-03
	2	4.4047E-01	6.4725E-02	0.0	8.1582E-02
Vareta comb. B	1	1.4291E+00	9.4597E-03	1.6802E-02	5.8417E-03
	2	4.4531E-01	7.4493E-02	0.0	1.0332E-01
Vareta comb. C	1	1.4343E+00	9.8481E-03	1.6251E-02	6.7026E-03
	2	4.4955E-01	8.4944E-02	0.0	1.2641E-01
Tubo guia	1	1.6560E+00	6.1461E-04	2.7970E-02	0.0
	2	3.6607E-01	2.4224E-02	0.0	0.0
Veneno queimável	1	1.7401E+00	7.1269E-03	1.3200E-02	0.0
	2	3.9554E-01	2.9836E-01	0.0	0.0
<i>Baffle</i>	1	1.0152E+00	2.0559E-03	2.1521E-03	0.0
	2	3.2913E-01	6.5155E-02	0.0	0.0
Refletor	1	1.3261E+00	5.2505E-04	3.7354E-02	0.0
	2	3.0723E-01	2.5547E-02	0.0	0.0

Para o cálculo do  $k_{\text{eff}}$  e da distribuição de fluxo de referência, o reator de ULCHIN-1 foi simulado com uma versão do código CITATION, anteriormente citada no item 4.1.

Na simulação do núcleo de ULCHIN-1 foi utilizada uma discretização pino a pino do núcleo do reator (1/4 de núcleo), considerando explicitamente o *baffle*, e foram utilizadas malhas espaciais que variaram de 1x1 até 5x5 pontos por pino e como critério de convergência numérica para o fluxo e para o  $k_{\text{eff}}$  um valor de  $10^{-5}$ . A Tabela 4.2.2 apresenta os resultados do  $k_{\text{eff}}$  e da diferença de reatividade do núcleo, tomando como referência uma simulação com a menor malha espacial simulada (5x5). Nas Figuras 4.2.3, 4.2.4, 4.2.5, 4.2.6, 4.2.7 e 4.2.8 são mostrados os fluxos rápido, térmico e a potência térmica, em dois ângulos de visão.

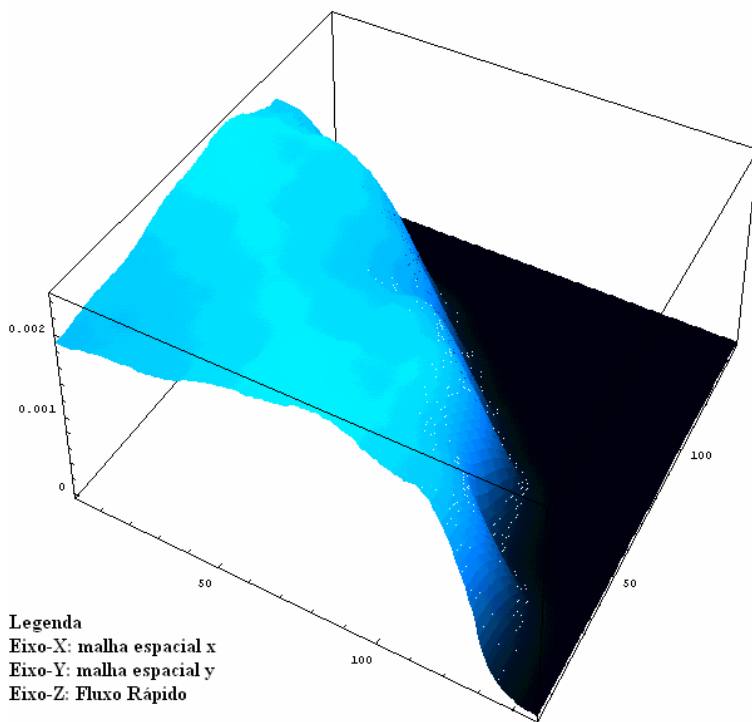


Figura 4.2.3: Fluxo rápido (ua) de ULCHIN-1, oriundo de malha espacial 5x5, vista em perspectiva.

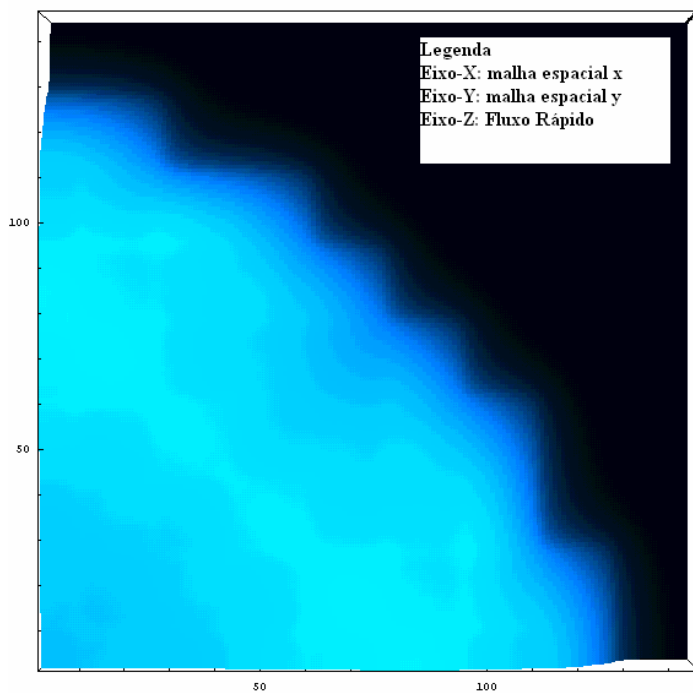


Figura 4.2.4: Fluxo rápido (ua) de ULCHIN-1, oriundo de malha espacial 5x5, vista superior.



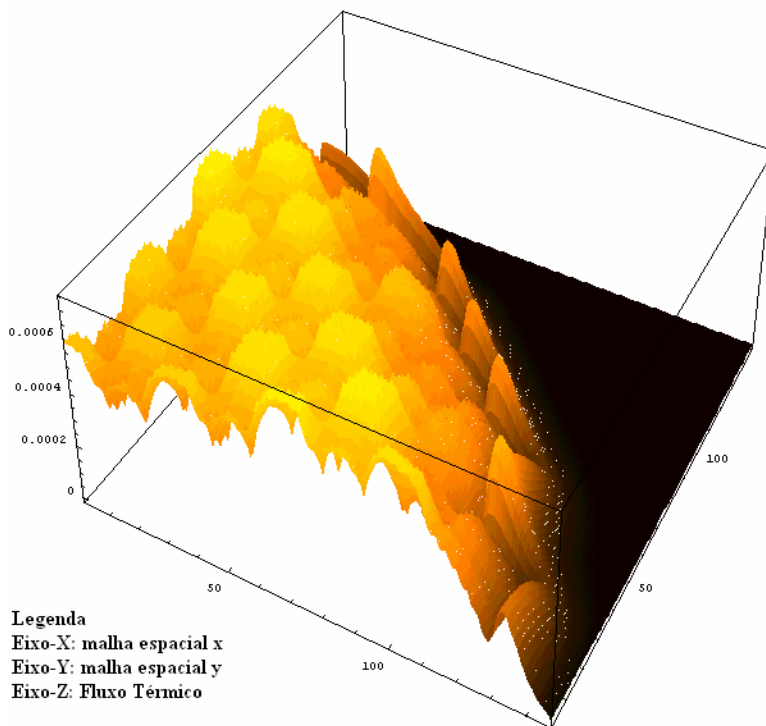


Figura 4.2.5: Fluxo térmico (ua) de ULCHIN-1, oriundo de malha espacial 5x5, vista em perspectiva.

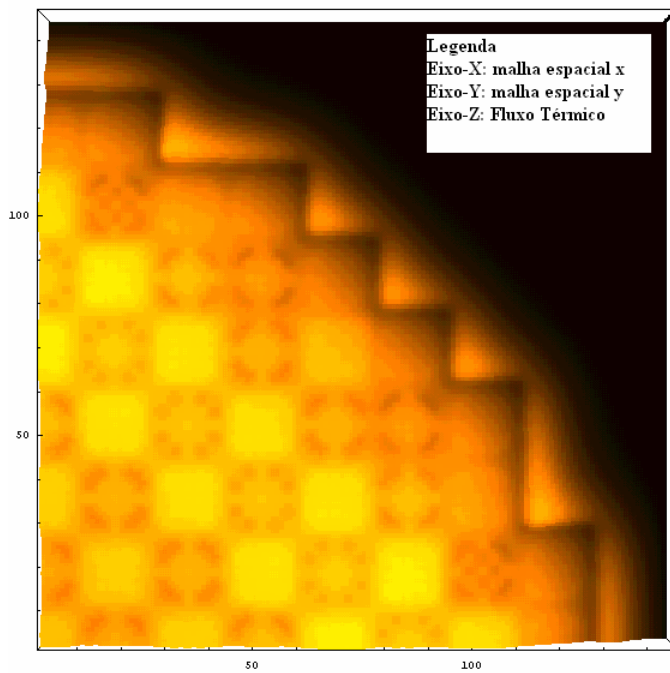


Figura 4.2.6: Fluxo térmico (ua) de ULCHIN-1, oriundo de malha espacial 5x5, vista superior.

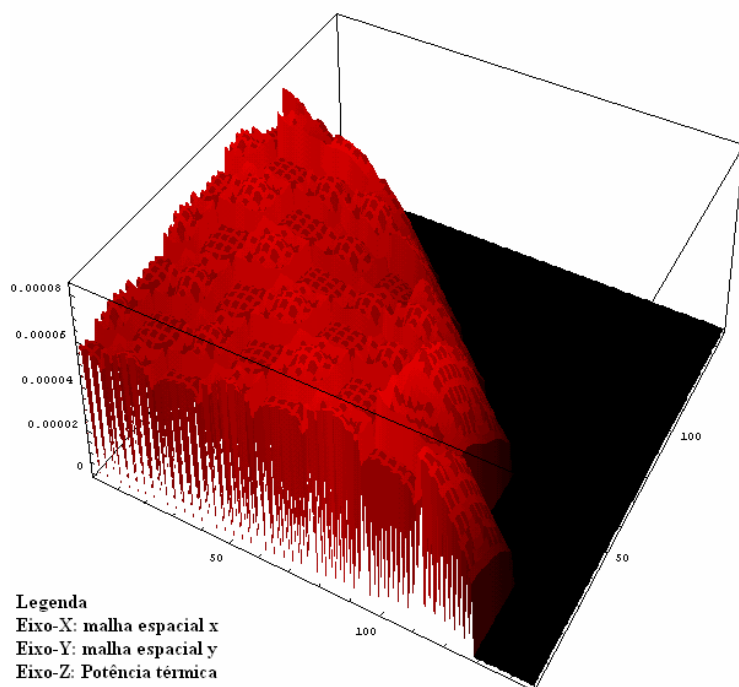


Figura 4.2.7: Potência térmica (ua) de ULCHIN-1, oriundo de malha espacial 5x5, vista de perspectiva.

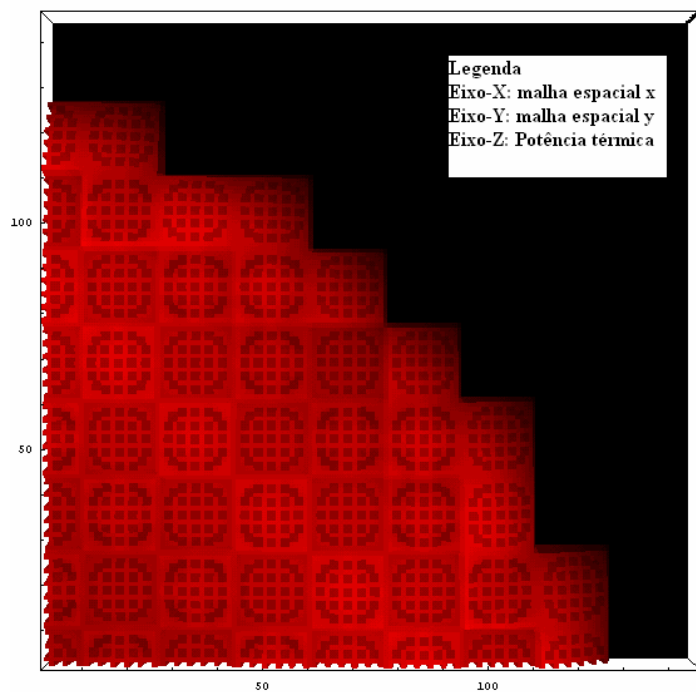


Figura 4.2.8: Potência térmica (ua) de ULCHIN-1, oriundo de malha espacial 5x5, vista superior.

Pode-se observar, na Tabela 4.2.2, que para o caso da simulação com malha espacial 2x2 (solução 2x2) o valor da diferença de reatividade está abaixo de 100 pcm o que evidencia que esta malha espacial fornece uma boa estimativa para o valor de  $k_{eff}$ . Porém, observando a Tabela 4.2.3 os valores da diferenças percentual máxima e média dos fluxos rápido e térmico são ainda considerados extremamente elevados, o que demonstra que a solução 2x2 não é uma boa solução de referência, pois qualquer diferença encontrada entre uma solução reconstruída e a solução 2x2, deveria ser adicionada à diferença entre a solução 2x2 e a solução 5x5 (caso se considere esta solução 5x5 como “exata”).

Tabela 4.2.2: Resultados dos parâmetros globais para o reator de ULCHIN-1.

Malha espacial por vareta	$k_{eff}$	Tempo de CPU relativo	Nº de iterações externas	Diferença de Reatividade (pcm)
1x1	1.0035064	1.0	260	286
<b>2x2</b>	<b>1.0014834</b>	<b>11.17</b>	<b>1827</b>	<b>84</b>
3x3	1.0009892	49.91	4655	35
4x4	1.0007775	136.70	7506	14
5x5 (referência)	1.0006390	383.91	11721	0

Tabela 4.2.3: Resultado das diferenças médias absolutas (DMA) e das máximas diferenças absolutas (máxima DA) dos fluxos rápido e térmico.

Malha espacial por vareta	DMA Fluxo Rápido (%)	DMA Fluxo Térmico (%)	Máxima DA Fluxo Rápido (%)	Máxima DA Fluxo Térmico (%)
1x1	3.60	3.68	11.01	16.14
<b>2x2</b>	<b>2.78</b>	<b>2.76</b>	<b>8.74</b>	<b>9.60</b>
3x3	2.03	2.02	6.42	6.69
4x4	1.12	1.12	3.55	3.62
5x5	referência	referência	referência	referência

O trabalho apresentado em [13] considerou como a solução de referência, ou seja, a “solução exata” a estimativa de fluxo fornecida pela solução 2x2. Nas Figuras 4.2.9, 4.2.10, 4.2.11 e 4.2.12 são apresentadas às diferenças percentuais absolutas entre os fluxos oriundos das soluções 2x2 e 5x5.

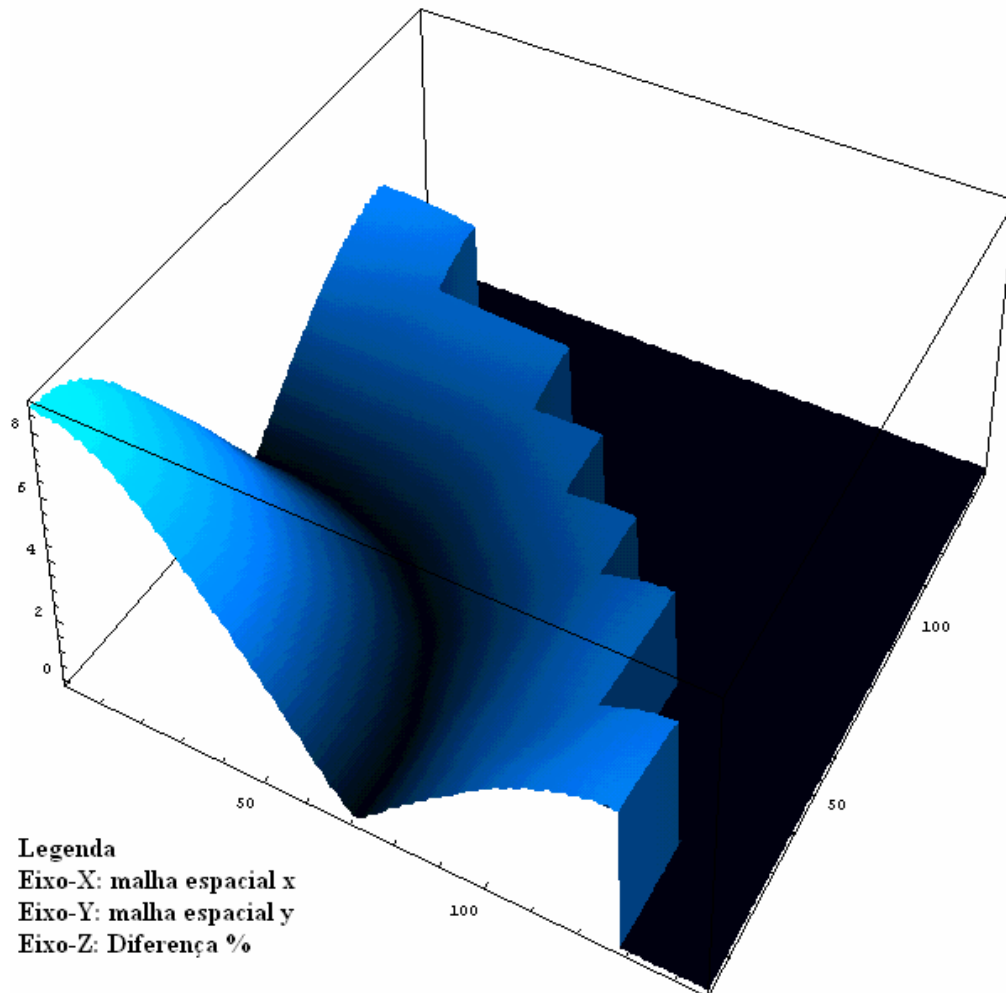


Figura 4.2.9: Diferença percentual absoluta, entre os fluxos rápidos das soluções 2x2 e 5x5 na região ativa do núcleo, vista em perspectiva.

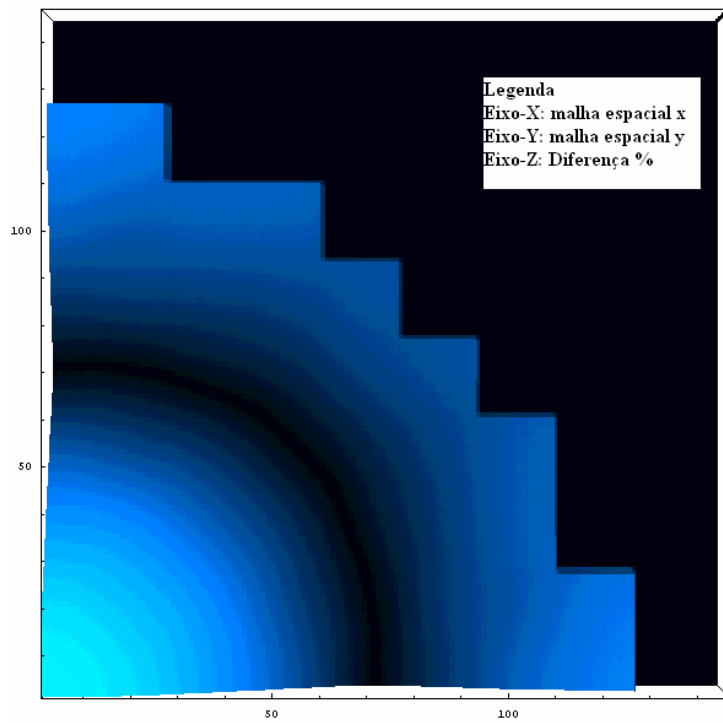


Figura - Figura 4.2.10: Diferença percentual absoluta, entre os fluxos rápidos das soluções 2x2 e 5x5, na região ativa do núcleo, vista superior.

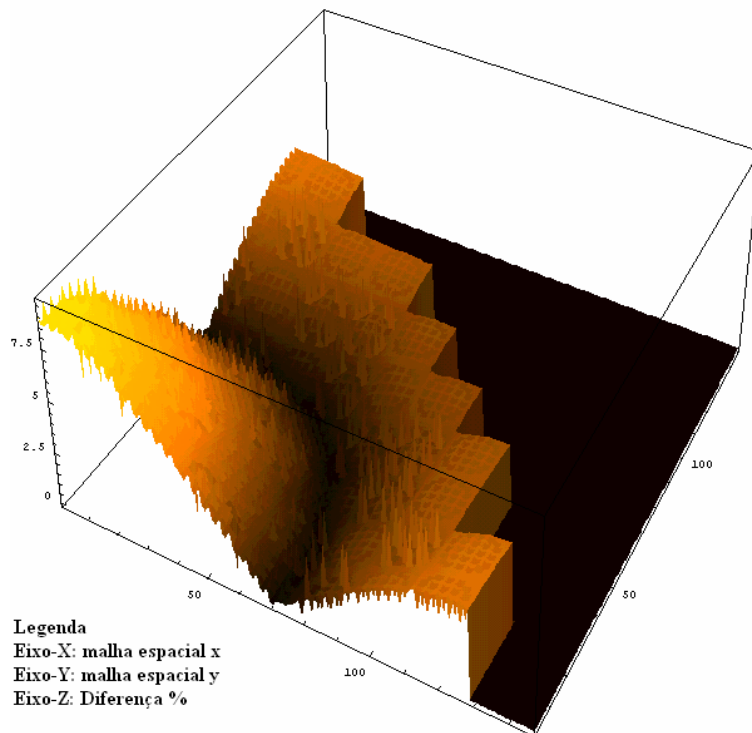


Figura 4.2.11: Diferença percentual absoluta, entre os fluxos térmicos das soluções 2x2 e 5x5, na região ativa do núcleo, vista em perspectiva.

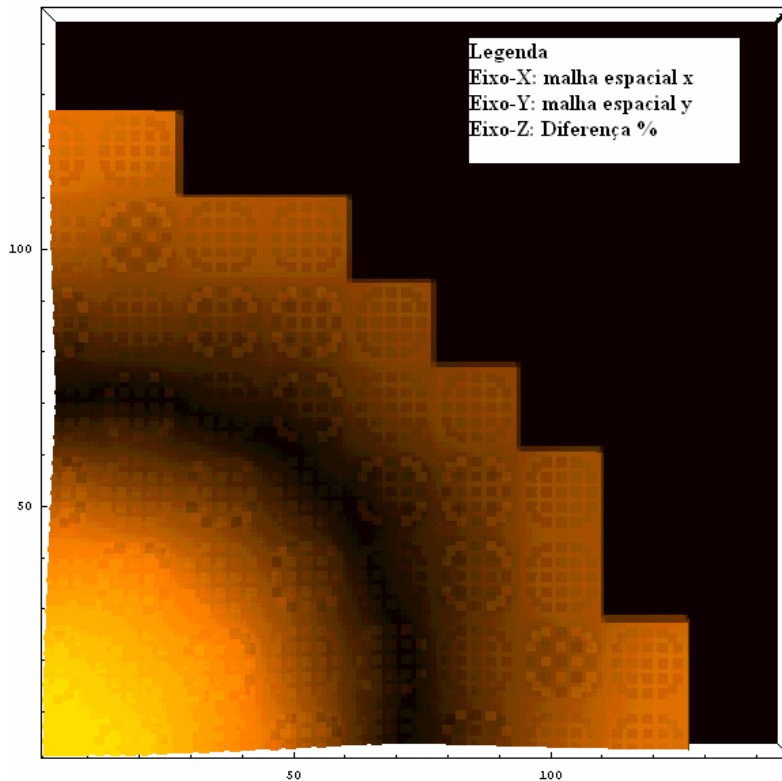


Figura 4.2.12: Diferença percentual absoluta, entre os fluxos térmicos das soluções 2x2 e 5x5, na região ativa do núcleo, vista superior.

Além do exposto acima, é apresentado em [13] que a solução considerada como “exata”, foi gerada considerando o *baffle* e o refletor convenientemente homogeneizados, de modo a fornecer o mesmo  $k_{\text{eff}}$  que seria obtido caso o *baffle* fosse tratado explicitamente. Sabe-se do exposto anteriormente, que obter um valor de  $k_{\text{eff}}$  próximo entre duas soluções não é garantia de que as distribuições de fluxo também estarão próximas uma da outra. Assim sendo, procedeu-se um estudo para tentar reproduzir a solução considerando o *baffle* e o refletor homogeneizados (convenientemente). Foi utilizada a mesma discretização originalmente usada em [13], ou seja, 2x2 pontos por pino. Com base no cálculo 2x2 com *baffle* explícito, procedeu-se à homogeneização do *baffle* e do refletor utilizando-se um esquema padrão de ponderação no fluxo e no volume. O resultado da simulação com o *baffle* e o refletor homogeneizado apresentou um  $k_{\text{eff}}$  de 1.0039886, que está distante cerca de 249.8 pcm do  $k_{\text{eff}}$  obtido da simulação com o *baffle* explícito.

Desta forma, na tentativa de eleger um fator que possibilite a homogeneização conveniente das seções de choque, introduziu-se um único fator multiplicativo nos parâmetros nucleares homogeneizados do *baffle* + refletor. Após algumas simulações, concluiu-se que o valor do fator multiplicativo, para o qual o  $k_{\text{eff}}$  torna-se próximo daquele obtido na simulação com o *baffle* explícito é  $f = 1.1627$ . Na Tabela 4.2.4, são apresentados os resultados obtidos nas simulações.

Tabela 4.2.4: Resultados da homogeneização conveniente do *baffle* e do refletor para ULCHIN-1 com 2x2 pontos por pino.

Descrição	$k_{\text{eff}}$	Diferença de Reatividade (pcm)
<i>Baffle</i> explícito (considerado como referência)	1.0014834	0
<i>Baffle</i> +Refletor homogeneizados com $f=1.0$	1.0039886	249
<i>Baffle</i> +Refletor homogeneizados com $f=1.1627$	1.0015149	3

Uma vez tendo obtido os parâmetros nucleares que representam convenientemente o *baffle* e o refletor homogeneizado, foi realizada uma comparação entre as distribuições de fluxo de nêutrons obtidas considerando-se o *baffle* explícito e o *baffle* mais o refletor homogeneizado. Os resultados desta comparação são apresentados nas Tabelas 4.2.5 e 4.2.6.

Tabela 4.2.5: Diferenças no **fluxo rápido** devido à homogeneização do *baffle*. Dif. Máx (%) é o valor da maior diferença absoluta de fluxo encontrada no elemento combustível e a DMA (%) (diferença média absoluta no elemento combustível).

0.9625	0.9609	0.9490	0.9286	0.9055	0.8917	1.0397	6.1433
0.9617	0.9557	0.9393	0.9168	0.8947	0.8832	0.9334	1.8851
	0.9596	0.9472	0.9261	0.9018	0.8810	2.2789	6.0326
	0.9505	0.9320	0.9062	0.8790	0.8527	0.8362	1.7375
		0.9350	0.9082	0.8759	0.8418	4.9506	
		0.9115	0.8755	0.8326	0.7938	1.2189	
Dif.			0.8756	0.8225	2.3431	6.0714	
Máx.			0.8237	0.7431	0.7068	1.6446	
DMA							
				2.2650	5.0324		
				0.6306	1.1714		

Tabela 4.2.6: Diferenças no **fluxo térmico** devido à homogeneização do *baffle*. Dif. Máx (%) é o valor da maior diferença absoluta de fluxo encontrada no elemento combustível e a DMA (%) (diferença média absoluta no elemento combustível).

0.9622	0.9606	0.9483	0.9286	0.9048	0.8920	1.0321	27.124
0.9614	0.9554	0.9390	0.9165	0.8944	0.8829	0.9331	3.8417
	0.9592	0.9470	0.9257	0.9015	0.8805	17.407	38.951
	0.9502	0.9316	0.9058	0.8786	0.8525	1.0015	7.2573
		0.9345	0.9079	0.8753	0.8419	31.240	
		0.9112	0.8751	0.8325	0.7938	4.0402	
Dif.			0.8750	0.8227	17.001	38.892	
Máx.			0.8231	0.7429	0.8693	7.1616	
DMA							
				15.624	39.225		
				0.7705	7.5078		

As Figuras 4.2.13 e 4.2.14 apresentam as diferenças pontuais entre as soluções 2x2 com o *baffle* tratado explicitamente e com o *baffle* e refletor homogeneizado.



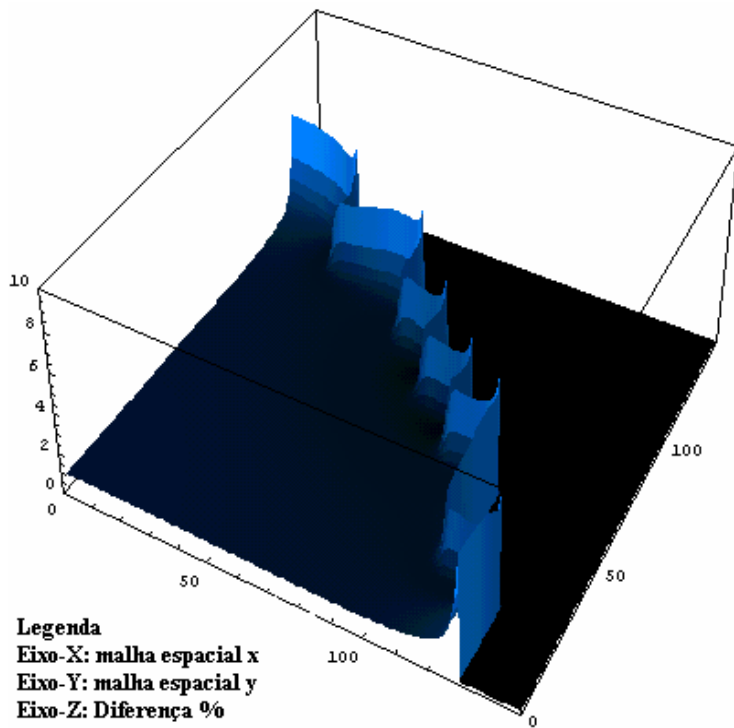


Figura 4.2.13: Diferenças no **fluxo rápido** entre as soluções 2x2 com *baffle* explícito e considerando o *baffle* e o refletor homogeneizado.

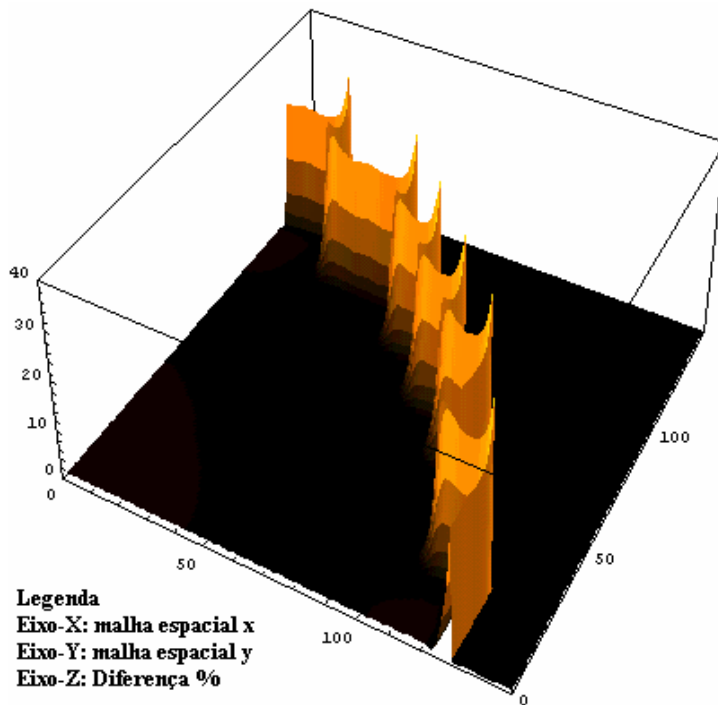


Figura 4.2.14: Diferenças no **fluxo térmico** entre as soluções 2x2 com *baffle* explícito e considerando o *baffle* e o refletor homogeneizado.

Dos resultados apresentados nas Tabelas 4.2.5, 4.2.6 e nas Figuras 4.1.13 e 4.1.14, pode-se observar que existe uma diferença, quase que constante, de cerca de pouco menos de 1% no fluxo de nêutrons rápidos e térmicos, dos elementos combustíveis situados no interior do núcleo. Porém, para os elementos combustíveis situados na periferia do núcleo, as diferenças, principalmente no fluxo térmico, são excessivamente altas. Conclui-se, portanto, que as soluções geradas com o intuito de serem consideradas como soluções de referência devem conter a menor malha espacial possível e considerar explicitamente o *baffle*, no caso da simulação de um reator que contenha tal elemento estrutural.

### 4.3 – Observações Relativas ao Critério de Convergência Baseado no Comprimento de Difusão de Nêutrons

Em dois dos livros textos mais utilizados na área de Física de Reatores, Duderstadt [49] (página 181) e Stacey [50] (página 87), existe menção a um simples critério de escolha da malha espacial para garantir a adequada convergência da solução espacial do fluxo de nêutrons em um núcleo de reator nuclear. Este critério, que pode ser chamado de “Critério do Comprimento de Difusão”, relaciona o maior tamanho de malha espacial com o comprimento de difusão de nêutrons. O comprimento de difusão é definido como:

$$L_g = \sqrt{\frac{D_g}{\Sigma_{ag}}}, \quad 4.3.1$$

o critério de escolha pode ser definido, simplesmente, como:

$$L_g > \Delta x \quad 4.3.2$$

onde  $\Delta x$  representa o tamanho da malha espacial utilizada.

Os reatores simulados nos itens 4.1 e 4.2 fornecem material para se poder fazer uma crítica sobre o critério do comprimento de difusão, uma vez que em vários casos simulados a obtenção de uma convergência na malha espacial para o  $k_{eff}$  não garantiu o mesmo para o fluxo de nêutrons, como pode ser visto nas Tabelas 4.2.2 e 4.2.3 para a malha de 2x2.

Visando investigar a validade deste critério, foram calculados os comprimentos de difusão de todas as células presentes nos núcleos dos *Benchmark #1, #2, #3* e EPRI-9R 3D, os resultados estão na Tabela 4.3.1.

Tabela 4.3.1 – Comprimento de difusão dos núcleos: *Benchmark #1, #2 e #3* e EPRI-9R 3D.

	<i>Fuel 1</i>	<i>Fuel 2</i>	<i>Fuel 3</i>	<i>Fuel 4</i>	<i>C. Rod1</i>	<i>C. Rod2</i>	<i>water</i>	<i>baffle</i>
L <sub>1</sub>	10.742	12.247	12.247	11.677	4.724	3.648	41.231	17.798
L <sub>2</sub>	1.491	1.633	1.581	1.451	0.436	0.436	2.646	1.515

Como todos os quatro núcleos possuem a mesma dimensão de célula igual a 1.4 cm e o menor valor do comprimento de difusão é de 0.436 cm, conclui-se que estes reatores devem ser simulados com uma malha espacial de no mínimo 4x4 pontos por pino. Da Tabela 4.1.1.3, relativa ao *Benchmark #1*, verifica-se que uma malha espacial de 4x4 apresenta os valores máximos da diferença de fluxo (em relação à solução de referência) < 1%. O mesmo ocorre na Tabela 4.1.1.5, relativa ao *Benchmark #2*. Já para o *Benchmark #3*, vide a Tabela 4.1.2.2, observa-se que a solução 4x4 ainda apresenta uma diferença máxima do fluxo térmico de 1.46%. Para o reator EPRI-9R 3D a impossibilidade de se simular casos com malha espacial menor que 3x3 (limitação no tempo de processamento) não permitiu verificar a validade do critério do comprimento de difusão, neste caso.

Para o reator PWR bidimensional de Koebke, têm-se os valores de L<sub>g</sub> apresentados na Tabela 4.3.2.

Tabela 4.3.2 - Comprimento de difusão do reator PWR de Koebke a quatro grupos de energia.

	F1(low)	F2(high)	T.guia	C. Rod	baffle	refletor
L <sub>1</sub>	25.820	25.820	117.260	37.573	42.426	86.189
L <sub>2</sub>	22.111	21.917	273.861	11.952	34.940	232.048
L <sub>3</sub>	6.137	6.070	21.756	2.523	6.807	25.420
L <sub>4</sub>	2.236	2.017	3.103	0.624	1.809	2.928

Pode-se observar que para o reator de Koebke (dimensão de célula igual a 1.5 cm) o menor valor do comprimento de difusão é de 0.624 cm, que corresponde a uma malha espacial de  $\approx 2.4 \times 2.4$  pontos por pino, ou seja, deve-se simular este reator com uma malha espacial de 3x3 pontos por pino. Observando a Tabela 4.1.4.3 (reator com as barras de controle inseridas), verifica-se que para a malha espacial de 3x3 a diferença percentual máxima do grupo 4 (térmico) é de 2.99%, portanto a malha 3x3 ainda é insuficiente para garantir uma convergência da solução com diferenças máximas menores que 1%. Ainda na mesma tabela citada, verifica-se que apenas para a malha espacial 5x5 se obtém todas as diferenças menores que 1%.

Para o caso do reator PWR de Koebke com as barras de controle retiradas verifica-se que o menor valor do comprimento de difusão é 1.809 cm, o que resulta em uma malha espacial máxima de 2x2 pontos por pino. Observando a Tabela 4.1.4.5, verifica-se que apenas para o valor de malha espacial menor do que 3x3 pontos por pino é que as diferenças ficam abaixo de 1%. Portanto o critério do comprimento de difusão também falhou para o reator de Koebke sem barras de controle inseridas.

Para o reator PWR de ULCHIN-1 os valores do comprimento de difusão são apresentados na Tabela 4.3.3.

Tabela 4.3.3 - Comprimento de difusão do reator ULCHIN-1.

	<i>Fuel A</i>	<i>Fuel B</i>	<i>Fuel C</i>	T.guia	V.Queim.	<i>baffle</i>	refletor
L <sub>1</sub>	12.477	12.291	12.068	51.908	15.626	22.222	50.256
L <sub>2</sub>	2.609	2.445	2.301	3.887	1.151	7.107	3.468

Segundo o critério do comprimento de difusão a maior malha espacial (utilizável neste caso) deve ser de 1.099 x 1.099 pontos por pino, ou seja, uma malha espacial 1x1 deveria ser suficiente para garantir uma boa estimativa da solução do fluxo de nêutrons, porém como a razão entre a dimensão da célula e o comprimento de difusão é maior do que 1 (mesmo que pouco maior), uma malha espacial de 2x2 seria mais indicada. Porém, como pode ser visto na Tabela 4.2.3 a solução gerada com uma malha espacial de 2x2 apresenta diferenças médias da ordem de 2.7% em ambos os grupos de energia, sendo que, as diferenças máximas são da ordem de 8.74% e 9.6%, respectivamente, para os fluxos rápido e térmico. No caso do reator de ULCHIN-1 a falha do critério do

comprimento de difusão ficou mais flagrante devido ao fato do núcleo não ter barra de controle inserida, ficando o menor comprimento de difusão por conta da célula de veneno queimável.

Este breve estudo demonstra que o critério do comprimento de difusão é uma condição necessária, porém não é suficiente para garantir uma convergência adequada para o fluxo de nêutrons.

## CAPÍTULO 5

### **RESULTADOS DA RECONSTRUÇÃO DO FLUXO/POTÊNCIA PARA O ELEMENTO COMBUSTÍVEL HETEROGÊNEO**

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos para a reconstrução do fluxo/potência e sua comparação com uma solução de referência, previamente gerada com a finalidade de avaliar o desempenho do método de reconstrução utilizando o método dos pseudo-harmônicos para a reconstrução do fluxo perturbado.

Com o objetivo de testar o esquema de reconstrução de fluxo/potência, utilizou-se como *Benchmark* o reator nuclear PWR de ULCHIN-1 [47, 48], que foi amplamente apresentado no Capítulo 4 (item 4.2). A solução de referência para ULCHIN-1, foi gerada com uma malha espacial de 5x5 pontos por pino, que de acordo com a Tabela 4.2.3 apresenta diferenças menores que aquelas obtidas para a malha espacial 4x4 ( $\Delta_{máx}\phi_1 < 3.55\%$ ,  $\Delta_{máx}\phi_2 < 3.62\%$ ,  $\bar{\Delta}\phi_1 < 1.12\%$  e  $\bar{\Delta}\phi_2 < 1.12\%$ ) evidenciando que a solução 5x5 é uma boa estimativa para o fluxo de nêutrons do reator de ULCHIN-1 para a situação de BOC1 (Início de Vida) e HZP (Quente à Potência Zero). Foi utilizado o código CITATION [44] para gerar a distribuição de fluxo de nêutrons pino a pino do reator de ULCHIN-1, utilizando como critério de convergência numérica  $\Delta\phi \leq 10^{-5}$  e  $\Delta\kappa \leq 10^{-5}$ , além de considerar o *baffle* explicitamente. A distribuições de fluxo e potência geradas pela simulação com o código CITATION podem ser visualizadas nas Figuras 4.2.3, 4.2.5 e 4.2.7, respectivamente.

#### **5.1 – Reconstrução de Fluxo/Potência Considerando 1 Nodo por Elemento Combustível**

Na grande maioria dos artigos consultados sobre reconstrução de fluxo/potência [5, 6, 7, 8] e [11, 12, 13, 14, 15] encontram-se, além de soluções de referência não convergidas na malha espacial (ver capítulo 4), uma grande variedade de procedimentos de cálculos nodais que são utilizados para o cálculo dos parâmetros necessários aos esquemas de reconstrução. Em [13] pode-se observar claramente que um mesmo esquema de reconstrução de fluxo produz resultados bem diferentes em função dos dados de entrada gerados por diferentes procedimentos de cálculo nodal global. Isto é devido ao fato que diferentes esquemas de cálculos nodais fornecem diferentes estimativas para a solução homogênea intranodal, e como esta solução é usada diretamente no esquema de reconstrução do fluxo heterogêneo (via o uso de fatores de forma) verificam-se diferentes estimativas para o fluxo no interior do elemento combustível heterogêneo.

Assim sendo, optou-se por tornar a avaliação do procedimento de reconstrução de fluxo independente do método de cálculo nodal utilizado. Para tal, todos os dados de entrada necessários ao esquema de reconstrução foram coletados diretamente da solução de referência, deste modo, pode-se projetar qual será o melhor desempenho do esquema de reconstrução, uma vez que não se perde nenhuma informação em relação à solução que será usada para avaliar o esquema de reconstrução (solução de referência), ao contrário da solução nodal que é gerada a partir de seções de choque homogeneizadas.

O esquema de reconstrução por pseudo-harmônicos utiliza como dados de entrada, grandezas que estão disponíveis na grande maioria dos procedimentos de cálculo nodal, que são:

- (a)  $k_{\text{eff}}$  do núcleo do reator.
- (b) Valor do fluxo médio rápido e térmico no elemento combustível.
- (c) Valor médio do fluxo nas fronteiras do elemento combustível.
- (d) Valor médio da corrente de nêutrons nas fronteiras do elemento combustível.
- (e) Geometria e composição do elemento combustível.

Desta forma, a partir da solução com malha espacial 5x5 do reator de ULCHIN-1, foram coletados os parâmetros necessários à execução do programa de reconstrução de fluxo com o método dos pseudo-harmônicos, considerando o elemento combustível como um único nodo. O valor do fator de multiplicação efetivo é 1.000639 de acordo com a Tabela 4.2.2. A Figura 5.1.1 apresenta os valores dos fluxos médios, rápido e térmico, nos elementos combustíveis, respectivamente. As Tabelas 5.1.1 a 5.1.26 apresentam as condições de contorno por grupo de energia, para todos os elementos combustíveis presentes em 1/8 de núcleo. Estas condições de contorno são exatamente aquelas já apresentadas no Capítulo 3, ou seja,  $-\frac{J(x, y)}{\phi(x, y)} = \frac{D(x, y)\nabla\phi(x, y)}{\phi(x, y)}$  que são calculadas ao longo das interfaces dos elementos combustíveis. A Figura 5.1.2 mostra a localização das interfaces do elemento combustível, citadas nas Tabelas 5.1.1 a 5.1.26. Note que nas condições de contorno estão embutidos os valores médios do fluxo e da corrente de nêutrons nas fronteiras do elemento combustível. Com relação à geometria e composição do elemento combustível, estas já foram apresentadas no item 4.2.

De posse dos dados acima especificados, procedeu-se à reconstrução do fluxo e da potência para cada elemento combustível presente no reator. A Figura 5.1.3 apresenta os valores da diferença relativa da potência reconstruída para cada elemento combustível. Pode-se constatar que para os elementos combustíveis localizados no interior do núcleo os valores da diferença máxima e média absoluta situam-se abaixo de 3% e 1%, respectivamente. Para os elementos combustíveis localizados na periferia do núcleo nota-se um aumento substancial nas diferenças das potências reconstruídas, valores de até 15% e 4% são observados para as diferenças máximas e médias, respectivamente. Este fato é basicamente observado em todos os esquemas de reconstrução de fluxo devido a forte absorção da região do *baffle* e a proximidade do refletor faz com que o fluxo nos elementos combustíveis da periferia sofra bruscas variações, tornando muito difícil calcular uma boa estimativa para as condições de contorno nestas interfaces.

Comportamento semelhante é observado para os valores reconstruídos dos fluxos rápido e térmico, ou seja, diferenças pequenas no interior do núcleo e diferenças mais significativas nos elementos combustíveis da periferia, como pode ser visto na Figura 5.1.4 e 5.1.5.

A Figura 5.1.6 apresenta especificamente a diferença da potência do pino mais quente dos elementos combustíveis. O comportamento desta diferença é a mesma observada e comentada no parágrafo acima. Outro resultado que é apresentado na Figura 5.1.6 é o acerto na previsão da posição do pino mais quente reconstruído. O acerto na previsão da posição do pino mais quente do elemento combustível ocorreu em 15 dos 26 elementos combustíveis presentes em 1/8 do núcleo de ULCHIN-1, o que representa um acerto de 58%. Além disso, houve o acerto do pino mais quente no elemento combustível BD, que é o que gera mais potência no reator (especificamente para o início do ciclo 1), sendo que esta diferença na previsão do pino mais quente apresenta um valor de 0.066%, o que pode ser considerado uma boa estimativa para o pino mais quente do reator.

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>G</b>	<b>H</b>
<b>A</b>	0.19255-2 0.54917-3	0.19853-2 0.45608-3	0.20546-2 0.58446-3	0.22249-2 0.51123-3	0.23374-2 0.66771-3	0.23915-2 0.57019-3	0.21788-2 0.60987-3	0.16333-2 0.35949-3



<b>B</b>		0.19945-2	0.21171-2	0.22302-2	0.23715-2	0.23044-2	0.21271-2	0.13148-2
		0.56584-3	0.48404-3	0.63459-3	0.56432-3	0.65053-3	0.39780-3	0.28258-3
<b>C</b>			0.21822-2	0.22946-2	0.22345-2	0.22279-2	0.18877-2	
			0.62093-3	0.54602-3	0.63502-3	0.49097-3	0.40552-3	
<b>D</b>				0.21713-2	0.20926-2	0.20090-2	0.13227-2	
				0.61787-3	0.46867-3	0.38355-3	0.28398-3	
<b>E</b>	$\bar{\phi}_1$				0.17942-2	0.13321-2		
	$\bar{\phi}_2$				0.50471-3	0.29154-3		

Legenda : 0.19255-2 lê-se 0.19255 10<sup>-2</sup>.

Figura 5.1.1: Valores dos fluxos (ua) médios rápido ( $\bar{\phi}_1$ ) e térmico ( $\bar{\phi}_2$ ) no elemento combustível, em simetria de 1/8 de núcleo.

Tabela 5.1.1: Condições de contorno para o elemento combustível AA de ULCHIN-1.

Elemento Combustível <b>AA</b>	Grupo 1	Grupo2
Esquerda Superior	0	0
Esquerda Central	0	0
Esquerda Inferior	0	0
Direita Superior	-0.00413393	0.0497817
Direita Central	-0.00413393	0.0497817
Direita Inferior	-0.000939713	-0.00103392
Superior Esquerda	0	0
Superior Central	0	0
Superior Direita	0	0
Inferior Esquerda	-0.00413538	0.0497803
Inferior Central	-0.00413538	0.0497803
Inferior Direita	-0.000941276	-0.00103556

Tabela 5.1.2: Condições de contorno para o elemento combustível AB de ULCHIN-1.

Elemento Combustível <b>AB</b>	Grupo 1	Grupo2
Esquerda Superior	-0.00413393	0.0497817
Esquerda Central	-0.00413393	0.0497817
Esquerda Inferior	-0.000939713	-0.00103392
Direita Superior	0.00129627	-0.0528106
Direita Central	0.00129627	-0.0528106
Direita Inferior	-0.004150483	-0.00239466
Superior Esquerda	0	0
Superior Central	0	0
Superior Direita	0	0
Inferior Esquerda	-0.000985125	-0.00091881
Inferior Central	0.00246852	-0.0519692
Inferior Direita	-0.00103146	-0.00103791

Tabela 5.1.3: Condições de contorno para o elemento combustível AC de ULCHIN-1.

Elemento Combustível <b>AC</b>	Grupo 1	Grupo2
Esquerda Superior	0.00129627	-0.0528106
Esquerda Central	0.00129627	-0.0528106
Esquerda Inferior	-0.00415048	-0.00239466
Direita Superior	-0.00644854	0.0475121
Direita Central	-0.00644854	0.0475121
Direita Inferior	-0.00337581	-0.00382691
Superior Esquerda	0	0
Superior Central	0	0
Superior Direita	0	0
Inferior Esquerda	-0.000928151	-0.00110035
Inferior Central	-0.00407487	0.0503924
Inferior Direita	-0.0009043626	-0.00092359

Tabela 5.1.4: Condições de contorno para o elemento combustível AD de ULCHIN-1.

Elemento Combustível <b>AD</b>	Grupo 1	Grupo2
Esquerda Superior	-0.00644855	0.0475121
Esquerda Central	-0.00644855	0.0475121
Esquerda Inferior	-0.00337582	-0.00382691
Direita Superior	-0.00015926	-0.0538246
Direita Central	-0.00015926	-0.0538246
Direita Inferior	-0.001601173	-0.00727242
Superior Esquerda	0	0
Superior Central	0	0
Superior Direita	0	0
Inferior Esquerda	-0.00120727	-0.00485088
Inferior Central	0.00243344	-0.0520563
Inferior Direita	-0.00101804	-0.00108912

Tabela 5.1.5: Condições de contorno para o elemento combustível AE de ULCHIN-1.

Elemento Combustível <b>AE</b>	Grupo 1	Grupo2
Esquerda Superior	-0.00015926	-0.0538246
Esquerda Central	-0.00015926	-0.0538246
Esquerda Inferior	-0.00160117	-0.00727242
Direita Superior	-0.00465861	0.0425363
Direita Central	-0.00465861	0.0425363
Direita Inferior	0.000294655	0.000482391
Superior Esquerda	0	0
Superior Central	0	0
Superior Direita	0	0
Inferior Esquerda	0.000356286	0.00101345
Inferior Central	-0.00450144	0.042937
Inferior Direita	-0.00112097	-0.00491759

Tabela 5.1.6: Condições de contorno para o elemento combustível AF de ULCHIN-1.

Elemento Combustível <b>AF</b>	Grupo 1	Grupo2
Esquerda Superior	-0.00465861	0.0425363
Esquerda Central	-0.00465861	0.0425363
Esquerda Inferior	0.000294655	0.000482391
Direita Superior	0.00798417	-0.0393375
Direita Central	0.00798417	-0.0393375
Direita Inferior	0.00218319	0.0269377
Superior Esquerda	0	0
Superior Central	0	0
Superior Direita	0	0
Inferior Esquerda	0.00023235	0.0226673
Inferior Central	0.00523373	-0.042243
Inferior Direita	0.000357633	0.00104647

Tabela 5.1.7: Condições de contorno para o elemento combustível AG de ULCHIN-1.

Elemento Combustível <b>AG</b>	Grupo 1	Grupo2
Esquerda Superior	0.00798417	-0.0393375
Esquerda Central	0.00798417	-0.0393375
Esquerda Inferior	0.00218319	0.0269377
Direita Superior	0.000114413	0.0612333
Direita Central	0.000114413	0.0612333
Direita Inferior	0.00275031	0.0302938
Superior Esquerda	0	0
Superior Central	0	0
Superior Direita	0	0
Inferior Esquerda	0.00259579	0.0464859
Inferior Central	-0.00499414	0.0798236
Inferior Direita	0.000243317	0.0206604

Tabela 5.1.8: Condições de contorno para o elemento combustível AH de ULCHIN-1.

Elemento Combustível <b>AH</b>	Grupo 1	Grupo2
Esquerda Superior	0.000114413	0.0612333
Esquerda Central	0.000114413	0.0612333
Esquerda Inferior	0.00275031	0.0302938
Direita Superior	0.129502	0.0573974
Direita Central	0.129502	0.0573974
Direita Inferior	0.131335	0.0585609
Superior Esquerda	0	0
Superior Central	0	0
Superior Direita	0	0
Inferior Esquerda	0.0107556	0.0107027
Inferior Central	0.00893092	0.0106596
Inferior Direita	0.00227601	0.0376873

Tabela 5.1.9: Condições de contorno para o elemento combustível BB de ULCHIN-1.

Elemento Combustível <b>BB</b>	Grupo 1	Grupo2
Esquerda Superior	-0.0010295	-0.00103627
Esquerda Central	0.00246993	-0.0519677
Esquerda Inferior	-0.000983243	-0.000917175
Direita Superior	-0.00237176	-0.00244293
Direita Central	-0.00548428	0.0489892
Direita Inferior	-0.00234542	-0.00262752
Superior Esquerda	-0.0010295	-0.00103791
Superior Central	0.00246993	-0.0519692
Superior Direita	-0.000983243	-0.00091881
Inferior Esquerda	-0.00237595	-0.00244758
Inferior Central	-0.00548829	0.0489853
Inferior Direita	-0.00234959	-0.00263212

Tabela 5.1.10: Condições de contorno para o elemento combustível BC de ULCHIN-1.

Elemento Combustível <b>BC</b>	Grupo 1	Grupo2
Esquerda Superior	-0.00237176	-0.00244293
Esquerda Central	-0.00548428	0.0489892
Esquerda Inferior	-0.00234542	-0.00262752
Direita Superior	-0.00149622	-0.00376675
Direita Central	-0.00013433	-0.0542987
Direita Inferior	-0.00136838	-0.00697835
Superior Esquerda	-0.000904362	-0.00092359
Superior Central	-0.00407487	0.0503924
Superior Direita	-0.000928151	-0.00110035
Inferior Esquerda	-0.00396374	-0.00258653
Inferior Central	0.00133123	-0.0533099
Inferior Direita	-0.00348855	-0.00588176

Tabela 5.1.11: Condições de contorno para o elemento combustível BD de ULCHIN-1.

Elemento Combustível <b>BD</b>	Grupo 1	Grupo2
Esquerda Superior	-0.00149622	-0.00376675
Esquerda Central	-0.00013433	0.0542987
Esquerda Inferior	-0.00136838	-0.00697835
Direita Superior	-0.00348712	-0.00755502
Direita Central	-0.00662739	0.0408061
Direita Inferior	-0.000875946	-0.00095128
Superior Esquerda	-0.00101804	-0.00108912
Superior Central	0.00243344	-0.0520563
Superior Direita	-0.00120727	-0.00485088
Inferior Esquerda	-0.00214713	-0.00599335
Inferior Central	-0.0051136	0.0423346
Inferior Direita	0.000875946	0.000769688

Tabela 5.1.12: Condições de contorno para o elemento combustível BE de ULCHIN-1.

Elemento Combustível <b>BE</b>	Grupo 1	Grupo2
Esquerda Superior	-0.00348712	-0.00755502
Esquerda Central	-0.00662739	0.0408061
Esquerda Inferior	-0.000875946	-0.00095128
Direita Superior	0.000288536	0.000492382
Direita Central	0.00513893	-0.0424325
Direita Inferior	0.001302486	0.0069133
Superior Esquerda	0.0106295	-0.00491759
Superior Central	-0.00528896	0.042937
Superior Direita	0.000418617	0.00101345
Inferior Esquerda	0.000724741	0.000773733
Inferior Central	0.00648017	-0.0410096
Inferior Direita	0.00269414	0.00747553

Tabela 5.1.13: Condições de contorno para o elemento combustível BF de ULCHIN-1.

Elemento Combustível <b>BF</b>	Grupo 1	Grupo2
Esquerda Superior	0.000288536	0.000118919
Esquerda Central	0.00513893	-0.04312
Esquerda Inferior	0.00130248	0.00653106
Direita Superior	0.00223457	0.0235229
Direita Central	-0.00370292	0.0813966
Direita Inferior	-0.00322811	0.0435091
Superior Esquerda	0.000357633	0.00104647
Superior Central	0.00523373	-0.042243
Superior Direita	0.00023235	0.0226673
Inferior Esquerda	0.00381913	0.00715391
Inferior Central	-0.00154782	0.0535531
Inferior Direita	0.00244381	0.0177035

Tabela 5.1.14: Condições de contorno para o elemento combustível BG de ULCHIN-1.

Elemento Combustível <b>BG</b>	Grupo 1	Grupo2
Esquerda Superior	0.00223457	0.0235229
Esquerda Central	-0.00370292	0.0813966
Esquerda Inferior	-0.00322811	0.0435091
Direita Superior	0.00887768	-0.00697747
Direita Central	0.017386	0.000148722
Direita Inferior	0.0562897	-0.00561403
Superior Esquerda	0.000243317	0.0206604
Superior Central	-0.00499414	0.0798236
Superior Direita	0.00259579	0.0464859
Inferior Esquerda	0.000983932	0.0197866
Inferior Central	0.00259105	-0.0202813
Inferior Direita	0.0306422	0.00381902



Tabela 5.1.15: Condições de contorno para o elemento combustível BH de ULCHIN-1.

Elemento Combustível <b>BH</b>	Grupo 1	Grupo2
Esquerda Superior	0.00887768	-0.00697747
Esquerda Central	0.017386	0.000148722
Esquerda Inferior	0.0562897	-0.00561403
Direita Superior	0.131972	0.0577542
Direita Central	0.133813	0.0589017
Direita Inferior	0.128242	0.0763239
Superior Esquerda	0.00227601	0.0376873
Superior Central	0.00893092	0.0106596
Superior Direita	0.0107556	0.0107027
Inferior Esquerda	0.0506584	0.0031491
Inferior Central	0.0970333	0.0230218
Inferior Direita	0.0906493	0.0378177

Tabela 5.1.16: Condições de contorno para o elemento combustível CC de ULCHIN-1.

Elemento Combustível <b>CC</b>	Grupo 1	Grupo2
Esquerda Superior	-0.0039393	-0.00258207
Esquerda Central	0.00133265	-0.053306
Esquerda Inferior	-0.00192543	-0.00587739
Direita Superior	-0.00320574	-0.00715134
Direita Central	-0.00609678	0.0413421
Direita Inferior	0.000123853	0.000133545
Superior Esquerda	-0.00396374	-0.00258653
Superior Central	0.00133123	-0.0533099
Superior Direita	-0.00348855	-0.00588176
Inferior Esquerda	-0.00321167	-0.00715804
Inferior Central	-0.0061025	0.0413364
Inferior Direita	0.000117543	0.000126899

Tabela 5.1.17: Condições de contorno para o elemento combustível CD de ULCHIN-1.

Elemento Combustível <b>CD</b>	Grupo 1	Grupo2
Esquerda Superior	-0.00320574	-0.00715134
Esquerda Central	-0.00609678	0.0413421
Esquerda Inferior	0.000123853	0.000133545
Direita Superior	-0.000896142	-0.000945996
Direita Central	0.00498791	-0.0424714
Direita Inferior	0.00241969	0.0062907
Superior Esquerda	-0.00214713	-0.00599335
Superior Central	-0.0051136	0.0423346
Superior Direita	0.000736686	0.000769688
Inferior Esquerda	0.000117198	0.000127364
Inferior Central	0.00631901	-0.0412333
Inferior Direita	0.00337479	0.009121

Tabela 5.1.18: Condições de contorno para o elemento combustível CE de ULCHIN-1.

Elemento Combustível <b>CE</b>	Grupo 1	Grupo2
Esquerda Superior	-0.000896142	-0.000945996
Esquerda Central	0.00498791	-0.0424714
Esquerda Inferior	0.00241969	0.0062907
Direita Superior	0.00126312	0.00644468
Direita Central	-0.00245738	0.0524455
Direita Inferior	-0.00319645	0.0409405
Superior Esquerda	0.000724741	0.000773733
Superior Central	0.00648017	-0.0410096
Superior Direita	0.00269414	0.00747553
Inferior Esquerda	0.00220225	0.00845817
Inferior Central	0.000280977	0.0551532
Inferior Direita	0.00027971	0.0430333

Tabela 5.1.19: Condições de contorno para o elemento combustível CF de ULCHIN-1.

Elemento Combustível <b>CF</b>	Grupo 1	Grupo2
Esquerda Superior	0.00126312	0.00644468
Esquerda Central	-0.00245738	0.0524455
Esquerda Inferior	-0.00319645	0.0409405
Direita Superior	-0.00370011	0.0300693
Direita Central	-0.00315588	0.00388506
Direita Inferior	0.00899997	0.000607258
Superior Esquerda	0.00381913	0.00715391
Superior Central	-0.00154782	0.0535531
Superior Direita	0.00244381	0.0177035
Inferior Esquerda	0.000187709	0.0399085
Inferior Central	0.000186858	0.0286687
Inferior Direita	0.00364555	0.022623

Tabela 5.1.20: Condições de contorno para o elemento combustível CG de ULCHIN-1.

Elemento Combustível <b>CG</b>	Grupo 1	Grupo2
Esquerda Superior	-0.00370011	0.0300693
Esquerda Central	-0.00315588	0.00388506
Esquerda Inferior	0.00899997	0.000607258
Direita Superior	0.0631351	0.0235889
Direita Central	0.10677	0.0478026
Direita Inferior	0.120029	0.0519306
Superior Esquerda	0.000983932	0.0197866
Superior Central	0.00259105	-0.0202813
Superior Direita	0.0306422	0.00381902
Inferior Esquerda	0.00751989	0.0216581
Inferior Central	0.0146543	0.0158703
Inferior Direita	0.0249674	0.0251068

Tabela 5.1.21: Condições de contorno para o elemento combustível DD de ULCHIN-1.

Elemento Combustível <b>DD</b>	Grupo 1	Grupo2
Esquerda Superior	0.000123467	0.000134041
Esquerda Central	0.0063247	-0.0412276
Esquerda Inferior	0.00338045	0.00912754
Direita Superior	-0.0010324	0.00616081
Direita Central	0.0000633754	0.0539162
Direita Inferior	-0.00219164	0.0039614
Superior Esquerda	0.000117198	0.000127364
Superior Central	0.00631901	-0.0412333
Superior Direita	0.00337479	0.009121
Inferior Esquerda	-0.00110977	0.00615347
Inferior Central	0.0000718759	0.0539094
Inferior Direita	-0.00235961	0.00395385

Tabela 5.1.22: Condições de contorno para o elemento combustível DE de ULCHIN-1.

Elemento Combustível <b>DE</b>	Grupo 1	Grupo2
Esquerda Superior	-0.0010324	0.00616081
Esquerda Central	0.0000633754	0.0539162
Esquerda Inferior	-0.00219164	0.00396148
Direita Superior	-0.00321858	0.0360253
Direita Central	-0.00396277	0.0259015
Direita Inferior	0.000530898	0.0435791
Superior Esquerda	0.00220225	0.00845817
Superior Central	0.000280977	0.0551532
Superior Direita	0.00027971	0.0430333
Inferior Esquerda	0.00463577	0.00388017
Inferior Central	0.00941275	-0.0451445
Inferior Direita	0.0135678	-0.0253638

Tabela 5.1.23: Condições de contorno para o elemento combustível DF de ULCHIN-1.

Elemento Combustível <b>DF</b>	Grupo 1	Grupo2
Esquerda Superior	-0.00321858	0.0360253
Esquerda Central	-0.00396277	0.0259015
Esquerda Inferior	0.000530898	0.0435791
Direita Superior	0.00630209	0.00142425
Direita Central	0.014814	-0.00626347
Direita Inferior	0.0532964	0.0313829
Superior Esquerda	0.000187713	0.0399085
Superior Central	0.000186864	0.0286687
Superior Direita	0.00364559	0.022623
Inferior Esquerda	0.0119906	-0.024155
Inferior Central	0.0156626	-0.00531702
Inferior Direita	0.0531872	0.0175071

Tabela 5.1.24: Condições de contorno para o elemento combustível DG de ULCHIN-1.

Elemento Combustível <b>DG</b>	Grupo 1	Grupo2
Esquerda Superior	0.00630209	0.001424125
Esquerda Central	0.014814	-0.00626347
Esquerda Inferior	0.0532964	0.0313829
Direita Superior	0.119217	0.0500526
Direita Central	0.132387	0.0540313
Direita Inferior	0.122952	0.0689185
Superior Esquerda	0.00751989	0.0216581
Superior Central	0.0146543	0.0158703
Superior Direita	0.0249674	0.0251068
Inferior Esquerda	0.0617162	0.0170589
Inferior Central	0.105258	0.0392987
Inferior Direita	0.0975754	0.0488568

Tabela 5.1.25: Condições de contorno para o elemento combustível EE de ULCHIN-1.

Elemento Combustível <b>EE</b>	Grupo 1	Grupo2
Esquerda Superior	0.00464267	0.0038877
Esquerda Central	0.0094196	-0.0451377
Esquerda Inferior	0.0135743	-0.0253569
Direita Superior	0.000311263	0.0476189
Direita Central	0.00294588	0.0669352
Direita Inferior	0.0342769	0.055466
Superior Esquerda	0.00463577	0.00388017
Superior Central	0.00941275	-0.0451445
Superior Direita	0.0135678	-0.0253638
Inferior Esquerda	0.000306575	0.0476118
Inferior Central	0.00293915	0.0669273
Inferior Direita	0.0342513	0.0554571

Tabela 5.1.26: Condições de contorno para o elemento combustível EF de ULCHIN-1.

Elemento Combustível <b>EF</b>	Grupo 1	Grupo2
Esquerda Superior	0.000311263	0.0476189
Esquerda Central	0.00294588	0.0669352
Esquerda Inferior	0.0342769	0.055466
Direita Superior	0.0610685	0.017958
Direita Central	0.105163	0.0395245
Direita Inferior	0.107409	0.058906
Superior Esquerda	0.0119906	-0.024155
Superior Central	0.0156626	-0.00531702
Superior Direita	0.0531872	0.0175071
Inferior Esquerda	0.0553944	0.0518746
Inferior Central	0.106035	0.0411453
Inferior Direita	0.108407	0.0584883

Interfaces do Elemento Combustível

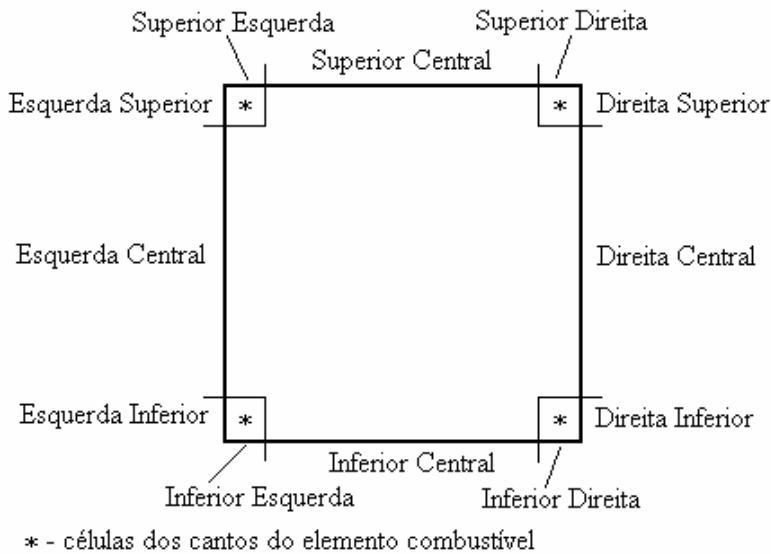


Figura 5.1.2: Localização das interfaces do elemento combustível.

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>G</b>	<b>H</b>
<b>A</b>	-0.953 0.415	-1.365 0.471	-1.042 0.410	1.597 0.467	-1.388 0.461	2.482 0.428	-5.354 0.929	4.102 0.877
<b>B</b>		-0.919 0.401	-1.395 0.432	-1.389 0.449	-2.165 0.507	-1.646 0.440	-13.444 1.490	12.532 3.220
<b>C</b>			-1.450 0.465	1.838 0.499	-1.471 0.473	-3.055 0.639	9.651 1.850	
<b>D</b>				-2.294 0.537	2.367 0.521	-9.751 1.430	10.088 3.440	
<b>E</b>	$\Delta_{m\acute{a}x} P_{ij}(\%)$				-15.002	11.171		
	$\bar{\Delta}P(\%)$				1.830	4.13		

Legenda:

$\Delta_{m\acute{a}x} P_{ij}(\%)$	→ máximo valor da diferença da potência reconstruída.
$\bar{\Delta}P(\%)$	→ valor médio absoluto da diferença da potência reconstruída.

Figura 5.1.3: Diferença máxima e média absoluta da potência reconstruída, considerando 1 nodo por elemento combustível.

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>G</b>	<b>H</b>
<b>A</b>	0.403 0.098	-0.880 0.145	0.607 0.119	-0.817 0.173	0.879 0.250	-0.525 0.121	2.229 0.586	5.765 1.416
<b>B</b>		0.443 0.105	-0.855 0.130	0.800 0.216	-3.344 0.362	2.050 0.274	-6.627 1.192	17.444 3.966
<b>C</b>			1.105 0.245	-1.593 0.352	1.105 0.267	-1.052 0.254	14.787 2.517	
<b>D</b>				-1.783 0.369	1.080 0.220	-5.907 1.291	15.408 4.095	
<b>E</b>	$\Delta_{m\acute{a}x}\phi_{ij}(\%)$				-9.230	15.457		
	$\bar{\Delta}\phi_1(\%)$				1.724	4.771		

Legenda:

$\Delta_{m\acute{a}x}\phi_{ij}(\%)$	→ máximo valor da diferença do fluxo rápido reconstruído.
$\bar{\Delta}\phi_1(\%)$	→ valor médio absoluto da diferença do fluxo rápido reconstruído..

Figura 5.1.4: Diferença máxima e média absoluta do fluxo rápido reconstruído, considerando 1 nodo por elemento combustível.



	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>G</b>	<b>H</b>
<b>A</b>	-1.296 0.518	-1.749 0.584	-1.275 0.512	1.957 0.580	-1.695 0.555	3.172 0.534	-6.531 1.068	3.942 0.864
<b>B</b>		-1.248 0.501	-1.774 0.537	-1.624 0.542	2.230 0.568	-2.231 0.549	-15.830 1.626	11.817 3.044
<b>C</b>			-1.687 0.553	2.175 0.569	-1.706 0.559	-3.758 0.780	8.855 1.735	
<b>D</b>				-2.423 0.612	2.668 0.646	-11.437 1.504	9.250 3.283	
<b>E</b>	$\Delta_{m\acute{a}x}\phi_{2ij}(\%)$				-16.832	10.753		
	$\bar{\Delta}\phi_2(\%)$				1.876	3.989		

Legenda:

$\Delta_{m\acute{a}x}\phi_{2ij}(\%)$	→ máximo valor da diferença do fluxo térmico reconstruído.
$\bar{\Delta}\phi_2(\%)$	→ valor médio absoluto da diferença do fluxo térmico reconstruído..

Figura 5.1.5: Diferença máxima e média absoluta do fluxo térmico reconstruído, considerando 1 nodo por elemento combustível.

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>G</b>	<b>H</b>
<b>A</b>	0.572	0.723	0.181 ⊗	0.341 ⊗	0.623	0.642	1.197	0.368
<b>B</b>		0.353 ⊗	1.107	0.066 ⊗	0.182 ⊗	0.214 ⊗	0.893 ⊗	-4.906 ⊗
<b>C</b>			0.026 ⊗	0.161	-0.007 ⊗	1.353	-1.955 ⊗	
<b>D</b>				-0.005	0.739 ⊗	-0.069 ⊗	-8.216 ⊗	
<b>E</b>	$\Delta P \uparrow$ (%) ⊗				0.312 ⊗	-9.232		

Legenda:

$\Delta P \uparrow$ (%)	→ valor da diferença da potência reconstruída do pino mais quente no elemento combustível.
⊗	→ a posição do pino mais quente reconstruído é a mesma do pino mais quente de referência.

Figura 5.1.6: Diferença da potência reconstruída do pino mais quente, **considerando 1 nodo por elemento combustível.**

## 5.2 – Reconstrução de Fluxo / Potência Considerando 2x2 Nodos para o Elemento Combustível EF

Visando melhorar os resultados apresentados na seção 5.1, optou-se por fazer uma reconstrução de fluxo / potência utilizando os resultados de um cálculo global de reatores considerando 2x2 nodos por elemento combustível. Na verdade nos esquemas de cálculo neutrônico de uso comercial (SAV90, ANC e CASMO-SIMULATE) é sempre usada uma discretização de 2x2 nodos por elemento combustível.

Obviamente o uso de mais nodos no elemento combustível contribui substancialmente para a melhoria do resultado da reconstrução, pois existe uma melhor

estimativa para as condições de contorno além de se diminuir em valores absolutos os gradientes de fluxo e correntes que existem em todas as interfaces do elemento combustível. Sendo assim, justifica-se plenamente aplicar esta nodalização de 2x2 nodos por elemento combustível e a posterior reconstrução do fluxo apenas nos elementos combustíveis onde o uso de 1x1 nodo por elemento combustível não foi o suficiente para gerar boas reconstruções de fluxo. Nesta categoria estão os elementos combustíveis da periferia que como já foi explicado e apresentado possuem os piores resultados na reconstrução do fluxo e por conseqüência da potência também.

Objetivando tão somente demonstrar o quão eficiente é o uso de 2x2 nodos nos elementos combustíveis da periferia, foi eleito apenas um único elemento combustível no qual será realizada a reconstrução de fluxo, visto que em uma aplicação de análise convencional, logo no primeiro cálculo todos os elementos combustíveis seriam subdivididos em 2x2 nodos. Neste caso o elemento combustível eleito foi o EF pelas seguintes razões:

- EF é um elemento da periferia do núcleo do reator.
- EF possui duas interfaces em contato direto com o *baffle* do reator.
- EF possui a pior previsão de pino mais quente com subsequente erro na previsão deste.
- EF possui a maior diferença média absoluta dos fluxos rápido e térmico.

Com a subdivisão do elemento combustível EF em 4 nodos, foram obtidos da solução global do reator as condições de contorno apresentadas nas Tabelas 5.2.1, 5.2.2, 5.2.3 e 5.2.4, respectivamente para os nodos TL (Superior-Esquerdo), TR (Superior-Direito), BL (Inferior-Esquerdo) e BR (Inferior-Direito). Os valores dos fluxos médios destes nodos são apresentados na Figura 5.2.1.

Tabela 5.2.1: Condições de contorno para o elemento combustível EF, nodo TL (Superior Esquerdo) de ULCHIN-1.

Elemento Combustível <b>EF (TL)</b>	Grupo 1	Grupo2
Esquerda Superior	-0.00437577	0.0435339
Esquerda Central	-0.00428919	0.0580618
Esquerda Inferior	0.00727489	0.0663957
Direita Superior	0.01668623	0.038614
Direita Central	0.0224707	0.0420998
Direita Inferior	0.0298533	0.0475837
Superior Esquerda	0.010205	-0.0272599
Superior Central	0.0103809	-0.0133886
Superior Direita	0.0169136	0.0046786
Inferior Esquerda	0.01900382	0.0343874
Inferior Central	0.02561	0.0444861
Inferior Direita	0.033097	0.0504298

Tabela 5.2.2: Condições de contorno para o elemento combustível EF, nodo TR (Superior Direito) de ULCHIN-1.

Elemento Combustível <b>EF (TR)</b>	Grupo 1	Grupo2
Esquerda Superior	0.0166862	0.038614
Esquerda Central	0.0224707	0.0420998
Esquerda Inferior	0.0298533	0.0475837
Direita Superior	0.0555406	0.0278115
Direita Central	0.0861717	0.0508679
Direita Inferior	0.105368	0.0420858
Superior Esquerda	0.0187162	-0.00597094
Superior Central	0.0259451	0.00641463
Superior Direita	0.0259451	0.00641463
Inferior Esquerda	0.0340127	0.050573
Inferior Central	0.0417068	0.0565337
Inferior Direita	0.0417068	0.0565337

Tabela 5.2.3: Condições de contorno para o elemento combustível EF, nodo BL (Inferior Esquerdo) de ULCHIN-1.

Elemento Combustível <b>EF (BL)</b>	Grupo 1	Grupo2
Esquerda Superior	0.00553673	0.0665362
Esquerda Central	0.0143378	0.0748877
Esquerda Inferior	0.0143378	0.0748877
Direita Superior	0.0308539	0.0484606
Direita Central	0.0384838	0.0540456
Direita Inferior	0.0384838	0.0540456
Superior Esquerda	0.0190382	0.0343874
Superior Central	0.02561	0.0444861
Superior Direita	0.033097	0.0504298
Inferior Esquerda	0.0500552	0.0624929
Inferior Central	0.0865944	0.0514254
Inferior Direita	0.106609	0.0420879

Tabela 5.2.4: Condições de contorno para o elemento combustível EF, nodo BR (Inferior Esquerdo) de ULCHIN-1.

Elemento Combustível <b>EF (BR)</b>	Grupo 1	Grupo2
Esquerda Superior	0.0308538	0.0484606
Esquerda Central	0.0384838	0.0540456
Esquerda Inferior	0.0384838	0.0540456
Direita Superior	0.105853	0.0379093
Direita Central	0.125138	0.0299987
Direita Inferior	0.125138	0.0299987
Superior Esquerda	0.0340127	0.050573
Superior Central	0.0417068	0.0565337
Superior Direita	0.0417068	0.0565337
Inferior Esquerda	0.106451	0.0407915
Inferior Central	0.126436	0.0317417
Inferior Direita	0.126436	0.0317417

<b>TL</b>	<b>TR</b>
$\bar{\phi}_1 = 0.00173952$	$\bar{\phi}_1 = 0.00134424$
$\bar{\phi}_2 = 0.000381493$	$\bar{\phi}_2 = 0.000285459$
<b>BL</b>	<b>BR</b>
$\bar{\phi}_1 = 0.00129244$	$\bar{\phi}_1 = 0.000847484$
$\bar{\phi}_2 = 0.000287924$	$\bar{\phi}_2 = 0.000188602$

Figura 5.2.1: Valores dos fluxos médio rápido e térmico (em unidade arbitrária) para os quatro nodos de EF.

Realizando a reconstrução do fluxo nestes nodos do elemento combustível EF, foram obtidos os seguintes resultados mostrados nas Figuras 5.2.2, 5.2.3 e 5.2.4 para a potência, fluxo rápido e térmico, respectivamente.

<b>TL</b>	<b>TR</b>
$\Delta_{m\acute{a}x} P_{ij} (\%) = -4.09$	$\Delta_{m\acute{a}x} P_{ij} (\%) = 3.84$
$\bar{\Delta}P(\%) = 1.25$	$\bar{\Delta}P(\%) = 1.09$
$\Delta P \uparrow (\%) = 2.09$	$\Delta P \uparrow (\%) = 0.37$
<b>BL</b>	<b>BR</b>
$\Delta_{m\acute{a}x} P_{ij} (\%) = 3.72$	$\Delta_{m\acute{a}x} P_{ij} (\%) = 2.47$
$\bar{\Delta}P(\%) = 0.89$	$\bar{\Delta}P(\%) = 0.58$
$\Delta P \uparrow (\%) = -1.97 \text{ e } \otimes$	$\Delta P \uparrow (\%) = -1.04 \text{ e } \otimes$

Figura 5.2.2: Valores da máxima diferença, diferença média absoluta da potência e diferença (%) da potência do pino mais quente para os quatro nodos de EF (o símbolo  $\otimes$  indica acerto na previsão da posição do pino mais quente).

<b>TL</b>	<b>TR</b>
$\Delta_{m\acute{a}x}\phi_{1ij}(\%) = -1.04$	$\Delta_{m\acute{a}x}\phi_{1ij}(\%) = 7.02$
$\bar{\Delta}\phi_1(\%) = 0.32$	$\bar{\Delta}\phi_1(\%) = 1.55$
<b>BL</b>	<b>BR</b>
$\Delta_{m\acute{a}x}\phi_{1ij}(\%) = 7.00$	$\Delta_{m\acute{a}x}\phi_{1ij}(\%) = 5.32$
$\bar{\Delta}\phi_1(\%) = 1.63$	$\bar{\Delta}\phi_1(\%) = 2.44$

Figura 5.2.3: Valores da máxíma diferença e da diferença média absoluta do fluxo rápido para os quatro nodos de EF.

<b>TL</b>	<b>TR</b>
$\Delta_{m\acute{a}x}\phi_{2ij}(\%) = -5.07$	$\Delta_{m\acute{a}x}\phi_{2ij}(\%) = 4.82$
$\bar{\Delta}\phi_2(\%) = 1.72$	$\bar{\Delta}\phi_2(\%) = 1.16$
<b>BL</b>	<b>BR</b>
$\Delta_{m\acute{a}x}\phi_{2ij}(\%) = 4.58$	$\Delta_{m\acute{a}x}\phi_{2ij}(\%) = 3.07$
$\bar{\Delta}\phi_2(\%) = 0.95$	$\bar{\Delta}\phi_2(\%) = 0.81$

Figura 5.2.4: Valores da máxíma diferença e da diferença média absoluta do fluxo térmico para os quatro nodos de EF.

Pode-se observar pelos resultados da reconstrução de fluxo para o elemento combustível EF, que o esquema de 2x2 nodos por elemento combustível conduz a boas estimativas de fluxo e potência mesmo para os elementos combustíveis localizados na periferia do núcleo do reator. Deve-se lembrar também que a solução de referência utilizada na presente tese considerou explicitamente o *baffle* do reator, o que dificulta muito que haja uma boa estimativa do fluxo e da potência nos elementos combustíveis da periferia, porém o uso de tal solução de referência aproxima em muito a simulação da realidade.

## CAPÍTULO 6

### CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

#### 6.1 – Conclusões

Sem dúvida alguma, todo o procedimento de cálculo de reconstrução de fluxo no elemento combustível heterogêneo poderia ter sido validado se utilizando para tal um caso *benchmark* qualquer e que fosse bem mais simples do que o reator de ULCHIN-1. Porém, o uso do reator de ULCHIN-1, para a validação do método possibilitou até o desenvolvimento de uma correção nas condições de contorno que melhorou em muito os resultados, fruto da peculiaridade do esquema de carga e recarga dos reatores PWR comerciais. Entretanto, o próprio tamanho do reator (153 elementos combustíveis) gerou uma grande quantidade de resultados, mesmo para os 26 elementos combustíveis presentes em 1/8 de núcleo.

Diante destes resultados numéricos pode-se concluir que o método de reconstrução de fluxo para o interior de um elemento combustível através da Teoria da Perturbação utilizando os Pseudo-Harmônicos foi capaz de realizar uma boa estimativa do valor do fluxo heterogêneo para os elementos combustíveis localizados na zona interna do núcleo, mesmo quando do uso de condições de contorno obtidas para 1 nodo por elemento combustível. Deve ser mencionado também que o fluxo reconstruído foi comparado com uma solução de referência gerada com uma malha espacial extremamente fina e com o *baffle* explícito.

A reconstrução do fluxo para os elementos combustíveis localizados na zona periférica do núcleo, não forneceu bons resultados quando do uso dos resultados extraídos para 1 nodo por elemento combustível. Isto já era esperado, não só devido à proximidade destes elementos combustíveis com o *baffle* e com o refletor, como explicado no Capítulo 5, mas também porque como é de amplo conhecimento, todos os esquemas comerciais (SAV90, ANC, CASMO-SIMULATE) que fazem uso de um método reconstrução de fluxo utilizam os resultados de cálculos espaciais baseados em 2x2 nodos por elemento combustível. Sendo assim, conclui-se que o método apresentado e desenvolvido nesta tese logrou êxito em estimar com um certo grau de



precisão o fluxo no interior de um elemento combustível heterogêneo, tendo sido encontrado diferenças máximas na potência das varetas da ordem de até 4%, em relação à solução de referência.

## 6.2 – Sugestões para Trabalhos Futuros

Como a presente tese tratou da reconstrução de fluxo considerando o elemento combustível bi-dimensional, uma extensão natural do método de reconstrução por Pseudo-Harmônicos para elementos combustíveis tridimensionais seria indicada. Porém, deve-se levar em conta que o número de Pseudo-Harmônicos utilizados na reconstrução seria muito elevado, pois mesmo para o caso bi-dimensional existem, considerando o elemento combustível de ULCHIN-1, 25 varetas não combustíveis em uma área relativamente pequena ( $21,504 \times 21,504 \text{ cm}^2$ ), fazendo com que haja necessidade de se usar na reconstrução um grande número de Pseudo-Harmônicos o que acaba tornando o método pouco atrativo caso se considere o tempo de processamento, levando em conta que a grande maioria dos outros métodos utilizam os fatores de forma previamente calculados, o que os tornam muito rápidos.

Outro ponto que mereceria um estudo mais completo seria a realização de uma profunda avaliação dos atuais esquemas de reconstrução de fluxo utilizados pelas metodologias de cálculo mais utilizadas (SAV90, ANC e CASMO-SIMULATE), de modo a compará-las com *benchmark* representativos do seu âmbito de aplicação e que tenham sido gerados com critérios a torná-los o mais próximo possível de um caso real. Isto porque, como foi demonstrado no Capítulo 5, as maiores diferenças encontradas na reconstrução do fluxo se situam nos elementos combustíveis localizados na periferia do núcleo do reator.

Estes elementos combustíveis geram uma menor potência e por conseqüência possuem uma menor queima de combustível. Porém isto não é motivo para negligenciar a busca por uma melhor reconstrução de fluxo para estes elementos combustíveis, visto que no próximo ciclo de queima, este mesmo elemento combustível será posicionado mais no interior do núcleo e produzirá uma maior potência devido a sua nova localização possibilitando um acúmulo de erro na estimativa da queima deste elemento, ao longo de vários ciclos de queima.

## ANEXO A

### CONSTRUÇÃO DAS MATRIZES $A_1$ , $A_2$ , $F_1$ , $F_2$ e $Q$ DOS SISTEMAS NÃO PERTURBADO E PERTURBADO

Este anexo tem por objetivo apresentar as equações que permitem o cálculo das matrizes  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $F_1$ ,  $F_2$  e  $Q$  tanto para o sistema não perturbado quanto para o sistema perturbado. As presentes equações foram deduzidas para o caso bidimensional (XY) a dois grupos de energia, utilizando diferenças finitas.

Para o sistema não perturbado ou elemento combustível homogêneo, as seções de choque utilizadas na montagem das matrizes são aquelas que foram previamente homogeneizadas pelo método padrão de conservação das taxas de reação (ponderação no fluxo e no volume) utilizando as condições de contorno oriundas do cálculo global do reator, condições de contorno estas que também são utilizadas para o cálculo das matrizes  $A_1$  e  $A_2$ . Para o sistema perturbado ou elemento combustível heterogêneo as seções de choque utilizadas são aquelas referentes a cada célula componente do elemento combustível. As equações que são apresentadas a seguir foram deduzidas considerando o caso do elemento combustível heterogêneo. Para o caso homogêneo basta utilizar um único conjunto de seções de choque para todas as células componentes do elemento combustível. Assim sendo, considere a equação de balanço de nêutrons bidimensional a dois grupos de energia:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_1(x, y) + \Sigma_{r1}(x, y)\phi_1(x, y) &= \frac{1}{k} (\nu\Sigma_{f1}(x, y)\phi_1(x, y) + \nu\Sigma_{f2}(x, y)\phi_2(x, y)) \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_2(x, y) + \Sigma_{r2}(x, y)\phi_2(x, y) &= \Sigma_{21}(x, y)\phi_1(x, y) \end{aligned} \quad (A.1)$$

O sistema de equações A.1 é válido em todos os pontos (x,y) do sistema que compõem o reator nuclear em questão. Considerando, particularmente, o domínio de pontos que compõem um elemento combustível, ou seja,  $x_0 < x < x_{NPX}$  e  $y_0 < y < y_{NPY}$ , pode-se subdividir este elemento combustível do seguinte modo:

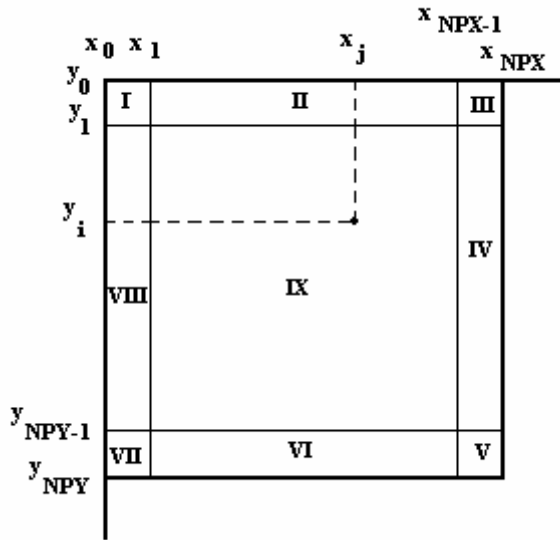


Figura A.1: Subdivisão do elemento combustível em 9 regiões (I, II, ..., IX).

Da Figura A.1, percebe-se que o elemento combustível foi subdividido em 9 regiões, deste modo a integração do sistema de equações A.1 sobre toda a área do elemento combustível resulta em 18 equações (2 grupos de energia x 9 regiões). Iniciando o procedimento de integração das regiões pela região IX, que representa os pontos internos do elemento combustível, obtém-se para a equação do grupo rápido:

$$\int_{x_{j-1}}^{x_j} \int_{y_{i-1}}^{y_i} \frac{\partial}{\partial x} J_{1x}(x, y) dy dx + \int_{x_{j-1}}^{x_j} \int_{y_{i-1}}^{y_i} \frac{\partial}{\partial y} J_{1y}(x, y) dy dx + \int_{x_{j-1}}^{x_j} \int_{y_{i-1}}^{y_i} \Sigma_{r1}(x, y) \phi_1(x, y) dy dx = \quad (A.2)$$

$$\frac{1}{k} \left[ \int_{x_{j-1}}^{x_j} \int_{y_{i-1}}^{y_i} \nu \Sigma_{f1}(x, y) \phi_1(x, y) dy dx + \int_{x_{j-1}}^{x_j} \int_{y_{i-1}}^{y_i} \nu \Sigma_{f2}(x, y) \phi_2(x, y) dy dx \right]$$

e para a equação do grupo térmico:

$$\int_{x_{j-1}}^{x_j} \int_{y_{i-1}}^{y_i} \frac{\partial}{\partial x} J_{2x}(x, y) dy dx + \int_{x_{j-1}}^{x_j} \int_{y_{i-1}}^{y_i} \frac{\partial}{\partial y} J_{2y}(x, y) dy dx + \int_{x_{j-1}}^{x_j} \int_{y_{i-1}}^{y_i} \Sigma_{r2}(x, y) \phi_2(x, y) dy dx = \quad (A.3)$$

$$\int_{x_{j-1}}^{x_j} \int_{y_{i-1}}^{y_i} \Sigma_{21}(x, y) \phi_1(x, y) dy dx$$

Considerando que no interior do nodo  $x_{j-1} \leq x \leq x_j$  e  $y_{i-1} \leq y \leq y_i$ , os parâmetros nucleares são constantes e definindo o fluxo médio no nodo como:

$$\bar{\phi}_g(j, i) = \frac{1}{\Delta x_j \Delta y_i} \int_{x_{j-1}}^{x_j} \int_{y_{i-1}}^{y_i} \phi_g(x, y) dy dx, \quad (\text{A.4})$$

pode-se reescrever A.2 como:

$$\int_{x_{j-1}}^{x_j} \int_{y_{i-1}}^{y_i} \frac{\partial}{\partial x} J_{1x}(x, y) dy dx + \int_{x_{j-1}}^{x_j} \int_{y_{i-1}}^{y_i} \frac{\partial}{\partial y} J_{1y}(x, y) dy dx + \Sigma_{r1}(i, j) \Delta x_j \Delta y_i \bar{\phi}_1(i, j) = \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{1}{k} \left[ \nu \Sigma_{f1}(i, j) \Delta x_j \Delta y_i \bar{\phi}_1(i, j) + \nu \Sigma_{f2}(i, j) \Delta x_j \Delta y_i \bar{\phi}_2(i, j) \right]$$

e A.3 como:

$$\int_{x_{j-1}}^{x_j} \int_{y_{i-1}}^{y_i} \frac{\partial}{\partial x} J_{2x}(x, y) dy dx + \int_{x_{j-1}}^{x_j} \int_{y_{i-1}}^{y_i} \frac{\partial}{\partial y} J_{2y}(x, y) dy dx + \Sigma_{r2}(i, j) \Delta x_j \Delta y_i \bar{\phi}_2(i, j) = \quad (\text{A.6})$$

$$\Sigma_{21}(i, j) \Delta x_j \Delta y_i \bar{\phi}_1(i, j)$$

Os dois primeiros termos das equações (A.5) e (A.6) podem ser calculados impondo a continuidade das correntes de nêutrons em todas as interfaces do nodo  $x_{j-1} \leq x \leq x_j$  e  $y_{i-1} \leq y \leq y_i$ , daí:

$$\int_{y_{i-1}}^{y_i} J_{gx}(y, x_j) dy - \int_{y_{i-1}}^{y_i} J_{gx}(y, x_{j-1}) dy = \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{-2D_g(i, j+1)D_g(i, j)\Delta y_i}{D_g(i, j+1)\Delta x_j + D_g(i, j)\Delta x_{j+1}} \left[ \bar{\phi}_g(i, j+1) - \bar{\phi}_g(i, j) \right] +$$

$$\frac{2D_g(i, j)D_g(i, j-1)\Delta y_i}{D_g(i, j)\Delta x_{j-1} + D_g(i, j-1)\Delta x_j} \left[ \bar{\phi}_g(i, j) - \bar{\phi}_g(i, j-1) \right]$$

e

$$\begin{aligned}
& \int_{x_{j-1}}^{x_j} J_{gy}(y_i, x) dx - \int_{x_{j-1}}^{x_j} J_{gy}(y_{i-1}, x) dx = \\
& \frac{-2D_g(i+1, j)D_g(i, j)\Delta x_j}{D_g(i+1, j)\Delta y_i + D_g(i, j)\Delta y_{i+1}} \left[ \bar{\phi}_g(i+1, j) - \bar{\phi}_g(i, j) \right] + , \\
& \frac{2D_g(i, j)D_g(i-1, j)\Delta x_j}{D_g(i, j)\Delta y_{i-1} + D_g(i-1, j)\Delta y_i} \left[ \bar{\phi}_g(i, j) - \bar{\phi}_g(i-1, j) \right]
\end{aligned} \tag{A.8}$$

substituindo as equações (A.7) e (A.8) em (A.5) e (A.6) respectivamente, obtém-se as equações (A.9) e (A.10) que são referentes aos pontos internos do elemento combustível, ou seja,  $i = 2, 3, \dots$ , NPY-1 e  $j = 2, 3, \dots$ , NPX-1, para o grupo rápido e térmico, respectivamente.

$$\begin{aligned}
& \bar{\phi}_1(i, j+1) \left[ \frac{-2D_1(i, j+1)D_1(i, j)\Delta y_i}{D_1(i, j+1)\Delta x_j + D_1(i, j)\Delta x_{j+1}} \right] + \\
& \bar{\phi}_1(i, j-1) \left[ \frac{-2D_1(i, j)D_1(i, j-1)\Delta y_i}{D_1(i, j)\Delta x_{j-1} + D_1(i, j-1)\Delta x_j} \right] + \\
& \bar{\phi}_1(i-1, j) \left[ \frac{-2D_1(i, j)D_1(i-1, j)\Delta x_j}{D_1(i, j)\Delta y_{i-1} + D_1(i-1, j)\Delta y_i} \right] + \\
& \bar{\phi}_1(i+1, j) \left[ \frac{-2D_1(i+1, j)D_1(i, j)\Delta x_j}{D_1(i+1, j)\Delta y_i + D_1(i, j)\Delta y_{i+1}} \right] + \\
& \bar{\phi}_1(i, j) \left[ \frac{2D_1(i, j+1)D_1(i, j)\Delta y_i}{D_1(i, j+1)\Delta x_j + D_1(i, j)\Delta x_{j+1}} + \frac{2D_1(i, j)D_1(i, j-1)\Delta y_i}{D_1(i, j)\Delta x_{j-1} + D_1(i, j-1)\Delta x_j} + \right. \\
& \left. \frac{2D_1(i+1, j)D_1(i, j)\Delta x_j}{D_1(i+1, j)\Delta y_i + D_1(i, j)\Delta y_{i+1}} + \frac{2D_1(i, j)D_1(i-1, j)\Delta x_j}{D_1(i, j)\Delta y_{i-1} + D_1(i-1, j)\Delta y_i} + \frac{\Sigma_{r1}(i, j)\Delta x_j \Delta y_i}{\Sigma_{r1}(i, j)\Delta x_j \Delta y_i} \right] = \\
& \frac{1}{k} \left[ \nu \Sigma_{f1}(i, j)\Delta x_j \Delta y_i \bar{\phi}_1(i, j) + \nu \Sigma_{f2}(i, j)\Delta x_j \Delta y_i \bar{\phi}_2(i, j) \right]
\end{aligned} \tag{A.9}$$

$$\begin{aligned}
& \bar{\phi}_2(i, j+1) \left[ \frac{-2D_2(i, j+1)D_2(i, j)\Delta y_i}{D_2(i, j+1)\Delta x_j + D_2(i, j)\Delta x_{j+1}} \right] + \\
& \bar{\phi}_2(i, j-1) \left[ \frac{-2D_2(i, j)D_2(i, j-1)\Delta y_i}{D_2(i, j)\Delta x_{j-1} + D_2(i, j-1)\Delta x_j} \right] + \\
& \bar{\phi}_2(i-1, j) \left[ \frac{-2D_2(i, j)D_2(i-1, j)\Delta x_j}{D_2(i, j)\Delta y_{i-1} + D_2(i-1, j)\Delta y_i} \right] + \\
& \bar{\phi}_2(i+1, j) \left[ \frac{-2D_2(i+1, j)D_2(i, j)\Delta x_j}{D_2(i+1, j)\Delta y_i + D_2(i, j)\Delta y_{i+1}} \right] + \\
& \bar{\phi}_2(i, j) \left[ \frac{2D_2(i, j+1)D_2(i, j)\Delta y_i}{D_2(i, j+1)\Delta x_j + D_2(i, j)\Delta x_{j+1}} + \frac{2D_2(i, j)D_2(i, j-1)\Delta y_i}{D_2(i, j)\Delta x_{j-1} + D_2(i, j-1)\Delta x_j} + \right. \\
& \left. \frac{2D_2(i+1, j)D_2(i, j)\Delta x_j}{D_2(i+1, j)\Delta y_i + D_2(i, j)\Delta y_{i+1}} + \frac{2D_2(i, j)D_2(i-1, j)\Delta x_j}{D_2(i, j)\Delta y_{i-1} + D_2(i-1, j)\Delta y_i} + \right. \\
& \left. \Sigma_{r2}(i, j)\Delta x_j\Delta y_i \right] = \\
& \Sigma_{21}(i, j)\Delta x_j\Delta y_i\bar{\phi}_1(i, j)
\end{aligned} \tag{A.10}$$

Para o **canto superior esquerdo** ou região **I**, ou seja,  $x_0 \leq x \leq x_1$  e  $y_0 \leq y \leq y_1$ , a integração das equações (A.1) conduz as equações (A.11) e (A.12). Deve-se notar que nas equações (A.11) e (A.12) surgem os termos que representam as condições de contorno as quais o elemento combustível está submetido. Os termos  $(\frac{\alpha}{\beta})_1^T$  e  $(\frac{\alpha}{\beta})_1^L$ , são referentes as condições de contorno mista homogênea de Dirichlet-Neuman, que fornecem o valor da razão entre corrente e fluxo em determinados pontos da interface do elemento combustível. Os superescritos “T”, “L”, “B” e “R” se referem às interfaces Superior, Esquerda, Inferior e Direita, respectivamente. As condições de contorno são fornecidas para cada grupo de energia, daí a presença do sub-escrito “1”, referente ao grupo rápido e “2”, referente ao grupo térmico. Para esta região os índices são:  $i = 1$  e  $j = 1$ .

Para o grupo rápido:

$$\begin{aligned}
& \bar{\bar{\phi}}_1(1,2) \left[ \frac{-2D_1(1,2)D_1(1,1)\Delta y_1}{D_1(1,2)\Delta x_1 + D_1(1,1)\Delta x_2} \right] + \\
& \bar{\bar{\phi}}_1(2,1) \left[ \frac{-2D_1(2,1)D_1(1,1)\Delta x_1}{D_1(2,1)\Delta y_1 + D_1(1,1)\Delta y_2} \right] + \\
& \bar{\bar{\phi}}_1(1,1) \left[ \frac{2D_1(1,2)D_1(1,1)\Delta y_1}{D_1(1,2)\Delta x_1 + D_1(1,1)\Delta x_2} + \frac{2D_1(1,1)D_1(2,1)\Delta x_1}{D_1(2,1)\Delta y_1 + D_1(1,1)\Delta y_2} + \right. \\
& \left. \frac{D_1(1,1)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_1^L \Delta y_1}{\Sigma_{r_1}(1,1)\Delta x_1 \Delta y_1 - \left[1 - \left(\frac{\Delta x_1}{2}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_1^L\right]} - \frac{D_1(1,1)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_1^T \Delta x_1}{\left[1 - \left(\frac{\Delta y_1}{2}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_1^T\right]} \right] = \\
& \frac{1}{k} \left[ \nu \Sigma_{f_1}(1,1)\Delta x_1 \Delta y_1 \bar{\bar{\phi}}_1(1,1) + \nu \Sigma_{f_2}(1,1)\Delta x_1 \Delta y_1 \bar{\bar{\phi}}_2(1,1) \right]
\end{aligned} \tag{A.11}$$

Para o grupo térmico:

$$\begin{aligned}
& \bar{\bar{\phi}}_2(1,2) \left[ \frac{-2D_2(1,2)D_2(1,1)\Delta y_1}{D_2(1,2)\Delta x_1 + D_2(1,1)\Delta x_2} \right] + \\
& \bar{\bar{\phi}}_2(2,1) \left[ \frac{-2D_2(2,1)D_2(1,1)\Delta x_1}{D_2(2,1)\Delta y_1 + D_2(1,1)\Delta y_2} \right] + \\
& \bar{\bar{\phi}}_2(1,1) \left[ \frac{2D_2(1,2)D_2(1,1)\Delta y_1}{D_2(1,2)\Delta x_1 + D_2(1,1)\Delta x_2} + \frac{2D_2(1,1)D_2(2,1)\Delta x_1}{D_2(2,1)\Delta y_1 + D_2(1,1)\Delta y_2} + \right. \\
& \left. \frac{D_2(1,1)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_2^L \Delta y_1}{\Sigma_{r_2}(1,1)\Delta x_1 \Delta y_1 - \left[1 - \left(\frac{\Delta x_1}{2}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_2^L\right]} - \frac{D_2(1,1)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_2^T \Delta x_1}{\left[1 - \left(\frac{\Delta y_1}{2}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_2^T\right]} \right] = \\
& \Sigma_{21}(1,1)\Delta x_1 \Delta y_1 \bar{\bar{\phi}}_1(1,1)
\end{aligned} \tag{A.12}$$

Para a **lateral superior** ou região **II**, ou seja,  $x_1 \leq x \leq x_{NPX-1}$  e

$y_0 \leq y \leq y_1$ , a integração das equações (A.1) conduz as equações (A.13) e (A.14). Deste modo, tem-se:  $i = 1$  e  $j = 2, 3, \dots, NPX-1$ .

Para o grupo rápido:

$$\begin{aligned}
 & \bar{\bar{\phi}}_1(1, j+1) \left[ \frac{-2D_1(1, j+1)D_1(1, j)\Delta y_1}{D_1(1, j+1)\Delta x_j + D_1(1, j)\Delta x_{j+1}} \right] + & (A.13) \\
 & \bar{\bar{\phi}}_1(2, j) \left[ \frac{-2D_1(2, j)D_1(1, j)\Delta x_j}{D_1(2, j)\Delta y_1 + D_1(1, j)\Delta y_2} \right] + \\
 & \bar{\bar{\phi}}_1(1, j-1) \left[ \frac{-2D_1(1, j-1)D_1(1, j)\Delta y_1}{D_1(1, j-1)\Delta x_j + D_1(1, j)\Delta x_{j-1}} \right] + \\
 & \bar{\bar{\phi}}_1(1, j) \left[ \begin{aligned} & \frac{2D_1(1, j+1)D_1(1, j)\Delta y_1}{D_1(1, j+1)\Delta x_j + D_1(1, j)\Delta x_{j+1}} + \frac{2D_1(1, j)D_1(2, j-1)\Delta y_1}{D_1(1, j)\Delta x_{j-1} + D_1(1, j-1)\Delta x_j} + \\ & \frac{2D_1(2, j)D_1(1, j)\Delta x_j}{D_1(2, j)\Delta y_1 + D_1(1, j)\Delta y_2} + \\ & \Sigma_{r1}(1, j)\Delta x_j\Delta y_1 - \frac{D_1(1, j)\Delta x_j \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_1^T}{\left[1 - \left(\frac{\Delta y_1}{2}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_1^T\right]} \end{aligned} \right] = \\
 & \frac{1}{k} \left[ \nu \Sigma_{f1}(1, j)\Delta x_j\Delta y_1 \bar{\bar{\phi}}_1(1, j) + \nu \Sigma_{f2}(1, j)\Delta x_j\Delta y_1 \bar{\bar{\phi}}_2(1, j) \right]
 \end{aligned}$$



Para o grupo térmico:

$$\begin{aligned}
& \bar{\phi}_2(1, j+1) \left[ \frac{-2D_2(1, j+1)D_2(1, j)\Delta y_1}{D_2(1, j+1)\Delta x_j + D_2(1, j)\Delta x_{j+1}} \right] + \\
& \bar{\phi}_2(2, j) \left[ \frac{-2D_2(2, j)D_2(1, j)\Delta x_j}{D_2(2, j)\Delta y_1 + D_2(1, j)\Delta y_2} \right] + \\
& \bar{\phi}_2(1, j-1) \left[ \frac{-2D_2(1, j-1)D_2(1, j)\Delta y_1}{D_2(1, j-1)\Delta x_j + D_2(1, j)\Delta x_{j-1}} \right] + \\
& \bar{\phi}_2(1, j) \left[ \begin{aligned} & \frac{2D_2(1, j+1)D_2(1, j)\Delta y_1}{D_2(1, j+1)\Delta x_j + D_2(1, j)\Delta x_{j+1}} + \frac{2D_2(1, j)D_2(2, j-1)\Delta y_1}{D_2(1, j)\Delta x_{j-1} + D_2(1, j-1)\Delta x_j} + \\ & \frac{2D_2(2, j)D_2(1, j)\Delta x_j}{D_2(2, j)\Delta y_1 + D_2(1, j)\Delta y_2} + \\ & \Sigma_{r_2}(1, j)\Delta x_j\Delta y_1 - \frac{D_2(1, j)\Delta x_j \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_2^T}{\left[1 - \left(\frac{\Delta y_1}{2}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_2^T\right]} \end{aligned} \right] = \\
& \Sigma_{21}(1, j)\Delta x_j\Delta y_1\bar{\phi}_1(1, j)
\end{aligned} \tag{A.14}$$

Para o **canto superior direito** ou região **III**, ou seja ,  $x_{NPX-1} \leq x \leq x_{NPX}$  e

$y_0 \leq y \leq y_1$ , a integração das equações (A.1) conduz as equações (A.15) e (A.16). Deste modo, tem-se:  $i = 1$  e  $j = NPX$ .

Para o grupo rápido:

$$\begin{aligned}
 & \bar{\bar{\phi}}_1(1, NPX - 1) \left[ \frac{-2D_1(1, NPX)D_1(1, NPX - 1)\Delta y_1}{D_1(1, NPX)\Delta x_{NPX-1} + D_1(1, NPX - 1)\Delta x_{NPX}} \right] + & (A.15) \\
 & \bar{\bar{\phi}}_1(2, NPX) \left[ \frac{-2D_1(2, NPX)D_1(1, NPX)\Delta x_{NPX}}{D_1(2, NPX)\Delta y_1 + D_1(1, NPX)\Delta y_2} \right] + \\
 & \bar{\bar{\phi}}_1(1, NPX) \left[ \frac{2D_1(1, NPX)D_1(1, NPX - 1)\Delta y_1}{D_1(1, NPX)\Delta x_{NPX-1} + D_1(1, NPX - 1)\Delta x_{NPX}} + \right. \\
 & \left. \frac{2D_1(2, NPX)D_1(1, NPX)\Delta x_{NPX}}{D_1(2, NPX)\Delta y_1 + D_1(1, NPX)\Delta y_2} + \right. \\
 & \left. \Sigma_{r_1}(1, NPX)\Delta x_{NPX}\Delta y_1 - \frac{D_1(1, NPX)\Delta x_{NPX}\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_1^T}{\left[1 - \left(\frac{\Delta y_1}{2}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_1^T\right]} + \right. \\
 & \left. \frac{D_1(1, NPX)\Delta y_1\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_1^R}{\left[1 + \left(\frac{\Delta x_{NPX}}{2}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_1^R\right]} \right] = \\
 & \frac{1}{k} \left[ \nu \Sigma_{f_1}(1, NPX)\Delta x_{NPX}\Delta y_1 \bar{\bar{\phi}}_1(1, NPX) + \nu \Sigma_{f_2}(1, NPX)\Delta x_{NPX}\Delta y_1 \bar{\bar{\phi}}_2(1, NPX) \right]
 \end{aligned}$$

Para o grupo térmico:

$$\begin{aligned}
 & \bar{\phi}_2(1, NPX - 1) \left[ \frac{-2D_2(1, NPX)D_2(1, NPX - 1)\Delta y_1}{D_2(1, NPX)\Delta x_{NPX-1} + D_2(1, NPX - 1)\Delta x_{NPX}} \right] + & (A.16) \\
 & \bar{\phi}_1(2, NPX) \left[ \frac{-2D_2(2, NPX)D_2(1, NPX)\Delta x_{NPX}}{D_2(2, NPX)\Delta y_1 + D_2(1, NPX)\Delta y_2} \right] + \\
 & \bar{\phi}_2(1, NPX) \left[ \frac{2D_2(1, NPX)D_2(1, NPX - 1)\Delta y_1}{D_2(1, NPX)\Delta x_{NPX-1} + D_2(1, NPX - 1)\Delta x_{NPX}} + \right. \\
 & \left. \frac{2D_2(2, NPX)D_2(1, NPX)\Delta x_{NPX}}{D_2(2, NPX)\Delta y_1 + D_2(1, NPX)\Delta y_2} + \right. \\
 & \left. \frac{D_2(1, NPX)\Delta x_{NPX} \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_2^T}{\left[1 - \left(\frac{\Delta y_1}{2}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_2^T\right]} - \right. \\
 & \left. \frac{D_2(1, NPX)\Delta y_1 \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_2^R}{\left[1 + \left(\frac{\Delta x_{NPX}}{2}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_2^R\right]} \right] = \\
 & \Sigma_{21}(1, NPX)\Delta x_{NPX}\Delta y_1\bar{\phi}_1(1, NPX)
 \end{aligned}$$

Para a **lateral direita** ou região **IV**, ou seja,  $x_{NPX-1} \leq x \leq x_{NPX}$  e

$y_1 \leq y \leq y_{NPY-1}$ , a integração das equações (A.1) conduz as equações (A.17) e (A.18).

Deste modo, tem-se:  $i = 2, 3, \dots, NPY-1$  e  $j = NPX$ .

Para o grupo rápido:

$$\begin{aligned}
 & \bar{\phi}_1(i, NPX-1) \left[ \frac{-2D_1(i, NPX)D_1(i, NPX-1)\Delta y_i}{D_1(i, NPX)\Delta x_{NPX-1} + D_1(i, NPX-1)\Delta x_{NPX}} \right] + & (A.17) \\
 & \bar{\phi}_1(i+1, NPX) \left[ \frac{-2D_1(i+1, NPX)D_1(i, NPX)\Delta x_{NPX}}{D_1(i+1, NPX)\Delta y_i + D_1(i, NPX)\Delta y_{i+1}} \right] + \\
 & \bar{\phi}_1(i-1, NPX) \left[ \frac{-2D_1(i-1, NPX)D_1(i, NPX)\Delta x_{NPX}}{D_1(i-1, NPX)\Delta y_i + D_1(i, NPX)\Delta y_{i-1}} \right] + \\
 & \bar{\phi}_1(i, NPX) \left[ \frac{2D_1(i, NPX-1)D_1(i, NPX)\Delta y_i}{D_1(i, NPX)\Delta x_{NPX-1} + D_1(i, NPX-1)\Delta x_{NPX}} + \right. \\
 & \quad \frac{2D_1(i, NPX)D_1(i+1, NPX)\Delta x_{NPX}}{D_1(i+1, NPX)\Delta y_i + D_1(i, NPX)\Delta y_{i+1}} + \\
 & \quad \frac{2D_1(i, NPX)D_1(i-1, NPX)\Delta x_{NPX}}{D_1(i-1, NPX)\Delta y_i + D_1(i, NPX)\Delta y_{i-1}} + \\
 & \quad \Sigma_{r_1}(i, NPX)\Delta x_{NPX}\Delta y_i + \\
 & \quad \frac{D_1(i, NPX)\Delta y_i \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_1^R}{\left[1 + \left(\frac{\Delta x_{NPX}}{2}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_1^R\right]} \left. \right] = \\
 & \frac{1}{k} \left[ v\Sigma_{f_1}(i, NPX)\Delta x_{NPX}\Delta y_i \bar{\phi}_1(i, NPX) + v\Sigma_{f_2}(i, NPX)\Delta x_{NPX}\Delta y_i \bar{\phi}_2(i, NPX) \right]
 \end{aligned}$$

Para o grupo térmico:

$$\begin{aligned}
& \bar{\phi}_2(i, NPX - 1) \left[ \frac{-2D_2(i, NPX - 1)D_2(i, NPX)\Delta y_i}{D_2(i, NPX - 1)\Delta x_{NPX} + D_2(i, NPX)\Delta x_{NPX-1}} \right] + & (A.18) \\
& \bar{\phi}_2(i + 1, NPX) \left[ \frac{-2D_2(i, NPX)D_2(i + 1, NPX)\Delta x_{NPX}}{D_2(i, NPX)\Delta y_{i+1} + D_2(i + 1, NPX)\Delta y_i} \right] + \\
& \bar{\phi}_2(i - 1, NPX) \left[ \frac{-2D_2(i - 1, NPX)D_2(i, NPX)\Delta x_{NPX}}{D_2(i - 1, NPX)\Delta y_i + D_2(i, NPX)\Delta y_{i-1}} \right] + \\
& \bar{\phi}_2(i, NPX) \left[ \frac{2D_2(i, NPX)D_2(i + 1, NPX)\Delta x_{NPX}}{D_2(i, NPX)\Delta y_{i+1} + D_2(i + 1, NPX)\Delta y_i} + \right. \\
& \quad \frac{2D_2(i - 1, NPX)D_2(i, NPX)\Delta x_{NPX}}{D_2(i - 1, NPX)\Delta y_i + D_2(i, NPX)\Delta y_{i-1}} + \\
& \quad \frac{2D_2(i, NPX - 1)D_2(i, NPX)\Delta y_i}{D_2(i, NPX - 1)\Delta x_{NPX} + D_2(i, NPX)\Delta x_{NPX-1}} + \\
& \quad \left. \frac{D_2(i, NPX)\Delta y_i \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_2^R}{\Sigma_{r_2}(i, NPX)\Delta x_{NPX}\Delta y_i + \left[1 + \left(\frac{\Delta x_{NPX}}{2}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_2^R\right]} \right] = \\
& \Sigma_{21}(i, NPX)\Delta x_{NPX}\Delta y_i \bar{\phi}_1(i, NPX)
\end{aligned}$$

Para o **canto inferior direito** ou região **V**, ou seja,  $x_{NPX-1} \leq x \leq x_{NPX}$  e

$y_{NPY-1} \leq y \leq y_{NPY}$ , a integração das equações (A.1) conduz as equações (A.19) e (A.20).

Deste modo, tem-se:  $i = NPY$  e  $j = NPX$

Para o grupo rápido:

$$\begin{aligned}
 & \bar{\bar{\phi}}_1(NPY, NPX - 1) \left[ \frac{-2D_1(NPY, NPX)D_1(NPY, NPX - 1)\Delta y_{NPY}}{D_1(NPY, NPX)\Delta x_{NPX-1} + D_1(NPY, NPX - 1)\Delta x_{NPX}} \right] + \\
 & \bar{\bar{\phi}}_1(NPY - 1, NPX) \left[ \frac{-2D_1(NPY, NPX)D_1(NPY - 1, NPX)\Delta x_{NPX}}{D_1(NPY, NPX)\Delta y_{NPY-1} + D_1(NPY - 1, NPX)\Delta y_{NPY}} \right] + \\
 & \bar{\bar{\phi}}_1(NPY, NPX) \left[ \frac{2D_1(NPY, NPX)D_1(NPY, NPX - 1)\Delta y_{NPY}}{D_1(NPY, NPX)\Delta x_{NPX-1} + D_1(NPY, NPX - 1)\Delta x_{NPX}} + \right. \\
 & \frac{2D_1(NPY, NPX)D_1(NPY - 1, NPX)\Delta x_{NPX}}{D_1(NPY, NPX)\Delta y_{NPY-1} + D_1(NPY - 1, NPX)\Delta y_{NPY}} + \\
 & \Sigma_{r1}(NPY, NPX)\Delta x_{NPX}\Delta y_{NPY} + \\
 & \frac{D_1(NPY, NPX)\Delta x_{NPX} \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_1^B}{\left[1 - \left(\frac{\Delta y_{NPY}}{2}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_1^B\right]} + \\
 & \left. \frac{D_1(NPY, NPX)\Delta y_{NPY} \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_1^R}{\left[1 + \left(\frac{\Delta x_{NPX}}{2}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_1^R\right]} \right] = \\
 & \frac{1}{k} \left[ \nu \Sigma_{f1}(NPY, NPX) \bar{\bar{\phi}}_1(NPY, NPX) + \nu \Sigma_{f2}(NPY, NPX) \bar{\bar{\phi}}_2(1, NPX) \right] \Delta x_{NPX} \Delta y_{NPY}
 \end{aligned} \tag{A.19}$$

Para o grupo térmico:

$$\begin{aligned}
& \bar{\phi}_2(NPY, NPX - 1) \left[ \frac{-2D_2(NPY, NPX)D_2(NPY, NPX - 1)\Delta y_{NPY}}{D_2(NPY, NPX)\Delta x_{NPX-1} + D_2(NPY, NPX - 1)\Delta x_{NPX}} \right] + \quad (A.20) \\
& \bar{\phi}_2(NPY - 1, NPX) \left[ \frac{-2D_2(NPY, NPX)D_2(NPY - 1, NPX)\Delta x_{NPX}}{D_2(NPY, NPX)\Delta y_{NPY-1} + D_2(NPY - 1, NPX)\Delta y_{NPY}} \right] + \\
& \bar{\phi}_2(NPY, NPX) \left[ \frac{2D_2(NPY, NPX)D_2(NPY, NPX - 1)\Delta y_{NPY}}{D_2(NPY, NPX)\Delta x_{NPX-1} + D_2(NPY, NPX - 1)\Delta x_{NPX}} + \right. \\
& \frac{2D_2(NPY, NPX)D_2(NPY - 1, NPX)\Delta x_{NPX}}{D_2(NPY, NPX)\Delta y_{NPY-1} + D_2(NPY - 1, NPX)\Delta y_{NPY}} + \\
& \Sigma_{r,2}(NPY, NPX)\Delta x_{NPX}\Delta y_{NPY} + \\
& \frac{D_2(NPY, NPX)\Delta x_{NPX}\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_2^B}{\left[1 - \left(\frac{\Delta y_{NPY}}{2}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_2^B\right]} + \\
& \frac{D_2(NPY, NPX)\Delta y_{NPY}\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_2^R}{\left[1 + \left(\frac{\Delta x_{NPX}}{2}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_2^R\right]} \left. \right] = \\
& \Sigma_{21}(NPY, NPX)\bar{\phi}_1(NPY, NPX)\Delta x_{NPX}\Delta y_{NPY}
\end{aligned}$$

Para a **lateral inferior** ou região **VI**, ou seja,  $x_1 \leq x \leq x_{NPX-1}$  e

$y_{NPY-1} \leq y \leq y_{NPY}$ , a integração das equações (A.1) conduz as equações (A.21) e (A.22).

Deste modo, tem-se:  $i = NPY$  e  $j = 2, 3, \dots, NPX-1$ .

Para o grupo rápido:

$$\begin{aligned}
 & \bar{\bar{\phi}}_1(NPY, j+1) \left[ \frac{-2D_1(NPY, j+1)D_1(NPY, j)\Delta y_{NPY}}{D_1(NPY, j+1)\Delta x_j + D_1(NPY, j)\Delta x_{j+1}} \right] + & (A.21) \\
 & \bar{\bar{\phi}}_1(NPY-1, j) \left[ \frac{-2D_1(NPY-1, j)D_1(NPY, j)\Delta x_j}{D_1(NPY-1, j)\Delta y_{NPY} + D_1(NPY, j)\Delta y_{NPY-1}} \right] + \\
 & \bar{\bar{\phi}}_1(NPY, j-1) \left[ \frac{-2D_1(NPY, j-1)D_1(NPY, j)\Delta y_{NPY}}{D_1(NPY, j-1)\Delta x_j + D_1(NPY, j)\Delta x_{j-1}} \right] + \\
 & \bar{\bar{\phi}}_1(NPY, j) \left[ \frac{2D_1(NPY, j+1)D_1(NPY, j)\Delta y_{NPY}}{D_1(NPY, j+1)\Delta x_j + D_1(NPY, j)\Delta x_{j+1}} + \right. \\
 & \quad \frac{2D_1(NPY, j)D_1(NPY, j-1)\Delta y_{NPY}}{D_1(NPY, j)\Delta x_{j-1} + D_1(NPY, j-1)\Delta x_j} + \\
 & \quad \frac{2D_1(NPY-1, j)D_1(NPY, j)\Delta x_j}{D_1(NPY-1, j)\Delta y_{NPY} + D_1(NPY, j)\Delta y_{NPY-1}} + \\
 & \quad \left. \frac{D_1(NPY, j)\Delta x_j \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_1^B}{\Sigma_{r1}(NPY, j)\Delta x_j \Delta y_{NPY} + \left[1 + \left(\frac{\Delta y_{NPY}}{2}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_1^B\right]} \right] = \\
 & \frac{1}{k} \left[ \nu \Sigma_{f1}(NPY, j) \bar{\bar{\phi}}_1(NPY, j) + \nu \Sigma_{f2}(NPY, j) \bar{\bar{\phi}}_2(NPY, j) \right] \Delta x_j \Delta y_{NPY}
 \end{aligned}$$



Para o grupo térmico:

$$\begin{aligned}
& \bar{\bar{\phi}}_2(NPY, j+1) \left[ \frac{-2D_2(NPY, j+1)D_2(NPY, j)\Delta y_{NPY}}{D_2(NPY, j+1)\Delta x_j + D_2(NPY, j)\Delta x_{j+1}} \right] + \\
& \bar{\bar{\phi}}_2(NPY-1, j) \left[ \frac{-2D_2(NPY-1, j)D_2(NPY, j)\Delta x_j}{D_2(NPY-1, j)\Delta y_{NPY} + D_2(NPY, j)\Delta y_{NPY-1}} \right] + \\
& \bar{\bar{\phi}}_2(NPY, j-1) \left[ \frac{-2D_2(NPY, j-1)D_2(NPY, j)\Delta y_{NPY}}{D_2(NPY, j-1)\Delta x_j + D_2(NPY, j)\Delta x_{j-1}} \right] + \\
& \bar{\bar{\phi}}_2(NPY, j) \left[ \frac{2D_2(NPY, j+1)D_2(NPY, j)\Delta y_{NPY}}{D_2(NPY, j+1)\Delta x_j + D_2(NPY, j)\Delta x_{j+1}} + \right. \\
& \left. \frac{2D_2(NPY, j)D_2(NPY, j-1)\Delta y_{NPY}}{D_2(NPY, j)\Delta x_{j-1} + D_2(NPY, j-1)\Delta x_j} + \right. \\
& \left. \frac{2D_2(NPY-1, j)D_2(NPY, j)\Delta x_j}{D_2(NPY-1, j)\Delta y_{NPY} + D_2(NPY, j)\Delta y_{NPY-1}} + \right. \\
& \left. \frac{D_2(NPY, j)\Delta x_j \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_2^B}{\Sigma_{r2}(NPY, j)\Delta x_j \Delta y_{NPY} + \left[ 1 + \left(\frac{\Delta y_{NPY}}{2}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_2^B \right]} \right] = \\
& \Sigma_{21}(NPY, j) \bar{\bar{\phi}}_1(NPY, j) \Delta x_j \Delta y_{NPY}
\end{aligned} \tag{A.22}$$

Para o **canto inferior esquerdo** ou região **VII**, ou seja ,  $x_0 \leq x \leq x_1$  e

$y_{NPY-1} \leq y \leq y_{NPY}$ , a integração das equações (A.1) conduz as equações (A.23) e (A.24).

Deste modo, tem-se:  $i = NPY$  e  $j = 1$ .

Para o grupo rápido:

$$\begin{aligned}
 & \bar{\bar{\phi}}_1(NPY, 2) \left[ \frac{-2D_1(NPY, 2)D_1(NPY, 1)\Delta y_{NPY}}{D_1(NPY, 2)\Delta x_1 + D_1(NPY, 1)\Delta x_2} \right] + & (A.23) \\
 & \bar{\bar{\phi}}_1(NPY - 1, 1) \left[ \frac{-2D_1(NPY, 1)D_1(NPY - 1, 1)\Delta x_1}{D_1(NPY, 1)\Delta y_{NPY-1} + D_1(NPY - 1, 1)\Delta y_{NPY}} \right] + \\
 & \left[ \frac{2D_1(NPY, 2)D_1(NPY, 1)\Delta y_{NPY}}{D_1(NPY, 2)\Delta x_1 + D_1(NPY, 1)\Delta x_2} + \right. \\
 & \left. \frac{2D_1(NPY, 1)D_1(NPY - 1, 1)\Delta x_1}{D_1(NPY, 1)\Delta y_{NPY-1} + D_1(NPY - 1, 1)\Delta y_{NPY}} + \right. \\
 & \left. \frac{D_1(NPY, 1)\Delta y_{NPY} \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_1^L}{\left[1 - \left(\frac{\Delta x_1}{2}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_1^L\right]} + \right. \\
 & \left. \frac{D_1(NPY, 1)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_1^B \Delta x_1}{\left[1 + \left(\frac{\Delta y_{NPY}}{2}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_1^B\right]} \right] = \\
 & \frac{1}{k} \left[ \nu \Sigma_{f1}(NPY, 1)\Delta x_1 \Delta y_{NPY} \bar{\bar{\phi}}_1(NPY, 1) + \right. \\
 & \left. \nu \Sigma_{f2}(NPY, 1)\Delta x_1 \Delta y_{NPY} \bar{\bar{\phi}}_2(NPY, 1) \right]
 \end{aligned}$$

Para o grupo térmico:

$$\begin{aligned}
& \bar{\phi}_2(NPY, 2) \left[ \frac{-2D_2(NPY, 2)D_2(NPY, 1)\Delta y_{NPY}}{D_2(NPY, 2)\Delta x_1 + D_2(NPY, 1)\Delta x_2} \right] + & (A.24) \\
& \bar{\phi}_2(NPY - 1, 1) \left[ \frac{-2D_2(NPY, 1)D_2(NPY - 1, 1)\Delta x_1}{D_2(NPY, 1)\Delta y_{NPY-1} + D_2(NPY - 1, 1)\Delta y_{NPY}} \right] + \\
& \left[ \begin{aligned} & \frac{2D_2(NPY, 2)D_2(NPY, 1)\Delta y_{NPY}}{D_2(NPY, 2)\Delta x_1 + D_2(NPY, 1)\Delta x_2} + \\ & \frac{2D_2(NPY, 1)D_2(NPY - 1, 1)\Delta x_1}{D_2(NPY, 1)\Delta y_{NPY-1} + D_2(NPY - 1, 1)\Delta y_{NPY}} + \\ & \frac{D_2(NPY, 1)\Delta y_{NPY} \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_2^L}{\left[1 - \left(\frac{\Delta x_1}{2}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_2^L\right]} + \\ & \frac{D_2(NPY, 1)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_2^B \Delta x_1}{\left[1 + \left(\frac{\Delta y_{NPY}}{2}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_2^B\right]} \end{aligned} \right] = \\
& \Sigma_{21}(NPY, 1)\Delta x_1\Delta y_{NPY}\bar{\phi}_1(NPY, 1)
\end{aligned}$$

Para **lateral esquerda** ou região **VIII**, ou seja ,  $x_0 \leq x \leq x_1$  e

$y_1 \leq y \leq y_{NPY-1}$ , a integração das equações (A.1) conduz as equações (A.25) e (A.26).

Deste modo, tem-se:  $i = 2, 3, \dots, NPY-1$  e  $j = 1$ .

Para o grupo rápido:

$$\begin{aligned}
 & \bar{\phi}_1(i, 2) \left[ \frac{-2D_1(i, 2)D_1(i, 1)\Delta y_i}{D_1(i, 1)\Delta x_2 + D_1(i, 2)\Delta x_1} \right] + & (A.25) \\
 & \bar{\phi}_1(i + 1, 1) \left[ \frac{-2D_1(i + 1, 1)D_1(i, 1)\Delta x_1}{D_1(i + 1, 1)\Delta y_i + D_1(i, 1)\Delta y_{i+1}} \right] + \\
 & \bar{\phi}_1(i - 1, 1) \left[ \frac{-2D_1(i - 1, 1)D_1(i, 1)\Delta x_1}{D_1(i - 1, 1)\Delta y_i + D_1(i, 1)\Delta y_{i-1}} \right] + \\
 & \bar{\phi}_1(i, 1) \left[ \frac{2D_1(i, 1)D_1(i, 2)\Delta y_i}{D_1(i, 1)\Delta x_2 + D_1(i, 2)\Delta x_1} + \right. \\
 & \left. \frac{2D_1(i, 1)D_1(i + 1, 1)\Delta x_1}{D_1(i + 1, 1)\Delta y_i + D_1(i, 1)\Delta y_{i+1}} + \right. \\
 & \left. \frac{2D_1(i, 1)D_1(i - 1, 1)\Delta x_1}{D_1(i - 1, 1)\Delta y_i + D_1(i, 1)\Delta y_{i-1}} + \Sigma_{r1}(i, 1)\Delta x_1\Delta y_i - \right. \\
 & \left. \frac{D_1(i, 1)\Delta y_i \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_1^L}{\left[1 - \left(\frac{\Delta x_1}{2}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_1^L\right]} \right] = \\
 & \frac{1}{k} \left[ \nu \Sigma_{f1}(i, 1)\bar{\phi}_1(i, 1) + \nu \Sigma_{f2}(i, 1)\bar{\phi}_2(i, 1) \right] \Delta x_1 \Delta y_i
 \end{aligned}$$

Para o grupo térmico:

$$\begin{aligned}
 & \bar{\phi}_2(i, 2) \left[ \frac{-2D_2(i, 2)D_2(i, 1)\Delta y_i}{D_2(i, 1)\Delta x_2 + D_2(i, 2)\Delta x_1} \right] + \\
 & \bar{\phi}_2(i+1, 1) \left[ \frac{-2D_2(i+1, 1)D_2(i, 1)\Delta x_1}{D_2(i+1, 1)\Delta y_i + D_2(i, 1)\Delta y_{i+1}} \right] + \\
 & \bar{\phi}_2(i-1, 1) \left[ \frac{-2D_2(i-1, 1)D_2(i, 1)\Delta x_1}{D_2(i-1, 1)\Delta y_i + D_2(i, 1)\Delta y_{i-1}} \right] + \\
 & \bar{\phi}_2(i, 1) \left[ \frac{2D_2(i, 1)D_2(i, 2)\Delta y_i}{D_2(i, 1)\Delta x_2 + D_2(i, 2)\Delta x_1} + \frac{2D_2(i, 1)D_2(i+1, 1)\Delta x_1}{D_2(i+1, 1)\Delta y_i + D_2(i, 1)\Delta y_{i+1}} + \right. \\
 & \left. \frac{2D_2(i, 1)D_2(i-1, 1)\Delta x_1}{D_2(i-1, 1)\Delta y_i + D_2(i, 1)\Delta y_{i-1}} + \Sigma_{r_2}(i, 1)\Delta x_1\Delta y_i - \right. \\
 & \left. \frac{D_2(i, 1)\Delta y_i \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_2^L}{\left[1 - \left(\frac{\Delta x_1}{2}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_2^L\right]} \right] = \\
 & \Delta x_1\Delta y_i \Sigma_{21}(i, 1) \bar{\phi}_1(i, 1)
 \end{aligned} \tag{A.26}$$

De posse das equações (A.9) a (A.26), as matrizes  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $F_1$ ,  $F_2$  e  $Q$  podem ser montadas. As matrizes  $F_1$ ,  $F_2$  e  $Q$  são matrizes diagonais, cujos elementos são:

$$F_1[j + (i-1)NPX, j + (i-1)NPX] = v\Sigma_{f_1}(i, j)\Delta y_i \Delta x_j, \quad (A.27)$$

$$F_2[j + (i-1)NPX, j + (i-1)NPX] = v\Sigma_{f_2}(i, j)\Delta y_i \Delta x_j, \quad (A.28)$$

$$Q[j + (i-1)NPX, j + (i-1)NPX] = \Sigma_{21}(i, j)\Delta y_i \Delta x_j, \quad (A.29)$$

onde  $v\Sigma_{f_1}(i, j)$ ,  $v\Sigma_{f_2}(i, j)$  e  $\Sigma_{21}(i, j)$ , são as seções de choque de produção rápida, térmica e de espalhamento para a célula localizada em  $(i, j)$ , onde  $i = 1, 2, \dots, NPY$  e  $j = 1, 2, \dots, NPX$ . Obviamente as matrizes possuem dimensão  $NPY * NPX$ . Os elementos da matriz  $A_1$  são dados pelos coeficientes dos fluxos rápidos médios de cada nodo  $(i, j)$ , ou seja, de (A.9), pode-se inferir que o valor do elemento de  $A_1[i, j+1]$  será

$$\left[ \frac{-2D_1(i, j+1)D_1(i, j)\Delta y_i}{D_1(i, j+1)\Delta x_j + D_1(i, j)\Delta x_{j+1}} \right], \text{ com } i = 2, 3, \dots, NPY-1 \text{ e } j = 2, 3, \dots, NPX-1, \text{ que o}$$

domínio para o qual a equação (A.9) é válida. Seguindo este procedimento todos os elementos de  $A_1$  e  $A_2$  podem ser extraídos das equações de (A.9) à (A.26).

Finalizando, deve-se notar que o fluxo médio na célula  $(i, j)$  do elemento combustível  $\bar{\phi}_g(i, j)$  está disposto segundo a Figura A.1. Deste modo, o vetor fluxo  $\vec{\phi}_g$  é composto (montado) segundo a equação (A.30).

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	....
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	....
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	....
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	....
....	....	....	....	....

Figura A.1: Disposição do fluxo médio de cada célula  $\bar{\phi}_g(i, j)$ , no interior do elemento combustível.

$$\vec{\phi}_g = \begin{bmatrix} \bar{\phi}_g(1,1) \\ \bar{\phi}_g(1,2) \\ \bar{\phi}_g(1,3) \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{\phi}_g(1, NPX) \\ \bar{\phi}_g(2,1) \\ \bar{\phi}_g(2,2) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{\phi}_g(NPY, NPX) \end{bmatrix} \quad (A.30)$$

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] KOEBKE, AMBROSIUS, HETZEL, MERK, WINTER, “The Core Design Procedure SAV90 for Pressurized Water Reactors”, *Kerntecchnik* 57 n° 1, 1992.
- [2] LIU, Y. S., *et al.* *ANC: A Westinghouse Advanced Nodal Computer Code*, WCAP-10965, September 1986.
- [3] CONTI, CÉLIA FERREIRA SILVA, *Cálculo da Distribuição de Potência Pino a Pino Utilizando Matrizes Resposta para Elementos Combustíveis Heterogêneos de Núcleos de Reatores PWR pelo Método da Perturbação*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1991.
- [4] KOIDE, MARIA DA CONCEIÇÃO MICHIO, *Um Método Perturbativo de Cálculo de Parâmetros Homogeneizados de Elementos Combustíveis de um Reator a Água Pressurizada*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2000.
- [5] KOEBKE, K., WAGNER, M.R., “The Determination of the Pin Power Distribution in a Reactor Core on the Basis of Nodal Coarse-Mesh Calculations” *Atomkernenergie*, Bd. **30** Lfg 2, pp. 136-142, 1977.
- [6] KOEBKE, K., HETZELT, L., “On the Reconstruction of Local Homogenous Neutron Flux and Current Distributions of Light Water Reactors from Nodal Schemes” *Nuclear Science and Engineering*, **91**, pp. 123-131, 1985.
- [7] JEONG, H.Y., CHO, N.Z., “On the Reconstruction of Pointwise Power Distributions in a Fuel Assembly from Coarse-Mesh Nodal Calculations” *Journal of the Korean Nuclear Society* **20**(3), pp145-154, September 1988.
- [8] REMPE, K.R., SMITH, K.S., “SIMULATE-3 Pin Power Reconstruction: Methodology and Benchmarking”, *Nuclear Science and Engineering* **103**, pp. 334-342, 1989.



- [9] EDENIUS, M., SMITH, K.S., Ver PLANCK, D.M., “Recent Developments in the MICBURN/CASMO/SIMULATE LWR Analysis Package”, *Proc. Topl. Mtg. Advances in Fuel Management*, Pinehurst, North Carolina, March 2-5, 1986, p. 492, American Nuclear Society, 1986.
- [10] EDENIUS, M., SMITH, K.S., Ver PLANCK, D.M., “New Data and Methods for CASMO and SIMULATE”, *Proc. Topl. Mtg. Reactor Physics and Safety*, Saratoga Springs, New York, September 17-19, 1986, NUREG/CP-0080, Vol. 2, p. 1115, U.S. Nuclear Regulatory Commission, 1986.
- [11] JUNG, W.S., N.Z. CHO, “The Maximum Entropy Method for Reconstruction of the Pointwise Neutron Flux Distribution in Nodal Methods” *Nuclear Science and Engineering*, **108**, pp. 384-395, 1991.
- [12] BÖER, R., FINNEMANN H., “Fast Analytical Flux Reconstruction Method for Nodal Space-Time Nuclear Reactor Analysis”, *Ann. nucl. Ennergy*, vol. **19**, No. 10-12, pp. 617-628, 1992
- [13] NOH, J.M., CHO, N.Z. “A New Approach of Analytic Basis Function Expansion to Neutron Diffusion Nodal Calculation” *Nuclear Science and Engineering* **116**, pp. 165-180, 1994.
- [14] PARK, C.J., Kim, Y.H., CHO, N.Z., “On the Reconstruction of Pinwise Flux Distribution Using Several Types of Boundary Conditions”, *Journal of the Korean Nuclear Society*, vol **28**, number 3, pp. 311-319, june 1996.
- [15] JOO, H.G., Zee, Q.S., Downar, T.J., Ebert, D.D., “Consistent Analytic Pin Power Reconstruction Method for Static and Transient Reactor Safety Analysis”, *Mathematics and Computation, Reactor Physics and Environmental Analysis in Nuclear Applications*, Madrid, Spain, September 1999, p. 148, 1999.

- [16] GOMIT, J.M., PLANCHARD, J., SARGENI, A. *Utilisation des harmoniques en physique des reacteurs : methode standard et methode des pseudo-harmoniques*, HI 4345-07, Electricite de France, Département Physique des Réacteurs, 1982.
- [17] SILVA, F.C., ROTENBERG, S., FILHO, Z.D.T., “Métodos dos pseudo-harmônicos: uma aplicação a reatores térmicos”, UFRJ-COPPE-PEN 135, outubro 1985.
- [18] SILVA, F.C., WAINTRAUB, S., THOMÉ, Z.D., “The pseudo-harmonics perturbation method: application to a PWR”, *Annals of Nuclear Energy* Vol. 14 N° 2 pp. 99-106, 1987.
- [19] CLARO, L.H., ALVIM, A.C.M., “Método dos pseudo-harmônicos na reconstrução do fluxo perturbado com discretização nodal em teoria de difusão”, VII ENFIR, Recife, PE-Brasil, 26-28 abril 1989, Vol. 1 pp. 155-163, 1989.
- [20] SILVA, F.C., AMARAL, J.A.C., THOMÉ, Z.D. “O método de pseudo-harmônico aplicado ao cálculo de queima de combustível”, VII ENFIR, Recife, PE-Brasil, 26-28 abril 1989, Vol. 1 pp. 165-176, 1989.
- [21] CLARO, L.H., ALVIM, A.C.M., “Aplicação do método dos pseudo-harmônicos na reconstrução do fluco neutrônico perturbado bidimensional utilizando teoria de difusão com discretização nodal”, VIII ENFIR, Atibaia, SP-Brasil, setembro 1991, pp. 405-410, 1991.
- [22] CLARO, L.H., Alvim, A.C.M., Abreu, M.P., “Uma metodologia para escolha de pseudo-harmônicos na reconstrução de fluxo perturbado”, IX ENFIR, Caxambu, MG-Brasil, outubro 1993, pp. 42-47, 1993.
- [23] THOMÉ, Z.D., SILVA, F.C., ALVIM, A.C.M., “Application of local basis pseudo-harmonics method”, *Annals of Nuclear Energy*, Vol. 24 N° 12, pp. 955-963, 1997.

- [24] CLARO, L.H., ALVIM, A.C.M., THOMÉ, Z.D., “Calculation of intense localized perturbations with the pseudo-harmonic method”, *Annals of Nuclear Energy*, Vol. 14 N° 11, pp. 619-622, 1987.
- [25] ABREU, M.P., THOMÉ, Z.D., ALVIM, A.C.M., “An alternative pseudo-harmonics method: a strong solution-based formulation of the standard and modified versions”, *Annals of Nuclear Energy*, Vol. 16 N° 5, pp. 213-229, 1989.
- [26] SILVA, F.C., WAINTRAUB, S., THOMÉ, Z.D., ALVIM, A.C.M., “Méthode des pseudo-harmoniques: une version modifiée et quelques applications aux réacteurs de type REP(1)”, EDF Bulletin de la Direction des Études et Recherches série A Nucléaire Hydraulique, Thermique N° 1 pp. 53-60, 1988.
- [27] ABREU, M.P., THOMÉ, Z.D., ALVIM, A.C.M., SILVA, F.C., “Une méthode alternative de pseudo-harmoniques: quelques considérations au sujet de la solution forte du système récurrent et dès nouvelles applications”, EDF Bulletin de la Direction des Études et Recherches série C Mathématiques , Informatique N° 4 pp. 1-16, 1990.
- [28] GOMIT, J.M, PLANCHARD, J., SARGENI, A., “La méthode des pseudo-harmoniques: Théories et application”, EDF Bulletin de la Direction des Études et Recherches série A Nucléaire Hydraulique, Thermique N° 1 pp. 61-66, 1985.
- [29] ABREU, M.P., ALVIM, A.C.M., THOMÉ, Z.D., “An alternative pseudo-harmonic method: application to two-dimensional reactor calculations”, 2° CGEN – 24-29 abril 1988, Vol. 1 pp. 187-198, 1988.
- [30] ABREU, M.P., ALVIM, A.C.M., SILVA, F.C., THOMÉ, Z.D., PLANCHARD, J., “Neutronics calculations in a restricted region via the alternative pseudo-harmonics method”, *Annals of Nuclear Energy*, Vol. 21 N° 5, pp. 277-280, 1984.
- [31] GANDINI, A. “Implicit and Explicit Higher Order Perturbation Methods for Nuclear reactor Analysis”, *Nuclear Science and Engineering*, **67**, pp. 347-355, 1978.

- [32] GANDINI, A. “On the Standard Perturbation Theory”, *Nuclear Science and Engineering*, **79**, pp. 426-432, 1981.
- [33] PALMIOTTI, G. “Use of the Explicit High-Order Perturbation Formulation”, *Nuclear Science and Engineering*, **83**, pp. 281-315, 1983.
- [34] FILIPPONE, W.L., CONVERSANO, R., “Ordinary and Generalized Eigenvectors of Low-Order  $S_n$ -Diamond-Difference Transport Operators”, *Nuclear Science and Engineering*, **83**, pp. 75-89, 1983.
- [35] SILVA, F.C., RAMMSY, J.E.M., THOMÉ, Z.D., “Utilisation de la GPT dans un problème d’optimisation en physique des réacteurs”, EDF Bulletin de la Direction des Études et Recherches série A Nucléaire Hydraulique, Thermique N° 2 pp. 25-32, 1990.
- [36] PLANCHARD, J. ”Méthodes Mathématiques en Neutronique”, Collection de la Direction des Études et Recherches d’Électricité de France, 1995.
- [37] DEVOOGHT, J. “Spectrum of Multigroup-Multipoint Diffusion Operator with Delayed Neutrons”, *Nuclear Science and Engineering*, **67**, pp. 147-161, 1978.
- [38] FALEIROS, C.F., *Aritmética, Álgebra e Cálculo com o Mathematica*. Editora Edgard Blucher Ltda, 1998.
- [39] SPHAIER, L.A., *Introdução ao Mathematica*. E-papers Serviços Editoriais, 2001.
- [40] GLYNN, J., GRAY, T., *The Beginner’s Guide to Mathematica version 4*. Cambridge University Press, 2000.
- [41] KOEBKE, K. “Advances in Homogenization and Dehomogenization”, *International Topical Meeting on Advances in Mathematical Method for the Solution of Nuclear Engineering Problems*, pp. 59-73, Munich – Germany, April 1981.

- [42] SMITH, K. S., “Assembly Homogenization Techniques for Light Water Reactor Analysis”, *Progress in Nuclear Energy*, Vol. 17, N° 3, pp. 303-335, 1986.
- [43] LEE, D., DOWNAR, T.J., KIM, Y. “A Nodal and Finite Difference Hybrid Method for Pin-by-Pin Heterogeneous Three-Dimensional Light Water Reactor Diffusion Calculations”, *Nuclear Science and Engineering*, **146**, pp. 319-339, 2004.
- [44] FOWLER, T.B., VONDY, D.R., CUNNINGHAM, G.W., *Nuclear Reactor Core Analysis Code: CITATION*, ORNL-TM-2496, Rev.2, july 1971.
- [45] *Mathematica 5.1*, Wolfram research, Inc.
- [46] VONDY, D.R. *et al.*, *VENTURE: A Code Block for Solving Multigroup Neutronic Problems Applying the Finite-Difference Diffusion-Theory Approximation to Neutron Transport – Version II*, ORNL-5062/R1, Oak Ridge National Laboratory, 1977.
- [47] *Nuclear Design Report for Ulchin Nuclear Power Plant Unit 1 Cycle 5*. Report KAERI/TR-325/92, Korea Atomic Energy Research Institute, December 1992.
- [48] *Reload Safety Evaluation Report for Ulchin Nuclear Power Plant Unit 1 Cycle 5*. Report KAERI/TR-316/92, Korea Atomic Energy Research Institute, December 1992.
- [49] DUDERSTADT, J.J., HAMILTON, L.J. “Nuclear Reactor Analysis”, John Wiley & Sons, Inc., 1976.
- [50] STACEY, W.M., “Nuclear Reactor Physics”, Wiley-Interscience, 2001.